F 1130

KAT

21 318/1

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 1

IANUARIE — MARTIE

1960

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MÁSZÁRI-KÖNYVTÁR ORSZÁGOS
E881

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 1

IANUARIE — MARTIE

1960

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin*, cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Rădulet*, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

FIZICĂ

G. CRISTESCU — Un nouveau type de décharge électriques, source spectrale a excitation variable 13

MECANICĂ

A. STOENESCU, N. MANOLESCU, D. BOIANGIU — Некоторые наблюления относительно полюса инерции. . . 19

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contribution a l'étude de la structure des chaines cinématiques. 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. BLUM, M. ROSENBERG — Unele aspecte tehnico-economice ale prelucrării și utilizării cărbunilor bruni lemnoși din R. P. R. 79

MAȘINI ELECTRICE

C. BĂLĂ — Un nou tip de arbore electric între mașini asincrone de puteri diferite 103

ELECTRONICĂ

GH. CARTIANU — Studiul amplificatorilor cu controlul circulației semnalelor prin impulsuri 117

I. TEODORESCU — Modulator de frecvență cu ferită . . . 151

A. SPĂTARU — Mărirea capacității de transmisie a canalelor cu semnale gaussiene 163

METALURGIE

I. TRIPȘA — Contribuții la studiul termodinamicii defosforării oțelului 171

REZISTENȚA MATERIALELOR

P. AUGUSTIN — Bare cu pereți subțiri cu profile închise pe reazime multiple 189

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Г. КРИСТЕСКУ — Новый тип електрического разряда, служащий спектральным источником света с перемещенным возбуждением 13

МЕХАНИКА

А. СТОЕНЕСКУ, Н. МАНОЛЕСКУ, Д. БОЯНЖИУ — Некоторые наблюдения относительно полюса инерции 19

Р. ВОЙНЯ, М. АТАНАСИУ — К изучению строения кинематических цепей 29

ТЕХНОЛОГИЕ КИМИКЭ

И. БЛЮМ, М. РОЗЕНБЕРГ — О ряде технико-экономических вопросов переработки и использовании румынских древесных бурых углей 79

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

К. БЫЛЭ — Новый тип электрического вала между асинхронными машинами различных мощностей . . . 103

ЭЛЕКТРОНИКА

Г. КАРТЯНУ — Усилители с контролируемым прохождением сигнала при помощи импульсов 117

И ТЕОДОРЕСКУ — Частотный молулятор на феррите . 151

А. СПЭТАРУ — Увеличение пропускной способности каналов с сигналами гауса 163

МЕТАЛЛУРГИЯ

И. ТРИПША — К вопросу термодинамики обесфосферивания стали 171

СОПРОТИВЛЕМИЕ МАТЕРИАЛОВ

П. АВГУСТИН — Тонкостенные балки закрытого профиля на нескольких опорах 189

CONTENS

PHYSICS

G. CRISTESCU — A new kind of electric discharge, spectroscopical source of variable excitation 13

MECHANICS

A. STOENESCU, N. MANOLESCU, D. BOIANGIU — Observation on the inerția pole 19

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contribution to the study of the structure of kinematic chains 29

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

I. BLUM, M. ROSENBERG — Tehnical-economical aspects of the treatment and utilisation of lignites from R.P.R. . 79

ELECTRICAL — MACHINES

C. BĂLĂ — A new type of electrical shaft connecting asyncronous motors of different power 103

ELECTRONICS

GH. CARTIANU — A study of amplifiers with signal circulation control, by means of impulses. 117

I. TEODORESCU — Frequency modulator with ferrites . . 151

A. SPATARU — Increasing of the transmission capacity of the chanals with gaussean signal-distribution 163

METALLURGY

I. TRIPȘA — Contributions to the study of the thermodynamics of steel dephosphoration. 171

STRENGTH OF MATERIALS

P. AUGUSTIN — Thin walled continuous multi-cell rods . . 189

SOMMAIRE

PHYSIQUE

G. CRISTESCU — Un nouveau type de décharge électrique, source spectrale a excitation variable 13

MECANIQUE

A. STOENESCU, N. MANOLESCU, D. BOIANGIU — Quelques observation sur le pole d'inertie 19

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contributions a l'étude de la structure des chaines cinématique 29

CHIMIE TECHNOLOGIQUE

I. BLUM, M. ROSENBERG — Sur quelques aspects tehniques et economiques de la preparation et de l'utilisation du lignite de la R. P. R. 79

MACHINES ELECTRIQUES

C. BĂLĂ — Un nouveau type d'arbre électrique avec des machines asynchrones des puissances très differentes . . . 103

ELECTRONIQUE

GH. CARTIANU — Étude des amplificateurs avec control de la circulation du signal 117

I. TEODORESCU — Modulateur de fréquence a ferrite . . 151

A. SPĂTARU — Augmentation de la capacité de transmission des canaux à signaux à distribution gaussiène . . . 163

METALLURGIE

I. TRIPSA — Contributions a l'étude de la thermodynamique de la dephosphoration de l'acier 171

RESISTANCE DES MATERIAUX

P. AUGUSTIN — Barres a parois minces à profils fermés sur plusieurs appuis 189

INHALT

PHYSIK

C. CRISTESCU — Eine neue Entladungsart als Spektralquelle mit veränderlichen Anregungsbedingungen 13

MECHANIK

A. STOENESCU, N. MANOLESCU, D. BOIANGIU — Einige Bemerkunngen über den Pohl der Inerzie 19

R. VOINEA, M. ATANASIU — Beitraege zur Struktur der kinematischen Ketten 29

TEHNOLOGISCHE CHEMIE

I. BLUM, M. ROSENBERG — Einige tehnische und wirtschaftiche Fragen der aufbereitung und Verwertung der rumänischen lignitischen Braunkohle 79

ELEKTRISCHE — MASCHINEN

C. BĂLĂ — Neuartige elektrische Welle zwischen Induktionmaschinen verschiedener Leistung 103

ELEKTRONIK

GH. CARTIANU — Untersuchung der Verstärker mit der Kontrolle des Signalverlauf durch Impulsen 117

I. TEODORESCU — Ferrithernspul frequenz — Modulator . . 151

A. SPATARU — Vergrösserung der Transmissionskapazität der Kanäle mit gauschen Signalverteilung 163

METALLURGIE

I. TRIPȘA — Beitrage zum Studium der Thermodynamik der Stahlentphosphorierung 171

FESTIGKEITSLEHRE

P. AUGUSTIN — Dünnwandige vielfach Aufliegende Balken mit geschlossenen profilen 189

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

UN NOUVEAU TYPE DE DÉCHARGE ÉLECTRIQUE, SOURCE SPECTRALE À EXCITATION VARIABLE.*)

GEORGES CRISTESCU.

Au fur et a mesure que la science et la technique progressent, on constate que l'utilisation de l'analyse spectrale s'impose de plus en plus, non seulement dans les instituts de recherches, mais aussi dans les laboratoires de nombreuses entreprises industrielles. Ainsi, pour ne citer q'un seul exemple de son importance technique, je rappelle que l'analyse spectrale des aciers et des alliages en général est aujourd'hui un procédé de contrôle courant dans les usines produisant ces matériaux, ainsi que dans cellles qui les utilisent.

Les radiations émises dans certaines conditions par les composants d'une substance permettent de les identifier avec pécision et même d'établir leurs concentrations à l'aide de dispositifs spectraux et spectrophotometriques. Ces radiations peuvent être obtenues si les électrons appartenant aux divers atomes des éléments qui entrent dans la composition de la substance étudiée peuvent être déplacés de leurs niveaux fondamentaux d'énergie sur des niveaux supérieurs ou, comme on dit, si l'on peut exciter ces atomes. L'état excité est instable et le retour spontané des électrons à leur situation initiale donne lieu a l'émission de radiations dont les fréquences correspondent aux différences entre les niveaux atomiques d'énergie et qui sont caracteristiques pour les diverses espèces atomiques.

Dans l'analyse spectrale par émission l'excitation des divers atomes s'obtient couramment à l'aide des flammes ou des décharges électriques. Si l'on introduit dans une flamme une substance volatilisable composée d'atomes aisément excitables, la flamme devient une source de radiations caractéristiques des ces atomes. L'arc et l'étincelle électriques permettent d'obtenir les radiations caractéristiques des atomes demandant des énergies d'excitation plus grandes, c'est-à-dire dont les niveaux énergetiques sont séparés par des plus grands intervalles, ou de ceux qui entrent dans des combinaisons peu volatiles. Le même élément chimique, dont les atomes sont excités dans des conditions différentes, émet des spectres qui

*) Communication présentée à la V ème Session scientifique des Cadres didactique, de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

diffèrent en ce qui concerne le nombre de radiations et leur intensités relatives. Par conséquent, les sources de radiations doivent être adaptées aux matériaux à analyser et au but envisagé.

Un moyen d'excitation réglable à volonté apparaît donc comme très utile dans les diverses recherches ou applications qui utilisent l'analyse spectrale. Un tel moyen d'excitation peut être obtenu dans des conditions d'utilisation très favorables, par la décharge électrique combinée que j'ai réalisée en ajoutant à la torche de haute fréquence une décharge supplémentaire en courant continu ou intermittent, d'intensité variable.

La torche de haute frequence qui est une décharge électrique dont la température est comprise entre celle de la flamme à oxygène-acetylène et celle de l'arc électrique [1], a été proposée, peu de temps après sa découverte, comme source de radiations pour l'analyse spectrale et a été utilisée dans un dispositif partique [2] qui perment d'introduire dans la décharge les substances finement pulverisée, ce qui a conduit à l'exitation de certains éléments pour lesquels la flamme n'était pas efficace, ou l'était moins. De cette manière, en ce qui concerne la possibilité d'excitation, la torche se situe au-dessus des flammes, mais au-dessous de l'arc électrique et d'autant plus au-dessous de l'étincelle électrique. Comme les autres sources spectrales, la torche possède un domaine propre, limité, d'applicabilité.

En faisant passer le long de la torche de haute fréquence un courant continu supplémentaire, à intensité réglable, on obtient une décharge combinée résultant de la superposition de deux décharges de type différent. Les propriétés de la décharge combinée dépendent des celles de la torche, ainsi que de l'intensité du continu superposé. En modifiant cette intensité, la décharge combinée devient un moyen d'excitation variable a l'aide duquel on peut couvrir le large domaine d'excitation situé entre celui de la torche seule et celui de l'arc ou de l'étincelle, ce qui confère a cette source spéctrale des possibilités très diverses d'utilisation.

Le dispositif expérimental pour la réalisation de ce nouveau type de décharge électrique est représenté schématiquement dans la fig. 1 et en fonctionnement dans la fig. 2. Il se compose d'un oscillateur à haute fréquence couplé par induction ou capacité à un circuit résonnant accordé, contenant la bobine B et la capacité C, dont l'armature supérieure est constituée par un plateau ou un anneau conducteur et l'armature inférieure par un petit plateau au-dessus duquel se trouve une pointe métallique qui sert de support à la décharge. Le milieu de la bobine B, ou se trouve un noeud de la tension oscillante, est connecté par une bobine de choc au pôle A d'une source réglable de tension continue supplémentaire. L'autre pôle A' de cette source est lié, toujours par l'intermédiaire d'une bobine de choc, à une électrode auxiliaire S déplaçable en hauteur et introduite entre les armatures du condensateur C. On réalise ainsi, grâce à la tension supplémentaire, la possibilité de créer une décharge continue superposée à la torche de haute fréquence, sans perturbation gênante entre les deux circuits.

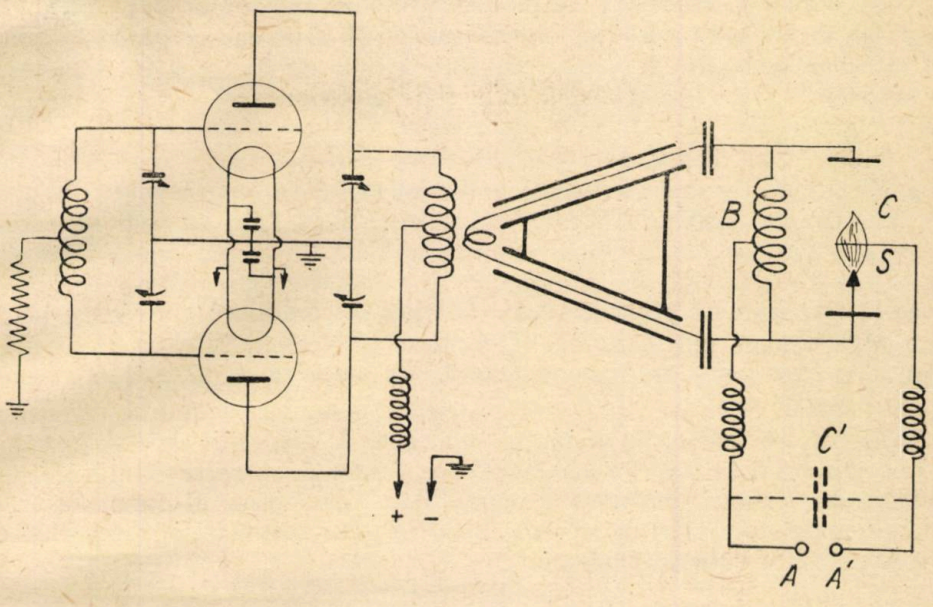


Fig. 1

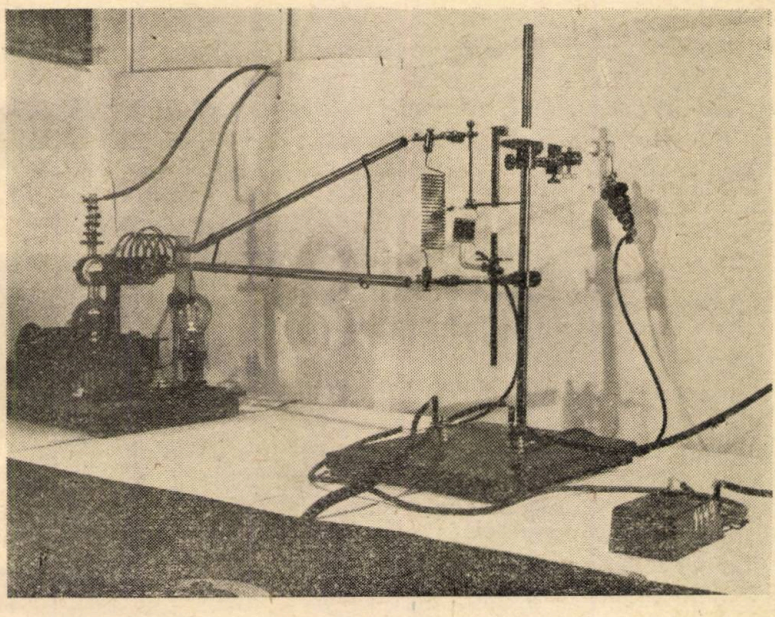


Fig. 2

La décharge combinée résultante présente des propriétés variables avec les divers paramètres qui interviennent et peut passer graduellement de la forme de torche de haute fréquence à celle de décharge luminescente a pression normale ou même à celle d'arc électrique, au fur et à mesure de l'augmentation de l'intensité du courant continu superposé.

Enfin, étant donné que, partant d'une certaine valeur de l'intensité supplémentaire, la caractéristique volt-ampère de la composante continue de la décharge combinée devient descendante dans l'air, on peut transformer cette composante continue en intermittente de courte durée mais de plus grande intensité, en introduisant un condensateur C' en parallèle avec la décharge. La séquence des décharges discomtinues qui résulte peut être réglée, pour une capacité C' donnée, en variant la tension supplémentaire, tandis que leur intensité peut être modifiée en variant la valeur de la capacite C'.

Toutes ces formes de décharges qui, avec le dispositif exposé, peuvent être conduites à se transformer l'une dans l'autre de manière continue, constituent des sources spéctrales à possibilités d'excitation diverses. La décharge combinée ci-décrite présente ainsi pour la spétroscopie l'importance qui vient d'être mise en évidence.

Le Laboratoire de Physique
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *G. D. Cristescu, R. Grigorovici* — Bull. Soc. Roum. Phys, 1941, 42, 37.
   G. D. Cristescu, R. Grigorovici — Naturwiss, 1941, 29, 571.
2. *E. Badarau, M. et G. Giurgea, A. Trutia* — Collocvium Spectroscopicum VI, Amsterdam 1956.

НОВЫЙ ТИП ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА, СЛУЖАЩИЙ СПЕКТРАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ СВЕТА С ПЕРЕМЕННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

(Краткое содержание)

Прохождение дополнительного постоянпого или импулсного тока через факел высокочастотного разряда приводит к появлению нового комбинированного электрического разряда, свойства которого могут быть изменены либо путём изменения иапряжения или частоты факела, либо изменением иртенсивности наложенного разряда.

Комбинированный разряд полученный таким образом, может быть использован в качестве источника с переменным возбуждением.

A NEW KIND OF ELECTRIC DISCHARGE, SPECTROSCOPICAL SOURCE OF VARIABLE EXCITATION.

(Summary)

The passage of a direct or intermittent current through a high frequency electric torch gives rise to a combined electric discharge,whose properties can be varied either with the applied voltage or frequency of the torch, or with the intensity of the discharge superimposed on the high frequency torch.

The combined discharge obtained in this way, can be used as a spectroscopical source of variable and controlled excitation.

UN NOUVEAU TYPE DE DÉCHARGE ÉLECTRIQUE, SOURCE SPECTRALE À EXCITATION VARIABLE

(Résumé)

En faisant passer le long de la torche de haute fréquence un courant continu ou intermittent, on obtient une décharge combinée dont les propriétés dépendent des celles de la torche, ainsi que de l'intensité du courant qu-on lui superpose.

La décharge combinée peut être utilisée en spectroscopie comme source à excitation variable.

EINE NEUE ENTLADUNGSART ALS SPEKTRALQUELLE MIT VERÄNDERLICHEN ANREGUNGSBEDINGUNGEN.

(Zusammenfassung)

Der Durchgang eines zusätzlichen Gleichstromes oder intermittierenden Stromes durch eine Hochfrequenzfackel führt zu einer überlagerten elektrischen Entlandung, deren Eigenschaften sowohl mit Hilfe der Spannung und der Frequenz der Fackel allein, als auch durch Intensitätswechsel der überlagerten Entladung verändert werden können.

Diese überlagerte Entlandungsform kann in der Spektroskopie als Quelle mit regelbarer Anregung verwendet werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

НЕКОТОРЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ПОЛЮСА ИНЕРЦИИ

АЛЕКСАНДРУ СТОЕНЕСКУ, НИКОЛАЕ МАНОЛЕСКУ, ДУМИТРУ БОЯНДЖИУ

Известна важная роль, которую играет в изучении плоского движения полюс инерции, точка связанная с мгновенным центром вращения, через которую всегда проходит результирующая сил инерции при любой величине углового ускорения.

В нижеследующем мы займемся этим полюсом инерции.

§ 1. Общий метод определения положения полюса инерции.

Рассмотрим мгновенный центр вращения любой системы в плоском движении. Обозначим через ускорение, серез угловую скорость и через соответствующее угловое ускорение для какого-либо значения времени.

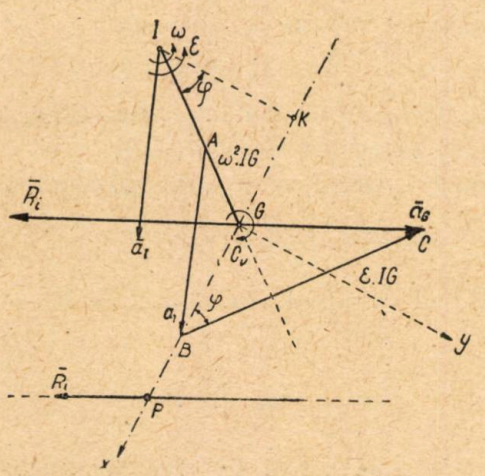


Fig. 1

Пусть G является центром тяжести, тогда согласно формуле Ойлера будем иметь

$$\bar{a}_G = \bar{a}_I + \bar{\varepsilon} \times \overline{IG} - \bar{\omega}^2 \overline{IG},$$

на основании которой мы можем определить ускорение $\bar{a}_G$ центра G проводя векториальный контур ABC (согласно рис. 1) с равнодействующей:

$$\overline{GC} = \bar{a}_G.$$

Равнодействующей сил инерции плоского движения будет:

$$\bar{R}_i = -M \cdot \bar{a}_G$$

в котором M представляет собой массу системы.

Сумма моментов сил индукции относительно оси перпендикулярной к плоскости движения и проходящей через G, является

$$\overline{\mathfrak{M}} = -I_G \bar{\varepsilon} = -M i_G^2 \bar{\varepsilon} = \bar{C}_i,$$

в которой I_G представляет момент инерции, а i_G — радиус инерции относительно той же оси.

Выбирая оси GBx и G_y ($G_y \perp GBx$) и обозначая через x и y проекции силы $\bar{R}_i$ на оси будем иметь:

$$\bar{R}_i = X\bar{i} + Y\bar{j}$$

в которой:

$$Y = -M_{prj} \cdot \bar{a}_G = M \varepsilon \, OG \sin \varphi; \quad \varphi = \sphericalangle (BG, BC)$$

Проводя из I перпендикуляр IK на GBx и заметив, что угол между IG и IK является тот же φ, выводим

$$Y = M \varepsilon \cdot GK.$$

Отметим через P точку по направлению GBx, в котором единая равнодействующая R_i встречает прямую GBx.

Принимая моменты относительно P, получается:

$$\overline{PC} \times \bar{R}_i + \bar{C}_i = 0$$

или скаляр:

$$GP \cdot Y = GP \cdot M \cdot \varepsilon \, GK = C_i = M i_G^2 \varepsilon$$

откуда следует

$$GP = \frac{i_G^2}{GK}.$$

Направление GBx и величина GP будучи независимыми от углового ускорения ε, вытекает, что точка P является той же, безразлично от величины ε.

Эта точка P является искомым *полюсом инерции*, через который проходят все равнодействующие сил инерции, безразлично от величины углового ускорения при движении системы.

Построение, нужное для определения P, дано на рис. 2. Для этого построения проводится контур GAB, получается прямая GBx и опускается перпендикуляр IK на GBx.

На G, на перпендикуляре к GBx берём расстояние $GL = i_G$, соединяем точку K к L и проводим в L перпендикуляр к KL.

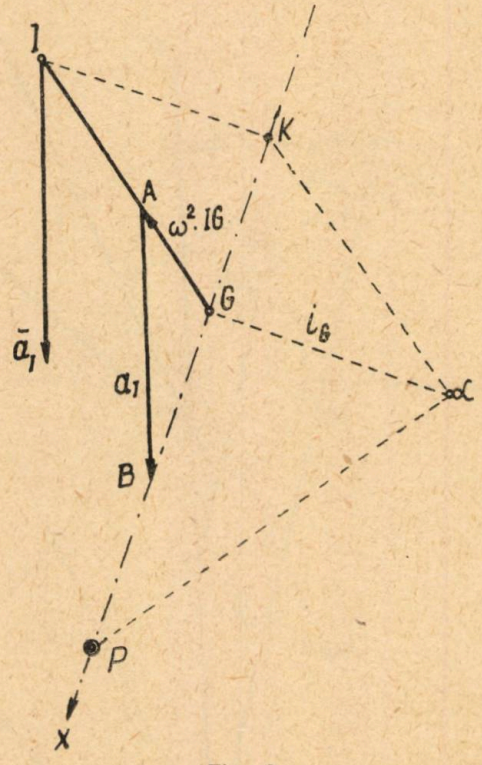


Fig. 2

Пересечение этого перпендикуляра с GBx представляет искомый полюс P, который этим построением является центром колебания массы M системы относительно точки K.

§ 2. Определение полюса P при помощи векторов положения.

Полюс инерции P может опре еляться также и вектором положения $\overline{GP}$ или вектором положения $\overline{IP}$.

Отметив $\overline{IG} = \bar{r}_G$ из треугольника векторов GAB имеем:

$$\overline{GB} = \bar{a}_I - \omega^2 \bar{r}_G .$$

Осушествляя скалярное произведение между векторами r_G и $\overline{GB}$ получаем:

$$\bar{r}_G \cdot \overline{GB} = \bar{a}_I \cdot \bar{r}_G - \omega^2 r_G^2 = r_G \, CB \cos\left(\frac{\Pi}{2} - \varphi\right) = GB \cdot GK$$

Следует:

$$GP = \frac{i_G^2}{GK} = \frac{i_G^2}{a_I \bar{r}_G - \omega^2 r_G^2} \cdot GB$$

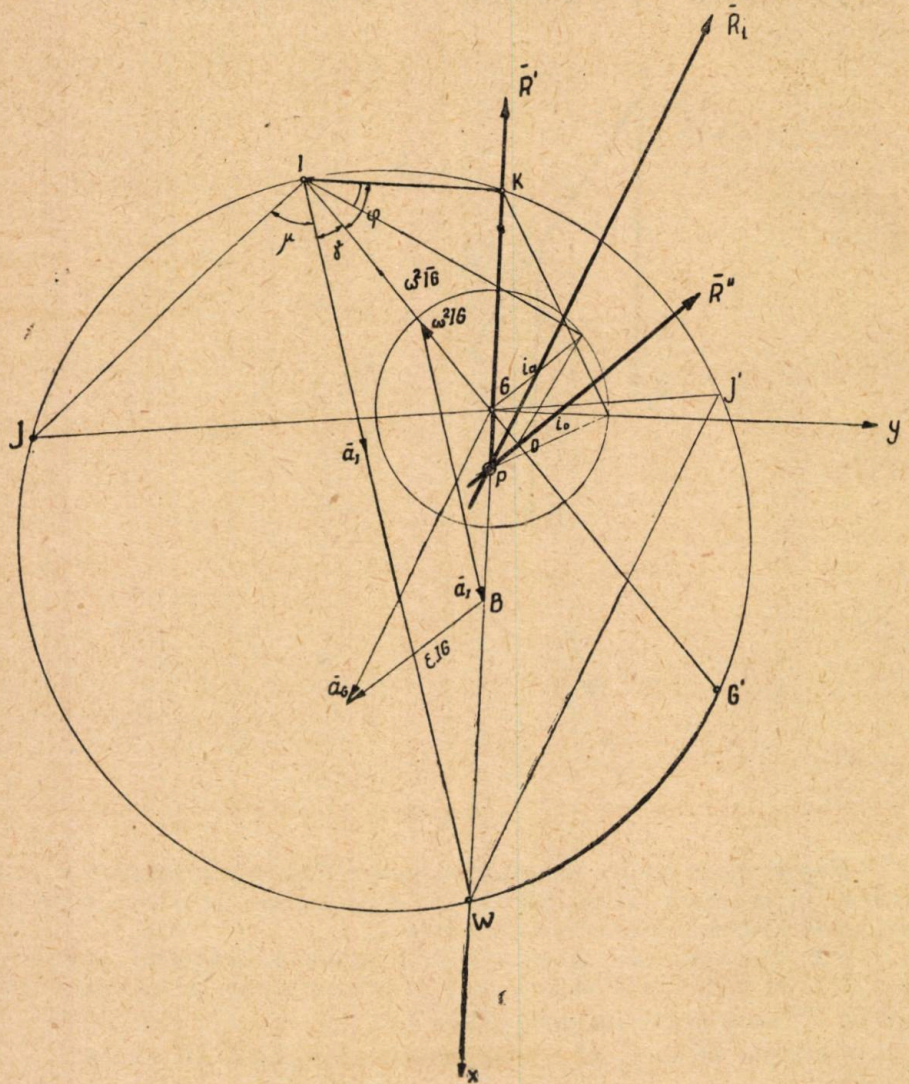


Fig. 3

или, векториально

$$\overline{GP} = \frac{i_G^2}{\bar{a}_I \bar{r}_G - \omega^2 r_G^2} \cdot GB = \frac{i_G^2 (\bar{a}_I - \omega^2 \bar{r}_G)}{\bar{a}_I \bar{r}_G - \omega^2 r_G^2} \qquad (2)$$

Для вектора IP получается сразу:

$$\overline{IP} = \overline{r}_G + \frac{i_G^2 (\overline{a}_I - \omega^2 \overline{r}_G)}{\overline{a}_I \cdot \overline{r}_G - \omega^2 r_G^2} \tag{3}$$

Как известно мгновенный центр вращения I имеет своё ускорение a_I данное уравнением:

$$\overline{a}_I = \overline{u} \times \overline{\omega}; \quad \overline{a}_I = \omega^2 \cdot \overline{d} \tag{4}$$

где u представляет скорость перемещения мгновенного центра, a d является диаметром круга несгибаемости. Точки I и K находятся на кругу несгибаемостей, а центр этого круга находится на направлени a_I.

Подставляя в формуле (2) значение a_I из (4) следует (рис. 3)

$$\frac{V}{GP} = \frac{i_G^2 \omega^2 (\overline{d} - \overline{r}_G)}{\omega^3 (\overline{d} \cdot \overline{r}_G - r_G^2)} = \frac{i_G^2 \overline{GW}}{(d \cos \nu - r_G) r_G} = \frac{i_G^2 \cdot \overline{GW}}{(IG' - IG) r_G} =$$

$$= \frac{i_G^2 GW}{GG' IG} = \frac{i_G^2 \overline{GW}}{BK \cdot GW}$$

или скалярно:

$$GP = \frac{i_G^2}{GK}$$

то-есть формула (1)

§ 3. Аналитическое определение положения полюса инерции.

Вопрос полюса инерции допускает простое аналитическое решение, установив в I трёхгранник отсчёта I_{xyz} таким образом, чтобы I_{xy} был расположен в плоскости движения, а I_z был бы перпендикулярным к этой плоскости.

Относительно этой системы отсчёта, равнодействующая сил инерции дана выражением:

$$\overline{R}_i = -M \overline{a}_G = -M (\overline{a}_I + \overline{\varepsilon} \times \overline{r}_G - \omega^2 \overline{r}_G) = X \overline{i} + Y \overline{j} + Z \overline{k}. \tag{4}$$

в котором:

$$X = -M (a_{IX} - \varepsilon Y_G - \omega^2 x_G)$$

$$Y = -M (a_{Iy} + \varepsilon x_G - \omega^2 y_c)$$

$$Z = 0$$

$$\overline{IG} = \overline{x}_G = x_G \overline{i} + y_G \overline{j}; \quad \overline{a} = a_x \overline{i} + a_y \overline{j}.$$

Сумма моментов сил инерции относительно I является результирующим моментом:

$$\overline{\mathfrak{M}} = -\Sigma \overline{r} \times m (\overline{a}_I + \overline{\varepsilon} \times \overline{r} - \omega^2 \overline{r})$$

откуда:

$$\overline{\mathfrak{M}} = -(M \overline{r}_G \times \overline{a}_I + I_z \overline{\varepsilon})$$

При помощи проекций на оси этого отношения получаем:

$$\mathfrak{M}_x = 0\ \mathfrak{M}_j = 0\ \mathfrak{M}_z = M\,(a_{Ix}\,Y_G - a_{Iy}\,X_G) - I_z\,\varepsilon,$$

в котором

$$I_z = I_G + M\,r_G^2 = M\,[i_G^2 + (x_G^2 + y_G^2)]$$

Применив уравнение центральной оси к системе сил инерции, получаем уравнения их равнодействующей $\overline{R}_i$:

$$z = 0$$

$$\mathfrak{M}_z = M\,(O_{Ix}\,y_G - O_{Ij}\,x_G) - M\,[\,i_G^2 + x_G^2 + y_G^2\,]\,\varepsilon = xY - y\,X$$

Заменяя X и Y их значениями раньше установленными, упрощая и группируя члены, мы получаем в плоскости I_{xy} уравнение прямой, вдоль которой действует R_i.

$$\varepsilon\,[x\,x_G + y\,Y_G - i_G^2 - (x_G^2 + Y_G^2)] = y\,(a_{Ix} - \omega^2\,x_G) - x\,(a_{Iy} - \omega^2\,y_G) \quad a_{Ix}\,Y_G - a_{Iy}\,x_G$$

Точка $P\ (x_P,\ y_P)$ на этой прямой, положение которой независимо от ε является точкой, координаты которой $(x_P,\ y_P)$ аннулируют скобку слева знака уравнения (коэффициента ε), а также член справа от знака уравнения.

Получаем таким образом условия:

$$x\,x_G + y\,y_G - i_G^2 - (x_G^2 + y_G^2) = 0$$

$$y\,(a_{Ix} - \omega^2\,x_G) - x\,(a_{Iy} - \omega^2\,y_G) - a_{Ix}\,y_G + a_{Iy}\,x_G = 0$$

Решив систему этих двух уравнений получаем координаты искомой точки P:

$$x_P = x_G + \frac{i_G^2\,(a_{Ix} - \omega^2\,x_G)}{(a_{Ix}\,x_G + a_{Iy}\,y_G) - \omega^2\,(x_G^2 + y_G^2)}$$

$$y_P = y_G + \frac{i_G^2\,(a_{Iy} - \omega^2\,y_G)}{(a_{Ix}\,x_G + a_{Iy}\,y_G) - \omega^2\,(x_G^2 + y_G^2)} \qquad (5)$$

Легко заметить, что отношения (5) можно сразу вывести непосредственно из (3), проектируя эту формулу на оси I_x и I_y.

§ 4. Определение полюса инерции с помощью частичных равнодействующих сил инерции (рис 4).

Частичная равнодействующая $\overline{R}'$, сил инерции, не зависящих от ε является:

$$\overline{R}' = -M\,(\overline{a}_I - \omega^2\,\overline{r}_G) - M\,\omega^2\,(\overline{d} - \overline{r}_G)$$

Сумма моментов этих сил относительно G будучи нулевой, значит, что $\overline{R}'$, проходит через G. Для сил инерции, зависящих от ε, получаем частичную равнодействующую $\overline{R}''$:

$$\overline{R}'' = -M\,\overline{\varepsilon} \times \overline{r}_G;\ R'' = M \cdot \varepsilon \cdot r_G$$

Так как сумма моментов этих сил относительно G является:

$$\mathfrak{M} = I_G \cdot \varepsilon = M i_G^2 \varepsilon$$

следует, что R'' не проходит через G а через D на расстоянии:

$$GD = \frac{\mathfrak{M}}{R''} = \frac{i_G^2}{r_G}$$

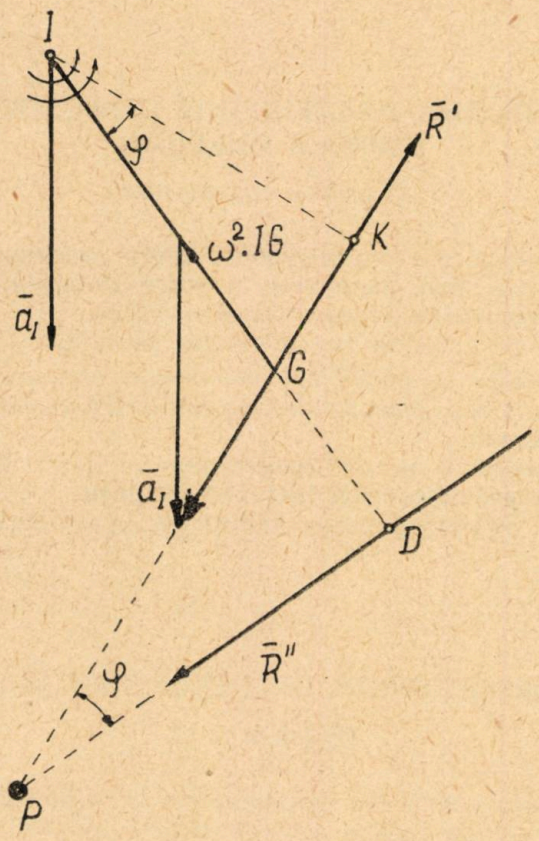


Fig. 4

Точка D является, таким образом, центром колебания массы M системы относительно точки I.

Общей равнодействующей будет $\overline{R}_i$:

$$\overline{R}_i = \overline{R}' + \overline{R}''$$

и пройдёт через точку P пересечения между R' и R'' и будет дана отношением:

$$GP = \frac{GD}{\sin\varphi} = \frac{i_G^2}{r_G \sin\varphi} = \frac{i_G^2}{GK}$$

Таким образом мы приходим снова к формуле (1).

Кафедра Механика
Бухарестского Политехнического Института

„НЕКОТОРЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ПОЛЮСА ИНЕРЦИИ"

(Краткое содержание)

Работа относится о определению, путём различных методов, полюса инерции для тела, имеющего плоское движение, а также к уставлению характеристик этого полюса инерции.

В виду этого предллагаются четыре метода:

1. Общий метод определения положения полюса инерции P.
2. Метод для определения положения полюса инерции с помощью векторов положения.
3. Аналитический метод определения полюса инерции с помощью частичных равнодействующих сил инерции.
4. Метод, использующий частниные ралнодействующне сил энерции.

OBSERVATIONS ON THE INERTIA POLE

(Summary)

The paper deals with the determination by different methods of the inertia pole for a body having a plane motion and with the establishing of the features of ths inertia pole.

Four methodes are indicated for this:

1. The general method for determining the position of the inertia pole.
2. The method for determining the position of the inertia pole by the position vectors.
3. The analytical method of determining the position of the inertia pole.
4. The method for determining the inertia pole by the partial resultants of the inertia forces.

QUELQUES OBSERVATIONS SUR LE POLE D'INERTIE

(Résume)

Le travaille s'occupe de la determination par diverses methodes de la position du pole d'inertie, pour un corp qui a un mouvement plane-parallele et d'etablir les caracteristiques de ce pole d'inertie.

On presente quatre methodes :

a) Une methode generale.

b) Une methode qui vient d'utiliser les vecteurs de positions.

c) Une methode analitique.

d) Une methode qui vient d'utiliser le resultants partielles des forces d'inerties.

EINIGE BEMERKUNNGEN ÜBER DEN POHL DER INERZIE

(Zusammenfassung)

Die Arbeit bezieht siech zur Bestimmung durch Verchiedene Methoden, des Poles der Inersie für einen Körper welcher eine plan-paralele Bewegung hat und zum Bestimmung der charakter dieses Polles des Inerzie.

In diesen zwek stehl man for viere Methoden.

1. Die allgemeine Methode vor Bestimmung der Stelung des Inerzie Pohl.

2. Die Methode für die Bestimmung der lage des Inerzie-Pohles mit der hilfe der vectorlage.

3. Die analythische methode der Bestimmung der Inerzie Pohl.

4. Die Methode für die Bestimmung des Inerzie-Pohles mit der hilfe der parzielle Hervorgehende der Inerzie-Kraftes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA STRUCTURE DES CHAÎNES CINÉMATIQUES *

par RADU VOINEA et MIHAIL ATANASIU

1. INTRODUCTION

Les problèmes fondamentaux de la théorie des mécanismes ne peuvent être résolus d'une manière satisfaisante sans une étude complète de la mobilité des chaînes cinématiques.

La diversité des chaînes cinématiques conduit à un nombre très grand de paramètres variables qui rendent très difficile la résolution du problème de la mobilité, d'une manière qui soit, en même temps, générale et pratique.

L'école russe et soviétique de la théorie des mécanismes et des machines a obtenu de très grands succès dans ce domaine. [1], [6], [19]. Il est bien connu que les bases de l'étude systématique des couples cinématiques ainsi que les bases de l'analyse et de la synthèse des mécanismes ont été mises par le savant russe П. Л. Чебышев dans son ouvrage „о параллелограммах" paru en 1870. Celui-ci a établi pour la première fois la formule pour le calcul de la mobilité d'une chaîne cinématique plane.

Le professeur russe П.И. Сомов, dans son ouvrage „о степеных свободы кинематическои цепи", publié en 1887, a mis les bases de la théorie de la structure des chaînes cinématiques. Il a établi une formule qui a été développée plus tard (1928) par le professeur А. П. Малышев. Cette formule connue sous le nom de *la formule Сомов - Малышев* exprime la mobilité w d'une chaîne cinématique sous la forme

$$w = 6n - \sum_{k=1}^{5} k \cdot p_k \qquad (1)$$

où n este le nombre des éléments de la chaîne, k est la classe d'une couple cinématique quelconque (le nombre des mouvements relatifs qu'elle supprime aux deux éléments qu'elle lie) et p_k le nombre de couples, de classe k, de la chaîne cinématique. Cette formule a été établie en considérant qu'en l'absence des couples cinématiques, les n éléments de la chaîne auront $6n$ degrés de liberté et que chaque couple de la classe k supprime au mouvement relatif k degrés de liberté ; donc p_k couples supprimeront kp_k degrés de liberté, d'où il résulte la formule (1).

* Communication présentée à la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

Cette formule n'est pas appliquable à toute chaîne cinématique, car à cause de la configuration générale des couples cinématiques, il est possible qu'une couple de la classe k supprime au mouvement relatif de deux éléments qu'elle lie k degrés de liberté, mais qu'elle ne suprime pas, le même nombre de degrés de liberté à la chaîne toute entière.

L'académicien В. В. Добровольский a donné en 1943 une nouvelle formule pour le calcul de w:

$$w = (6 - m)\, n - \sum_{k=m+1}^{5} (k - m)\, p_k \qquad (2)$$

Dans cette formule, m représente le nombre des degrés de liberté qui sont supprimés à cause de la configuration générale des éléments et des couples cinématiques de la chaîne. Par exemple, dans le cas d'une chaîne cinématique plane $m = 3$, car, à cause de la configuration générale, la translation dans la direction normale au plan et les rotations autour des deux axes quelconques situés dans le plan sont, depuis le commencement, supprimés pour tous les éléments de la chaîne. В.В. Добровольский a classifié les mécanismes en „familles", en fonction du nombre m. De ce point de vue, la formule Сомов. Малышев est appliquable seulement aux mécanismes de la famille zéro ($m = 0$).

Donc la formule (2) de В. В. Добровольский est plus générale que la formule (1). Pourtant, elle a quelques manques qui la font inappliquable aux chaînes cinématiques complexes. В. В. Добровольский n'a pas donné un critérium général pour déterminer le nombre m qui intervient dans sa formule.

Pour ce motif, quelquefois la détermination de m est très difficile directement. On peut le déterminer indirectement si la mobilité w peut être établie par une autre méthode.

Dans d'autres cas, même la méthode indirecte ne convient plus, car elle conduit à des valeurs fractionnaires pour le nombre m. Donc, il y a des chaînes cinématiques situées en dehors des 6 familles de В. В. Добровольский.

De plus, la formule de В. В. Добровольский n'est pas appliquable aux chaînes cinématiques à liaisons „passives" et à degrés de liberté „inutiles". Il faut les éliminer avant d'utiliser la formule (2).

Malgré ses manques, la formule de В. В. Добровольский a permis un grand developpement de l'analyse cinématique et de la classification des chaînes cinématiques planes et spatiales. Il n'est pas possible de citer toutes les études dans ce domaine. Nous nous bornerons aux ouvrages très importants de l'académicien И. И. Артоболевский (1) et de son école, bien connus dans le monde entier.

Dans les études actuelles de la structure des chaînes cinématiques se manifestent, d'aprés notre opinion, deux tendances : l'une de corriger la formule de В. В. Добровольский pour la faire appliquable à une catégorie encore plus large de chaînes cinématiques ; l'autre, d'étudier la structure des chaînes cinématiques, indépendamment de la formule de В. В. Добровольский.

En ce qui concerne les études, dans lesquelles se manifeste la deuxième tendance, aussi nombreuses, nous citerons celles de 3. ш. блох [2] qui a introduit la méthode des nombres complexes, qu'il a développée à l'aide de l'algèbre matricielle, celles de Ф. М. Дименьберг [2] qui a utilisé des nombres de la forme $z = x + ey$, à condition $e^2 = 0$, pour déterminer les configurations des mécanismes spatiaux, celles de С. Г. Кислицын [10] qui a utilisé, dans le même but, le calcule tensoriel, les études de Ю. Ф. Морошкин [14], [15], qui a utilisé les propriétés des espaces linéaires pour trouver la mobilité d'une chaîne cinématique et pour classifier les mécanismes, etc.

Parmi les études faites dans notre pays, nous citerons celles de prof. D. I. Mangéron, C. Drăgan, Vl. Svijevski [13], E. Bugaevski, R. Bogdan, C. Pelecudi [4], I. N. Manolesco [12], V. Manafu [19], l'ouvrage [17], etc.

★

Nous nous proposons de développer les résultats obtenus par l'école soviétique, en utilisant *la théorie des ensembles de vis* [18] qui nous a paru très féconde pour étudier la structure d'une chaîne cinématique. Par *vis* nous entendons un élément géométrique caractérisé par six coordonnées, analogues aux coordonnées plükeriennes d'une droite, mais qui ne satisfont à aucune relation identique. La droite est, de ce point de vue, un cas particulier d'une vis. La théorie des ensembles de vis permet une étude systématique des chaînes cinématiques quelconques et *la théorie des ensembles de droites* permet une étude systématique des chaînes cinématiques qui ont exclusivement des *couples cinématiques de rotation et de translation*, ou exclusivement des *couples vis-écrou à même pas et des couples de translation*.

Avant d'exposer notre point de vue en ce qui concerne les chaînes cinématiques, nous allons présenter quelques généralités sur les couples cinématiques. Nous appliquerons dans l'étude proprement dite les résultats que nous avons obtenus dans un ouvrage antérieur [18].

2. GÉNÉRALITÉS

Une *chaîne cinématique* est une réunion de corps rigides (à déformations négligeables), denommés *éléments*, liés entre eux par des *couples cinématiques*. Nous allons étudier seulement les mouvements infinitésimaux de la chaîne. Cette manière d'étudier est la plus naturelle et en même temps la plus générale, parcequ'elle convient tout autant lorsque les liaisons de la chaîne sont holonomes, non holonomes ou critiques. Les mouvements finis en résultent.

Le mouvement infinitésimal relatif de deux éléments de la chaîne peut être défini dans le cas le plus général par six quantités scalaires cinématiques : les projections sur les axes d'un trièdre carthésien de la vitesse angulaire de rotation ω, ainsi que celles de la vitesse de translation v. Nous appelerons ces projections respectivement par :

$$\omega_x, \omega_y, \omega_z, \quad v_x, v_y, v_z \tag{3}$$

Lorsque entre les deux éléments il n'y a aucune couple cinématique, les six scalaires ci-dessus peuvent prendre toutes les valeurs. Lorsque entre les deux éléments il y a une couple cinématique, les six scalaires ci-dessus sont liés entre eux par une ou plusieurs *relations linéaires et homogènes*, les seules compatibles avec un mouvement relatif infinitésimal.

Le nombre de telles relations, linéairement indépendentes, qui caractérise une couple cinématique est, par définition, *la classe de la couple*. Il y a cinq classes de couples cinématiques, car entre les six scalaires (3), dans le cas d'une couple il doit exister, au moins, une relation et, au plus, cinq relations (le cas *d'aucune relation* correspond à deux éléments entre lesquels il n'y a aucune couple cinématique, et le cas de *six relations indépendentes* correspond à deux éléments qui ne peuvent pas avoir des mouvements relatifs, donc à deux éléments qui constituent, en réalité, un seul élément).

En vertu de l'axiome des forces de liaison, on peut toujours remplacer les relations entre les scalaires $\omega_x, \omega_y, \omega_z, v_x, v_y, v_z$ par un système de réactions. Soient R_x, R_y, R_z, et M_x, M_y, M_z respectivement les projections de la résultante et du moment résultant du système de réactions, sur les axes du même trièdre cartésien. Si on suppose en plus que la couple cinématique est réalisée sans frottement, on arrive, à l'aide du principe du travail virtuel, à la relation :

$$R_x v_x + R_y v_y + R_z v_z + M_x \omega_x + M_y \omega_y + M_z \omega_z = 0. \tag{4}$$

En utilisant les relations entre $\omega_x \ldots v_z$ qui caractérisent la couple cinématique et la relation (4) on peut toujours trouver les relations qui doivent être satisfaites par $R_x \ldots M_z$. Par exemple, si la couple cinématique est caractérisée par la relation $v_z = 0$ (Tableau 1, cas a) on obtient en remplacant dans l'équation (4) :

$$R_x v_x + R_y v_y + M_x \omega_x + M_y \omega_y + M_z \omega_z = 0. \tag{5}$$

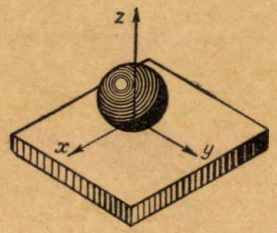
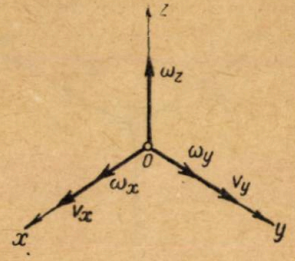
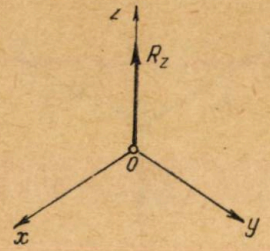
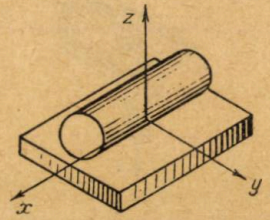
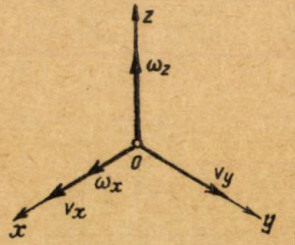
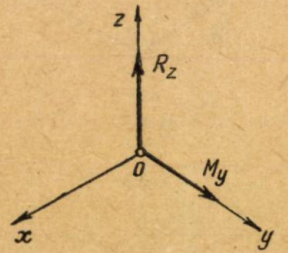
Cette dernière relation doit être satisfaite quelque soient $v_x, v_y, \omega_x, \omega_y, \omega_z$. Il résulte alors pour $R_x \ldots M_z$ les relations suivantes :

$$R_x = 0,\ R_y = 0,\ M_x = 0,\ M_y = 0,\ M_z = 0 \text{ et } R_z = \text{arbitraire}. \tag{6}$$

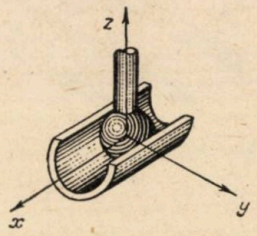
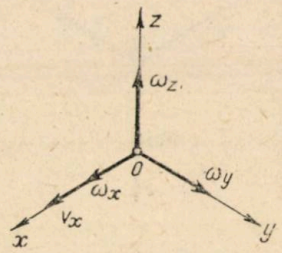
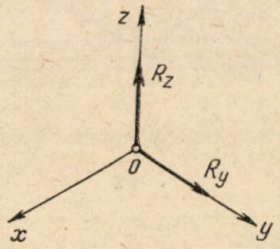
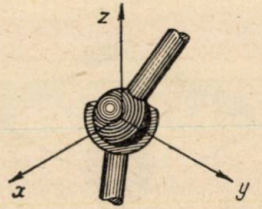
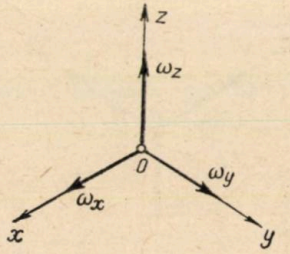
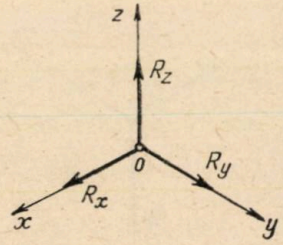
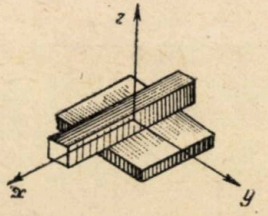
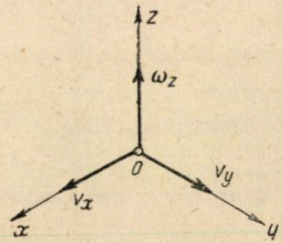
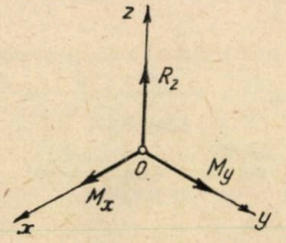
Inversement, étant données ces dernières relations, on peut, à l'aide de la relation (4), trouver les relations entre $\omega_x \ldots v_z$ Donc la relation (4) permet une double définition des couples cinématiques : soit par les relations entre $\omega_x \ldots v_z$ soit par les relations entre $R_x \ldots M_z$. Quelquefois ces relations sont très simples : alors on peut représenter les couples cinématiques soit par les paramètres cinématiques différents de zéro, soit par les réactions différentes de zéro (Tableau 1, tous les cas, sauf *k, l, m*). En général, cette représentation n'est pas possible. Alors on peut aussi représenter les paramètres ou les réactions différentes de zéro, mais en ajoutant, sur le dessin, les relations qui les lient (Tableau 1, cas *k, l, m*).

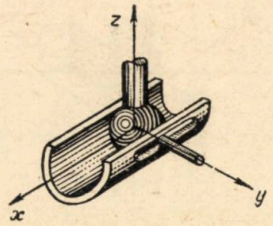
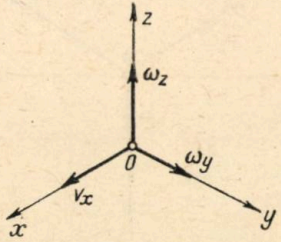
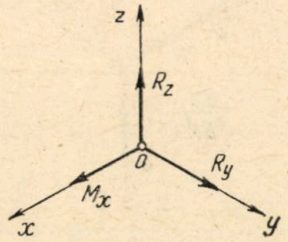
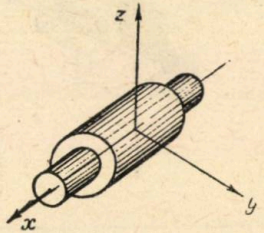
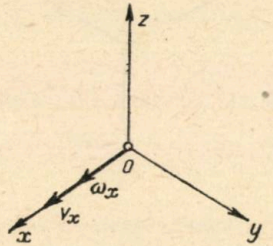
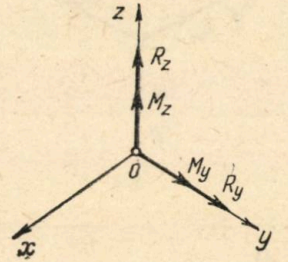
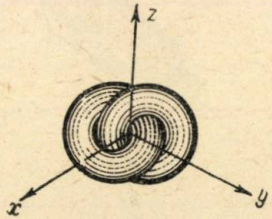
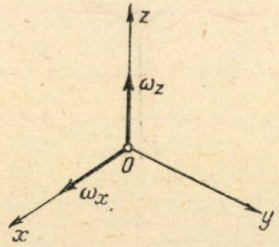
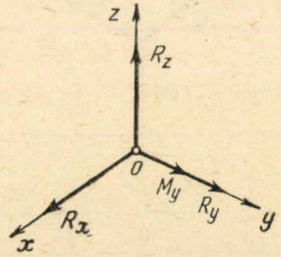
Dans le tableau 1 on a représenté quelques couples cinématiques utilisées dans la pratique.

Tableau 1

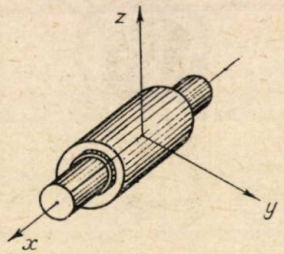
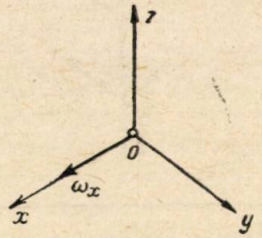
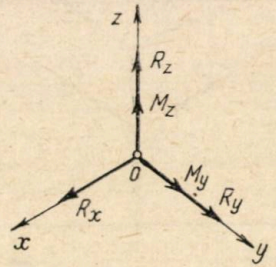
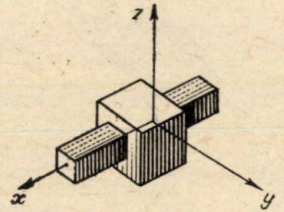
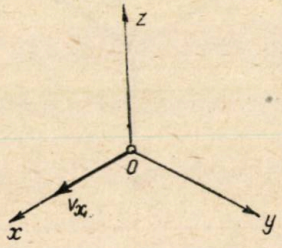
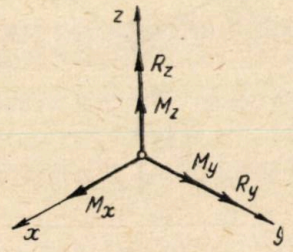
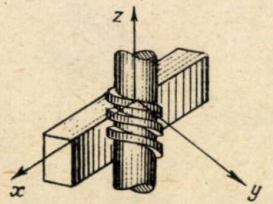
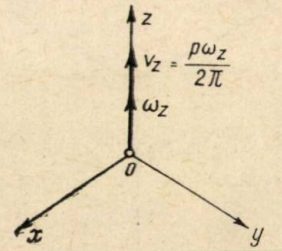
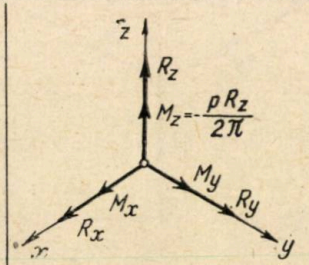
Le cas	Classe de la couple	La couple	Relations entre les paramètres cinématiques	Relations entre les réactions	Représentation de la couple par les paramètres cinématiques différents de zéro	Représentation de la couple par les réactions diférentes de zéro
0	1	2	3	4	5	6
a	1		$v_z = 0$	$R_x = 0,\ R_y = 0$ $M_x = 0,\ M_y = 0$ $M_z = 0$		
b	2		$\omega_y = 0$ $v_z = 0$	$R_x = 0,\ R_y = 0$ $M_x = 0,\ M_z = 0$		

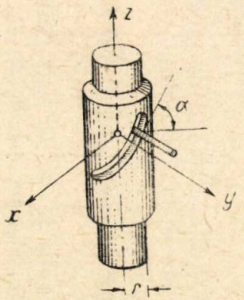
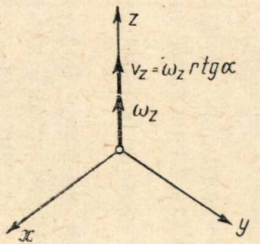
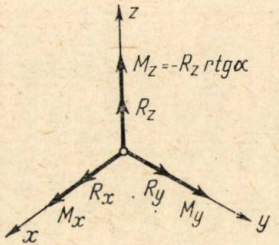
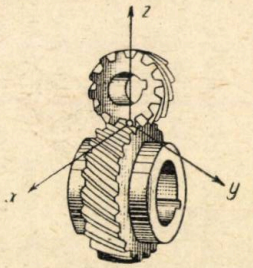
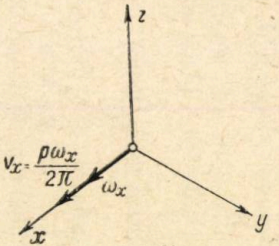
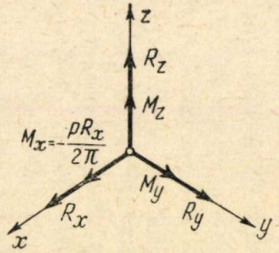
(suite du tableau 1)

0	1	2	3	4	5	6
c	2		$v_y = 0,\ v_z = 0$	$R_x = 0,$ $M_x = 0,\ M_y = 0,$ $M_z = 0$		
d	3		$v_x = 0,$ $v_y = v_z = 0$	$M_x = 0,\ M_y = 0,$ $M_z = 0$		
e	3		$\omega_x = 0,\ \omega_y = 0$ $v_z = 0$	$R_x = 0,\ R_y = 0,$ $M_z = 0$		

f	3		$\omega_x = 0,$ $v_y = 0,\ v_z = 0$	$R_x = 0,\ M_y = 0,$ $M_z = 0$		
g	4		$\omega_y = 0,\ \omega_z = 0$ $v_y = 0,\ v_z = 0$	$R_x = 0$ $M_x = 0$		
h	4		$\omega_y = 0,\ v_z = 0$ $v_y = 0,\ v_z = 0$	$M_x = 0$ $M_z = 0$		

suite du tableau 1)

0	1	2	3	4	5	6
i	5		$\omega_y = 0,\ \omega_z = 0$ $v_x = 0,\ v_y = 0$ $v_z = 0$	$M_x = 0$		
j	5		$\omega_x = 0,\ \omega_y = 0$ $\omega_z = 0,\ v_y = 0$ $v_x = 0$	$R_x = 0$		
k	5		$\omega_x = 0,\ \omega_y = 0$ $v_x = 0,\ v_y = 0,$ $v_z = \frac{p}{2\pi}\omega_z$	$M_z = -\frac{p}{2\pi}R_z$		

l	5		$\omega_x = 0,\ \omega_y = 0$ $v_x = 0,\ v_y = 0$ $v_z = r\omega_z \operatorname{tg} \alpha$	$M_z = -rR_z \operatorname{tg} \alpha$		
m	7		$\omega_y = 0,\ \omega_z = 0$ $v_y = 0,\ v_z = 0$ $v_x = r\omega_x \operatorname{tg} \alpha$	$M_x = -rR_x \operatorname{tg} \alpha$		

Deux théorèmes concernant les couples cinématiques. Nous allons énoncer deux théorèmes très utiles pour l'étude qui suit :

a) *Toute couple cinématique de la cinquième classe est équivalente, dans le cas d'un mouvement infinitésimal, à une couple vis-écrou.*

En effet une couple cinématique de la cinquième classe peut être définie dans le cas le plus général, à l'aide des 5 équations linéaires et homogènes en : $\omega_x, \omega_y, \omega_z, v_x, v_y, v_z$ indépendentes entre elles. On peut alors exprimer les valeurs de 5 paramètres cinèmatiques en fonction du sixième ou, plus généralement, les valeurs de tous les six paramètres en fonction d'un paramètre quelconque. Les expressions ainsi trouvées seront de la forme.

$$\omega_x = a\lambda,\ \omega_y = b\lambda,\ \omega_z = c\lambda,\ v_x = d\lambda,\ v_y = e\lambda,\ v_z = f\lambda, \qquad (7$$

où $a, b, \ldots, f$ sont des coefficients qui ne dépendent pas de λ. On peut démontrer facilement [18] que la position de l'axe instantanè du mouvement hélicoidal et le raport $s = \frac{\bar{v}}{\bar{\omega}}$ entre la vitesse de translation $\bar{v}$ et la vitesse angulaire de rotation $\bar{\omega}$ dans un point de l'axe instantané, ne dépendent pas du paramètre λ Donc le mouvement relatif, infinitésimal des deux éléments de la chaîne est assimilable à un mouvement d'une vis par rapport à son écrou, l'axe de la vis étant l'axe instantané du mouvement hélicoidal et le pas de la vis étant égal à $p = 2\pi s$.

De ce point de vue, la couple de rotation (Tableau 1, cas i) est une couple vis-écrou particulière, dont le pas $p = 0$. La couple de translation (Tableau 1, cas j) est aussi une couple vis-écrou particulière à pas $p = \infty$

Observations. Dans le cas général il est possible que la couple vis-écrou équivalente à la couple de la cinquième classe donnée reste la même ou qu'elle change à tout instant. Dans ce changement il est possible que seulement la position de l'axe de la vis varie, ou seulement le pas de la vis, ou, enfin, tous les deux. Dans le tableau 1, cas 1, il y a un exemple de couple assimilable à une vis à axe fixe et au pas variable.

Par contre, la couple cinématique entre deux roues hélicoidales (Tableau 1, cas *m*) est un exemple de couple cinématique de la cinquième classe, assimilable à une couple vis-écrou au pas constant et à l'axe variable.

En considérant seulement les mouvements infinitésimaux de la chaîne, on a éliminé toutes ces compliquations inutiles à la résolution du problème des degrés de liberté d'une chaîne cinématique.

b) *Toute couple cinématique de la classe k est assimilable à 6-k couples vis-écrou.*

En effet une telle couple peut être définie dans le cas le plus général à l'aide des k équations linéaires et homogènes en : $\omega_x, \omega_y, \omega_z, v_x, v_y, v_z$ indépendents entre elles. On peut exprimer alors les valeurs de k paramètres cinématiques en fonction des autres $6\text{-}k$ ou, plus généralement, tous les paramètres cinématiques en fonction de $6\text{-}k$ paramètres quelconques $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_{6-k}$.

Les expressions ainsi trouvées seront de la forme :

$$\begin{aligned}
\omega_x &= a_1\lambda_1 + a_2\lambda_2 + \ldots + a_{6-k}\lambda_{6-k} \\
\omega_y &= b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + \ldots + b_{6-k}\lambda_{6-k} \\
\omega_z &= c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2 + \ldots + c_{6-k}\lambda_{6-k} \\
v_x &= d_1\lambda_1 + d_2\lambda_2 + \ldots + d_{6-k}\lambda_{6-k} \\
v_y &= e_1\lambda_1 + e_2\lambda_2 + \ldots + e_{6-k}\lambda_{6-k} \\
v_z &= f_1\lambda_2 + f_2\lambda_2 + \ldots + f_{6-k}\lambda_{6-k}
\end{aligned} \tag{8}$$

où a_1, $a_2 \ldots$, f_{6-k} sont des coefficients qui ne dépendent pas des paramètres $\lambda_1, \ldots \lambda_{6-k}$.

Soient A et B les deux éléments liés par la couple que nous étudions. Considérons $5-k$ éléments fictifs (à dimensions négligeables s'il est nécessaire), que nous désignerons par $E_1, E_2, \ldots E_{5-k}$ Supposons que l'élément fictif E_1 est lié à l'élément A par une couple cinématique de la cinquième classe, caractérisée par une relation de la forme (7) à coéfficients $a_1 \ldots f_1$; supposons aussi que l'élément fictif E_2 est lié à l'élément fictif E_1 par une

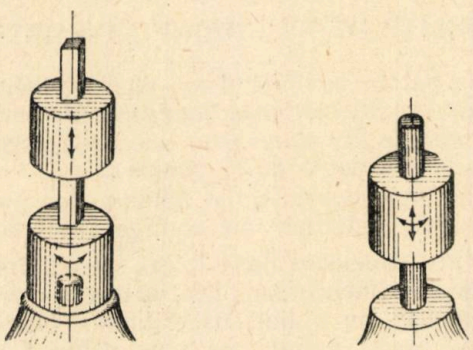


Fig. 1

couple cinématique qui est aussi de la cinquième classe, caractérisée par une relation de la forme (7) à coefficients $a_2 \ldots f_2$, etc...

Le mouvement (B,A) de l'élément B par rapport à l'élément A peut être regardé comme résultant de la composition des mouvements simples (E_1, A), (E_2, E_1), $(E_3, E_2) \ldots (B, E_{5-k})$. En apliquant la théorie générale de la composition des mouvements, (connue de la cinématique) et en désignant par $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_{6-k}$ les paramètres cinématiques des mouvements relatifs, on arrive aux équations (8).

Une couple cinématique de la classe k est, par conséquant, assimilable a $6-k$ couples de la cinquième classe, ou, en vertu du premier théorème, à $6-k$ couples vis-écrou.

Exemple. Dans la fig. 1a, on a représenté un ensemble de deux couples cinématiques de la cinquième classe, une couple de rotation et une couple de translation, équivalentes à une cinématique de la quatrième classe (fig. 1b).

Observations.

a. L'opération de remplacer une couple cinématique de la classe k par $6-k$ couples cinématiques de la cinquième classe n'est pas déterminée. On peut la faire d'une infinité de manières différentes. Par exemple la manière de remplacer la couple cinématique de la figure 1b, par une couple de rotation et une couple de translation (figure 1 a) n'est pas la seule possible. On peut remplacer la même couple, par une couple de rotation et une couple vis-écrou ou, enfin, par deux couples vis-écrou, auxquelles on peut varier leurs pas d'une infinité de modes possibles.

b. Dans la démonstration du deuxième théorème nous avons introduit des éléments fictifs. Par conséquant le nombre des éléments de la chaîne a varié. Celà n'a aucune importance pour la mobilité w de la chaîne, car la formule que nous établirons pour w sera *indépendente du nombre des éléments de la chaîne.*

3. MOBILITÉ D'UNE CHAÎNE CINÉMATIQUE

Nous entendrons par la mobilité d'une chaîne cinématique, *le nombre des paramètres scalaires cinématiques indépendents, nécessaires à déterminer l'état cinématique de la chaîne pour une configuration donnée* (l'état cinématique de tous les éléments de la chaîne).

La définition classique considère le nombre des paramètres scalaires géométriques nécessaires à définir une configuration de la chaîne.

Les deux définitins coïncident dans le cas des chaînes à liaisons holonomes. Il n'y a pas de coïncidence dans les cas des des chaînes cinématiques à liaisons non holonomes, ou à liaisons critiques. Dans ces derniers cas la mobilité que nous avons définie est plus petite (le premier cas) ou plus grande (le deuxième cas), que la mobilité classique.

L'exactitude de la définition que nous avons adoptée sera prouvée par les résultats de l'étude que nous allons développer.

Nous étudierons premièrement la chaîne cinématique ouverte, puis la chaîne cinématique simplement fermée et, enfin, la chaîne cinématique complexe.

4. MOBILITÉ D'UN ÉLEMENT DE LA CHAÎNE CINÉMATIQUE

Dans les problèmes pratiques il est souvent nécessaire de déterminer la mobilité d'un élément quelconque de la chaîne cinématique. Pour la déterminer, il faut éliminer les mobilités „inutiles". Dans ce but, considérons que cet élément est immobilisé. Soient w et w' les mobilités de la chaîne avant et après l'immobilisation de l'élément. Le nombre w' indique les

mobilités de la chaîne cinématique qui n'ont pas d'influence sur le mouvement de l'élément considéré, donc les mobilités „inutiles". Il résulte que la mobilité de l'élément sera :

$$w_e = w - w' \tag{9}$$

5. CONFIGURATION CRITIQUE D'UNE CHAINE CINÉMATIQUE. CHAINE CINÉMATIQUE CRITIQUE.

La mobilité d'une chaîne cinématique et la mobilité d'un élément de la chaîne ne sont pas des grandeurs caracteristiques. Il est possible qu'elles varient en fonction des configurations de la chaîne. On arrive ainsi à la notion de *configuration critique d'une chaîne*. Une configuration est *critique* si parmi toutes les configurations infiniment voisines à elle, il y a des configurations dont la mobilité est différente de celle de la configuration considérée, ou des configurations dans lesquelles les éléments de la chaîne ont des mobilités différentes de celles, qu'ils avaient dans la configuration considérée.

Une chaîne cinématique est *critique* si toutes ses configurations sont critiques.

Ces considérations nous montrent qu'il est plus correct de parler de la mobilité d'une configuration d'une chaîne cinématique, que de la mobilité de la chaîne cinématique. Seulement dans le cas des chaînes qui n'ont pas des configurations critiques, la notion de „mobilité d'un chaîne cinématique" a un sens déterminé. Pourtant, nous emploierons la notion de „mobilité d'une chaîne cinématique" dans le sens de „mobilité des configurations de la chaîne cinématique". De ce point de vue, les chaînes à configurations critiques peuvent être définies comme des chaînes cinématiques à mobilité variable. Les chaînes cinématiques à configurations critiques sont intéressantes en ce qui concerne la synthèse des méchanismes, ainsi que pour le choix des éléments conducteurs et des éléments conduits.

6. CONNEXION D'UNE CHAINE CINÉMATIQUE

Nous entendrons par *„connexion d'une chaîne cinématique"*, *la connexion du domaine obtenu en remplaçant les couples cinématiques par des liaisons rigides (encastrements)*. On sait que lorsque la connexion du domaine, ainsi obtenu, et d'ordre c alors, par un point A quelconque du domaine passent c courbes fermées, irréductibles, l'une à l'autre par transformations topologiques. Nous les désignérons par $\Gamma_0, \Gamma_1 .., \Gamma_{c-1}$ Toute autre courbe du domaine peut être réduite par transformations topologiques à l'une ou plusieurs courbes Γ. L'une des courbes est réductible au point A. Soit Γ_0 cete courbe. Les courbes $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots \Gamma_{c-1}$ joueront un rôle important dans notre étude.

A) LA CHAINE CINÉMATIQUE OUVERTE

7. MOBILITÉ D'UNE CHAINE CINÉMATIQUE OUVERTE.

On entend par chaîne cinématique ouverte, une chaîne à connexion $c = 1$, c'est à dire simplement connexe (v. § 6). On a représenté dans la

fig. 2 le schéma d'une chaîne cinématique ouverte quelconque. Remplaçons les couples cinématiques par des couples cinématiques équivalentes de la cinquième classe. Quelques unes de ces couples sont des couples vis-écrou proprement dites, les autres sont des couples de rotation ou de translation.

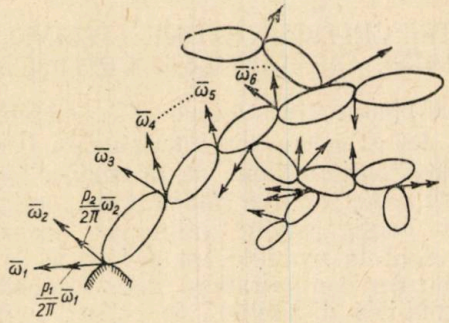


Fig. 2

Il est évident qu'à chaqune de ces couples on peut attacher un paramètre scalaire cinématique indépendant, par exemple, à un couple vis-écrou, ou à un couple de rotation, le scalaire ω de la vitesse angulaire de rotation et à une couple de translation le scalaire v de la vitesse de translation. En tenant compte de la définition de la mobilité d'une chaine cinématique (§ 3), il résulte que la mobilité w d'une chaîne cinématique ouverte este donnée par la formule

$$w = N \tag{10}$$

où N est le nombre des couples cinématiques de la cinquième classe, équivalentes aux couples cinématiques de la chaîne.

Observations. Une couple cinématique de la classe k peut être remplacée par $6\text{-}k$ couples équivalentes de la cinquieme classe. Si la chaîne cinématique a p_k couples de la classe k, il résulte que

$$N = \sum_{k=1}^{5} (6-k)\, p_k \tag{11}$$

d'où il résulte la formule

$$w = 6 \sum_{k=1}^{5} p_k - \sum_{k=1}^{5} k p_k \tag{12}$$

En remarquant, enfin, que, dans le cas d'une chaîne cinématique ouverte le nombre des couples cinématiques est égal à celui des éléments de la chaîne, il résulte

$$\sum_{k=1}^{5} p_k = n \tag{13}$$

et la formule (12) devient

$$w = 6n - \sum_{k=1}^{5} k \cdot p_k \tag{14}$$

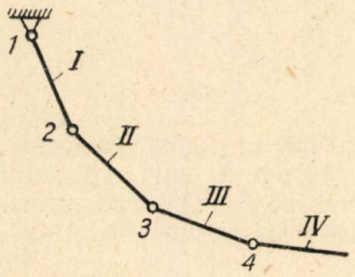
c'est à dire coïncide avec la formule (1) de СОМОВ-МАЛЫШЕВ.

8. MOBILITÉ D'UN ÉLÉMENT D'UNE CHAÎNE CINÉMATIQUE OUVERTE

Pour déterminer la mobilité d'un élément d'une chaîne cinématique, nous appliquerons le procédé exposé au § 4. Immobilisons l'élément dont nous voulons déterminer la mobilité. Nous remarquons que la connexion de la chaîne ainsi obtenue est $k=2$. La détermination de la mobilité w' (formule 9) revient à la détermination de la mobilité d'une chaîne cinématique doublement connexe. Ce problème sera résolu au paragraphe 8. Nous utiliserons le résultat (formule 20).

$$w' = N - r \tag{15}$$

Dans notre cas, r représente la rang de l'ensemble des vis, équivalentes aux couples cinématiques de la chaîne, situées sur la courbe Γ_1 du domaine obtenu par l'immobilisation de l'élément, ou, ce qui este la même chose, sur la courbe C_1 qui joint un point A appartenant à l'élément fixe à un point B appartenant à l'élément considéré.



a

Fig. 3

En tenant compte des formules (10) et (15), la formule (9) donne pour l'expression de la mobilité w_e d'un élément quelconque de la chaîne, l'expression très simple :

$$w_e = r \tag{16}$$

Dans la fig. 3a il y a un exemple de chaîne cinématique ouverte, à 4 couples de rotation. Donc la mobilité de la chaîne est $w=4$. La mobilité de l'élément I est $w_I = 1$ car sur une courbe qui réunit un point de cet élément à un point de l'élément fixe se trouve une seule articulation. De même, les mobilités des éléments II et III sont respectivement $w_{II} = 2$ et $w_{III} = 3$. En ce qui concerne l'élèment IV, sa mobilité $w_{IV} = 3$, quoique la courbe C_1 rencontre, en ce cas, 4 articulations, car les axes de ces articulations sont parallèles, donc ils forment un sousensemble de droites du rang $r=3$.

La configuration de la même chaine, représentée dans la figure 3b a aussi la mobilité $w = 4$ et les quatres éléments ont les mobilités $w_1 = 1$

et $w_{II} = w_{III} = w_{IV} = 2$ parceque le rang d'un sousensemble de droites qui sont en même temps parallèles et coplanaires est $r = 2$.

De même, la configuration de la chaîne, représentée dans la fig 3 c a la mobilité $w_I = 4$ et les quatre éléments ont les mobilités $w_I = 1$, $w_{II} = 2$, $w_{III} = 2$, $w_{IV} = 3$.

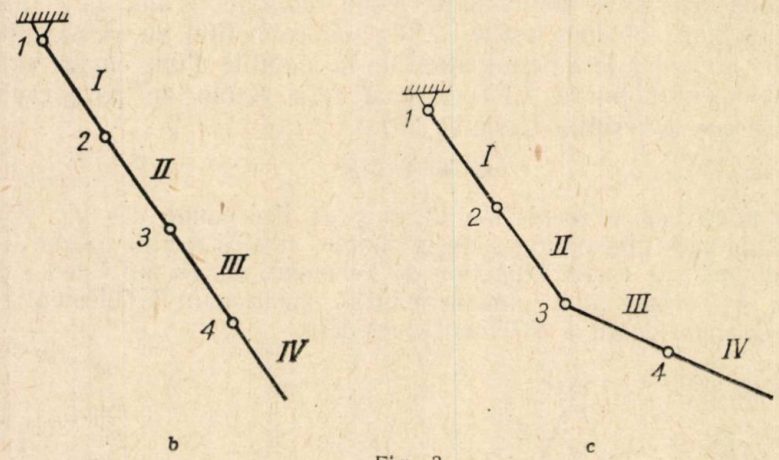


Fig. 3

Ces résultats montrent que la chaîne considérée a des éléments dont la mobilité est variable en foction de ses configurations (les éléments III et IV), donc elle est une chaîne à configurations critiques (§ 5). Les configurations représentées dans les figures 3b et 3c sont des exemples de configurations critiques.

B) LA CHAÎNE CINÉMATIQUE SIMPLEMENT FERMÉ

9. MOBILITÉ D'UNE CHAÎNE CINÉMATIQUE SIMPLEMENT FERMÉE

On entend par chaîne simplement fermée une chaîne à connexion $c = 2$, c'est à dire doublement connexe (v. § 6). On a représénté dans la figure 4 le schéma d'une chaîne cinématique simplement fermée, quelconque. Remplaçons les couples cinématiques de la chaîne par des couples cinématiques équivalentes de la cinquième classe. On peut attacher à chaqune de ces couples un paramètre scalaire cinématique de la même manière qu'au paragraphe 7. Mais cette fois-ci, ces paramètres scalaires cinématiques ne sont plus indépendents. En effet, tandis que les paramètres des couples des ramifications sont indépendants, ceux des couples de l'anneau ne le sont plus. Toute variation infinitésimale d'un de ces paramètres entraîne la variation au moins d'un, sinon de plusieurs paramètres des autres couples cinématiques.

À remarquer que toutes les couples de l'anneau se trouvent sur une courbe Γ_1 (courbe du domaine de la chaîne qui n'est pas réductible à un point).

Considerons maintenant l'état cinématique de l'élément fixe de la chaîne. La vitesse angulaire de rotation $\bar{\omega}$ et la vitesse $\bar{v}$ d'un point quelconque sont évidemment nulles. Mais cet état cinématique peut être déterminé aussi par le procédé suivant: considérons le „mouvement" de

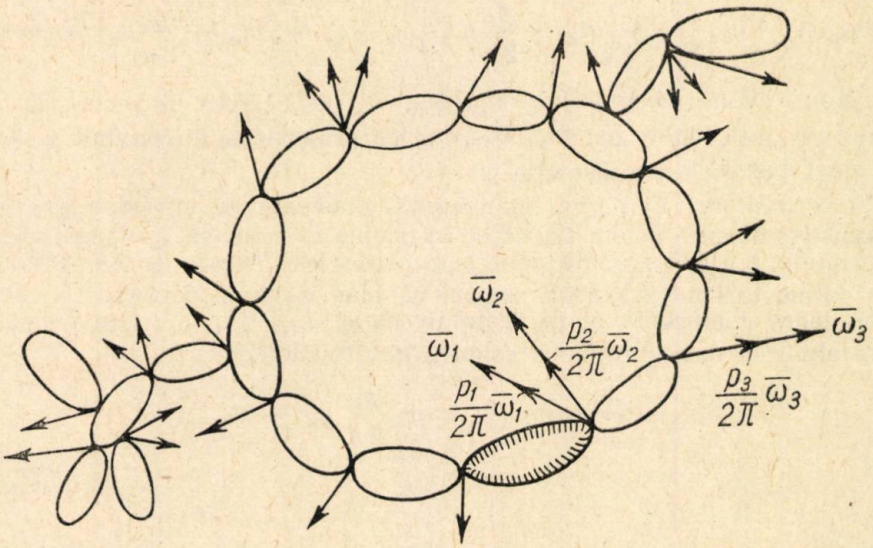


Fig. 4

cet élément comme résultant de la composition de tous les mouvements des corps de l'anneau. On sait alors de la cinématique des mouvements relatifs des corps rigides que la vitesse angulaire $\bar{\omega}$ et la vitese $\bar{v}$ d'un point quelconque O sont respectivement la résultante et le moment résultant par rapport à O des vecteurs $\bar{\omega}_i$ considérés comme vecteurs glisants et des vecteurs $\frac{p_i}{2\pi}\bar{\omega}_i$, considérés comme vecteurs libres (par analogie avec les forces et les couples qui agissent sur un corps rigide).

Parceque $\bar{\omega} = 0$ et $\bar{v} = 0$, il resulte:

$$\sum \bar{\omega}_i = 0, \quad \sum \left[\frac{p_i}{2\pi} \bar{\omega}_i + r_i \times \bar{\omega}_i \right] = 0 \tag{17}$$

Les projections de ces équations sur les axes des coordonnées seront:

$$\begin{aligned} u_{1x}\,\omega_1 + u_{2x}\,\omega_2 + \ldots + u_{nx}\,\omega_n &= 0 \\ u_{1y}\,\omega_1 + u_{2y}\,\omega_2 + \ldots + u_{ny}\,\omega_n &= 0 \\ u_{1z}\,\omega_1 + u_{2z}\,\omega_2 + \ldots + u_{nz}\,\omega_n &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\left(m_{1x}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1x}\right)\omega_1+\left(m_{2x}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2x}\right)\omega_2+\ldots+\left(m_{nx}+\frac{p_n}{2\pi}u_{nx}\right)\omega_n=0$$

$$\left(m_{1y}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1y}\right)\omega_1+\left(m_{2y}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2y}\right)\omega_2+\ldots+\left(m_{ny}+\frac{p_n}{2\pi}u_{ny}\right)\omega_n=0$$

$$\left(m_{1z}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1z}\right)\omega_1+\left(m_{2z}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2z}\right)\omega_2+\ldots+\left(m_{nz}+\frac{p_n}{2\pi}u_{nz}\right)\omega_n=0$$

Nous avons désigné par u_{ix}, u_{iy}, u_{iz} les cosinus directeurs de l'axe d'une vis quelconque, par m_{1x}, m_{1y}, m_{1z} les projections du produit vectoriel $\bar{r}_i \times \bar{u}_i$ et par p_i le pas de cette vis.

Observations. Si parmi les couples cinématiques vis-écrou qui remplacent les couples cinématiques de la chaîne se trouvent quelques unes de translation, on peut prendre pour paramètres les vitesses de translations v_i Ces paramètres interviennent seulement dans les trois dernières équations (18), leurs coefficents étant respectivement u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}. Une couple de translation est la limite d'une couple vis-écrou lorsque

$$\bar{\omega}_i \to 0, \quad p_i \to \infty \text{ et } \frac{p_i}{2\pi}\,\bar{\omega}_i \to \bar{v}_i .$$

★

Le système (18) est linéaire et homogène en $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_n$ (respectivement en v_i, s'il existe aussi des couples cinématiques de translation). Soit r le rang de sa matrice,

$$\left\|\begin{array}{lll} u_{1x} & u_{2x} & \ldots . u_{nx} \\ u_{1y} & u_{2y} & \ldots . u_{ny} \\ u_{1z} & u_{2z} & \ldots . u_{nz} \\ m_{1x}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1x} & m_{2x}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2x} & \ldots . m_{nx}+\frac{p_n}{2\pi}u_{nx} \\ m_{1y}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1y} & m_{2y}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2y} & \ldots . m_{ny}+\frac{p_n}{2\pi}u_{ny} \\ m_{1z}+\frac{p_1}{2\pi}u_{1z} & m_{2z}+\frac{p_2}{2\pi}u_{2z} & \ldots . m_{nz}+\frac{p_n}{2\pi}u_{nz} \end{array}\right\| \qquad (19)$$

Il résulte que r paramètres scalaires cinématiques peuvent être exprimés en fonction des autres $n-r$, donc seulement $n-r$ paramètres sont indépendants.

En ajoutant à ces paramètres ceux qui appartienent aux ramifications (v. fig. 4) et qui sont aussi indépendants, nous obtenons tous les para-

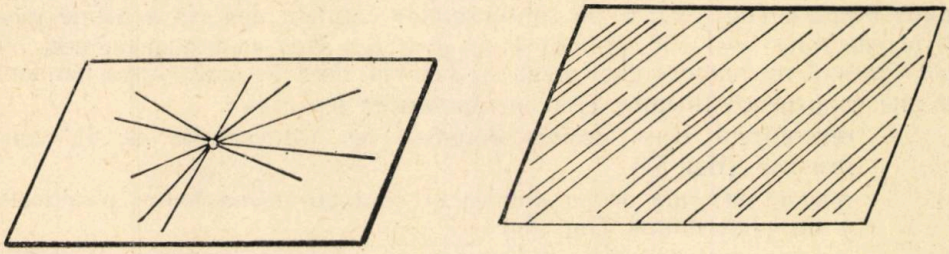
mètres indépendants. Leur nombre, égal à la mobilité w de la chaîne cinématique sera :

$$w = N - r \qquad (20)$$

où par N nous avons désigné le nombre de tous les paramètres scalaires cinematiques de la chaîne.

10. INTERPRÉTATIONS GÉOMETRIQUES.

Nous pouvons éviter la détermination du rang r de la matrice (19) si nous remarquons que les éléments de cette matrice peuvent être regardés comme *coordonnées homogènes des vis* qui remplacent les couples



a b

Fig. 5

cinématiques de l'anneau. Alors le rang de la matrice (19) est égal au rang du sousensemble des vis qui remplacent les couples cinématiques de l'anneau.

Or, nous avons étudié dans un ouvrage antérieur [18] les propriétés des sousensembles de vis de divers rangs. Il ne nous reste plus qu'a les appliquer. Nous récapitulons quelques conclusions de cet ouvrage, qui ont un intérêt pratique :

a) Un sousensemble de vis est de rang $r=1$ si tous les vis ont le même axe et le même paramètre s (parceque $s = \frac{p}{2\pi}$, il résulte que les couples vis-écrou doivent avoir le même pas p).

b) Un sousensemble de vis est de rang $r=2$, s'il contient 2 vis, ou un nombre quelconque $\geqslant 2$ de vis dont les axes appartiennent à une surface Ball, en particulier dont les axes coïncident. Si le sousensemble contient des vis à même pas, il este de rang $r=2$ s'il contient deux vis à axes quelconques, ou un nombre quelconque $\geqslant 2$ de vis à axes coplanaires et concurrents en même temps, fig. 5a, ou, enfin, un nombre quelconque $\geqslant 2$ de vis à axes coplanaires et parallèles en même temps (fig. 5b).

c) Un sousensemble de vis est de rang $r=3$ s'il a 3 vis quelconques ou un nombre quelconque de vis, dont les axes appartiennent à une même congruence biquadratique. Si le sousensemble contient des vis à même pas il est de rang $r=3$ s'il contient trois vis à quelconques, ou un

nombre quelconque $\geqslant 3$ de vis dont les axes appartiennent à une série linéaire de droites, dont en particulier les axes :

— rencontrent trois droites données (fig. 5c) ;
— rencontrent deux droites données et sont en même temps parallèles à un plan donné (fig. 5d) ;
— sont coplanaires quelconques (fig. 5e) ;
— appartiennent à deux faisceaux plans à un rayon commun (fig. 5f);
— sont concurrents dans l'espace (forment une étoile de droites) (fig. 5g) ;
— sont parallèles dans l'espace (fig. 5h).

d) Un sousensemble de vis este de rang $r=4$ s'il a 4 vis quelconques ou s'il a un nombre quelconque $\geqslant 4$ de vis dont les axes appartiennent à un complexe quadratique, ou dont en particulier les axes sont parallèles dans l'espace (fig. 5h). Si le sousensemble contient des vis à même pas, il est de rang $r=4$ s'il contient 4 vis dont les axes sont quelconques, ou s'il contient un nombre quelconque $\geqslant 4$ de vis, dont les axes appartiennent à une congruence linéaire, dont en particulier les axes :

— rencontrent deux droites données, les tranversales de la congruence (fig. 5i) ;
— rencontrent une droite donnée et sont en même temps parallèles à un plan donné (fig. 5j) ;
— les uns sont parallèles à une direction donnée, les autres sont des droites à l'infini de l'espace (fig. 5k) ; on a représenté le plan à l'infini de l'espace par une sphère et les droites à l'infini par de grands cercles) ;
— les uns sont situés dans un plan et les autres sont concurrents dans l'espace, dans un point situé dans le plan donné (fig. 5l) ;
— les uns sont situés dans un plan et les autres sont parallèles à une droite située dans ce plan (fig. 5m).

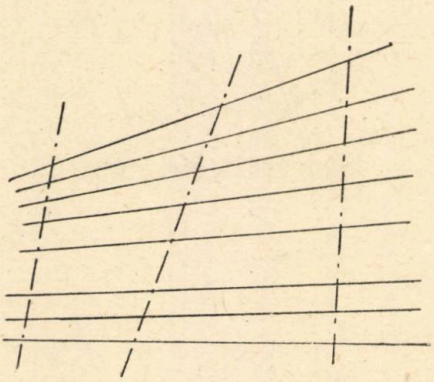
e) Un sousensemble de vis est de rang $r=5$ s'il a 5 vis quelconques, ou un nombre quelconque $\geqslant 5$ de vis parallèles à un plan donné, (fig. 5p). Si le sousensemble contient des vis à même pas, il est de rang $r=5$ s'il contient 5 vis à axes quelconques, ou un nombre quelconque $\geqslant 5$ de vis dont les axes appartiennent à un même complexe linéaire, dont en particulier, les axes :

— rencontrent une droite donnée (fig. 5n) ;
— sont parallèles à un plan donné (fig. 5p) ;
— appartient à deux étoiles de droites concurrentes (fig. 5q) ;
— appartient à une étoile de droites concurentes et une étoile de droites parallèles (fig. 5r) ;
— appartient à deux étoiles de droites parallèles (fig. 5s) ;

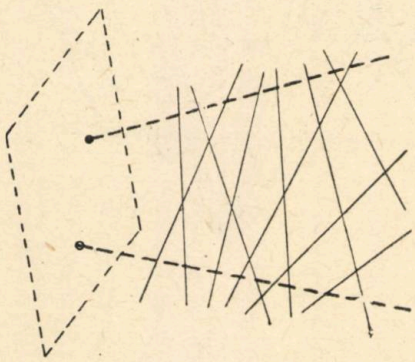
f) Un sousensemble de vis est de rang $r=6$ s'il contient un nombre quelconque $\geqslant 6$ de vis à axes quelconque.

En particulier les 6 axes coïncident avec les cotés d'un tétrahèdre. (fig. 5t).

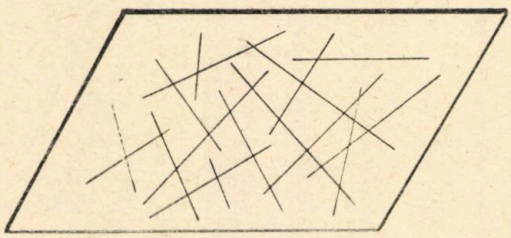
★



c

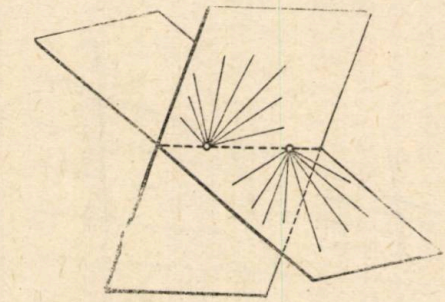


d

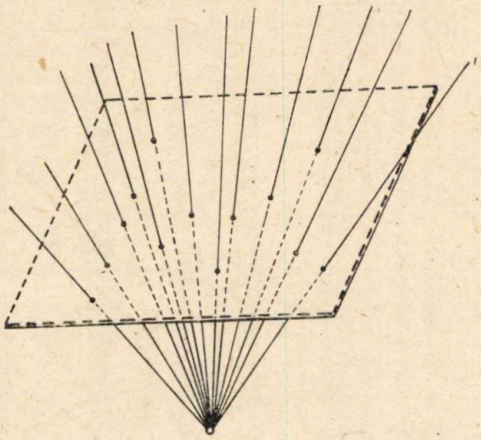


e

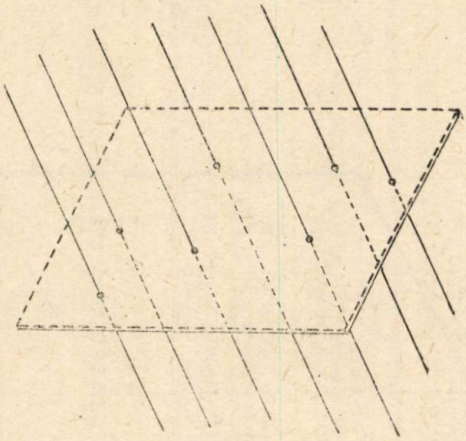
Fig. 5



f



g



h

Fig. 5

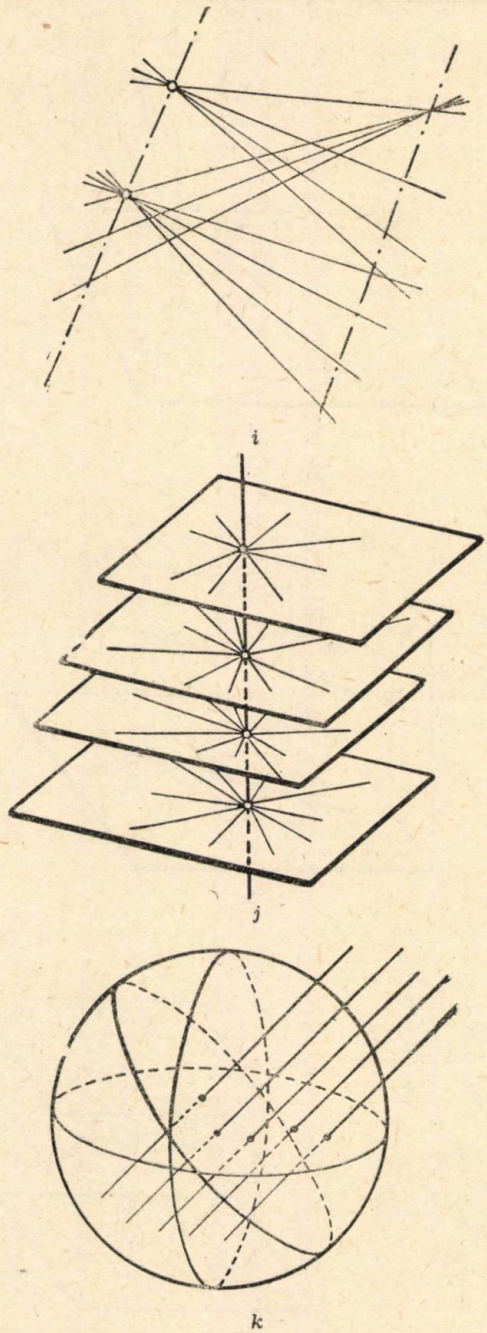


Fig. 5

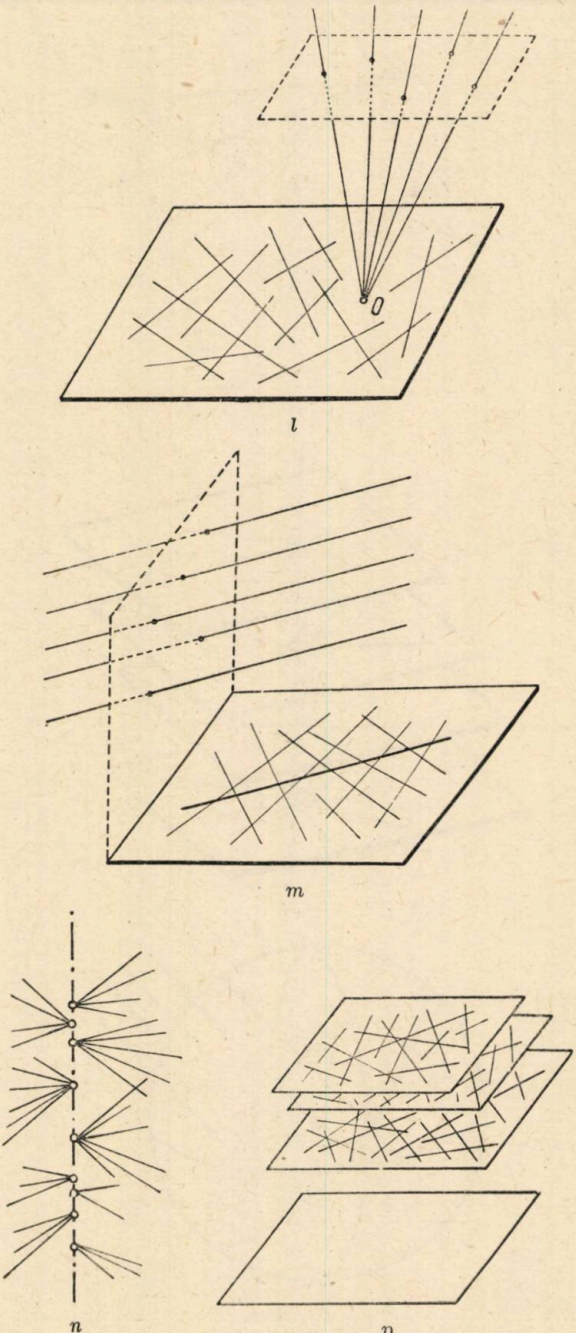
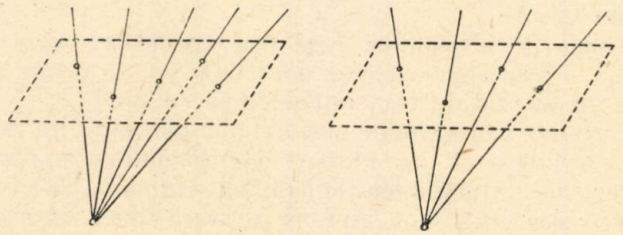
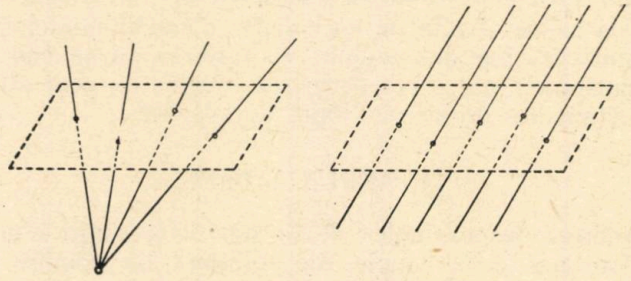


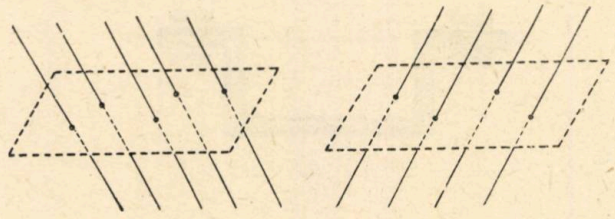
Fig. 5



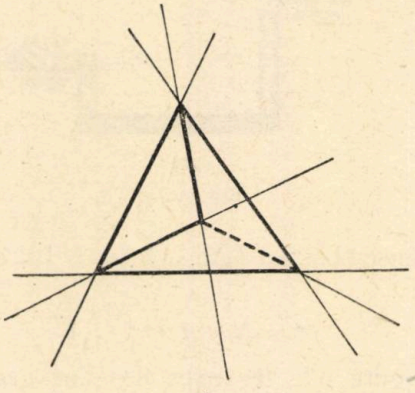
q



r



s



t

Fig. 5

Il est utile de récapituler aussi quelques conclusions concernant les couples de translations :

— une couple de translation peut être considérée équivalente à une couple vis-écrou à pas p quelconque, dont l'axe est la droite de l'infini du plan normal à la vitesse de translation de la couple ;

— si les couples d'une chaîne cinématique peuvent être remplacées par des couples de rotation et des couples de translation, toutes ces couples peuvent être regardées comme formant un sousensemble de vis à même pas ($p=0$). Les axes des unes sont situés à distance finie, les axes des autres sont situés à l'infini. On peut s'appuyer sur la géométrie projective pour tirer des conclusions concernent la configuration des axes.

— On a le même résultat si les couples d'une chaîne cinématique peuvent être remplacées par des couples vis-écrou à même pas p et par des couples de translation, car à ces dernières couples on peut attribuer le pas p, leurs axes étant des droites à l'infini de l'espace.

11. APPLICATIONS

a) Considérons les exemples de la fig. 6. Il s'agit d'un élément lié à l'élément fixe par deux couples de rotation. Le nombre N este donc egal à 2. Dans le cas de la fig. 6a, les axes des deux couples coïncident,

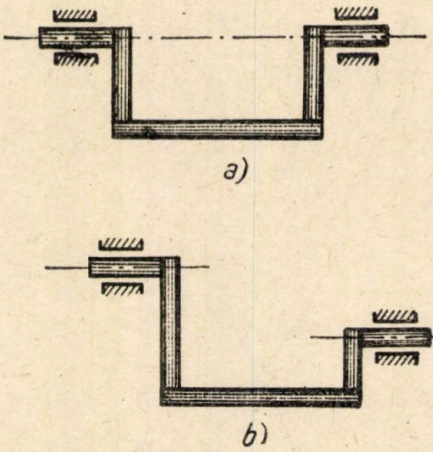


Fig. 6

donc le rang du sousensemble est égal à 1 (v. § 10, alinéa a) Il résulte la mobilité

$$w = N - r = 2 - 1$$

Dans le cas de la figure 6 b, les axes des deux couples sont distincts, le rang du sousensemble est égal à 2 (v. § 10, alinéa b). Il résulte

$$w = N - r = 2 - 2 = 0$$

En effet l'élément de la fig. 6a peut tourner autour de l'axe commun des deux couples de rotation (un degré de mobilité) tandis que l'élément de la fig. 6b est immobilisé.

b) Dans la fig. 7 on trouve l'exemple d'un élément E lié à deux éléments fixes A et B par deux couples cinématiques vis-écrou. Le nombre N est égal à 2. Les axes des deux couples coïncident. Lorsque leurs pas coïncident aussi, le rang du sousensemble de vis est égal à 1 (§ 10, al. a), lorsque leurs pas diffèrent le rang est égal à 2. On obtient dans le premier cas $w = 2 - 1 = 1$ et dans le deuxième cas $w = 2 - 2 = 0$. Il résulte que l'élément E est mobile dans le premier cas (il peut avoir un mouvement hélicoidal) et immobile dans le deuxième cas.

c) Considérons les chaînes cinématiques de la figure 8; elles ont 3 couples de rotation. Donc $N = 3$. Dans le cas de la fig. 8 a le rang du sousensemble est égal à 3 (§ 10, al. c), donc la mobilité $w = 3 - 3 = 0$. Dans le cas de la fig. 8 b, les axes étant en même temps parallèles et coplanaires, le rang du sousensemble est $r = 2$ (§ 10, al. b). Il résulte la mobilité $w = 3 - 2 = 1$. Mais si nous considérons la configuration infiniment voisine (représentée dans la fig. 8 b par des lignes pointillées) nous remarquons que les nouvelles positions des axes ne sont plus coplanaires, donc le rang du sousensemble est égal à 3. Il résulte $w = 3 - 3 = 0$. Parceque la mobilité varie il résulte que la configuration de la chaîne est critique (§ 5). Mais parceque la chaîne cinématique considérée n'a aucune autre configuration possible, il résulte que la chaîne même est critique (§ 5).

d) Considérons les chaînes cinématiques de la fig. 9. Elles ont 4 couples de rotation, donc $N = 4$. Dans le cas de la fig. 9 a, les axes des couples étant parallèles, le rang du sousensemble est égal à 3 (v. § 10, al. c). Il résulte $w = 4 - 3 = 1$. Si nous nous imaginons que l'un des axes, par exemple 4, prend une autre position 4', qui n'est plus parallèle aux autres, alors le rang du sousensemble est égal à 4 et la mobilité de la chaîne devient $w = 4 - 4 = 0$. Dans les cas des figures 9 b et 9 c, les axes couples de rotation sont concurrents. Le rang du sousensemble est égal à 3 (v. § 10, al. c), donc la mobilité a aussi la valeur $w = 4 - 3 = 1$. Nous remarquons, cependant, que dans le cas de la fig. 9b (quadrilatère sphérique articulé) les axes restent concurrents, aussi dans une configuration infiniment voisine, tandis que dans le cas de la figure 9c, ils ne le restent plus. La chaîne de la figure 9 c est une chaîne critique.

e) Considérons la chaîne cinématique de la fig. 10 a, qui a 6 couples de rotation. Donc $N = 6$. Les axes de ces couples sont représentés dans la fig. 10 b. Le rang du sousensemble qu'ils forment est $r = 5$ car ils sont recontrés par une droite AB, ou, ce qui est la même chose, ils appartiennent à deux étoiles de droites (v. § 10, al. e). La mobilité de la chaîne sera $w = N - r = 6 - 5 = 1$.

f) Considérons la chaîne cinématique de la fig. 11 a qui a aussi 6 couples de rotation. Donc $N = 6$. Les axes de ces couples sont représentés dans la fig. 10 b. Le rang du sousensemble des axes peut être déterminé immédiatement, en remarquant qu'il existe une droite AB qui les rencontre,

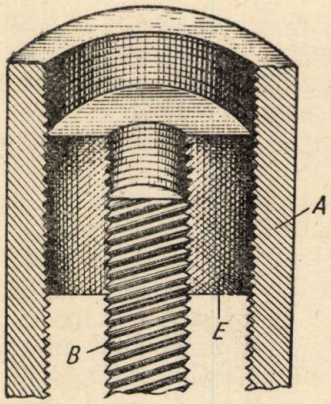
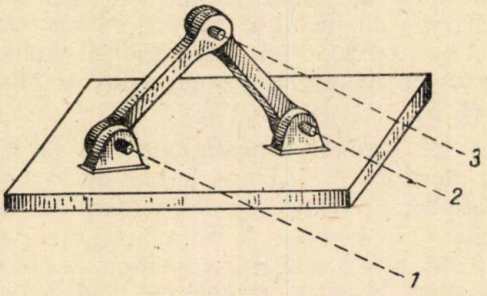
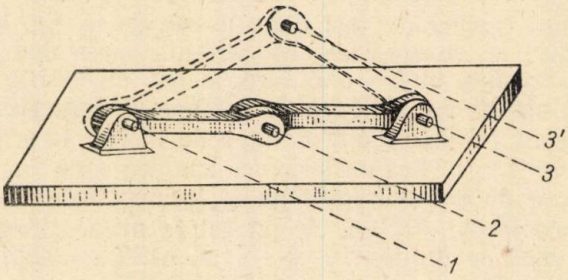


Fig. 7

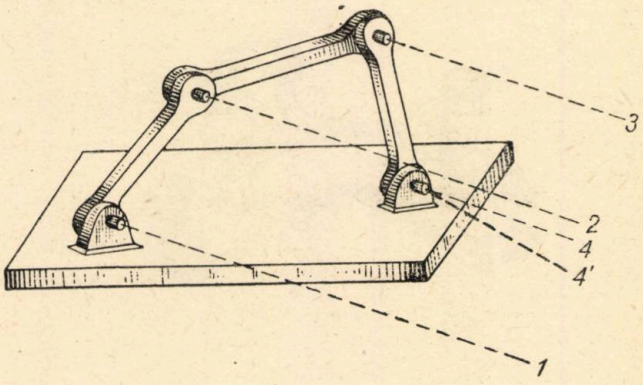


a

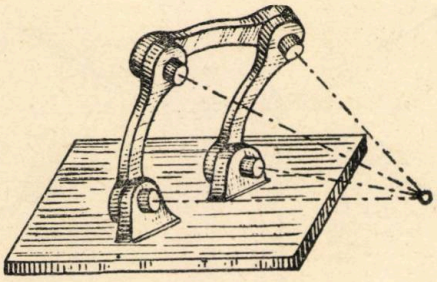


b

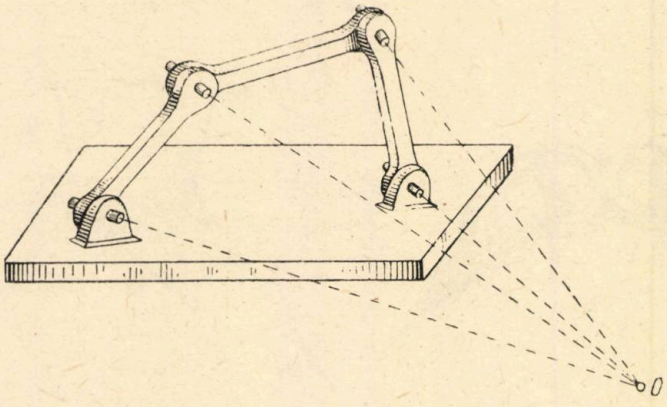
Fig. 8



a

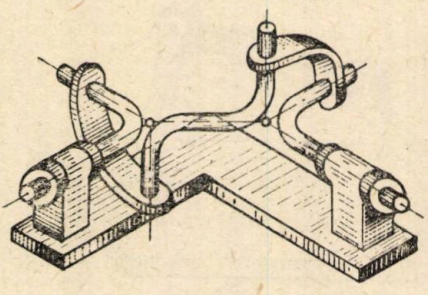


b

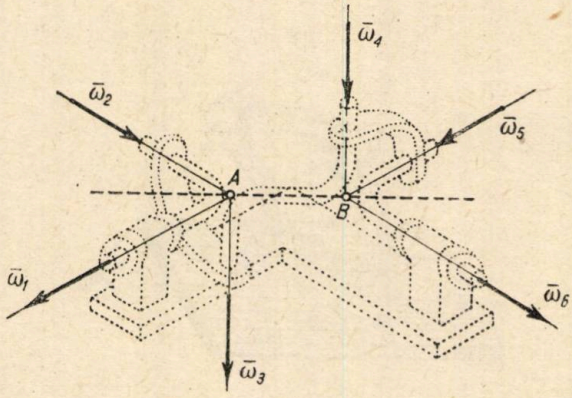


c

Fig. 9

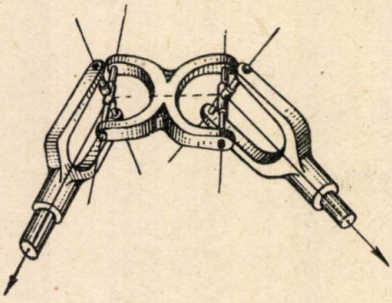


a

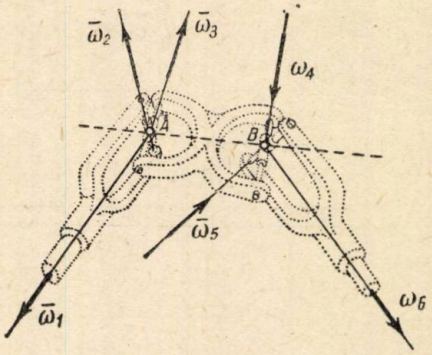


b

Fig. 10



a

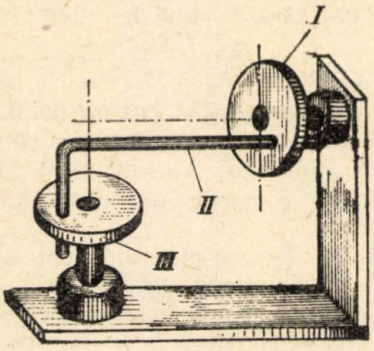


b

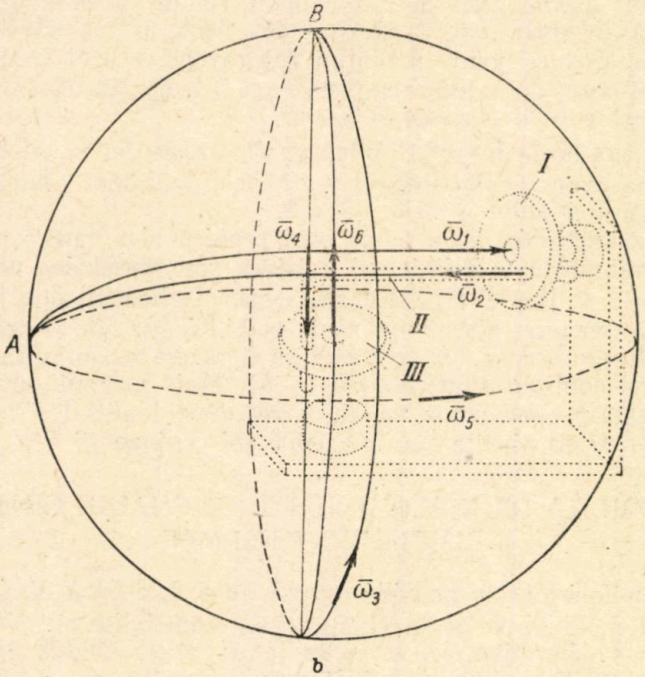
Fig. 11

ou qu'elles appartient à deux étoiles de droites concurrentes. Le rang sera $r = 5$ (§ 10, al. e). La mobilité de la chaîne résulte $w = 6 - 5 = 1$.

g) Considérons maintenant la chaîne cinématique de la figure 12 a. La chaîne a deux couples de rotation et deux couples de la quatrième



a



b

Fig. 12

classe qui permettent des mouvements de rotation et de translation. Remplaçons ces couples par des couples équivalentes de la cinquième classe. Les axes des couples équivalentes ont été représentés dans la fig. 12 b. Le

plan à l'infini de l'espace a été représenté par une sphère à rayon très grand (seulement pour aider l'imagination). Les axes des couples de translation qui résultent lorsqu'on remplace les couples de la quatrième classe par des couples de la cinquième classe, sont représentés par des grands cercles de cette sphère ($\bar{\omega}_3$ et $\bar{\omega}_5$) dont les plans sont normaux aux directions de translations.

L'on doit remarquer que les axes $\bar{\omega}_1$, $\bar{\omega}_2$, $\bar{\omega}_5$ ont un point commun à l'infini (A) ; de même les axes $\omega_3, \omega_4, \omega_6$ ont un point commun à l'infini (B). Pour déterminer le rang du sousensemble linéaire de ces 6 droites il suffit de remarquer qu'il y a une droite qui les rencontre. C'est la droite à l'infini représenté dans la figure 11 b par le grand cercle qui joint les points à l'infini A et B.

Il résulte que le rang du sousensemble est égal à 5 (§ 10, al. e). La mobilité de la chaîne cinématique sera $w = 6 - 5 = 1$.

h) Considérons enfin comme derniers exemples, ceux de la fig. 13. Une barre est liée à un cercle rigide par deux couples de la quatrième classe. Remplaçons ces couples par des couples équivalentes de la cinquième classe. On obtient 4 telles couples. Donc $N = 4$. Dans le cas de la figure 13 a les quatre axes de ces couples (deux situés à distance finie, passant respectivement par A et B et les deux autres situés à distance infinie, appliqués aux points à l'infini des rayons. OA et OB) sont parallèles dans l'espace, donc leur rang est égal à 3 (§ 10, al. c). La mobilité de la barre est $w = N - r = 4 - 3 = 1$.

Dans le cas de la figure 13 b les quatres axes des couples équivalents sont en même temps coplanaires et parallèles, donc leur rang est égal à 2 (§ 10, al. b). Il résulte $w = 4 - 2 = 2$.

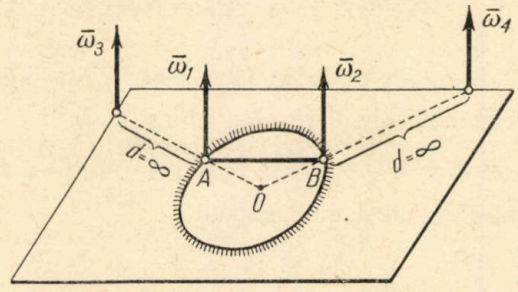
Les deux mobilités de la barre sont représentées dans les fig. 13 c et 13 d. Les configurations infiniment voisines sont dessinées par les lignes pointillées I—I et II—II. On peut remarquer facilement que la configuration II—II, à son tour, n'a qu'une seule mobilité, car elle se trouve dans la situation de la figure 19 a. On peut déduire alors que la configuration AB (fig. 13 b.) est une configuration critique (§ 5). Mais la configuration AB' est une configuration quelconque de la barre, donc toutes les configurations sont critiques. Il en résulte que la chaîne est critique (§ 5).

12. LA MOBILITÉ D'UN ÉLÉMENT D'UNE CHAÎNE CINÉMATIQUE SIMPLEMENT FERMÉE

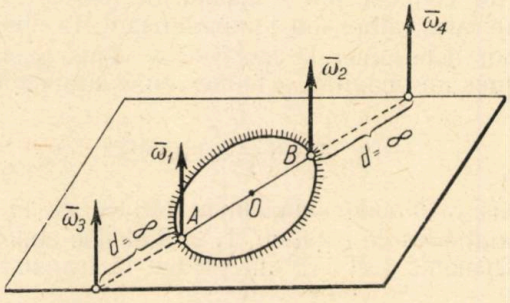
Nous appliquerons le procédé exposé au § 4, c'est à dire, après avoir déterminé la mobilité w de la chaîne nous immobiliseront l'élément considéré et nous déterminerons la mobilité w' de la chaîne ainsi obtenue. La mobilité de l'élément sera la différence $w - w'$.

Considérons d'abord un élément de l'anneau. En l'immobilisant, nous obtenons, il est facile à reconnaître, deux chaînes cinématiques simplement fermées distinctes. La mobilité de la chaîne cinématique initiale est :

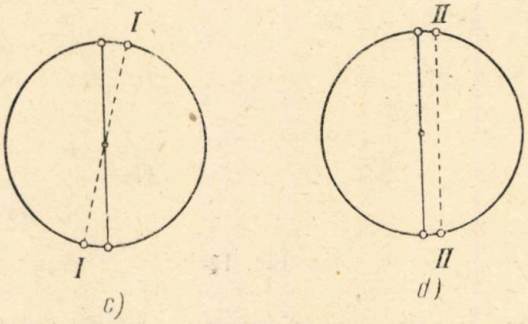
$$w = N - r \tag{21}$$


$\bar{\omega}_3$
$\bar{\omega}_1$
$\bar{\omega}_2$
$\bar{\omega}_4$
d=∞
d=∞
A
O
B

a


$\bar{\omega}_4$
$\bar{\omega}_2$
$\bar{\omega}_1$
B
d=∞
$\bar{\omega}_3$
d=∞
A
O

b


I
I
II
II

c) d)

Fig. 13

Soient N_1 et N_2, r_1 et r_2 respectivement les nombres des couples de la cinquième classe de chaque nouvelle chaine et les rangs des sousensembles respectifs. On a :

$$w_1 = N_1 - r_1 \quad w_2 = N_2 - r_2 \tag{22}$$

et, évidemment :

$$w' = w_1 + w_2 = N_1 + N_2 - (r_1 + r_2) \tag{23}$$

La mobilité de l'èlément considéré sera alors

$$w_e = w - w' = N - r - (N_1 + N_2) + r_1 + r_2 \tag{24}$$

et, en tenant compte qu'on a évidemment

$$N_1 + N_2 = N, \tag{25}$$

il résulte la formule définitive :

$$w_e = r_1 + r_2 - r \tag{26}$$

Si on considère un élement qui n'appartient pas à l'anneau, mais aux ramifications colatérales, alors, en l'immobilisant, la chaine devient triplement connexe. Pour déterminer la mobilité w' dans ce cas, il faut utiliser les procédés indiqués au chapitre „Chaînes cinématiques complexes".

13. APPLICATIONS

a) Considérons la chaîne simplement fermée de la figure 14. Elle a trois couples cinématiques de rotation, 1, 2, 5 et une couple de la quatrième classe, entre les éléments I et III, qui permet la translation et la rotation.

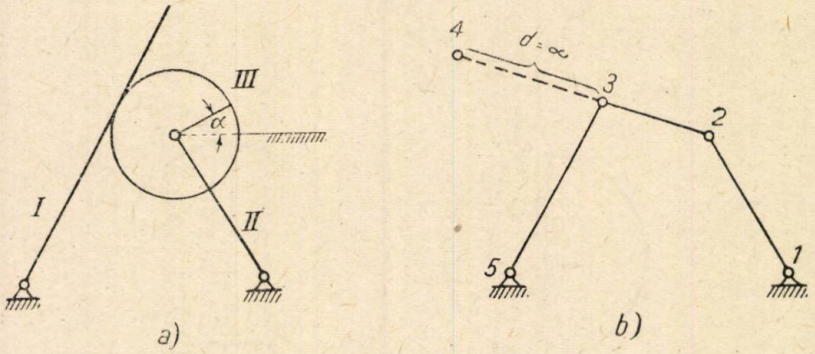


Fig. 14

Remplançons cette dernière couple par deux couples équivalentes, de la cinquième classe, l'une de rotation, 3, l'autre, de translation, assimilable à une couple de rotation, 4, située à distance $d = \infty$ dans la direction 2—3. Le nombre N des couples de la cinquième classe est évident N=5. Toutes les directions des axes de ces couples sont parallèles dans l'espace, donc le rang

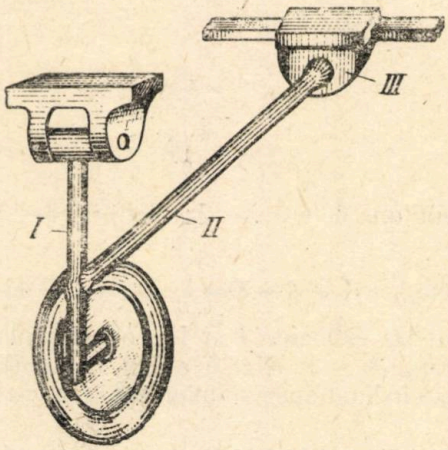
du sousensemble est r=3. Il résulte w=5—3=2. Ce résultat correspond à la réalité. En effet il est nécessaire de connaître la configurations des articulations 1, 2, 3, 5 et, en plus, la position du disque. Cette dernière position peut être déterminée à l'aide de l'angle α fait par un certain rayon du disque avec une direction fixe (par exemple la direction horizontale). Mais si nous voulons déterminer la mobilité de l'élément I, on remarque que, en l'immobilisant, il résulte deux chaînes cinématiques simplement fermées. L'une a une seulle articulation (5), l'autre quatre articulations (1, 2, 3, 4). On remarque alors que $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$ (les axes paralléles dans l'espace) et il résulte

$$w_I = 1 + 3 - 3 = 1$$

Il y a de même pour l'élément II. En ce qui concerne le disque (élément III), en l'immobilisant, il résulte aussi deux chaînes cinématiques simplement fermées : l'une à 2 articulations (1, 2) l'autre à 3 articulations (3, 4, 5). On remarque alors que $r_1 = 2$ et $r_2 = 3$, d'ou il résulte :

$$w_{III} = 2 + 3 - 3 = 2$$

b) Considérons la chaîne de la figure 15 (mécanisme du train d'atterrissage d'un avion). Il a une couple de rotation, deux couples sphériques et une couple de translation. Remplaçons-les par des couples de rota-

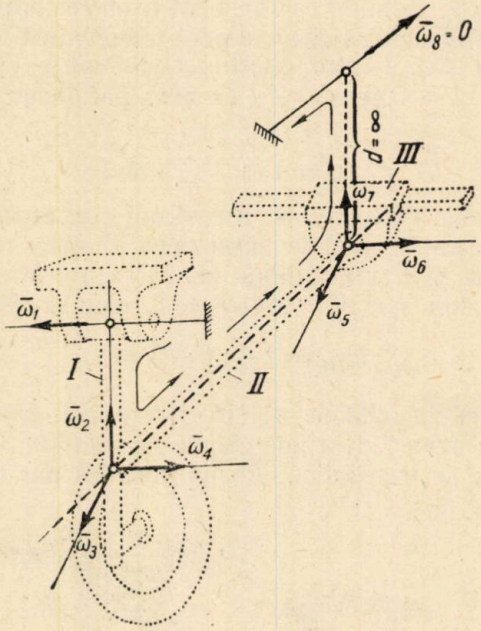


a

Fig. 15

tion équivalentes. La couple de rotation qui remplace la couple de translation a son axe jeté à l'infini dans le plan normal à la vitesse de translation. Il y a en total 8 couples de rotation, équivalentes aux couples de la chaîne. Donc N=8. Les axes de ces couples sont quelconques dans l'espace. Il résulte le rang du sousensemble r=6 et, par conséqueant w = 8 — 6 = 2. Ce

résultat correspond à la réalité, car pour déterminer la configuration de la chaîne il est nécesaire de connaître la configuration des axes des éléments I, II et III et, plus, la position de la barre II, qui peut tourner autour de son axe.



b

Fig. 15

Mais si nous voulons déterminer la mobilité des éléments de la chaîne, nous trouvons

$$w_I = w_{III} = 1 + 6 - 6 = 1, \quad w_{II} = 4 + 4 - 6 = 2$$

car, en immobilisant les éléments I et III, on obtient deux chaînes simplement fermées de rang $r_1 = 1$, $r_2 = 6$ et en immobilisant l'élément II on obtient deux chaînes cinématiques simplement fermées de rangs $r_1 = r_2 = 4$.

14. LA MOBILITÉ DES CHAÎNES SIMPLEMENT FERMÉES ET LA FORMULE DE DOBROVOLSCHI

Il est facile de vérifier que dans le cas d'une chaîne simplement fermée le nombre des couples cinématiques est égal à $n + 1$, n étant le nombre des éléments de la chaîne, donc

$$\sum_{k=1}^{5} p_k = n + 1 \tag{27}$$

Une couple cinématique de la classe k, étant équivalente à $6-k$ couples de la cinquième classe, il résulte :

$$N = \sum_{k=1}^{5} (6-k)\, p_k \tag{28}$$

En tenant compte de la formule (27), l'expression (28) devient :

$$N = 6(n+1) - \sum_{k=1}^{5} k\, p_k \tag{29}$$

La mobilité w de la chaîne sera :

$$w = N - r = 6(n+1) - \sum_{k=1}^{5} k\, p_k - r \tag{30}$$

L'expression de la même mobilité, donnée par la formule de Dobrovolschi, est :

$$w = (6-m)\, n - \sum_{k=m+1}^{5} (k-m)\, p_k \tag{31}$$

En comparant les formules (30) et (31) on arrive à la relation suivante entre le rang r du sousensemble des axes centraux des vis équivalentes et le nombre m de Dobrovolski :

$$r = 6 + \sum_{1}^{m-1} (m-k)\, p_k - m \tag{32}$$

En donnant à m les valeurs 1, 2,...5 il résulte pour r les valeurs :

$$\begin{aligned} &m = 0 \quad r = 6 \\ &m = 1 \quad r = 5 \\ &m = 2 \quad r = 4 - p_1 \\ &m = 3 \quad r = 3 - 2p_1 - p_2 \\ &m = 4 \quad r = 2 - 3p_1 - 2p_2 - p_3 \\ &m = 5 \quad r = 1 - 4p_1 - 3p_2 - 2p_3 - p_4 \end{aligned} \tag{33}$$

Mais, en tenant compte qu'en général une couple cinématique de la classe k est équivalent à $6-k$ couples vis-écrou, dont les axes apartiennent à un ensemble de vis du rang $6-k$, il résulte que lorsqu'une chaîne cinématique possède une couple de la classe k, *le rang r du sousensemble des axes centraux des couples vis-écrou équivalentes est au moin* $6-k$. Puisque d'autre part $1 \leqslant r \leqslant 6$ les formules (33) deviennent :

$$\begin{aligned} &m = 0,\ r = 6 \qquad m = 3,\ r = 3 \\ &m = 1,\ r = 5 \quad \text{et} \quad m = 4,\ r = 2 \\ &m = 2,\ r = 4 \qquad m = 5,\ r = 1 \end{aligned} \tag{34}$$

où plus généralement :

$$r = 6 - m \tag{35}$$

En comparant (34) et (35) à (33) il résulte quelques conditions en ce qui concerne la famille m des chaînes cinématiques.

Les chaînes cinématiques qui appartiennent aux familles 0 et 1 peuvent avoir toute sorte de couple cinématique. Les chaînes cinématiques qui appartiennent à des familles $m \geqslant 2$ ne peuvent avoir que des couples cinématiques d'une classe supérieure à $m-1$.

La formule (35) établit une relation très intéresante entre la famille m d'une chaîne et le rang r de l'ensemble des axes centraux des couples vis-écrous équivalentes aux couples cinématiques de la chaîne. Elle est valable seulement dans le cas des chaînes cinématiques simplement fermées. La formule (35) permet, en même temps, une détermination très commode de la famille m, d'une chaîne cinématique, en déterminant d'abord le rang r. Il résulte ensuite : $m = 6 - r$.

Il n'est plus nécessaire de considérer m comme un nombre de *conditions générales*, imposés *depuis le commencement* à la mobilité de tous les éléments de la chaîne cinématique.

Le cas où il y a de telles conditions est un cas particulier. En effet, considérons, par exemple, une chaîne cinématique plane, et la matrice des coordonées homogènes des couples vis-écrou équivalentes aux couples de la chaîne. Si le plan dans lequel se meuvent les éléments de la chaîne est Oxy alors, dans la matrice générale :

$$\left\| \begin{array}{cccc} u_{1x} & u_{2x} & \cdots\cdots & u_{nx} \\ u_{1y} & u_{2y} & \cdots\cdots & u_{ny} \\ u_{1z} & u_{1z} & \cdots\cdots & u_{nz} \\ m_{1x}+s_1 u_{1x} & m_{2x}+s_2 u_{2x} & \cdots\cdots & m_{nx}+s_n u_{nx} \\ m_{1y}+s_1 u_{1y} & m_{2y}+s_2 u_{2y} & \cdots\cdots & m_{ny}+s_n u_{ny} \\ m_{1z}+s_1 u_{1z} & m_{2z}+s_2 u_{2z} & \cdots\cdots & m_{nz}+s_n u_{nz} \end{array} \right\| \tag{36}$$

il faut prendre $u_{1z}=u_{2z}=\cdots\cdots u_{nz}=0$, $m_{1x}+s_1 u_{1n}=m_{2x}+s_2 u_{2x}=\cdots=$ $=m_{nx}+s_n u_{nx}=0$, $m_{1y}+s_1 u_{1y}=m_{2y}+s_2 u_{2y}=\cdots\cdots=m_{ny}+s_n u_{ny}=0$. La matrice qui en résulte :

$$\left\| \begin{array}{cccc} u_{1x} & u_{2x} & \cdots\cdots & u_{nx} \\ u_{1y} & u_{2y} & \cdots\cdots & u_{ny} \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots\cdots & m_{xz} \end{array} \right\| \tag{37}$$

a, evidemment, le rang $r \leqslant 3$. La famille d'une telle chaîne cinématique est par conséquent : $m \geqslant 3$.

Il faut remarquer encore que les conditions générales communes, *ne doivent pas être cherchées aux éléments de la chaîne cinématique, mais à ses couples cinématiques*. En effet la théorie que nous venons de develop per montre que ce ne sont pas les éléments de la chaîne qui jouent un rôle important dans la mobilité, mais *le nombre des couples vis-écrou équi-*

valents et la configuration de leurs axes centreaux. Donc la famille m d'une chaîne cinématique quelconque est égale au nombre des conditions générales communes à toutes les couples cinématiques en ce qui concerne les mouvements *relatifs* qu'ils empêchent et non pas au nombre des conditions générales communes à tous les éléments de la chaîne, en ce qui concerne les mouvements *absolus* qu'ils ne peuvent pas effectuer.

Par exemple, considérons la chaîne simplement fermée de la fig. 16, qui résulte de la réunion de deux chaînes cinématiques planes. Par rapport

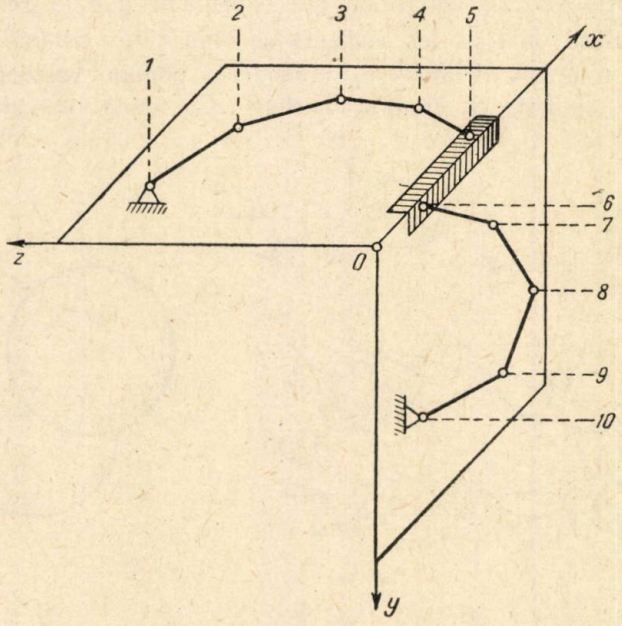


Fig. 16

au trièdre *oxyz* il n'y a aucun mouvement absolu qui soit interdit a tous les éléments de la chaîne. Mais toutes les couples de la chaîne cinématique empêchent le mouvement *relatif* de translation dans la direction de l'axe Ox. Donc $m = 1$. Ce résultat est en concordance avec le rang des sous-ensembles des axes des couples de rotation de la chaîne. En effet, ces axes appartiennent à deux étoiles de droites parallèles, donc $r = 5$. On vérifie immédiatement que $r+m=5+1=6$ (relation 35).

c) CHAÎNES CINÉMATIQUES COMPLEXES

15. GÉNÉRALITÉS

On entend par une chaîne cinématique complexe une chaîne dont la connexion est supérieure à 2. Considérons les courbes fermées Γ irréductibles l'une à l'autre par des déformations topologiques et irréductibles à

un point. Si c est la connexion de la chaîne, il y a en général $c-1$ courbes de cette espèce. En coupant convenablement $(c-1)$ éléments de la chaîne, on peut transformer la chaîne complexe dans une chaîne ouverte (simplement connexe). Pour que cette dernière chaîne soit équivalente à la chaîne complexe donnée, il est nécessaire que les deux parties de chaque élément coupé ne se meuvent que lorsqu'elles formeraient un même corps rigide (car les coupures sont fictives).

En appliquant la théorie de la composition des mouvements relatifs du rigide, on arrive à des équations qui expriment que la résultante et le moment résultant de tous les vecteurs $\bar{\omega}_i$ considérés comme vecteurs glissants et de tous les vecteurs $\bar{v}_i$ considérés comme vecteurs libres sont égaux à zéro, au long de chaque courbe Γ. Ces équations généralisent les

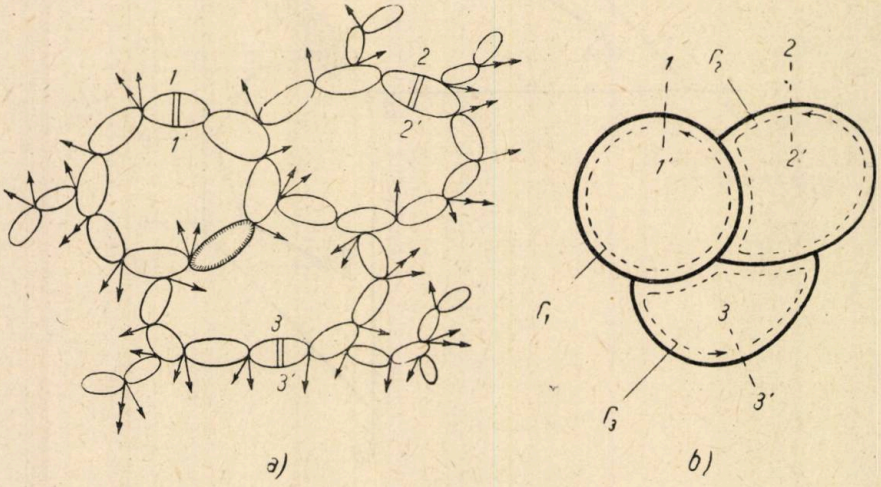


Fig. 17

équations trouvées dans le cas de la chaîne simplement fermée. Dans la fig. 17 a il y a un exemple de chaîne complexe. Le connexité est $c=4$. Les coupures $1-1'$, $2-2'$ et $3-3'$ ramène cette chaîne à une chaîne ouverte. Dans la fig. 17 b on à représenté le schéma topologique de la chaîne. On remarque les trois courbes Γ_1, Γ_2, Γ_3, au long desquelles il est nécessaire que la résultante et le moment résultant des paramètres cinématiques $\bar{\omega}_i$ et $\bar{v}_i$ équivalents aux couples cinématiques de la chaîne. soient égaux à zéro.

Nous appelerons la chaîne ouverte, obtenue en coupant $c-1$ éléments de la chaîne complexe, *chaîne cinématique de base* et les équations qui expriment que la résultante et le moment résultant sont nuls au long des courbes Γ *équations de conditions.*

Mettons en évidence, dans les équations de conditions, les paramètres cinématiques scalaires ω_i et v_i. Les coefficients de ces paramètres seront

alors les coordonées homogènes des vis équivalentes (de même que dans le cas d'une chaîne simplement fermée). Considérons la matrice du systhème d'équations de conditions. Les éléments de cette matrice sont évidemment les coordonnées homogènes des vis, équivalentes aux couples cinématiques de la chaîne. Cette matrice a un nombre de colonnes N égal à celui des couples vis-écrou équivalents et un nombre de lignes égal au nombre des courbes Γ, multiplié par 6, donc 6 $(c-1)$ lignes.

Soit r le rang de cette matrice. Il résulte qu'il est possible d'exprimer r paramètres cinématiques scalaires en fonction des autres $N-r$ paramètres, qui peuvent prendre toute valeur. Il résulte, en tenant compte de la définition de la mobilité d'une chaîne cinématique, que dans ce cas

$$w = N - r \tag{30}$$

On retrouve la même formule que dans le cas d'une chaîne cinématique simplement fermée (v. formule 20). Pourtant, l'interprétation géometrique est plus difficile.

Pour trouver la mobilité d'un certain élément de la chaîne on peut appliquer le procédé général : immobilisons l'élément et cherchons la mobilité w' de la chaîne cinématique ainsi obtenue. La mobilité de l'élément sera $w_e = w - w'$ (v. la formule 9).

16. CAS DES CAIÎNES CINÉMATIQUES COMPLEXES DONT LES COURBES Γ N'ONT PAS DES COUPLES CINÉMATIQUES EN COMMUN

On a représenté dans la fig. 18 une chaîne de cette espèce. Sa connexion $c=6$, donc il y a 5 courbes fermées $\Gamma_1 \ldots \Gamma_5$ irréductibles l'une à l'autre par des transformations topologiques.

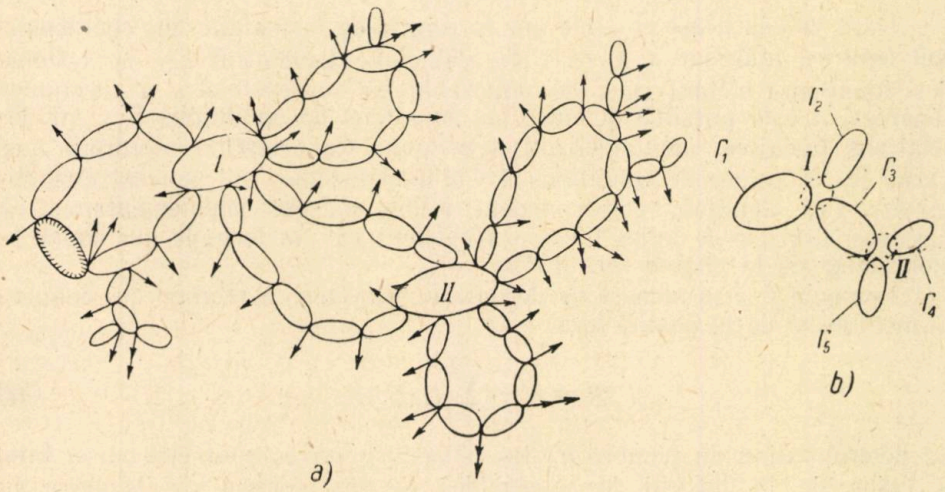


Fig. 18

Le schéma topologique (fig. 18 b) nous montre les 5 courbes Γ. Elles ont en commun des corps (les courbes Γ_1, Γ_2 et Γ_3 ont en commun le corps I, les courbes Γ_3, Γ_4 et Γ_5 ont le corps II) mais elles n'ont en commun aucune couple cinématique.

Dans le cas le plus général d'une telle chaîne, le système des équations de conditions se séparent en soussystèmes, chaque soussystème correspondant à une courbe Γ. Le rang r de la matrice des coefficients sera évidemment égal à la somme des rangs r_i de tous les soussystèmes. Or on sait que le rang r_i est égal au rang du sousensemble des vis de cinquième classe équivalentes aux couples cinématiques qui appartiennent à la courbe Γ_i.

Ces considérations nous permettent de mettre la mobilité d'une telle chaîne cinématique sous la forme

$$w = N - \sum_{1}^{c-1} r_i \tag{31}$$

Cette formule met en évidence les éléments qui déterminent la mobilité de la chaîne : le nombre N des couples de la cinquième classe, équivalentes aux couples cinématiques de la chaîne, la configuration des axes centraux de ces couples, qui interviennent dans la formule par les rangs r et la connexité c de la chaîne cinématique, donc *la topologie de la chaine et la nature de l'ensemble des vis équivalents aux couples cinématiques.*

16. CAS DES CHAÎNES CINÉMATIQUES COMPLEXES DONT LES COURBES Γ ONT DES COUPLES CINÉMATIQUES EN COMMUN

Dans ce cas il est possible que le rang r de la matrice des coefficients soit égal ou inférieur a $\Sigma\, r_i$. Celà s'explique facilement car le système des équations, n'étant plus décomposable en soussystèmes, à inconnues séparées, il este possible qu'entre les équations de conditions il y ait des relations linéaires, identiquement satisfaites. Ces relation montrent que, parmi les équations de conditions il y a quelquesunes qui peuvent être eliminées. Ces équations correspondent à des liaisons supplémentaires ou passives. Lorsque de telles liaisons n'existent pas, la formule qui donne la mobilité w de la chaîne sera (31).

Lorsqu'il y a un nombre n_p de liaisons passives, la relation qui donnera la mobilité w de la chaîne sera

$$w = N - \sum_{1}^{c-1} r_i + n_p \tag{32}$$

La détermination du nombre n_p des liaisons passives peut être aussi faite à l'aide de la théorie des ensembles de vis comme on le verra au paragraphe suivant.

17. DÉTERMINATION DU NOMBRE DES LIAISONS PASSIVES D'UNE CHAINE CINÉMATIQUE COMPLEXE

Les considérations faites aux paragraphes précédents montrent que les liaisons passives ne peuvent exister qu'aux chaînes cinématiques complexes, dont les courbes Γ ont en commun des couples cinématiques. Nous allons développer une méthode qui, en beaucoup de cas, permet la détermination du nombre n_p des liaisons passives. Considerons deux éléments quelconques C_i et C_j de la chaîne. Ils sont liés par des petites chaînes. Si on remplace les paramètres cinématiques de ces petites chaînes par des réactions équivalentes et on étudie l'ensemble des reactions entre C_i et C_j on peut en déduire les liaisons passives en faissant, pour toutes les paires de ces éléments la différence entre le nombre N^*_{ij} des réactions et le rang r^*_{ij} de la l'ensemble des vis qui correspondent à ces réactions, c'est à dire :

$$n_p = \sum (N^*_{ij} - r^*_{ij}) \tag{33}$$

Il este convenable de choisir comme éléments C_i et C_j des éléments qui séparent les portions communes à deux ou plusieurs courbes Γ, (par exemple les éléments, A, B, C, D, (v. fig. 19).

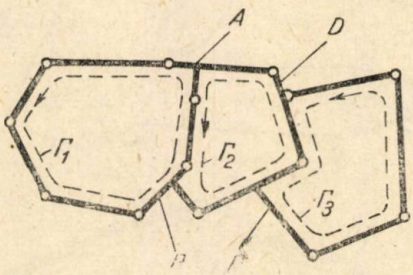


Fig. 19

Il est utile à nous rappeler que l'ensemble des vis complémentaire à la réunion de plusieurs ensembles est toujours égal à l'intersection (les vis communes) des ensembles de vis complémentaires [18].

Pour que la formule (33) soit appliquable, il faut que, pour chaque petite chaîne, l'ensemble complémentaire contienne un nombre de vis de la cinquième classe égale au rang de l'ensemble complémentaire. Par exemple, si la petite chaîne contient une seule articulation, l'ensemble complémentaire est celui de tous les axes qui rencontrent l'axe de l'articulation. C'est un complexe linéaire spécial de droites, donc un ensemble du rang $r = 5$. Nous considérerons seulement 5 axes de cette espèce.

Si la petite chaîne contient deux articulations, l'ensemble complémentaire est celui de tous les axes qui rencontrent les deux axes des articulations données. C'est une congruence linéaire de droites, donc un ensemble du rang $r = 4$. Nous considérerons seulement 4 axes de cette espèce etc.

Lorsque la chaîne est plane, les axes des articulations sont parallèles entre eux et normaux au plan. Dans ce cas une petite chaîne à une seule articulation sera remplacé par deux réactions situées dans le plan et qui rencontrent l'axe ; une petite chaîne à deux articulations sera remplacée par une seule réaction située dans le plan et qui recontre les deux axes, enfin une petite chaîne à trois articulations dont les axes ne sont pas coplanaires sera supprimé sans être remplacé par aucune réaction.

On peut vérifier que ce procédé particulier modifie, dans le cas de la chaîne plane le nombre réel des liaisons passives, mais il n'influence pas les résultats du calcul de la mobilité w de la chaîne cinématique.

18. APPLICATIONS

a) Considérons comme premier exemple celui d'un mécanisme, dont le schéma se trouve dans la fig. 20. Ce mécanisme est utilisé aux locomotives. Le schéma topologique est représenté dans la fig. 20 b. On

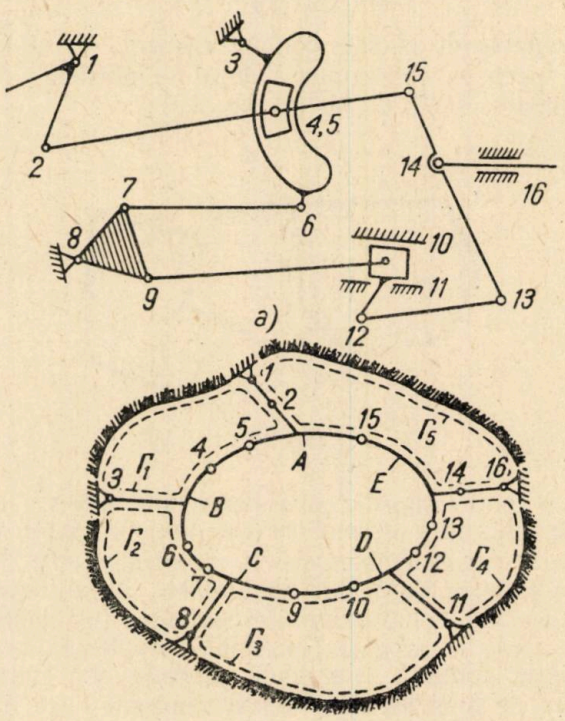


Fig. 20

reconnait qu'il s'agit d'une chaîne cinématique complexe, la connection étant $c = 6$. Il est facile de verifier que cette chaîne n'a pas de liaisons supplémentaires (passives), car les éléments A, B, C, D, E et l'élement fixe exercent entre eux des réactions dont le nombre est toujours égal

au rang. On peut donc appliquer la formule (31). En tenant compte que l'ensemble des droites parallèles dans l'espace a le rang $r = 3$, il résulte $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 3$ et puisque $N = 16$, il résulte

$$w = N - \sum_{1}^{c-1} r_i = 16 - 5 \times 3 = 1$$

b) Considérons le mécanisme différentiel (fig. 21 a). Dans la figure 21 b on a représenté le schéma topologique. On reconnaît qu'il

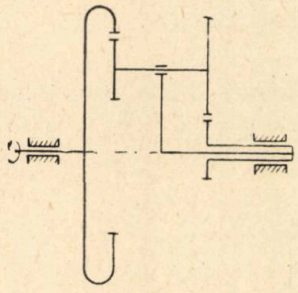


Fig. 21 a

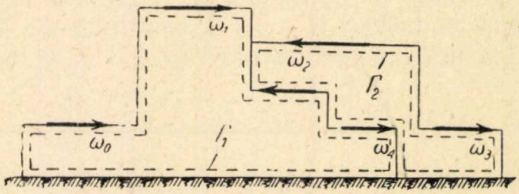


Fig. 21 b

s'agit aussi d'une chaîne cinématique complexe, la connexion étant $c = 3$. On peut vérifier qu'il n'y a pas de liaisons suplémentaires. On peut donc appliquer la formule (31). En tenant compte que l'ensemble des droites, qui sont en même temps parallèles et coplanaires, a le rang $r = 2$, il résulte $r_1 = r_2 = 2$ et puisque $N = 6$

$$w = N - \sum_{1}^{c-1} r_i = 6 - 2 \times 2 = 2$$

c) La chaîne cinématique de la figure 22 est un exemple de chaîne complexe à liaisons passives. On reconnaît immédiatement que la con-

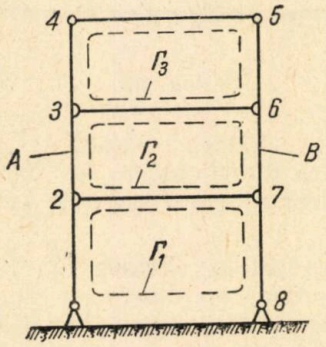


Fig. 22

nexité de la chaîne est $c = 4$. En considérant les éléments A et B, et en remplaçant les petites cahînes 1—8, 2—7, 3—6, 4—5 par des réactions dirigées le long de ces barres (v. § 17), on reconnaît que ces réactions

étant parallèles et coplanaires leur rang est $r^* = 2$. Le nombre de ces réactions étant $N^* = 4$ il en résulte le nombre des liaisons passives.

$$n_p = N^* - r^* = 4 - 2 = 2$$

Parceque les droites parallèles dans l'espace forment un ensamble du rang $r = 3$ et parceque le nombre des axes des articulations est $N = 8$, il résulte en appliquant la formule (32) :

$$w = N - \sum_{1}^{c-1} r_i + n_p = 8 - 3 \times 3 + 2 = 1$$

d) Dans la figure 23 on a représenté le schéma d'une chaîne cinématique complexe ($c = 9$) à beaucoup de liaisons passives. Les éléments liés par des liaisons passives sont A et B, B et C, D et E.

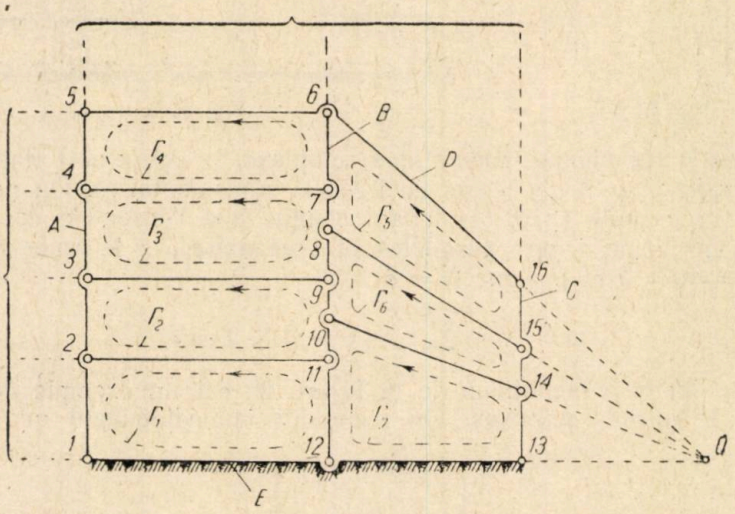


Fig. 23

Remplançons les petites chaînes 1—12, 2—11, 3—9, 4—7, 5—6 par des réactions dirigées dans les directions de ces barres. Ces réactions étant parallèles et coplanaires leur rang est $r_{BA} = 2$. Le nombre de ces réactions est $N_{AB} = 5$.

Remplaçons aussi les petites chaînes 12—13, 10—14, 8—15, 6—16 par des réactions dirigées dans les directions de ces barres. Ces réactions étant concurrentes en O il résulte aussi $r_{BC} = 2$. Le nombre $N_{BC} = 4$.

Remplaçons enfin les petites chaînes 1—5, 12—6 et 13—16 par des réactions. Leurs rang $r_{DE} = 2$ et leur nombre $N_{DE} = 3$.

Il en résulte le nombre des liaisons passives :

$$n_p = \sum (N_{ij}^* - r_{ij}^*) = N_{AB} - r_{AB} + N_{BC} - r_{BC} + N_{DE} - r_{DE} = 5 - 2 + 4 - 2 + 3 - 2 = 6$$

En tenant compte que les droites parallèles dans l'espace ont le rang $r = 3$, il résulte, en appliquant la formule (32)

$$w = N - \sum_{i}^{c-1} r_i + n_p = 16 - 3 \times 7 + 6 = 1$$

Il faut remarquer que la chaîne cinématique que nous venons d'examiner est critique, car, dans la position infiniment voisine les réactions 12—13, 10—14, 8—15, 6—15, ne sont plus concurrentes et par conséquence la mobilité de la chaîne devient $w = 0$. Donc ne sont possibles que des mouvements infinitésimaux pour cette chaîne.

Le problème de la détermination du degré de mobilité d'une chaîne cinématique, que nous venons de resoudre ci-dessus, n'est qu'un aspect du problème général de la structure d'une chaîne cinématique. D'autres problèmes comme celui de la classifications des chaînes cinématiques et des mécanismes, celui de l'analyse cinématique des mécanismes spatiaux, analogue à celle des groupes cinématiques planes, celui de la synthèse des mécanismes et encore d'autres problèmes présenteront, certainement, de nouveaux aspects lorsque l'étude sera entreprise à l'aide de la théorie géométrique des vis.

Ces problèmes formeront l'objet d'autres études, que nous développerons dans des articles prochains.

La chaire de Mécanique
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Артоболевский И.*: И. теория механизмов и машин, государственное издателство технико-теоретической литературы, Москва, 1953.
2. *Блох З. Ш.*: синтез плоских кинематических цепеи с низшими парами, прикл. матем. и механ, т III, вып. з. 1939.
3. *Bricard R.*: Cinématique et mécanismes, Librairie Armand Collin, Paris, 1947.
4. *Bugaevski E., Bogdan R., Pelecudi C.*: Contribuții la clasificarea mecanismelor spațiale, Studii și cercetări de mecanică aplicată, Ac. R.P.R., T. VIII, nr. 2, 1957.
5. *Диментьерг Ф. М.*: Общий метод исследования конечны перемещений пространсвенных механизмов и некоторые случаи пассивных связей, тр. семинара т.м.м, ан. СССР. т V, вып 17, 1958.
6. *Добровольский В. В.*: Теория механизмов, оборонгиз, Москва, 1953.
7. *Добровольский В. В.*: Введение в динамику статических неопределимых механизмов, тр. семинара т.м.м. ан СССР, т VIII, вып 30, 1949.
8. *Freudenstein F*: Trends in the kinematics of mechanisms, Applied Mechanics Reviews, T. 12, nr. 9, septembrie 1959.
9. *Goodman T. P., Hain K.*: Der Stand der Getriebeanalyse im Schrifttum des Englischen Sprachgebietes, Konstruktion T. 10, nr. 11, 1958.

10. *Кислицын С. Г.:* Тензорный метод теории пространсвенных механизмов, тр. семинара т.м.м. ан. СССР, вып 54, 1954.
11. *Manafu V:* Metoda legării mecanismelor, Seziunea științifică a Institutului Agronomic, București, 1955.
12. *Manolescu N.:* Asupra mecanismelor formate din lanțuri cinematice de familii diferite, Seziunea Științifică a I.C.F., București, 1959.
13. *Mangeron D. I., Drăgan C., Svijevski Vl.:* O nouă metodă de studiu interesînd teoria mecanismelor și a mașinilor, Studii și cercetări de Mecanică aplicată, Ac. R.P.R., T. VIII, nr. 1, 1957.
14. *Морошкин Ю. Ф.:* Основы аналитической теории механизмов, тр. семинара т.м.м. ан. СССР, т XIV, вып. 54, 1948.
15. *Морошкин Ю. Ф.:* Вопросы геометрии сложных кинематических цепеи план, т 119, и 1, 1958.
16. *Таинов А. И.:* Основы теории структуры механизмов, бпи, Минск, 1959.
17. *Teoria mecanismelor și a mașinilor, structura și cinematica mecanismelor,* Editura Tehnică, București, 1959.
18. *Voinea R., Atanasiu M.:* Contributions à la théorie géométrique des vis, Buletinul Institutului Politehnic București, T. XXI, nr. 3, 1959.
19. *Зиновьев В. А.:* Пространсвенные механизмы с низщими парами, гостехизадаг, Москва, 1952.

К ИЗУЧЕНИЮ СТРОЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

(Краткое содержание)

В работе излагастся изучение строения и подвижности кинематических цепей. Показывается, что любую пару классак можно заменить 6 - к парами - винт.

Применяются результаты, относящиесия к общей теории множеств винтов, полученных в предшествующеи работе [18].

Последовательно разобраны случаи открытои кинематическои цепи, простои закрытои кинематической цепи и сложной кинематической цепи.

Представленный метод аавтоматически исключает затруднения, причинёные наличием в кинематической цепи фальшивых степеней подвижности и пассивных связей.

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE STRUCTURE OF KINEMATIC CHAINS

(Summary)

The paper exposes a study of the structure and mobility of kinematic chains. It is demonstrated that any k-class coupling is assimilable to $6 - k$ screw coupligs. The authors make use of the results of a previous paper (18)

regarding the general theory of the sets of screws. The cases of the open kinematic chain, of the simple closed kinematic chain and of the complex kinematic chain are analysed in turn. The method exposed automatically removes the difficulties due to the presence in the kinematic chain of fals mobility degrees and of passive bounds.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE LA STRUCTURE DES CHAINES CINÉMATIQUES

(Résumé)

Les auteurs présentent une étude de la structure et surtout de la mobilité d'une chaîne cinématique. On démontre que tout couple cinématique de la classe k peut être remplacée par $(6—k)$ couples vis-écrou.

On applique les résultats concernant la théorie générale des ensembles de vis, résultats obtenus dans un ouvrage antérieur (18).

On analyse succesivement les cas de la chaîne cinématique ouverte, la chaîne cinématique simplement ouverte et de la chaîne cinématique complexe.

La méthode présentée élimine les difficultés produites par la présence dans la chaîne cinématique soit des degrés de liberté supplémentaires soit des degrés de liberté supplémentaires, soit des liaisons passives.

BEITRAEGE ZUR STRUKTUR DER KINEMATISCHEN KETTEN

(Zusammenfassung)

Es wird ein Studium der Struktur und Beweglichkeit der kinematischen Ketten vorgelegt. Es wird bewiesen, dass jede Klassenkupplung k mit $6 — k$ Schraubenkupplungen asimilierbar ist.

Est werden die in einer vorgehenden Arbeit (18) erhaltenen Resultate, die allgemeine Theorie der Schraubenmengen betreffend, angewendet.

Es werden aufeinanderfolgend die Fälle der effenen, der einfach geschlossenen und der komplexen, kinematischen Ketten analysiert.

Die vorgeführte Methode schliesst automatisch die Schwierigkeiten aus, die durch das Vorhandensein der falschen Beweglichkeitsgrade und passiven Verbindungen in der kinematischen Kette bestehen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

UNELE ASPECTE TEHNICO-ECONOMICE ALE PRELUCRĂRII ȘI UTILIZĂRII CĂRBUNILOR BRUNI LEMNOȘI DIN R.P.R.

I. BLUM și M. ROSENBERG

1. Generalități

Dezvoltarea continuă a economiei unei țări este strîns legată de creiarea prealabilă a unei baze energetice corespunzătoare, de creșterea continuă a producției și consumului de energie. Astfel, consumul specific de energie primară al diferitelor țări reflectă în mare măsură stadiul lor de industrializare, iar dinamica producției de energie primară redă destul de fidel ritmul general de dezvoltare al economiei țărilor respective. Relația strînsă dintre creșterea producției industriale și cea a producției

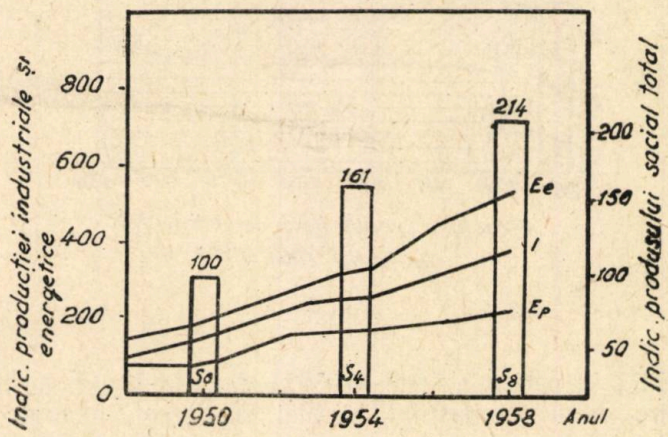
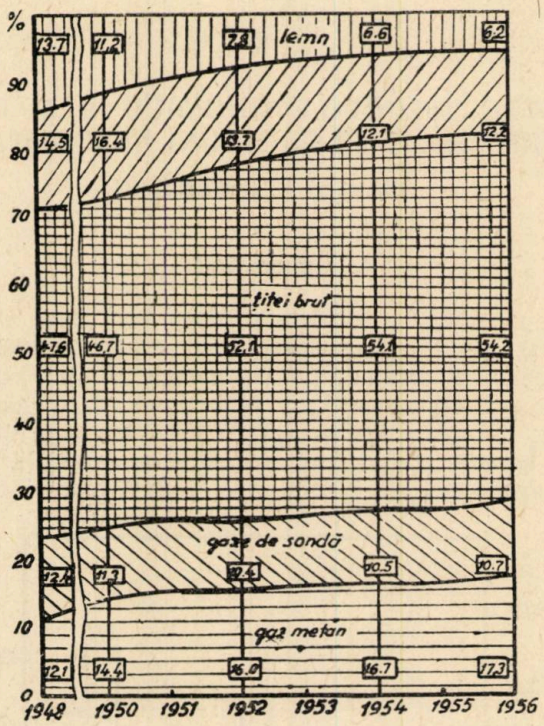


Fig. 1

și consumului de energie primară și electrică — studiată de mulți autori (1, 2, 3) — reese și din diagrama 1, în care s-au redat creșterile indicilor respectivi în R.P.R., în perioada 1948–1958, (anul 1938=100).

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

R.P. Romînă dispune de bogate zăcăminte de combustibili fosili — cărbuni, țiței și gaze naturale — de vaste întinderi forestiere și de un mare potențial hidroenergetic. Din totalul zăcămintelor de combustibili fosili, rezervele geologice de cărbuni din R.P.R. acoperă mai mult de jumătate. Cu toate acestea, structura producției de resurse energetice pri-



Structura producției de combustibili în anii 1948-1956

Fig. 2

mare în R.P.R., în perioada 1948—1956, redată în fig. 2, arată ponderea mare pe care o au combustibilii lichizi și gazoși, însumînd în 1956. cca. 81% din totalul producției de energie primară și ponderea relativ redusă a cărbunelui de numai 12,2% din total. În anul 1958 ponderea producției de cărbune a fost de numai 10,6% din total, iar ponderea consumului de cca. 17% din totalul consumului intern ; decalajul față de structura rezervelor disponibile se menține mare.

Pentru a pune în concordanță structura rezervelor de resurse energetice primare cu cea a producției și consumului apare rațional ca ponderea cărbunelui în ansamblul producției de energie primară în R.P.R.

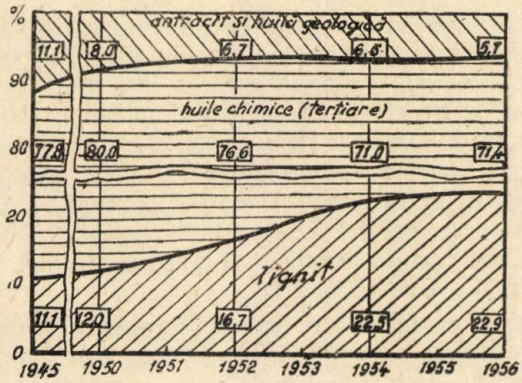
să fie mărită în mod corespunzător, iar prelucrarea acestuia să se adîncească în vederea obținerii efectului economic optim.

Analizînd situația rezervelor de cărbuni pe tipurile caracteristice existente în R.P.R. reese următoarele :

— rezervele de antraciți sînt mici și volumul exploatării lor neînsemnat ;

— huilele clasice de cocs din Banat a căror producție este de asemenea redusă, au un domeniu de utilizare bine conturat — pentru fabricarea cocsului — și nu se poate pune problema sustragerii lor de la această destinație.

— huilele aglutinante și slab aglutinante, huilele de gaz și flambante din Valea Jiului și huilele antracitoase degresante, din Banat (Bigăr, Baia Nouă etc.) care au în parte și utilizări energetice, trebuie să fie



Variația structurii producției de cărbune în R.P.R în perioada 1948 - 1956.

Fig. 3

scoase treptat dar integral din domeniile de folosință energetică și dirijate exclusiv spre utilizările tehnologice corespunzătoare (cocsificare, semicocsificare etc.) ;

— cărbunii bruni mați și lucioși se găsesc în țară în cantități reduse, iar dinamica de creștere a producției lor în viitor va fi relativ mică ;

— cărbunii bruni lemnoși, ligniții, constituie cantitativ rezervele de cărbuni cele mai mari din țară și intensificarea extracției lor în viitor este posibilă și planificată.

În aceste condiții substituirea cărbunilor superiori în utilizările lor energetice actuale, economisirea lemnelor de foc în vederea folosirii lor mai raționale în alte sectoare și acoperirea necesarului crescînd de energie poate și trebuie să se facă de către lignit, existent în țară în cantități suficiente și disponibil pentru utilizări energetice.

De altfel și în perioada 1948—1956 și în continuare se poate remarca modificarea continuă a ponderii lignitului în totalul producției de cărbune — vezi fig. 3 — aceasta crescînd de la *11,1% din total în 1948,* la 22,9% în 1956 și în continuare la *26,1% în 1958* (totul raportat la combustibil convențional). În unități naturale (tone brute) volumul producției de lignit a reprezentat în 1958 2,9 mil. tone, adică cca. 42% din totalul cărbunelui extras.

Creșterea puternică a producției de cărbune ridică în mod acut problema prelucrării și utilizării cît mai raționale a acestuia, folosind în acest scop întreaga experiență industrială acumulată în diferite țări precum și rezultatele cercetărilor noastre în vederea alegerii tehnologiei celei mai adecvate cărbunilor noștri și condițiilor tehnico-economice ale țării noastre.

În diferite țări europene cu industrie carboniferă dezvoltată tehnica prelucrării și utilizării cărbunilor — în deosebi a celor superiori — a făcut progrese importante, însă în ceea ce privește prelucrarea și utilizarea rațională a cărbunilor bruni lemnoși, domeniu în care experiența noastră industrială este încă redusă, experiența altor țări industriale nu este nici ea mult mai avansată. În afară de aceasta condițiile specifice acelor țări sînt în genere diferite de cele ale țării noastre.

Astfel în timp ce structura energetică a țării noastre în domeniul producției de energie primară este polienergetică, majoritatea țărilor europene au structură monoenergetică, fie hidroenergetică ca Elveția, Finlanda, Norvegia și Suedia, fie carboenergetică ca Anglia, Belgia, R. Cehoslovacă, R. D. Germană, R. F. Germană ș.a.

În țările europene cu structură carboenergetică dezvoltată sau predominant carboenergetică și care au și zăcăminte de cărbuni de formație tînără — cărbuni bruni pămîntoși, ligniți etc. — extracția acestor cărbuni se face încă la scară redusă, prelucrarea lor fiind o problemă de ordin secundar, cu excepția R. D. Germane. Vom analiza totuși, pe scurt, situația extracției și prelucrării cărbunelui brun inferior în cîteva țări din Europa.

a) În domeniul extracției de cărbuni bruni inferiori, R. D. Germană ocupă primul loc în lume. R. D. Germană posedă 2 bazine carbonifere mari, unul situat la apus de Elba, cu cărbuni avînd 45—55% apă și 10—15% cenușă (la masa uscată) și celălalt la răsărit de rîul Elba, cu cărbuni avînd 55—60% umiditate și 5—10% cenușă. Rezervele de cărbune brun ale R.D.G. se ridică la cca. 25 mld. tone din care peste 2/3 sînt concentrate în cîmpuri de 200—500 mil. tone fiecare. Producția de cărbuni bruni a R.D.G. a reprezentat 206 mil. tone în 1956 și se va ridica la 260 mil. tone în 1961. În anul 1926 din totalul producției brute de cărbune numai cca. 35% (respectiv 70 mil. tone) au fost livrați sub formă de cărbune nepreparat sau ciuruit. Restul de 136 mil. tone a fost prelucrat pe diverse căi: brichetare, semicarbonizare, etc.

Dirijarea cărbunilor spre diferite utilizări tehnologice sau energetice se face în R.D.G. în baza unei clasificări economico-utilitariste a cărbunilor redată în tabela 1:

Tabela 1

Clasificarea cărbunilor după utilizarea lor	Caracteristicile chimico-tehnologice ale cărbunilor		
	A^{anh} %	Conținut de gudron, %	St %
— Cărbuni de cocsificare	< 10	indiferent	< 1,2
— Cărbuni de brichetare	< 15	< 12	> 1,2
— Cărbuni de semicocsificare			
— categoria I	< 20	> 12	indiferent
— categoria II	20—30	> 18	indiferent
Cărbuni pentru focare			
— categoria I	> 15	< 12	indiferent
— categoria II	20—30	< 18	indiferent
— categoria III	> 30	indiferent	Indiferent

Dacă analizăm comparativ caracteristicile chimico-tehnice ale cărbunelui brun pămîntos german și ale ligniților noștri așa cum sînt redate în tabela 2 reese următoarele :

Tabela 2

Caracteristicile chimico-tehnice	Cărbune brun pămîntos german		Cărbune brun lemnos romînesc	
	A	B	Căpeni	Deina
Umiditate, W_t (%)	60,0	50,0	41,5	30,2
Cenușă, A^a (%)	1,6	6,5	24,2	32,5
Masă combustibilă (%)	38,4	43,5	34,3	37,3
Sulf total, St (%)	0,4	1,5	2,3	4,3
Randament de gudron (%)	3,8	8,2	5,6	4,6
Putere calorică, H_i (%)	2.000	2,690	1.850	1.920

Raportat la cărbunele brut, conținutul total de balast (umiditate + cenușă) al cărbunilor bruni pămîntoși germani și al ligniților romînești este apropiat, natura balastului este însă diferită : în timp ce primii au umiditate ridicată și cenușă foarte redusă, ligniții romînești au umiditate mai mică, în schimb cenușă multă și randament de gudron în general redus. Pe lîngă aceasta, caracteristicile tehnologice ale ligniților noștri sînt diferite de cele ale cărbunilor amorfi germani.

b) În Uniunea Sovietică rezervele de cărbuni sînt estimate la cca. 8.600 mld. tone (cca. 57% din totalul rezervelor mondiale), din care cea mai mare parte o constituie cărbunii superiori — huile și antraciți — (5). Cărbuni bruni se găsesc în deosebi în bazinul Moscovei, în Ucraina și în Urali și se utilizează aproape exclusiv ca atare la termocentrale și focare industriale. În prezent se studiază la ENIN utilizarea complexă energo-chimică a cărbunilor bruni din Ucraina (6).

c) În R. P. Ungară s-au efectuat studii privind deshidratarea și epurarea umedă a cărbunilor bruni lemnoși iar în R. P. Bulgară, care dispune de bogate zăcăminte de cărbune brun amorf, se realizează în prezent brichetarea fără liant a cărbunelui brun extras. În Austria se efectuează deshidratarea cărbunilor bruni lemnoși în autoclave cu vapori sub presiune.

d) În R. P. Romînă, din producția totală de lignit de 2,9 mil. tone în 1958, cca. 0,1 mil. tone, adică cca. 4%, se prelucrează prin deshidratare Fleissner. Restul se utilizează ca atare, ocnă sau ciuruit. Pentru valorificarea tehnică a ligniților romînești s-au făcut numeroase studii și încercări privind epurarea, brichetarea, semicarbonizarea și gazeificarea acestor cărbuni în laborator și în diferite instalații industriale din țară și străinătate. Aceste lucrări (7, 8, 9, 10, 11, 12) au elucidat în mare parte aspectele tehnice ale problemei. Aspectele tehnico-economice ale prelucrării ligniților au fost și ele analizate pentru fiecare cale de prelucrare în parte. (13—19). Lucrarea de față, sintetizînd diferitele aspecte ale analizelor parțiale menționate mai sus, caută să stabilească unele criterii obiective pentru alegerea metodei optime de valorificare tehnică a ligniților în diferite condiții date.

2. Căile de valorificare tehnică a cărbunilor bruni lemnoși din R.P.R.

Valorificarea tehnică a ligniților romînești se poate face pe următoarele căi :

1. Arderea ca atare a lignitului brut ocnă sau ciuruit.
2. Epurarea mecanică.
3. Deshidratarea cu aburi sub presiune (Fleissner).
4. Brichetarea cu și fără liant.
5. Semicarbonizarea.
6. Gazeificarea în gazogene (la suprafață).
7. Gazeificarea subterană.
8. Hidrogenarea.
9. Cocsificarea.

Dintre procedeele de prelucrare și valorificare tehnică a ligniților enumerate mai sus, unele se aplică în mod curent în industrie, altele — gazeificarea subterană și hidrogenarea — n-au depășit încă faza încercărilor experimentale la scară mare, iar ultimul — cocsificarea ligniților — este considerat încă neactual la noi în țară, din punct de vedere economic. De aceea, în lucrarea de față, compararea căilor de

valorificare tehnică a ligniților s-a făcut numai pentru primele șase procedee, menționate mai sus. Pentru realizarea industrială a fiecăruia dintre procedeele de prelucrare arătate, este necesar ca materia primă supusă prelucrării să îndeplinească o serie de condiții prealabile — arătate în tabela 3 — impuse fie din punct de vedere tehnologic, fie din punct de vedere economic, în funcție de gradul de exigență al procesului, al instalației sau al consumatorului, căruia îi este destinat produsul finit.

Tabela 3

Procedeul de prelucrare a cărbunilor bruni	Condiții prealabil impuse materiei prime	
	tehnologic	economic
1. Ardere (în diferite tipuri de focare)	— granulație corespunzătoare — cenușa $A_{105} \leqslant 40$ %	—
2. Epurare mecanică	— lavabilitate bună	— nterval de mixte cît mai redus
3. Deshidratare (Fleissner)	— granulație > 50 mm — cenușa $A_{105} < 25$ % — structură exclusiv xiloidă	— intervalul de reducere a umidității suficient de mare
4. Brichetare — fără liant :	— conținut ridicat de acizi humici, respectiv structură amorf-pămîntoasă	— steril nenisipos — cenușa $A_{105} \leqslant 30$ %
— cu liant :	—	— cenușa $A_{105} \leqslant 40$ %
5. Semicarbonizare	— granulație corespunzătoare	— randament satisfăcător de gudron
6. Gazeificare	— cenușă $A_{105} \leqslant 40$ % — granulație corespunzătoare	—

Analiza sumară a tabelei 3 arată că în timp ce pentru anumite căi de prelucrare — ardere, brichetare cu liant, gazeificare — condițiile ce se pun materiei prime sînt ușor de realizat, la celelalte procedee de valorificare, condițiile impuse, dar mai greu realizabile, devin adesea impedimentul major pentru valorificarea tehnică pe calea respectivă.

Astfel, lavabilitatea proastă a ligniților de Ojasca și Căpeni nu permite epurarea lor umedă (20), iar conținutul ridicat de cenușă al lignitului brut mărunt de Rovinari, ar face brichetarea fără liant a acestuia oneroasă economic și ar da brichete de proastă calitate.

Pentru a compara între ele aspectele tehnico-economice ce apar la valorificarea tehnică a diferitelor sorturi de lignit, s-a considerat o materie primă etalon, lignitul brut, ocnă, cu caracteristicile chimico-tehnologice arătate în tabela 4.

Tabela 4

CARACTERISTICILE CHIMICO-TEHNICE ALE MATERIEI PRIME ȘI ALE PRODUSELOR FINITE PRINCIPALE REZULTATE PRIN PRELUCRARE

Produsul	Caracteristici chimico-tehnice						Conținut caloric util kcal kg
	W^t %	A^a %	A^{anh} %	V^a %	M. C. %	Q_i^a kcal/kg	
1	2	3	4	5	6	7	8
A. Materia primă:							
1. *lignit brut*							
— mărunt:	33,0	30,0	45,0	24,0	37,0	1.920	1.230
— ocnă:	33,0	19,5	29,2	30,8	47,5	2.560	1.810
— ciuruit:	33,0	15,0	22,5	33,8	52.0	2.850	2.090
2. *lignit epurat*							
— mărunt:	33,0	12,0	18,0	35,7	55,0	3.060	2.300
3. *lignit semicarbonizat*							
— mărunt:	—	61,5	61,5	10,4	38,5	2.690	1.650
— ciuruit:	—	36,4	36,4	17,3	63,6	4.450	3.180
B. Produsul finit principal:							
1. *din lignit brut ocnă*							
— lignit ciuruit	33,0	15,0	22,5	33.8	52,0	2.850	2.090
— brichete fără liant	12,4	25,5	29,1	40,4	62,1	3.490	2.470
— brichete cu liant	8,1	22,6	25,2	44,3	69,3	4.440	3.210
2. *din lignit brut mărunt*							
— lignit epurat:	33,0	12,0	18,0	35,7	55,0	3.060	2.300
— brichete fără liant	12,4	39,2	44,7	31.5	48,4	2.650	1.710
— brichete cu liant	7,7	33,2	37,3	37,5	59,1	3.920	2.640
— semicocs:	—	61,5	61,5	10,4	38,5	2.690	1.650
— gaz Winkler	—	—	—	—	—	2.390	2.150
— gaz Lurgi	—	—	—	—	—	4.200	3.780
3. *din lignit brut ciuruit:*							
— lignit deshidratat	18,0	13,0	15,8	41,0	69,0	4.080	3.040
— brichete fără liant	12,4	19,6	22,3	44,1	68,0	3.870	2.850
— brichete cu liant	8,3	17,8	19,7	47,2	73,9	4.480	3.400
— semicocs:	—	36,4	36,4	17,3	63,6	4.450	3.180
— gaz Winkler	—	—	—	—	—	2.390	2.150
— gaz Lurgi	—	—	—	—	—	4.200	3.780
4. *din lignit epurat (mărunt)*							
— brichete fără liant	12,4	15,7	17,9	46,6	71,9	4.100	3.100
— brichete cu liant	8,4	14,3	15,9	48,9	76,3	4.850	3.680
— semicocs	—	30,2	30,2	19,1	69,8	4.880	3.600
— gaz Winkler	—	—	—	—	—	2.390	2.150
— gaz Lurgi	—	—	—	—	—	4.200	3.780

(tabela 4 continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8
5. *din lignit semicarbonizat (mărunt)*							
— brichete cu liant	—	44,5	44,5	22,8	55,5	4.140	2.640
— gaz Winkler	—	—	—	—	—	2.370	2.140
— gaz Lurgi	—	—	—	—	—	4.200	3.780
6. *din lignit semicarbonizat (ciuruit)*							
— brichete cu liant	—	28,2	28,2	24,8	71,8	5.170	3.630
— gaz Winkler	—	—	—	—	—	2.370	2.140
— gaz Lurgi	—	—	—	—	—	4.200	3.780

În această tabelă sînt arătate de asemenea și caracteristicile chimico-tehnice ale celorlalte sorturi derivate — lignit ciuruit, lignit mărunt, etc., precum și cele ale produselor finite — lignit deshidratat, brichete de lignit etc. — așa cum rezultă din schemele tehnologice analizate anterior de autori (13—19).

În tabela 5, sînt redate produsele finite principale și secundare ce rezultă din fiecare procedeu de prelucrare a ligniților în parte.

Tabela 5

Calea de valorificare tehnică	Materia primă supusă prelucrării	Produsele finale ale prelucrării	
		produsul principal	produsele secundare
1. Ciuruire	— lignit brut, ocnă	— lignit brut ciuruit	— lignit brut mărunt
2. Epurare	— lignit brut mărunt	— lignit mărunt epurat	— mixte
3. Deshidratare (Fleissner)	— lignit brut ciuruit	— lignit deshidratat	— lignit deshidratat mărunt — lignit brut mărunt
4. Brichetare — fără liant	— lignit brut ocnă (sau alt sort de lignit)	— brichete de lignit fără liant	—
— cu liant :	— lignit brut ocnă (sau alt sort de lignit)	— brichete de lignit cu liant	—
	— lignit semicarbonizat	— brichete de semicocs cu liant	—
5. Semicarbonizare:	— lignit brut ciuruit (sau alt sort de lignit)	— semicocs	— gudroane — gaze — ape pirogenetice
6 Gazeificare :	— lignit brut mărunt (sau alt sort de lignit)	— gaze combustibile	— gudroane — benzine

iar în tabela 6 se arată randamentele de prelucrare a ligniților — exprimate în cantitatea de produs finit principal ce rezultă din 1 tonă de materie primă, — pe diferite căi tehnologice analizate.

Tabela 6

RANDAMENTELE DE PRELUCRARE A LIGNIȚILOR PE DIFERITE CĂI TEHNOLOGICE

(kg. produs finit principal/t materie primă supusă prelucrării)

Calea de valorificare tehnică:	kg. produs finit principal obținut din o tonă de:					
	lignit brut			lignit epurat mărunt	lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit		mărunt	ciuruit
1. Ciuruire:	700	(300)	—	—	—	—
2. Epurare:	—	400	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	570	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	765	765	765	765	—	—
— cu liant:	864	905	846	839	1377	1253
5. Semicarbonizare:	413	463	393	378	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler *)	885	680	970	1020	720	1160
— Lurgi *)	535	415	585	620	430	715

*) Nm^3 gaz epurat/t materie primă supusă prelucrării.

După cum reiese din tabela 5, prelucrarea ligniților pe calea brichetării cu sau fără liant poate duce la transformarea integrală a materiei prime în produs finit principal. Celelalte căi de valorificare duc la obținerea în paralel de produse secundare: gudroane, gaze combustibile, etc. Din această cauză, randamentele obținute prin prelucrare și arătate în tabela 6 sînt relativ mari pentru brichetarea cu sau fără liant și mult mai mici la celelalte căi de valorificare; la brichetarea cu liant acestea apar mărite și din cauza adaosului de liant folosit în prelucrare.

Pentru caracterizarea tehnică mai completă a procedeelor de prelucrare, s-au mai analizat indicii de recuperare a conținutului caloric util inițial al materiei prime în produsul finit principal — așa cum se arată în tabela 7 — pentru fiecare procedeu de prelucrare a ligniților în parte, și indicii de concentrare a conținutului caloric util inițial prin prelucrare — arătați în tabela 8. Definirea indicelui de recuperare a conținutului caloric inițial și a indicelui de concentrare prin prelucrare s-a făcut într-o lucrare anterioară a autorilor (21), iar noțiunea de conținut caloric util a fost folosită pentru a arăta cota parte a conținutului caloric total al fiecărui combustibil în parte, recuperată și folosită efectiv la consumator, variația acesteia considerîndu-se numai în funcție de natura și caracteristicile chimico-tehnice ale combustibilului respectv.

Tabela 7

RECUPERAREA CONȚINUTULUI CALORIC UTIL INIȚIAL AL MATERIEI PRIME, ÎN PRODUSUL FINIT PRINCIPAL REZULTAT PRIN PRELUCRAREA LIGNIȚILOR (în %)

Calea de valorificare tehnică :	Conținut caloric util recuperat — în % — din:					
	Lignit brut			Lignit epurat mărunt	Lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit		mărunt	ciuruit
1. Ardere ca atare:	100*)	21	80	—	—	—
2. Epurare:	—	75	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	87	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	105	107	104	103	—	—
— cu liant:	152	193	137	135	220	143
5. Semicarbonizare:	56	62	58	59	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler	104	117	99	96	93	78
— Lurgi	111	125	105	102	98	85

*) recuperare luată ca etalon și considerată teoretic integrală.

Tabela 8

INDICI DE CONCENTRARE A CONȚINUTULUI CALORIC UTIL INIȚIAL LA DIFERITELE CĂI DE VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIȚILOR

Calea de valorificare tehnică :	Indicii de concentrare rezultați la prelucrare de:					
	Lignit brut			Lignit epurat mărunt	Lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit		mărunt	ciuruit
1. Ardere ca atare:	1,0	0,68	1,15	—	—	—
2. Epurare:	—	1,86 (1,26)*	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	1,45 (1,67)	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	1,36 (1,36)	1,40 (0,95)	1,36 (1,57)	1,35 (1,70)	—	—
— cu liant:	1,76 (1,76)	2,15 (1,45)	1,63 (1,88)	1,60 (2,00)	1,60 (1,46)	1,14 (2,02)
5. Semicarbonizare:	—	1,34 (0,91)	1,52 (1,75)	1,57 (1,98)	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	—	1,75 (1,18)	1,03 (1,18)	0,94 (1,18)	1,30 (1,18)	0,67 (1,18)
— Lurgi:	—	3,06 (2,08)	1,88 (2,08)	1,72 (2,08)	2,38 (2,08)	1,25 (2,08)

*). cifrele din paranteză reprezintă indicii de concentrare a conținutului caloric util inițial, raportați la materia primă etalon: lignitul brut, ocnă.

Tabela 9

COSTUL COMPARATIV AL PRODUSULUI FINIT PRINCIPAL OBŢINUT PE DIFERITE CĂI DE VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIŢILOR, LA LOCUL DE PRODUCŢIE*)

Calea de valorificare tehnică:	Materia primă					
	Lignit brut			Lignit eputat mărunt	Lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit		mărunt	ciuruit
I. — (lei/t. produs finit principal)						
a). *costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* $C_{to}^{m} = 40$ *lei*						
1. Ardere ca atare:	40,0	27,2	48,0	75,8	77,5	120
2. Epurare:	—	75,8	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	91,3	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	85,0	65,6	95,0	127	—	—
— cu liant:	135,0	138,0	138,0	168,5	187,5	197,0
5. Semicarbonizare:	101,5	77,5	120,0	178,0	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler	90.5	101,0	90,0	108,0	199,0	157,0
— Lurgi:	181,0	202,0	180,0	216,0	398,0	314,0
b). *costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* $C_{to}^{m} = 120$ *lei*						
1. Ardere ca atare:	138,5	100,1	158,5	177,4	218,0	267,0
2. Epurare:	—	177,4	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	222,5	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	208	155	234	273	—	—
— cu liant:	248	218	267	309	283,0	378
5. Semicarbonizare:	274	187	334	413	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	180,5	188,5	184,5	189,0	364,0	271,0
— Lurgi:	361	377	368	378	728	542
II. — (lei/MIO Kcal din produsul finit principal la locul de producţie)						
a). *Costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* $C_{to}^{m} = 40$ *lei*						
1. Ardere ca atare:	22,1	22,1	22,9	33,1	47,0	37,8
2. Epurare:	—	33,1	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	30,3	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	34,5	38,3	33,0	40,8	—	—
— cu liant:	42,2	51,2	40,7	45,8	71,0	54,3
5. Semicarbonizare:	38,5	47,0	37,8	49,6	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	42,0	47,0	42,0	50,0	92,0	73,0
— Lurgi:	47,5	53,0	47,2	57,0	105,0	83,0

*) Modul de calcul al preţului de cost — tab. 9 şi 10 — este arătat pentru fiecare cale de valorificare în parte, în lucrările anterioare ale autorilor menţionate la indicaţiile bibliografice 13—19. Prezenta comunicare reprezintă o sinteză a acelor lucrări.

Randamentele de prelucrare, indicii de concentrare prin prelucrare și indicele de recuperare a conținutlui caloric util inițial caracterizează din punct de vedere tehnic fiecare proces de prelucrare în parte și arată eficacitatea tehnică a căii de valorificare aplicate.

Pentru caracterizarea economică a fiecărui procedeu de prelucrare în parte, se pot folosi indici comparativi privind consumurile specifice de materie primă, materii auxiliare și utilități corespunzătoare fiecărei căi de valorificare, investițiile specifice pe tona de produs finit principal, sau pe unitatea calorică utilă, prețul de cost pe caloria brută, sau utilă ș.a.

Pentru căile de valorificare tehnică a ligniților analizate în lucrare s-au redat în tabelele 9 și 10 prețurile de cost comparative ale produsului finit principal, pe tonă și milion de kcalorii utile, la locul de producție al combustibililor respectivi și la consumatori situați la o distanță de 300 km. de mină, așa cum au fost calculate în analizele parțiale ale diferitelor căi de valorificare tehnică (13—19). În calculul prețului de cost s-a considerat în mod convențional costul materiei prime inițiale, a lignitului brut ocnă la mină = 40 lei/tonă pentru exploatarea în carieră și respectiv 120 lei/tonă, pentru exploatarea în subteran.

Din multitudinea indicilor tehnico-economici ce caracterizează fiecare proces de valorificare tehnică a ligniților, considerăm indicele prețului de cost, pe unitatea calorică utilă, la consumator, ca cel mai important indice, sintetic de caracterizare economică a procesului, iar indicii de concentrare și de recuperare a conținutului caloric, ca principali indici de apreciere tehnică a eficacității prelucrării.

Prin gruparea propusă de noi a acestor indici — așa cum se arată în tabela 11 — se poate încadra fiecare cale de prelucrare analizată în

Tabela 10

COSTUL COMPARATIV AL PRODUSULUI FINIT PRINCIPAL OBȚINUT PE DIFERITE CĂI DE VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIȚILOR, LA CONSUMATOR (d = 300 km)

Calea de valorificare tehnică	Materia primă:					
	Lignit brut			lignit epurat mărunt	Lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit		mărunt	ciuruit
I. (lei/t produs finit principal)						
a) *Costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* C_{to}^{m} = *40 lei*						
1. Arderea ca atare:	58,5	45,7	66,5	94,3	96,0	138,0
2. Epurare:	—	94,3	94,3	—	—	—
8. Deshidratare:	—	—	109,8	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	103,5	84,1	113,5	145,5	—	—
— cu liant:	153,5	153,6	156,6	186,5	206,0	215,5
5. Semicarbonizare:	120,0	96,0	138,0	196,0	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	105,5	116,0	105,0	123,0	214,0	172,0
— Lurgi:	186,0	207,0	185,0	221,0	403,0	319,0
b) *Costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* C_{to}^{m} = *120 lei*						
1. Ardere ca atare:	120	81,0	140	195,9	205,0	352,0
2. Epurare:	—	195,9	—	—	—	—

(continuare tabela 10)

Calea de valorificare tehnică	Materia primă: Lignit brut ocnă	Lignit brut mărunt	Lignit brut ciuruit	Lignit epurat mărunt	Lignit semicaboniz. mărunt	Lignit semicaboniz. ciuruit
3. Deshidratare:	—	—	241	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	226,5	173,5	252,5	291,5	—	—
— cu liant:	266,5	236,5	285,5	327,5	301,5	395,5
5. Semicarbonizare:	292,0	205,0	352,0	431,0	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	195,0	203,5	199,0	204,0	379,0	286,0
— Lurgi:	366,0	382,0	373,0	383,0	733,0	547,0
II. (lei/MIO kcal din produsul finit principal la consumator, d = 300 km)						
a) *Costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* C^m_{to} = *40 lei*						
1. Ardere ca atare:	32,2	37,2	31,8	41,0	58,0	43,5
2. Epurare:	—	41,0	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	36,1	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	41,8	49,3	39,5	46,8	—	—
— cu liant:	47,8	58,3	46,0	50,7	78,0	60,0
5. Semicarbonizare:	45,9	58,0	43,5	54,5	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	48,0	54,0	48,0	57,0	96,0	80,0
— Lurgi:	49,0	54,6	49,0	58,0	106,0	85,0
b) *Costul tonei de lignit brut ocnă, la mină,* C^m_{to} = *120 lei*						
1. Ardere ca atare:	76,5	81,4	75,8	85,0	124,0	111,0
2. Epurare:	—	85,0	—	—	—	—
3. Deshidratare:	—	—	79,4	—	—	—
4. Brichetare:						
— fără liant:	91,7	101,3	87,8	88,0	—	—
— cu liant:	83,1	89,5	84,0	89,0	114,0	109,0
5. Semicarbonizare:	115,0	124,0	111,0	119,0	—	—
6. Gazeificare:						
— Winkler:	90,0	94,0	92,0	94,0	170,0	128,0
— Lurgi:	97,5	102,0	99,0	102,0	194,0	144,0

Tabela 11

Criteriile de încadrare a căilor de valorificare tehnică a ligniților în clase, grupe și subgrupe

Clasa grupa sau subgrupa	Criterii de încadrare în: clasă — costul caloriei utile (lei/MIO) — la mină I*)	la mină II*)	la consumator I	la consumator II	grupă — indice de concentrare I	subgrupă — indice de recuperare R (%)
1	⩽ 30	⩽ 70	⩽ 40	⩽ 80	> 2	> 140
2	> 30—35	> 70— 80	> 40—45	> 80— 90	> 1,5—2,0	> 100—140
3	> 35—40	> 80— 90	> 45—50	> 90—100	> 1,2—1,5	⩽ 100
4	> 40—50	> 90—100	⩾ 50—60	> 100—110	> 1,0—1,5	—
5	> 50—60	> 100 110	> 60—70	> 110—120	⩽ 1,0	—
6	> 60	> 110	> 70	> 120	—	—

*) I și II corespund costului materiei prime inițiale, a lignitului brut ocnă la mină de 40 lei/t și respectiv de 120 lei/t.

Tabela 12

Grupa		CLASIFICAREA PROCEDEELOR DE PRELUCRARE ȘI VALORIFICARE TEHNICĂ A CĂRBUNILOR BRUNI LEMNOȘI (cifra de cod)						Subgrupa	
Criteriu: indice de concentrare	Nr.							Nr.	Criteriu: recuperarea conținutului caloric inițial, %
> 2	1	111	211	311	411	511	611	1	> 140
		112	212	312	412	512	612	2	> 100—140
		113	213	313	413	513	613	3	⩽ 100
> 1,5—2	2	121	221	321	421	521	621	1	> 140
		122	222	322	422	522	622	2	> 100—140
		123	223	323	423	523	623	3	⩽ 100
> 1,2—1,5	3	132	232	332	432	532	632	2	> 100—140
		133	233	333	433	533	633	3	⩽ 100
> 1,0—1,2	4	141	241	341	441	541	641	1	> 140
		142	242	342	442	542	642	2	> 100—140
		143	243	343	443	543	643	3	⩽ 100
⩽ 1,0	5	152	252	352	452	552	652	2	> 100—140
		153	253	353	453	553	653	3	⩽ 100
Clasa:		1	2	3	4	5	6		
Criteriu: Costul caloriei utile: (lei/MIO ut)		⩽ 30 ⩽ 40 ⩽ 70 ⩽ 80	> 30—35 > 40—45 > 70—80 > 80—90	> 35— 40 > 45— 50 > 80— 90 > 90—100	> 40— 50 > 50— 60 > 90—110 > 100—110	> 50— 60 > 60— 70 > 100—110 > 110—120	> 60 > 70 > 110 > 120		

clasa, grupa și subgrupa de eficacitate tehnico-economică a prelucrării corespunzătoare indicilor realizați și se poate stabili pentru fiecare cale de valorificare tehnică a ligniților un număr de cod caracteristic procesului de prelucrare respectiv, așa cum se arată în tabelele 12 și 13.

Tabela 13

Calea de valorificare tehnică	Materia primă: Lignit brut			iignit mărunt epurat	Lignit semicarbonizat	
	ocnă	mărunt	ciuruit			
1. Ardere ca atare:	$\frac{1}{1}\,53\,\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}\,53\,\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}\,43\,\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}\,23\,\frac{2}{2}$	$\frac{4}{6}\,33\,\frac{4}{6}$	$\frac{3}{5}\,23\,\frac{4}{5}$
2. Epurare:	— —	$\frac{2}{2}\,23\,\frac{2}{2}$	— —	— —	— —	— —
3. Deshidratare:	— —	— —	$\frac{1}{1}\,33\,\frac{I}{1}$	— —	— —	— —
4. Brichetare:						
— fără liant:	$\frac{2}{3}\,32\,\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}\,32\,\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}\,32\,\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}\,32\,\frac{3}{2}$	— —	— —
— cu liant:	$\frac{4}{2}\,21\,\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}\,11\,\frac{4}{2}$	$\frac{4}{2}\,22\,\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}\,22\,\frac{4}{2}$	$\frac{6}{5}\,21\,\frac{6}{5}$	$\frac{5}{5}\,41\,\frac{4}{4}$
5. Semicarbonizare:	— —	$\frac{4}{6}\,33\,\frac{4}{6}$	$\frac{3}{5}\,23\,\frac{2}{5}$	$\frac{4}{6}\,23\,\frac{4}{5}$	— —	— —
6. Gazeificare:						
— Winkler:	— —	$\frac{4}{3}\,22\,\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}\,43\,\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}\,53\,\frac{4}{3}$	$\frac{6}{6}\,33\,\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6}\,53\,\frac{6}{6}$
— Lurgi:	— —	$\frac{5}{4}\,12\,\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}\,22\,\frac{3}{3}$	$\frac{5}{4}\,22\,\frac{4}{4}$	$\frac{6}{6}\,13\,\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6}\,33\,\frac{6}{6}$

Numărul de cod va fi deci format din 3 cifre, prima cifră indicînd economicitatea procedeului de prelucrare analizat, iar ultimele două arătînd eficacitatea tehnică a procesului respectiv.

Pentru o materie primă dată — lignit cu anumite caracteristici determinate — eficacitatea tehnică a unei prelucrări definite nu variază, atîta timp cît procedeul de prelucrare rămîne neschimbat, în schimb, economicitatea sa poate să varieze după cum materia primă este mai ieftină sau mai scumpă după cum produsul finit este utilizat pe loc sau la distanțe mai mari de mină. De aceea în tabela 13, ultimele două cifre de cod — scrise la mijlocul fiecărui grup de cifre — rămîn aceleași, iar prima cifră de cod este dată separat pentru fiecare cale de prelucrare, atît pentru cazul utilizării la mină (cifrele din stînga), cît și la consumatori situați la distanțe

mai mari de mină, (d = 300 km), cifrele din dreapta), atît pentru lignit ieftin (cifrele de sus, de la numărător) cît și pentru materie primă scumpă (cifrele de jos).

Analiza sumară a tabelei 13 arată tendințele de evoluție a eficacității economice a fiecărui procedeu de prelucrare a ligniților, în diferite condiții. Astfel, arderea lignitului brut ocnă sau ciuruit apare evident ca un procedeu cu eficacitate tehnică a prelucrării redusă, dar cu economicitate constant bună în toate condițiile analizate. În schimb, la brichetarea cu liant, eficacitatea tehnică a procesului este în genere bună, dar economicitatea sa este mai mică decît a altor căi de prelucrare, îndeosebi în cazul unui preț de cost redus al materiei prime — lignitul brut ocnă. La un preț de cost redus ridicat, precum și la utilizarea la distanță mai mare de mină, economicitatea brichetării se îmbunătățește considerabil.

Dacă analizăm pe de o parte eficacitatea tehnică a procedeelor de prelucrare a ligniților, grupîndu-le ca în tabela 14, în procedee cu eficaci-

Tabela 14

EFICACITATEA TEHNICĂ A CĂILOR DE PRELUCRARE A LIGNIȚILOR

Grupa : Indice de concentrare	Subgrupa : recuperarea conținutului caloric		
	1 = f. bună	2 = bună	3 = slabă
f. mare = 1	MB*) I	ML,	MSL,
mare = 2	OB, MSB	CB, MEB, MW, CL, MEL, II	ME, CS, MES. III
mediu = 3		Ob, Mb, Cb, NEb, MSW,	CD, MS, CSL
mic = 4	CSB	IV	D, CW
5			O,M, NEW, CSW

I = eficacitate tehnică foarte bună
II = „ „ bună
III = „ „ medie
IV = „ „ mică

tatea tehnică foarte bună, medie și mică și dacă pe de altă parte stabilim scara eficacității economice așa cum este arătată în tabela 15, putem determina apoi ca în tabela 16, gradul de eficacitate generală a procedeului de prelucrare analizat.

*) Prescurtările din tabela 14 indică materia primă inițiată și procesele de prelucrare la care a fost supusă (de ex.: MEB — lignit mărunt epurat, brichetat cu liant). Explicitarea simbolurilor folosite se face în tabela 17.

Tabela 15

Eficacitatea economică	Clasa (prima cifră de cod)
f. bună:	1
bună:	2 — 3
medie:	4
mică:	5 — 6

Tabela 16

Eficacitatea economică	Eficacitatea tehnică			
	f. bună	bună	medie	mică
f. bună	I			C,O,M.
bună	OB, MB,	CB, NEB, MW, Cb, Ob, NEb,	NE, CD	CW, MEW
medie		ML, CL, MEL, Mb,	II	
mică	MSB	MSW	CS, MES, NS, CSL. MSL.	CSB, CSW III

Gruparea procedeelor de prelucrare a ligniților în baza criteriilor arătate mai sus este arătată în tabela 17 pentru cazul utilizării produsului finit principal la locul de producție. Modificările ce survin în cazul utilizării combustibilului la distanțe mai mari de mină (d=300 km.) sînt evidențiate în graficul din fig. 4.

3. Concluzii

Din analiza indicilor tehnico-economici comparativi ai proceselor de prelucrare și valorificare tehnică a cărbunilor bruni lemnoși din R.P.R., așa cum au fost arătate în tabelele și graficele menționate mai sus, apare posibilă clasificarea procedeelor de prelucrare a ligniților în trei mari categorii:

În prima categorie — cu eficacitate generală bună — intră brichetarea cu și fără liant a lignitului brut și epurat.

În categoria a doua — cu eficacitate generală medie — intră valorificarea lignitului brut prin ardere ca atare, prepararea mecanică și deshidratarea lignitului, gazeificare (Lurgi și Winkler) a lignitului brut sau epurat.

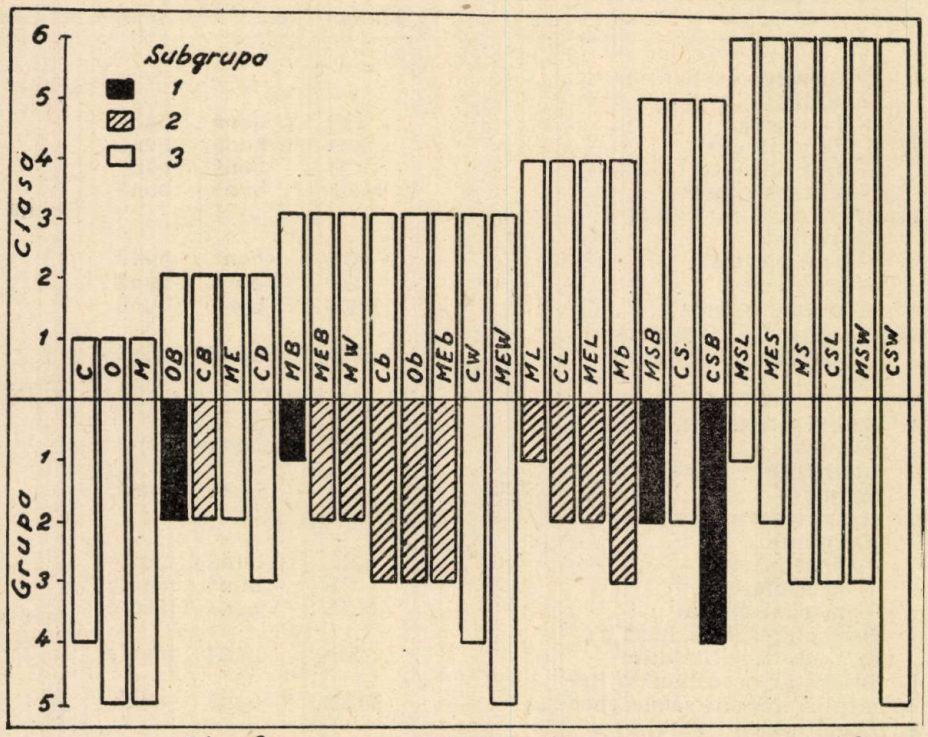
Tabela 17

EFICACITATEA TEHNICĂ, ECONOMICĂ ŞI GENERALĂ A DIFERITELOR PROCEDEE DE PRELUCRARE ŞI VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIŢILOR

Calea de valorificare tehnică		Eficacitatea		
Denumire	Simbol	tehnică	economică	generală
1. Brichetarea cu liant a lignitului :				
— brut ocnă	OB	f. bună	bună	
— brut mărunt	MB	f. bună	bună	
— brut ciuruit	CB	bună	bună	
— mărunt epurat	MEB	bună	bună	
2. Brichetarea fără liant a lignitului :				bună
— brut ciuruit	Cb	bună	bună	
— brut ocnă	Ob	bună	bună	
— mărunt epurat	MEb	bună	bună	
3. Gazeificarea (Winkler) a — lignitului mărunt	MW	bună	bună	
4. Epurarea lignitului brut mărunt	ME	medie	bună	
5. Deshidratarea lignitului brut ciuruit	CD	medie	bună	
6. Gazeificarea (Lurgi) a lignitului				
— brut mărunt	ML	bună	medie	
— brut ciuruit	CL	bună	medie	
— mărunt epurat	MEL	bună	medie	
7. Brichetarea fără liant a lignitului brut mărunt	Mb	bună	medie	medie
8. Brichetarea cu liant a lignitului mărunt semicarbonizat	MSB	f. bună	mică	
9. Gazeificarea (Winkler) a lignitului				
— brut ciuruit	CW	mică	bună	
— mărunt epurat	MEW	mică	bună	
— mărunt semicarbonizat	MSW	bună	mică	
10. Gazeificarea (Lurgi) a lignitului				
— ciuruit semicarbonizat	CSL	medie	mică	
— mărunt semicarbonizat	MSL	medie	mică	
11. Semicarbonizarea lignitului				
— brut ciuruit	CS	medie	mică	
— mărunt epurat	MES	medie	mică	
— brut mărunt	MS	medie	mică	mică
12. Brichetarea cu liant a lignitului ciuruit semicarbonizat	CSB	mică	mică	
13. Gazeificarea (Winkler) a lignitului ciuruit semicarbonizat	CSW	mică	mică	

În categoria a treia — cu eficacitate tehnico-economică mică intră semicarbonizarea lignitului brut sau epurat și prelucrarea în continuare, prin brichetare sau gazeificare, a semicocsului rezultat.

Clasificarea de mai sus, este valabilă pentru cazul prelucrării unei materii prime cu preț de cost ridicat (120 lei/t lignit brut ocnă) și al



Clasificarea procedeelor de prelucrare și valorificare tehnică a lignitilor după eficacitatea lor tehnică și economică (C_{t_0} = 120 lei/t și d = 0 km)

Fig. 4

utilizării produsului finit principal chiar la locul de producție. În cazul utilizării combustibilului la distanțe mai mari de mină, sau al prelucrării unei materii prime cu preț de cost mai redus, clasificarea de mai sus suferă mici modificări în sensul arătat de tabela 13. Clasificarea prezentată mai sus permite compararea obiectivă a diferitelor căi de prelucrare a lignitilor și ajută la alegerea căii de valorificare optime în condiții tehnico-economice date.

Laboratorul Combustibili
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Puiseux L.* și *Roelly M.:* Zusammenhag zwischen dem Verbrauch elektrischer Energie und der industrieller Produktion. Arch. f. Energiewirtschaft 10 (1956).
2. *I. Saphier* și *V. Boico*: Considerații asupra corelației dintre consumul de energie și producția industrială în R.P.R. Energetica — A.S.I.T. nr. 6 (1957).
3. *Gardent P.* și *Lesourne J.*: Méthodes mises en oeuvre pour prévoir l'évolution de la consommation de charbon. W.P.C. Viena (1956). 96 B/8.
4. *E. Rammler*: Despre utilizarea rațională a ligniților inferiori. Studii și Cercet. de Energetică. 3 (1957).
5. *G. V. Korotkov*: Zapasî uglei v S.S.S.R. în culegerea „Ugolnaia Promîllenosti S.S.S.R., 1917—1957. Gos. N. I. Izd. literaturî pougolnoi promîș. 1957.
6. *Z. F. Ciuhanov* și *L. N. Hitrin*: Energotehnologhiceskoe ispolzovanie topliva. Izdat. Akad. Nauk S.S.S.R. (1958).
7. *I. Blum, Al. Bădărău, I. Epure* și *B. Bercovici*: Studii asupra posibilităților de reducere a conținutului de steril din ligniți, prin spălare cu lichide grele. I și II. St. și Cerc. de Energetică 2 și 3 (1957).
8. *Abraham L.*: Problemele actuale de cercetare în prepararea și valorificarea cărbunilor în R.P.R. Rev. Minelor A.S.I.T. 9 (1954).
9. *Ionescu M.* și *Florea O.:* Cîteva aspecte ale brichetării ligniților. Rev. Minelor A.S.I.T. 11 (1957).
10. *I. Blum, M. Rosenberg și Calotă M.*: Studiul variației procentului de liant în funcție de creșterea procentului de cenușă din semicocs, în brichetarea semicocsului de lignit cu liant. Rev. Minelor — A.S.I.T. 12 (1957).
11. *Ștefănescu I.*: Semicarbonizarea ligniților în cuptor Largi. Rev. Minelor — A.S.I.T. 7 (1956).
12. *I. Blum și alții*: Memoriu privind fabricarea de gaz mixt din lignitii romînești. Inst. de Energetică al Acad. R.P.R., 1957 (nepublicat).
13. *I. Blum* și *Rosenberg M.*: Cu privire la unele aspecte tehnico-economice ale prelucrării și valorificării cărbunilor bruni lemnoși din R.P.R. Nota I. Rev. Minelor A.S.I.T. 2 (1957).
14. *I. Blum, M. Rosenberg și Al. Bădărău*: Nota II, Rev. Minelor — ASIT 4 (1957).
15. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Nota III. Rev. Minelor — ASIT 9 (1957).
16. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Nota IV. Rev. Minelor — ASIT 10 (1957).
17. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Nota V.Rev. Minelor — ASIT 11 (1957).
18. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Nota VI. Rev. Minelor — ASIT 9 (1958).
19. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Nota VII. Rev. Minelor — ASIT 12 (1958).

20. *I. Blum, Al. Bădărău* și *B. Bercovici*: Studiul de reducere a conținutului de steril din ligniți prin spălare cu lichide grele (Acad. R.P.R. 1958, nepublicat).
21. *I. Blum* și *M. Rosenberg*: Analyse der technischen Verarbeitungs möglichkeiten der rumänischen holzigen Braunkohlen W.P.C. — Belgrad (1957) B 2/29.

О РЯДЕ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ ПЕРЕРАБОТКИ И ИСПОЛЬЗОВАНИИ РУМЫНСКИХ ДРЕВЕСНЫХ БУРЫХ УГЛЕЙ

(Краткое содержание)

Для энергетических целей предусматривается в Румынской Народной Республике использование сырого и обогащённого лигнита.

Высокое содержание влаги и золы, низкая калорийность лигнита и малая его устойчивость при хранении, с одной стороны, и условия, выдвигаемые индрстриальными потребителями, с другой — вызывают необходимость обогащения этих лигнитов для того, чтобы сделать их потребление более рациональным с экономической точки зрения.

В настоящее время существуют следующие возможности переработки румынских лигнитов.

1 — Сжигание лигнита в сыром виде.

2 — Рассеивание сырого лигнита с разделением на 2 гранулометрических сорта, с тем чтобы их сжигать в соответствующих топках.

3 — Влажная очистка мелкого лигнита с получением одного или двук сортов, которые могут быть непосредственно сожжены.

4 — Обезвоживание кускового лигнита по методе Флейснера.

5 — Брикетирование сухого лигнита с применением связывающего вещества.

6 — Брикетирование сухого лигнита без применения связывающего вещества.

7 — Полукоксование сырого лигнита и сжигание полукокса в термостанциях.

8 — Брикетирование полукокса из лигнита.

9 — Газификация лигнита.

Авторы сравнительно анализуют технико-экономические индексы разных методов их использования и дают классификацию этих методов.

TEHNICAL-ECONOMICAL ASPECTS OF THE TREATMENT AND UTILISATION OF LIGNITES FROM R.P.R.

(Summary)

For energetic purposes may be used, in the Roumanian People's Republic, lignite (raw or washed).

The high content of moisture and ash, the low calorific value and low weather-resisting properties of the lignites. require a treatement in order to comply with the demands of industrial users.

The possible ways to use Rumanian lignites are as follows :

1. Burning of raw lignite as such.
2. Screening of raw lignites in two sizes.
3. Washing of small lignite.
4. Termal drying of lump lignite by the Fleissner process.
5. Briquetting of dried lignite without binder.
6. Briquetting of dried lignite with binder.
7. Low temperature carbonisation of raw lignite.
8. Briquetting of low-temperature carbonised lignite
9. Gazeification of lignite in gas producers.

The paper analyses, the tehnical-economical indexes în utilisation ways of lignites ; classification of the above ways are also given.

SUR QUELQUES ASPECTS TEHNIQUES ET ECONOMIQUES DE LA PREPARATION ET DE L'UTILISATION DU LIGNITE DE LA R. P. R.

(Résumé)

Pour les necessités énérgetiques on emploie, dans la Republique Populaire Roumaine, le lignite brut ou préparé.

Le pourcentage élevé d'humidité et de cendres, le pouvoir calorifique reduit et la résistence diminuée des lignites au stockage, d'une côté, les conditions de qualités imposées par de différents consommateurs industriels, d'autre côté, imposent leur amélioration afin que leur utilisation soit économique.

Les méthodes d'amélioration et utilisation des lignites analysées sont les suivantes :

1. La combustion du lignite brut tout venant
2. Le criblage du lignite brut en deux sortes granulométriques
3. L'épuration humide du lignite menu
4. La deshidratation d'après Fleissner du lignite brut en morceaux.
5. L'agglomération sans liant du lignite séché
6. L'agglomeration avec liant du lignite séché
7. La sémicarbonisation du lignite brut.
8. Le briquettage du semi-coke de lignite
9. La gazéification du lignite

Les auteurs analysent comparativement les indices tehnico-economiques, des differentes voies de preparation et d'utilisation et presentent aussi une classification de ces voies.

EINIGE TEHNISCHE UND WIRTSCHAFTLICHE FRAGEN DER AUFBEREITUNG UND VERWERTUNG DER RUMÄNISCHEN LIGNITISCHEN BRAUNKOHLE.

(Zusammenfassung)

Zu energetischen Zwecken in Rumänien soll der verarbeitete Rohlignit verwendet werden.

Der hohe Wasser-und Aschengehalt, der niedrige Heizwert und der geringe Lagerungswiderstand der Lignite einerseits, und andererseits die von, verschiedenen Industrieverbrauchern gestellten Bedingungen, schreiben die Verarbeitung dieser vor, damit ihre Verwendung wirtschaftlich wird.

Folgende Verarbeitunsmöglichkeiten des Rohlignites wurden analysiert:

1. Die Verbrennung des Rohlignites als solchen
2. Absiebung des Rohlignites in zweit Kornogrösseklassen
3. Nassaufbereitung des kleinkörnigen Lignites.
4. Fleissnertrocknung des abgesiebten Rohlignites.
5. Brikettierung des getrockneten Lignites ohne Bindemittel.
6. Brikettierung des getrockneten Lignites mit Bindemittel,
7. Schwelung des Rohlignites.
9. Vergasung des Lignites.

Die tehnisch-ökonomischen Indexe der verschiedenen Verarbeitungsmöglichkeiten der holzigen Braunkohlen werden analysiert und klassifiziert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

UN NOU TIP DE ARBORE ELECTRIC INTRE MAȘINI ASINCRONE DE PUTERI DIFERITE*)

CONSTANTIN BĂLĂ

În industria cimentului se pune problema sincronizării vitezelor de rotație, a două motoare asincrone de puteri diferite (de exemplu un motor de 80 kW, care ar antrena cuptorul și un motor de 3 kW, care ar antrena dozatorul), în vederea simplificării și îmbunătățirii procesului tehnologic. Această problemă apare deseori în industrie. Schema clasică de arbore electric, cu mașina auxiliară asincronă, care funcționează în regim de transformator de frecvență, implică introducerea în schemă a unei mașini auxiliare și eventual schimbarea mașinii asincrone de putere mare

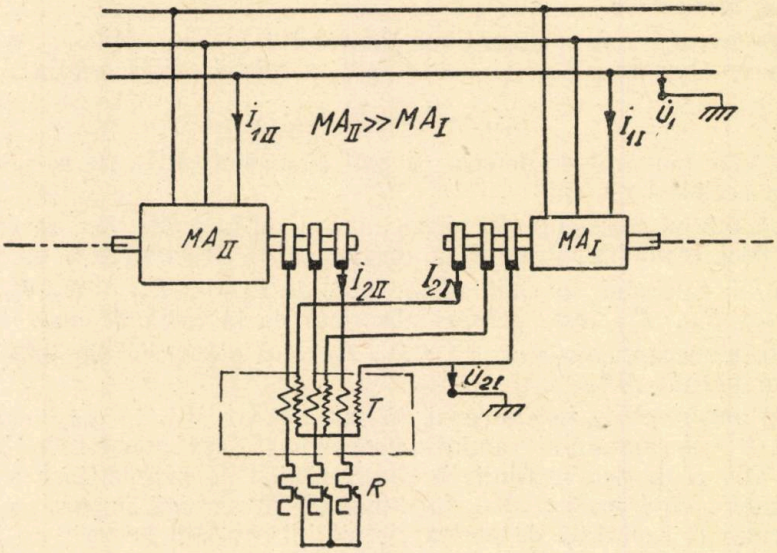


Fig. 1. — Schema electrică a arborelui electric cu transformator de sincronizare

*) Comunicare prezentată la a V-a Sesiune Științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1959).

(v. [1, 2]); astfel costul instalației crește simțitor. Schema clasică cunoscută mai prezintă și alte dezavantaje și anume: în schemă sînt incluse două mașini dimensionate special, iar randamentul schemei este redus datorită c i r c u l a ț i e i de puteri inerentă acestei scheme.

Schema pe care o propunem este reprezentată în fig. 1. Motoarele MA_I și MA_{II} sînt de tipul motoarelor asincrone cu rotorul bobinat. Reostatul R este dimensionat normal pentru motorul MA_{II} de putere mare. Transformatorul T, de putere comparabilă cu puterea motorului MA_I, realizează cuplajul electromagnetic între rotoarele celor două mașini și servește la sincronizarea acestora.

A. *Principiul de funcționare*

Să considerăm că mașina MA_I funcționează în gol, iar mașina MA_{II} funcționează la sarcina nominală, reostatul R fiind scurtcircuitat. Impedanța în gol a transformatorului T trebuie să fie mai mică decît impedența de scăpări a mașinii asincrone MA_{II}, spre a nu influența prea mult valoarea cuplului maxim al acestei mașini. Mașina MA_I este alimentată în acest caz de la rețea și de la transformatorul T; succesiunea fazelor se alege în așa fel încît cîmpul învîrtitor statoric și rotoric să aibă același sens — sens care să coincidă cu sensul de învîrtire al rotorului (adică $0 \leqslant s \leqslant 1$). Deci mașina NA_I funcționează în regim de mașină sincronă cu dublă alimentare.

Între frecvența f_2 a curenților din rotorul mașinii MA_{II}, respectiv a tensiunii de almentare U_{2I}, și frecvența f_1 a rețelei există relația:

$$f_1 - f_2 = p_I n_I \,, \qquad (1)$$

unde p_I este numărul de perechi de poli ai mașinii MA_I, iar n_I viteza de rotație a aceleiași mașini.

Dacă mărim rezistența R, viteza mașinii MA_{II} scade, iar frecvența f_2 crește; deci scade și viteza n_I a mașinii MA_I. Mașina MA_I va debita, în circuitul rotorului mașinii MA_{II}, puterea $P_{2IT} = P_{2I} - R_{2I} I_{2I}^2$, unde $P_{2I} = -s P_{1I}$, P_{1I} este puterea absorbită de la rețea de mașina MA_1, iar s este alunecarea mașinii MA_I; $R_{2I} I_{2I}^2$ sînt pierderile din înfășurarea rotorului mașinii MA_I.

Cînd mașina MA_{II} funcționează în sarcină, iar MA_I în gol, impedanța totală a transformatorului rămîne neschimbată dacă punctul de funcționare se află pe partea rectilinie a caracteristicii de magnetizare a transformatorului; cînd mașina MA_I funcționează în sarcină impedența transformatorului T, raportată de partea circuitului conectat în serie cu rotorul mașinii MA_{II} scade, însă fenomenele se petrec analog; scăderea impedanței echivalente a transformatorului, la funcționarea în sarcină, are ca urmare o creștere a cuplului de desprindere a mașinii MA_{II}, respectiv, la sarcină dată, o mărire — în limite restrînse — a vitezei de rotație a mașinii MA_{II} și totodată și a mașinii MA_I.

Mașinile MA_I și MA_{II} pot avea numere de perechi de poli diferite și în acest caz se menține constant raportul dintre cele două viteze, cînd mașinile sînt conectate după o astfel de schemă.

B. *Comportarea în regim staționar a arborelui electric cu transformator de sincronizare*

1. *Circuitul echivalent.* Pentru a studia funcționarea acestui arbore electric în regim staționar, adoptăm următoarele ipoteze simplificatoare, utilizate curent în teoria mașinilor asincrone:

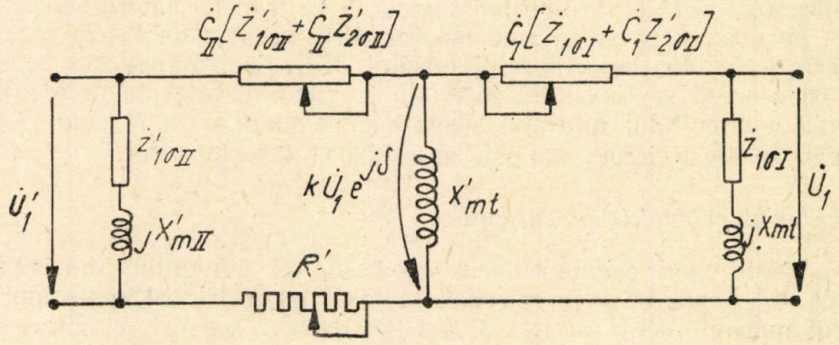


Fig. 2 — Circuitul echivalent al schemei din fig. 1

— considerăm numai fundamentele curenților, cîmpului etc.;

— neglijăm pierderile mecanice și pierderile în fier;

— parametrii mașinilor (rezistențele și reactanțele) se consideră constanți;

— în impedanța rotorică se includ rezistența periilor (considerată constantă), rezistența conductoarelor de legătură dintre cele două rotoare și impedanțele parțiale de scăpări ale transformatorului.

În continuare, notăm cu (′) mărimile raportate la statorul mașinii.

Circuitul echivalent al schemei propuse, raportat la statorul mașinii MA_I — ai cărei parametrii au fost notați astfel: impedanța de scăpări a înfășurării statorului cu $\dot{Z}_{1\sigma I} = R_{1I} + jx_{1\sigma I}$, impedanța de magnetizare cu $\dot{Z}_{mI} \approx jx_{mI}$ și impedența de scăpări a înfășurării rotorului raportată la stator cu $\dot{Z}'_{2\sigma I} = \frac{R'_{2I}}{s} + jx'_{2\sigma I}$, — este reprezentat în fig. 2; factorii $\dot{C}_I$ și $\dot{C}_{II}$ au expresiile: $\dot{C}_I = 1 + \frac{\dot{Z}_{1\sigma I}}{jx_{mI}}$, $\dot{C}_{II} = 1 + \frac{\dot{Z}_{1\sigma II}}{jx_{mII}}$, iar rezistența reostatului de reglaj, raportată la înfășurarea statorului mașinii MA_I, este R'.

Unghul δ este defazajul, în cazul schemei echivalente,, dintre tensiunea $\dot{U}'_{2I}$ indusă în transformator și tensiunea rețelei $\dot{U}_1$. Cu $\dot{Z}'_{1\sigma II}$, $\dot{Z}'_{2\sigma II}$ și $\dot{Z}'_{mII}$ s-au notat parametrii mașinii asincrone MA_{II} iar X'_{mt} este reactanța de magnetizare a trnsformatorului. Rezistențele și reactanțele de scăpări ale înfășurărilor transformatorului au fost incluse în impedanțele de scăpări ale rotoarelor.

Dacă motorul MA_{II} funcționează la sarcină și alunecare date, din fig. 2 rezultă că mașina MA_I este în regimul de funcționare a unei mașini cu dublă alimentare avînd schema echivalentă din fig. 3, înfășurarea primară fiind alimentată cu tensiunea $\dot{U}_1$, iar înfășurarea secundară cu tensiunea $\dot{U}_2 = k\,\dot{U}_1\,e^{j\delta}$. Neglijînd pierderile în transformatorul de sincronizare, pe măsură ce se încarcă mașina MA_I, aceasta debitează o putere activă P_{2IT} în circuitul rotorului mașinii MA_{II} (transformatorul se comportă ca o sursă suplimentară înseriată în circuitul rotorului); rezistența aparentă a circuitului rotorului scade sau se mărește după cum puterea P_{2I} apare în acest circuit, sau este absorbită de transformator.

2. *Locul geometric al curenților.*

Mai întîi vom examina locul geometric al curentului din statorul mașinii MA_I, apoi ne vom referi și la locul geometric al curentului din statorul mașinii MA_{II}. În fig. 3, s-a reprezentat separat, circuitul echivalent al mașinii MA_I cu dublă alimentare.

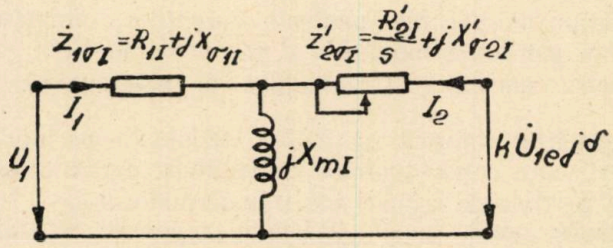


Fig. 3 — Circuitul echivalent al motorului MA_I cu dublă alimentare

Ecuațiile tensiunilor în regim staționar, în ipoteza că tensiunea aplicată statorului este $\dot{U}_1$ iar tensiunea aplicată rotorului este $sk\dot{U}_1\,e^{j\delta}$, sînt:

$$\left.\begin{aligned}(\dot{Z}_{1\sigma I}+j\,x_{mI})\,\dot{I}_1+j\,x_{mI}\,\dot{I}'_2&=\dot{U}_1\\(\dot{Z}'_{2\sigma I}+j\,x_{mI})\,\dot{I}'_2+j\,x_{mI}\,\dot{I}_1&=k\,\dot{U}_1\,e^{j\delta}\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

unde

$\dot{Z}_{1\sigma I}$ și $\dot{Z}_{2\sigma I}$ au expresiile date anterior,

iar δ este decalajul dintre axele solenațiilor rezultante statorice și rotorice.

Din acest sistem se obține :

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1\left(\frac{R'_{2I}}{s} + j\,x'_{2I}\right)}{\dot{\Delta}_I} - \frac{k\,\dot{U}_1\,e^{j\delta}\,j\,x_{mI}}{\dot{\Delta}_I} \tag{3}$$

unde :

$$x'_{2I} = x'_{2\sigma I} + x_{mI}\ ,$$

$$\dot{\Delta}_I = (R_{1I} + j\,x_{1\sigma I} + j\,x_{mI})\left(\frac{R'_{2I}}{s} + j\,x'_{2\sigma I} + j\,x_{mI}\right) + x_{mI}^2\ .$$

Expresia (3) a curentului statoric se poate scrie astfel :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} + \dot{I}_{1s}\ .$$

Componenta

$$\dot{I}_{1a} = \frac{\dot{U}_1\left(\frac{R'_{2I}}{s} + j\,x'_{2I}\right)}{\dot{\Delta}_I} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_{1\sigma I} + j\,x_{mI}} + \frac{\dot{U}_1}{\dot{C}_I\,(\dot{Z}_{1\sigma I} + \dot{C}_I\,\dot{Z}'_{2\sigma I})} \tag{3a}$$

corespunde funcționării mașinii MA_I ca motor asincron.

Componenta

$$\dot{I}_{1s} = \frac{k\,\dot{U}_1\,e^{j\delta}\,j\,x_{mI}}{\dot{\Delta}_I} = -\frac{k\,e^{j\delta}\,j\,x_{mI}}{\frac{R_{2I}}{s} + j\,(x_{\sigma 2I} + x_{mI})}\,\dot{I}_{1a} \tag{3b}$$

apare la funcționarea sincronă a mașinii MA_I și este produsă de tensiunea $s\,k\,\dot{U}_1\,e^{j\delta}$, care se induce în transformator datorită curentului rotoric al mașinii MA_{II}.

Componenta $\dot{I}_{1s}$ se poate exprima mai simplu în funcție de curentul $\dot{I}_{2a}$ din rotorul mașinii de la funcționarea acesteia ca motor asincron. Din sistemul de ecuații (2), deducem, pentru $k = 0$,

$$\dot{I}_{2a} = -\frac{\dot{U}_1\,j\,x_{mI}}{\dot{\Delta}_I}\ .$$

Deci componenta $\dot{I}_{1s}$ se poate exprima în funcție de curentul din rotor astfel :

$$\dot{I}_{1s} = k\,e^{j\delta}\,\dot{I}_{2a}. \tag{3b'}$$

La o mașină dată, curentul din stator depinde de doi parametri : alunecarea s și unghiul δ. Locul geometric al componentei $\dot{I}_{1a}$, cînd variază alunecarea, este cunoscuta diagramă a cercului mașinii asincrone (cercul punctat din fig. 4).

Dacă alunecarea este constantă, locul geometric al componentei $\dot{I}_{1s}$, cînd variază sarcina, este tot un cerc, de rază kI_{2a}, unde k este raportul dintre tensiunea U'_{2I} la bornele rotorului raportată la stator și tensiunea U_1 la bornele statorului (cercurile trasate plin din fig. 4).

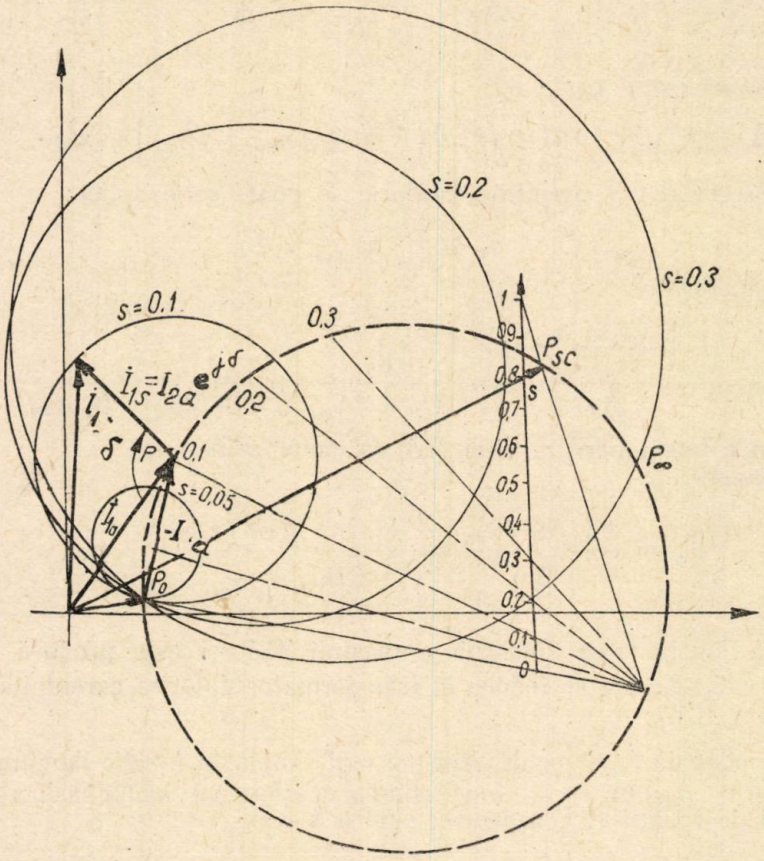


Fig. 4 — Locul geometric al curentului din statorul mașinii sincronizate MA_I, la diferite alunecări

Locul geometric al curentului $\dot{I}_1$, la alunecarea constantă, este deci un cerc cu centru în extremitatea vectorului complex $\dot{I}_{1a}$ și de rază kI_{2a}. În fig. 4, am reprezentat locul geometric al curentului $\dot{I}_1$, pentru diferite sarcini, pentru alunecări constante, în cazul particular cînd $k = 1$. Se constată că în acest caz particular toate cercurile trec prin punctul P_0, deoarece $|I_{1s}|_{k=1} = I_2$ și raza cercurilor este chiar curentul I_{2a}.

Și în acest caz, axa absciselor reprezintă dreapta puterilor absorbite. Din fig. 4, se constată că puterea maximă absorbită de la rețea diferă de la o alunecare la alta. Dacă facem abstracție de pierderile care se produc în mașină și ținem seama de relația $P_2 = sP_1$, rezultă că și puterea utilă maximă P_{2max} diferă de la o alunecare la alta; deci cuplul maxim al mașinii MA_I, la funcționarea sincronă, variază cu alunecarea.

Locul geometric al curentului din statorul mașinii MA_{II}, de putere mare, este diagrama cercului ca simplă mașină asincronă, deoarece funcționarea acestei mașini este puțin influențată de introducerea transformatorului de sincronizare. Evident că, în acest caz, parametrii transformatorului trebuie incluși în parametrii mașinii asincrone.

3. *Cuplul mașinii sincronizate.*

În [3] se indică una din metodele de calcul pentru cuplul mașinii sincrone cu dublă alimentare, iar în [4] s-a stabilit expresia cuplului, la funcționarea mașinii MA_I în regim staționar.

Dacă raportăm parametrii circuitului rotorului la statorul aceleiași mașini MA_I și renunțăm la indicele I, notăm cu:

$$\sigma = 1 - \frac{x_m^2}{x_1 x_2},$$

expresia cuplului se poate scrie astfel:

$$M = \frac{m p}{\omega_1} U_1^2 \frac{1 - k^2 s \frac{R_1}{R_2'} + k\left[\left(\frac{R_1}{x_m} - s\frac{x_1 x_2'}{R_2' x_m}\right)\sin\delta + \left(s\frac{R_1 x_2'}{R_2' x_m} - \frac{x_1}{x_m}\right)\cos\delta\right]}{2R_1 + \frac{R_2'}{s}\frac{R_1^2 + x_1^2}{x_m^2} + \frac{s}{R_2'}x_2'^2\frac{R_1^2 + \sigma^2 x_1^2}{x_m^2}} \qquad (4)$$

ω_1 este pulsația tensiunii rețelei.

Componenta

$$M_a = \frac{m p}{\omega_1} U_1^2 \frac{1}{2R_1 + \frac{R_2'}{s}\frac{R_1^2 + x_1^2}{x_m^2} + s x_2'^2 \frac{R_1^2 + \sigma^2 x_1}{x_2^m}} \qquad (4a)$$

reprezintă cuplul asincron dezvoltat în cazul alimentării normale a mașinii (înfășurarea statorului este conectată la sursă, iar înfășurarea rotorului este scurtcircuitată).

Componenta

$$M_f = -\frac{m p}{\omega_1} U_1^2 \frac{k^2 s \frac{R_1}{R_2'}}{2R_1 + \frac{R_2'}{s}\frac{R_1^2 + x_1^2}{x_m^2} + s x_2'^2 \frac{R_1^2 + \sigma^2 x_1^2}{x_m^2}} \qquad (4b)$$

reprezintă cuplul de frînare, datorită funcționării mașinii asincrone ca frînă asincronă, în cazul cînd mașina ar fi alimentată în rotor, iar rotorul ar fi antrenat în sensul vitezei de rotație a cîmpului învîrtitor din rotor.

Suma $M_a + M_f$ a cuplurilor asincrone nu depinde de unghiul δ și dacă admitem $k \leqslant 1$, $R_1 \approx R_2$, iar $s < 1$ atunci $M_a + M_f > 0$.

Componenta

$$M_s = \frac{m\,p}{\omega_1} U_1^2 \frac{\left(\frac{R_1}{x_m} - \frac{x_1\,x_2'}{R_2'\,x_m}\,\sigma\right)\sin\delta + \left(s\,\frac{R_1\,x_2'}{R_2'\,x_m} - \frac{x_1}{x_m}\right)\cos\delta}{2\,R_1 + \frac{R_2'}{s}\,\frac{R_1^2 + x_1^2}{x_m^2} + \frac{s}{R_2'}\,x_2'^2\,\frac{R_1^2 + \sigma^2\,x_1^2}{x_2^m}}$$

reprezintă cuplul sincron dezvoltat de mașină și este o funcție de unghiul δ ; valoarea maximă a acestei componente este :

$$M_{sM} = \frac{m\,p}{\omega_1} U_1^2\,k \frac{\sqrt{\left(\frac{R_1}{x_m} - s\,\frac{x_1\,x_2'}{R_2\,x_m}\,\sigma\right)^2 + \left(s\,\frac{R_1}{R_2'}\,\frac{x_2'}{x_m} - \frac{x_1}{x_m}\right)^2}}{2\,R_1 + \frac{R_2'}{s}\,\frac{R_1^2 + x_1^2}{x_m^2} + \frac{s}{R_2'}\,x_2'^2\,\frac{R_1^2 + \sigma\,x_1^2}{x_m^2}}. \qquad (4c')$$

Pentru a stabili ordinul de mărime al cuplului mașinii sincrone cu dublă alimentare să introducem cîteva simplificări în expresia precedentă și anume :

— să neglijăm rezistența R_1 față de reactanța x_m

— să considerăm că rezistențele R_1 și R_a' ale înfășurărilor sînt aproximativ egale ;

— rapoartele $\frac{x_1}{x_m}, \frac{x_2'}{x_m}$ le aproximăm egale cu unitatea ;

— presupunem că $\sigma\,x_1 \approx x_{\sigma 1} + x_{\sigma 2}' = x_\sigma$.

Ținînd seama de aceste simplificări și de relația (4 a), relația (4 c') se poate scrie :

$$M_{sM} = M_a\,k\sqrt{s^2\left[1 + \left(\frac{x_\sigma}{R_2'}\right)^2\right] + 1 - 2\,s}. \qquad (4c)$$

Deci la alunecare dată, cuplul maxim al motorului sincron cu dublă alimentare, are expresia :

$$M_M = M_a + M_f + M_{sM} = M_a\left(1 - k^2\,s + k\sqrt{s^2\left[1 + \left(\frac{x_\sigma}{R_2'}\right)^2\right] + 1 - 2\,s.}\right) \qquad (4')$$

În fig. 5, s-au reprezentat grafic în funcție de alunecare, factorii M_a și $y(s) = 1 - k^2 s + k\sqrt{s^2\left[1+\left(\frac{x_\sigma}{R_2'}\right)^2\right]+1-2s}$, precum și cuplul M_M pentru cazul unei mașini de 3 kW și pentru $k = 1$.

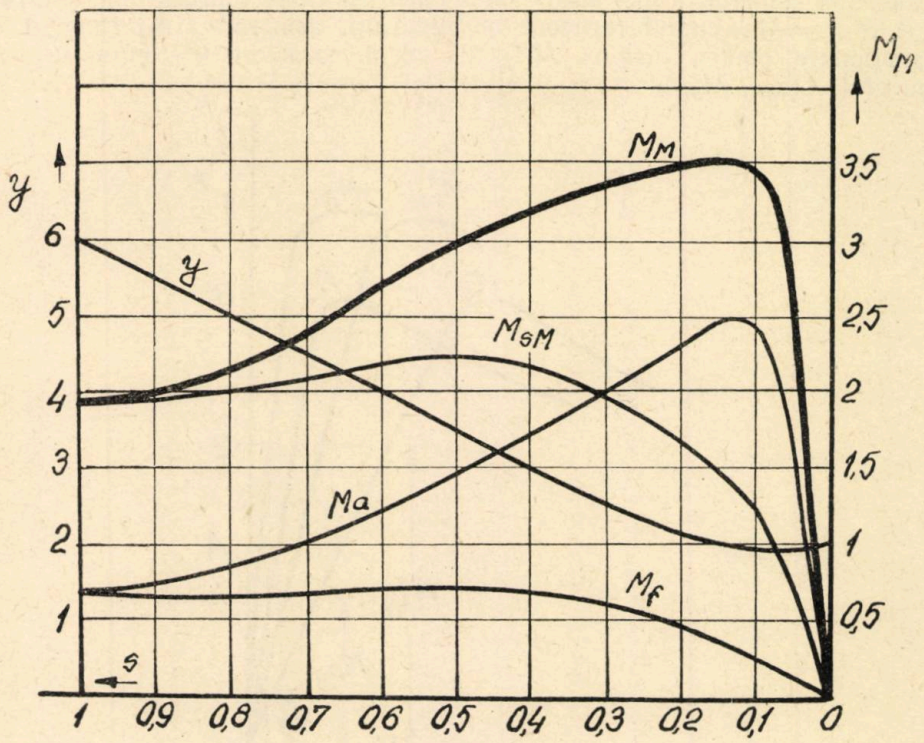


Fig. 5 — Cuplul maxim $M_M(s)$ al motorului sincron MA_I din fig. 1

Din fig. 5, rezultă că motorul sincron excitat în alternativ dezvoltă un cuplu maxim mai mare decît cuplul pe care l-ar dezvolta motorul asincron cu aceeași parametri. Sursa care alimentează rotorul prin transformator compensează rezistența înfășurării rotorului, modificînd astfel caracteristica mecanică a motorului asincron; funcție de sarcina mașinii sincronizate, sursa se poate comporta ca o rezistență pozitivă sau negativă introdusă în circuitul rotorului.

4. *Domeniul de funcționare în regim staționar al arborelui electric cu transformator de sincronizare.*

Mașina sincronizată MA_I nu poate dezvolta cuplul nominal la oricare alunecare a rotorului; din curba M_M reprezentată în fig. 5, rezultă că în vecinătatea vitezei sincrone cuplul motorului scade proporțional cu alunecarea.

Pentru a stabili domeniul de funcționare posibilă în regim staționar al arborelui electric descris, am reprezentat, în fig. 6, caracteristica mecanică naturală a motorului asincron MA_{II}, (curba M_{II}) și una din caracteristicile artificiale (curba M'_{II}), precum și caracteristica mecanică a motorului asincron MA_I, pentru două cazuri posibile (curbele M'_M și M''_M). Fie $M_{rII} = M_{nII}$ cuplul rezistent al motorului asincron MA_{II}. Punctul de funcționare pentru mașina MA_{II} în cazul caracteristicii naturale este punctul $A(s_{nII}, M_{nII})$.

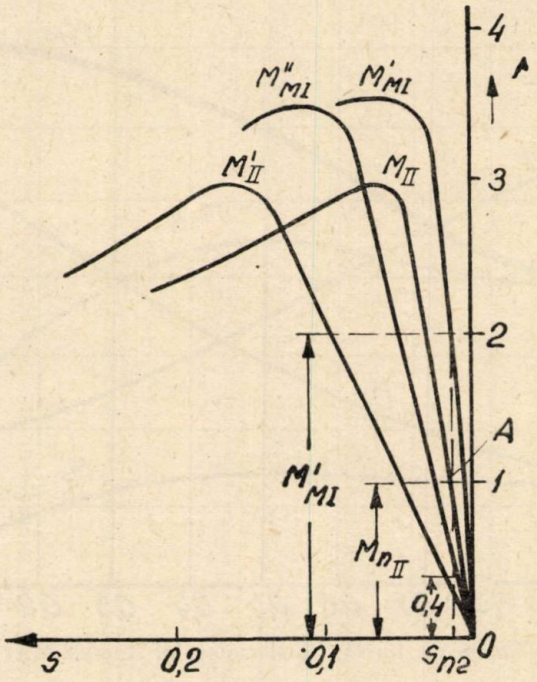


Fig. 6 — Figură explicativă pentru domeniul de funcționare al arborelui electric

Dacă motorul MA_I trebuie să dezvolte cuplul nominal, atunci, considerînd caracteristica M'_{MI}, cuplul maxim în unități relative, pe care îl poate dezvolta această mașină, este $M'_{MI} = 2$ și funcționarea sistemului este posibilă. În schimb dacă vom considera curba M''_{MI}, motorul MA_I la această alunecare s_{nII} poate produce cuplul maxim $M''_{MI} = 0{,}4$ (deci $M''_{MI} < M_{Mn}$) și funcționarea mașinii nu este posibilă cînd la arbore acționează cuplul rezistent nominal.

Considerații analoage se pot face și pentru caracteristica mecanică artificială M'_{II} a mașinii MA_{II}; se poate deduce că, în acest caz ambele caracteristici M'_M și M''_M sînt potrivite pentru o funcționare sincronă, în condițiile menționate.

De aici rezultă că mașina M_I poate urmări sincron mașina MA_{II} dacă panta caracteristicii mecanice a motorului cu dublă alimentare este mai mare decît panta caracteristicii mecanice naturale a motorului MA_{II}.

Panta caracteristicii mecanice a mașinii MA_I se poate alege prin alegerea factorului k.

5. *Despre transformatorul de sincronizare.*

Pentru a putea determina caracteristicile transformatorului de sincronizare, să considerăm unul din cazurile particulare de funcționare ale schemei și anume cînd reostatul R (din fig. 2) este astfel reglat încît motorul MA_{II} să fie în repaus, $s = 1$), dacă la arbore se aplică cuplul rezistent nominal.

Ca mașina MA_I să fie de asemenea în repaus, cînd cuplul rezistent la arbore este egal cu cuplul nominal, este necesar ca transformatorul T să transmită circuitului rotorului mașinii MA_{II} puterea electrică $P_1 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$. Transformatorul T trebuie să fie dimensionat pentru o putere aproximativ egală cu puterea motorului MA_I. Circuitul primar (de partea mașinii MA_I) al transformatorului se dimensionează pentru tensiunea U_{2I} (tensiunea la bornele rotorului mașinii MA_I (*v.* fig. 1), iar circuitul secundar se dimensionează pentru curentul I_{2II} (curentul nominal din rotorul mașinii MA_{II}, (*v.* fig. 1).

Comportarea mașinii M_{II} este cu atît mai puțin influențată de cuplajul prin transformatorul T, cu cît impedanța transformatorului este mai mică decît impedanța rotorului acestei mașini. De aici rezultă că puterea transformatorului T, respectiv a motorului MA_I, trebuie să fie mult mai mică decît puterea motorului MA_{II}.

C. CONCLUZII

Schema analizată este simplă și permite ca o mașină asincronă de construcție obișnuită să urmărească sincron, o altă mașină sincronă de putere mult mai mare.

Posibilitatea de a funcționa este condiționată însă de sarcinile celor două motoare care intervin în schemă și anume:

— mașina sincronizată poate produce un cuplu, a cărei valoare maximă este funcție de alunecare, dacă factorul k este constant,

— la funcționarea motorului asincron de putere mare la sarcini și alunecări mici, raportul k dintre tensiunea de alimentare la bornele rotorului și tensiunea statorului scade, iar mașina sincronizată poate ajunge într-o situație în care nu mai poate produce cuplul nominal.

Schema este destinată să funcționeze deci în situații în care mașina asincronă MA_{II} de putere mare este încărcată cît mai aproape de sarcina nominală.

Întrucît una din mașinile care funcționează în schemă, este sincronizată, pendulațiile și șocurile de sarcină o pot scoate eventual din funcționarea sincronă; în acest caz se impune resincronizarea arborelui.

Catedra de mașini electrice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. S. Gheorghiu:* Mașina asincronă — Ed. Min. Învățămîntului, 1958.
2. *F. Jalla:* Les arbres élèctriques an regime statique R.G.E., vol. 64, 1955, pag. 631—647.
3. *A. Leonhard:* Asynchronous and synchronous running of the general doubly fed three phase machine. Archiv für Elektrotehnik, vol. XXX, 1936 H. 6, pag. 483—502.
4. *C. Bîlă:* Mașina sincronă excitată de la o sursă de tensiune alternativă în regim staționar. Electrotehnica, vol. 7, (1959), nr. 5, pg. 159—161.
5. *J. C. Prescott* și *B. P. Rajn:* The inherent instability of induction motors under conditions of double supply. Proceed. of. the Inst. ofa El. Eng. vol. 105, part. C, nr. 7 din 1958, pag. 319—329.

НОВЫЙ ТИП ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВАЛА МЕЖДУ АСИНХРОННЫМИ МАЩИНАМИ РАЗЛИЧНЫМИ МОЩНОСТЯМИ

(Краткое содержание)

В настоящий работе описывается и анализируется электрическую схему, осуществляющая электрический вал между двумя асинхронными различных мощностей.

Роторы обеих асинхронных машин соединены электромагнитным путем, через синхронизирующий трансформатор. Асинхронная машина большой мощности работает в режиме асинхронного двугаетелея при номинальной нагрузке. Асинхронная машина меньшей мощности раьотает в режиме асинхронного двигателя двоиного питания переменным током.

A NEW TYPE OF ELECTRICAL SHAFT CONNECTING ASYNCRONOUS MOTORS OF DIFFERENT POWER

(Sumary)

In the present work, an electrical diagram representing an electrical shaft connecting asynchronous motors of different power is described and analysed.

The rotors of the two asiynchronous motors are electromagnetically coupled by a synchronyzing transformer. The high power asynchronous machine acts as an asynchron motor, at rated moment. The small power asynchronous machine operates as a synchronous motor with double feed at A.C. current.

UN NOUVEAU TYPE D'ARBRE ÉLECTRIQUE AVEC DES MACHINES ASYNCHRONES DES PUISSANCE TRÈS DIFFÉRENTES

(Résumé)

Dans le présent rapport l'auteur décrit et analyse un circuit électrique qui représent un arbre électrique entre deux machines asynchrones qui ont des puissances très différentes.

Les rotors de ces deux moteurs asynchrones sont en couplage électromagnétique par un transformateur de synchronisation. La machine asynchrone à puissance plus grande, marche en régime de moteur asynchrone à charge nominale. La machine asynchrone à petite puissance marche en régime de moteur synchrone avec double alimentatation en courant alternatif.

NEUARTIGE ELEKTRISCHE WELLE ZWISCHEN INDUKTIONMASCHINEN VERSCHIEDENER LEISTUNGEN

(Zusammenfassung)

Vorliegende Arbeit beschreibt und untersucht eine Schaltung der elektrischen Welle zwischen zwei induktionsmotoren verschiedener Leistung.

Die Läufer der zwei Motoren sind durch einen Synchronisirungs Transformator elektromagnetisch miteinander gekuppelt. Die Induktionsmaschine höherer Leistung läuft im Asynchronbetrieb bei Nenn moment. Die Induktionsmaschine kleinerer Leistung läuft im Synchronbetrieb mit doppelter Speisung bei Wechschstrom.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

STUDIUL AMPLIFICATORILOR CU CONTROLUL CIRCULAȚIEI SEMNALELOR PRIN IMPULSURI

GH. CARTIANU

1. *Introducere.*

În sistemele de transmisiune, pentru comunicații, circulația semnalului poate fi controlată în scopul folosirii optime a sistemului pentru transmisiunea semnalului.

Controlarea circulației se face cu ajutorul unor impulsuri de comandă.

La baza metodei stă procedeul cunoscut de eșantionare a semnalului, prin care semnalul cu variație continuă în funcție de timp este înlocuit printr-o succesiune de semnale discrete ; semnalele discrete astfel obținute sînt controlate în circulația lor prin sistemul de transmisiune.

Această metodă poate avea numeroase aplicații în comunicație, de exemplu : amplificarea de mai multe ori a unui semnal care circulă succesiv prin același etaj, amplificarea în ambele sensuri ale semnalelor în sistemul de transmisiune cu două fire.

În această lucrare se studiază cazul amplificării succesive a unui semnal prin același etaj de amplificare.

De fapt acesta este un alt mod de a vedea și de a trata problema amplificării prin superreacție.

Cu această metodă se poate obține un factor de bandă-amplificare foarte ridicat.

2. *Descrierea metodei*

În fig. 1 este arătată schema de principiu a sistemului în care A_2 reprezintă etajul de amplificare studiat, A_3 rețeua de cuplaj între ieșire și intrare, A_1 etajul de intrare, D demodulatorul, A_4 etajul de amplificare de la ieșire, G generatorul de impulsuri de eșantionare, I rețea de întîrziere (fig. 1).

Sistemul controlat prin impulsuri este constituit de fapt din amplificatorul A_2, rețeaua de reacție A_3 și generatorul G.

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

Circuitul imaginat mai sus constituie numai un model al circuitelor practic utilizabile.

Semnalul $f(t)$ aplicat la intrare (fig. 2) este descompus în semnele elementare, în amplificatorul A_2, cu ajutorul unei succesiuni de impulsuri

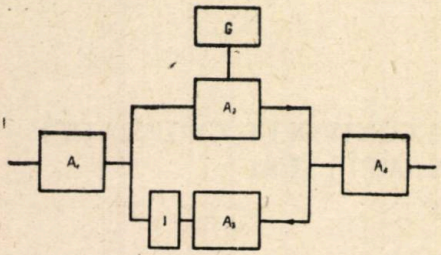


Fig. 1 — Schema de principiu a sistemului cu controlul circulației semnalelor prin impulsuri

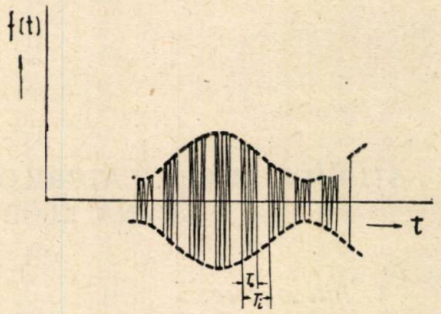


Fig. 2 — Eșantionarea semnalului modulat în amplitudine

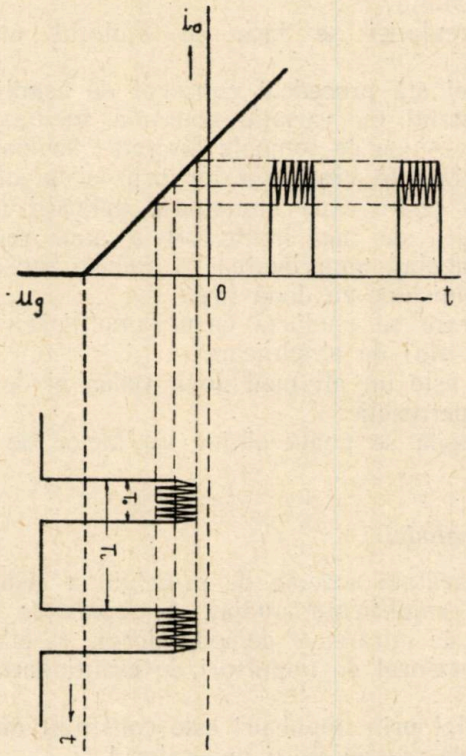


Fig. 3 — Eșantionarea semnaluiui prin impulsuri dreptunghiulare aplicate la grila tubului amplificator

aplicate la grila tubului, care deschid tubul numai pe durata T_0 a impulsului (fig. 3), realizîndu-se eșantionarea semnalului. Frecvența de repetiție a impulsorilor de eșantionare este $fi = \frac{1}{T_i}$.

În acest interval de timp semnalul elementar aplicat la intrare poate circula prin bucla închisă formată din A_2 și A_3 și este amplificat de mai multe ori pînă cînd, prin închiderea tubului amplificator, circulația semnalului este oprită.

Deși principial această metodă poate fi folosită pentru amplificarea oricărui semnal, ea poate fi ușor aplicată în special în cazul oscilațiilor modulate în amplitudine.

În intervalul de timp T_0, la ieșirea amplificatorului A_2 se suprapun toate semnalele obținute prin amplificări succesive și în cazul reacției pozitive la ieșire rezultă o oscilație crescătoare în timp.

În intervalul de timp $T_i - T_0$ circulația semnalului este oprită și la ieșire rezultă o oscilație descrescătoare în timp, determinată de energia acumulată în elementele circuitului de la ieșirea amplificatorului A_2, față de starea de echilibru.

Studiul se referă la următoarele probleme:

1. Aflarea tensiunii la ieșire și a amplificării în funcție de elementele sistemului.
2. Perturbațiile determinate de fenomenele tranzitorii produse de impulsurile eșantionare.
3. Efectul suprapunerii impulsurilor succesive rezultate prin eșantionare.
4. Stabilitatea sistemului la oscilații.

3. *Stabilirea expresiei impulsului la ieșirea din amplificator.*

Se presupune că în intervalul de timp T_0 în care amplificatorul este deschis, tubul amplificator lucrează ca un element liniar. În acest interval de timp, se poate considera că impulsul la intrare, reprezentînd semnalul elementar după eșantionare, se aplică unui sistem liniar (fig. 3). În aceste condiții se pot utiliza metodele calculului operațional.

În intervalul de timp $T_i - T_0$ cînd amplificatorul este închis, sistemul poate fi considerat de asemenea ca un sistem liniar, în care are loc un fenomen tranzitoriu, datorită energiei acumulate în circuitul de ieșire.

Se notează:

$A(p)$ — factorul de amplificare al amplificatorului A_2, pus sub formă operațională.
$H(p)$ — factorul de transmisiune al rețelei de reacție formată din A_3 și I.
$K(p)$ — factorul de transmisie al buclei deschise.
$u_i(t)$ — semnalul de frecvență înaltă (de frecvență purtătoare ω_p) aplicat la intrare, după eșantionare.
$U_i(t)$ — amplitudinea semnalului de frecvență înaltă eșantionat.
$u_e(t)$ — impulsul de frecvență înaltă la ieșire (cu sensul pozitiv arătat în fig. 7).

$U_i(p)$ — transformata Laplace a impulsului la intrare reprezentînd semnalul elementar de înaltă frecvență, după eșantionare.

În acest paragraf se stabilește expresia răspunsului la ieșire pentru un impuls izolat, reprezentînd semnalul elementar de înaltă frecvență, după eșantionare.

Transformata oscilației la ieșire după prima trecere prin amplificator este $U_i(p)\,A(p)$; după trecere prin bucla închisă este $U_i(p)\,A(p)\,K(p)$; după trecerea de n ori prin bucla de reacție este $U_i(p)\,A(p)\,K^n(p)$ și transformata oscilației la ieșire este egală cu suma

$$U_i(p)\,A(p)\,[1 + K(p) + K^2(p) + \cdots K^n(p) + \cdots] \tag{1}$$

iar tensiunea la ieșire este dată de

$$u_e(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+i\infty} U_i(p)\,A(p)\sum_i K^i(p)\,e^{pt}\,dp \tag{2}$$

Dacă rețeaua de întîrziere din bucla de reacție este o linie de transmisiune cu un timp de întîrziere τ, în suma de mai sus (2) trebuie considerat un număr finit de termeni și anume pentru aflarea răspunsului la timpul t trebuie să se ia un număr de termeni n astfel ca

$$n\,\tau \leqslant T_o \tag{3}$$

În cazul cînd rețeua este formată din elemente concentrate, propagarea oscilației electrice de la un punct la altul al circuitului se face fără întîrziere și în expresia (2) trebuie considerat un număr infinit de termeni, care descresc cu ordinul n al termenului.

Se poate arăta [1] că pentru cazurile practice limita

$$u_e(t) = \frac{1}{2\pi j}\lim_{n\to\infty}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} U_i(p)\,A(p)\sum_{i=1}^{n} K^i(p)\,e^{pt}\,dp \tag{4}$$

în care

$$\sum_{i=1}^{n} K^i(p) = \frac{1 - K^n(p)}{1 - K(p)} \tag{5}$$

există și este dată de

$$u_e(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} U_i(p)\,A(p)\,\frac{1}{1-K(p)}\,e^{pt}\,dp = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} U_i(p)\,\frac{1}{H(p)}\,\frac{K(p)}{1-K(p)}\,e^{pt}\,dp \tag{6}$$

sau

$$u_e(t) = \mathfrak{L}^{-1}\,U_i(p)\,A_R(p) = \mathfrak{L}^{-1}\,U_i(p)\,\frac{K(p)}{H(p)\,[1 - K(p)]} \tag{7}$$

în care $A_R(p)$ este funcția factorului de amplificare a sistemului cu reacție.

Presupunînd că amplificatorul A_2 este format dintr-un etaj cu o pendotă de pantă S avînd în circuitul anodic o admitanță $Y(p)$ și că rețeaua de reacție modifică numai unghiul de fază cu π, avem :

$$K(p) = \frac{S H}{Y(p)} \tag{8}$$

în care H este o constantă și

$$u_e(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{U_i(p)}{H} \frac{1}{\frac{Y(p)}{S H} - 1} \tag{9}$$

Notînd cu K_0 și A_0 valorile de referință ale acestor mărimi (de ex. corespunzătoare frecvenței de rezonanță ω_r), relația (9) poate fi scrisă

$$u_e(t) = \mathfrak{L}^{-1} U_i(p) A_0 \frac{1}{\frac{Y(p)}{Y_0} - K_0} \tag{10}$$

Presupunînd că $Y(p)$ este admitanța unui circuit derivație acordat pe frecvența de lucru ω_r, avînd inductanța L, capacitatea C și rezistența paralel $\frac{1}{G}$

$$Y(p) = p C + G + \frac{1}{p L} \tag{11}$$

și

$$\frac{Y(p)}{Y_0} - K_0 = p \frac{C}{G} + 1 + \frac{1}{p L G} - K_0 = \frac{C}{p G}\left[p^2 + \frac{G}{C}(1 - K_0) p + \frac{1}{L C}\right] \tag{12}$$

de unde

$$u_e(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{S}{C} \frac{p U_i(p)}{p^2 + \frac{G}{C}(1 - K_0) p + \frac{1}{L C}} \tag{13}$$

Formula (10) este de bază pentru calcul răspunsului în cazul sistemului cu reacție considerat.

În cazul cînd $H = 0$ (deci și $K_0 = 0$) se obține formula cunoscută din cazul amplificatorului fără reacție.

Notînd

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L C}}, \quad \delta = \frac{G}{2 C}$$

$$\delta_e = \frac{G}{2 C}(1 - K_0) = \delta(1 - K_0)$$

relația (13) devine

$$u_e(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{S}{C} \frac{p U_i(p)}{p^2 + 2 \delta_e p + \omega_r^2} \tag{14}$$

$\delta_e > 0$ în cazul $K_0 < 1$ și $\delta_e < 0$ în cazul $K_0 > 1$.

În cazul $\delta_e < 0$ se obțin oscilații descrescătoare cu timpul, în cazul $\delta_e > 0$ se obțin oscilații crescătoare.

4. *Răspunsul sistemului la oscilații modulate în amplitudine.*

Prin eșantionare, o oscilație modulată în amplitudine este transformată într-o succesiune de impulsuri de înaltă frecvență de asemenea modulate în amplitudine.

Impulsul de eșantionare poate avea forma dreptunghiulară (fig. 4 a), forma exponențială (fig. 4 b), obținută trecînd impulsul dreptunghiular printr-un circuit de integrare imperfect, sau forma mai generală din fig. 4 c.

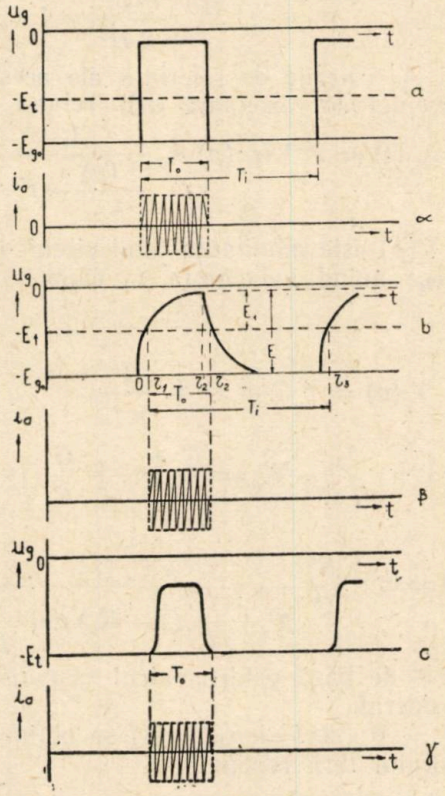


Fig. 4 — Diferite forme ale impulsului de eșantionare aplicat la grila tubului *a*), *b*), *c*) și impulsurile corespunzătoare de înaltă frecvență ale curentului anodic α), β), γ).

Impulsul din fig. 4 a are salturi de ordinul zero, impulsul din fig. 4 b are salturi de ordinul 1 ; iar impulsul din fig. 4 c are salturi de ordinul 2 sau mai mare. Cu cît saltul este de ordin mai mare, componentele scad mai repede cu frecvența, ceea ce este de o deosebită importanță în reducerea componentelor perturbatoare, datorite impulsului însuși de eșantionare

Presupunînd caracteristicile tubului liniare, înfășurătoarea impulsului curentului anodic $i = S\,U_g$, care se aplică circuitului are totdeauna înfășurătoarea dreptunghiulară așa cum este arătat în fig. 4 α, β, γ. În realitate, din cauza neliniarității caracteristicilor, înfășurătoarea impulsului aplicat sufere o mică rotunjire în regiunea oscilațiilor mici, afară de cazul impulsurilor perfect dreptunghiulare.

Neglijînd efectul suprapunerii răspunsurilor impulsurilor succesive, se poate studia răspunsul unui singur impuls de înaltă frecvență.

Expresia semnalului *MA* poate fi scrisă

$$u_s = U_s(t)\, e^{j\omega_p t}$$

iar după eșantionare expresia semnalului devine

$$u_{si} = U_{si}(t)\, e^{j\omega_p t} \tag{15}$$

în care ω_p este frecvența purtătoare, iar $U_{si}(t)$ reprezintă înfășurătoarea semnalului elementar după eșantionare; $U_{si}(t)$ ia valorile corespunzătoare momentelor de eșantionare τ.

În general frecvența purtătoare ω_p este diferită de frecvența ω_r de rezonanță a circuitului. Transformata Laplace a funcției $U_{se}(t)$, care reprezintă înfășurătoarea oscilației la ieșire, este dată de relația cunoscută

$$U_{se}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\, U_{sl}(p)\, A_R(p + j\omega_p) \tag{16}$$

În cazul studiat, unde circuitul anodic este un circuit derivație, ținînd seama de (14) rezultă

$$A_R(p) = \frac{S}{C} \cdot \frac{p}{p^2 + 2\delta_e p + \omega_r^2} \tag{18}$$

Dacă se suprimă reacția ($H = 0$, $K = 0$), se obține expresia cunoscută a factorului de amplificare a sistemului fără reacție

$$A_R(p) = \frac{S}{C} \cdot \frac{p}{p^2 + 2\delta p + \omega_r 2} \tag{19}$$

Notînd cu p_1 și p_2 polii funcției $A_R(p)$

$$p_1 = -\delta_e + j\,\omega_o \simeq -\delta_e + j\,\omega_r$$

$$p_2 = -\delta_e - j\,\omega_o \simeq -\delta_e - j\,\omega_r$$

în care $\omega_o = \sqrt{\omega_r^2 - \delta_e^2}$ și presupunînd $\delta_e \ll \omega_r$, $A_R(p)$ poate fi pus sub forma redusă cunoscută:

$$A_R(p) = \frac{S}{2C}\,\frac{1}{p - p_1} \simeq \frac{S}{2C}\,\frac{1}{p - j\,\omega_r + \delta_e} \tag{20a}$$

sau

$$A_R(p) = \frac{S}{2C}\,\frac{1}{p - j\omega_\Delta - j\omega_p + \delta_e} \tag{20b}$$

unde

$$\omega_\Delta = \omega_r - \omega_p$$

iar relația (16) devine

$$U_{se}(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{1}{2C} \frac{U_{si}(p)}{p - j\omega_\Delta + \delta_e} \tag{21}$$

Înfășurătoarea de formă dreptunghiulară a impulsului curentului anodic poate fi considerată ca fiind formată dintr-un impuls treaptă pozitiv, de mărime $SU(\tau_1)$ aplicat la $t = \tau_1$, corespunzător eșantionului înfășurătoarei la timpul τ_1 și dintr-un impuls de aceeași mărime, negativ, întîrziat față de primul cu T_0; T_0 fiind intervalul de timp în care tubul amplificator și deci și bucla de reacție este deschisă.

Intervalul de timp $\tau_1 \div \tau_2$

În acest interval de timp, $U_{si}(t)$ avînd forma impulsului treaptă aplicat la momentul τ_1, transformata Laplace corespunzătoare este

$$U_{si}(p) = \frac{U_s(\tau_1)\, e^{-p\tau_1}}{p} \tag{22}$$

Înlocuind în relația (21) se obține

$$U_{se}(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{S}{2C} \frac{U_s(t_1)\, e^{-p\tau_1}}{p(p - j\omega_\Delta + \delta_e)} \tag{23}$$

Se deduce

$$U_{se}(t) = \frac{S\, U_s(\tau_1)}{2C(\delta_e - j\omega_\Delta)} \left[1 - e^{-\delta_e(t-\tau_1) + j\omega_\Delta(t-\tau_1)}\right] \tag{24}$$

iar expresia oscilației de înaltă frecvență este dată de

$$u_{se}(t) = Re \frac{S\, U_s(\tau_1)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} \left\{ \pm e^{j(\omega_p t + \psi)} - (\pm) e^{j[\omega_r(t-\tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1]}\, e^{-\delta_e(t-\tau_1)} \right\} \tag{25}$$

în care

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\omega_\Delta}{\delta_e}$$

Oscilația la ieșire este deci formată din două componente. Primul termen din paranteză reprezintă o oscilație sinusoidală de frecvență ω_p, iar al doilea termen reprezintă o oscilație pseudoperiodică de frecvență ω_r cu amplitudinea variind exponențial în funcție de timp, crescătoare cînd $\delta_e < 0 (K_o > 1)$ și descrescătoare cînd $\delta_e > 0 (K_o < 1$ (Se ia semnul + sau — în expresia (25) după cum $\delta_e > 0$ sau $\delta_e < 0$).

Relațiile (24) și (25) sînt importante pentru explicarea fenomenelor care au loc în acest sistem.

Se observă că dacă $\delta_e < 0$ $(K_o > 1)$ termenul al doilea din expresia (25) crește foarte repede cu timpul, așa că se poate scrie:

$$u_{se}(t) \simeq Re \frac{S\, U_s(\tau_1)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} e^{j[\omega_r(t-\tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1]}\, e^{-\delta_e(t-\tau_1)} \tag{26}$$

și amplitudinea are valoarea

$$U_{se}(t) = \frac{S\,U_s(\tau_1)}{2\,C\sqrt{\delta_e^2+\omega_\Delta^2}}\,e^{-\delta_e(t-\tau_1)} \tag{27a}$$

sau

$$\boxed{U_{se}(t) = U_s(\tau_1)\,\frac{A_0}{(K_0-1)\sqrt{1+\dfrac{\omega_\Delta^2}{\delta_e^2}}}\,e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)(t-\tau_1)}} \tag{27b}$$

Din relațiile (27) rezultă că amplitudinea scade cu ω_Δ. Această relație exprimă selectivitatea sistemului. Lărgimea de bandă pentru atenuarea de $3dB_B$ este dată de

$$\omega_\Delta = \delta_e$$

și

$$\delta_e = \pi\,3dB_{dB} = \frac{G}{2C}(K_0-1) = \frac{\pi f_r}{Q}(K_0-1) = \pi B_0(K_0-1) \tag{28}$$

Lărgimea de bandă este deci proporțională cu lărgimea de bandă a circuitului acordat și cu (K_0-1). Rezultă de aici că selectivitatea sistemului este redusă și este cu atît mai mică cu cît K_0 este mai mare.

Valoarea maximă a tensiunii la ieșire are loc aproximativ la momentul τ_2 și din relația (27) se deduce:

$$U_{se\ max} = U_s(\tau_1)\,\frac{A_0}{(K_0-1)\sqrt{1+\dfrac{\omega_\Delta^2}{\delta_e^2}}}\,e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)\,T_0} \tag{29}$$

În cazul cînd frecvența purtătoare este egală cu frecvența proprie a circuitului, $\omega_\Delta = 0$ și expresia amplitudinii oscilației (25) devine:

$$U_{se}(t) = U_s(\tau_1)\,\frac{A_0}{K_0-1}\left[-1+e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)(t-\tau_1)}\right] \tag{30}$$

și

$$U_{se\ max} = U_s(\tau_1)\,\frac{A_0}{K_0-1}\left[-1+e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)\,T_0}\right] \simeq U_s(\tau_1)\,\frac{A_0}{K_0-1}\,e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)\,T_0} \tag{31}$$

iar amplificarea maximă

$$\boxed{A_{R\ max} = \frac{A_0}{K_0-1}\,e^{\frac{G}{2C}(K_0-1)\,T_0}} \tag{32}$$

Intervalul de timp $\tau_2 \div \tau_3$

În intervalul de timp $\tau_2 \div \tau_3$ în care tubul amplificator este deschis și deci circulația semnalului prin bucla de reacție este oprită, la ieșirea din amplificator rezultă o oscilație cu amplitudinea descrescătoare, determinată de energia acumulată în circuitul anodic în primul interval de timp.

Tensiunea la ieșire în intervalul de timp $\tau_2 \div \tau_3$ este determinată de valorile tensiunii și curentului din circuitul de ieșire la momentul τ_2 și este dată de expresia :

$$u_{se}(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{\left[C u_{se}(t_2) - \frac{i_{se}(\tau_2)}{p} \right] e^{-p\tau_2}}{G + Cp + \frac{1}{Lp}} = \tag{33}$$

$$= \mathfrak{L}^{-1} \frac{\left[u_{se}(\tau_2)\, p - \frac{i_{se}(\tau_2)}{C} \right] e^{-p\tau_2}}{p^2 + 2\delta p + \omega_r^2}$$

în care

$i_{se}(\tau_2)$ = curentul din bopină la momentul τ_2.

și $u_{se}(\tau_2)$ = tensiunea la bornele bobinei la momentul τ_2.

$$\delta = \frac{G}{2C} = \frac{\pi f_r}{Q},$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Din relația (26) rezultă

$$u_{se}(\tau_2) = \frac{SU_s(\tau_1)\, e^{-\delta_e(\tau_2 - \tau_1)} \cos\left[\omega_r(\tau_2 - \tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1\right]}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} \tag{34}$$

Curentul din bobină este dat de relația

$$i_{se}(\tau_2) = \frac{1}{L} \int_{\tau_1}^{\tau_2} u_{se}\, dt + i_{se}(\tau_1)$$

și deoarece $i_{se}(\tau_1)$ este egal cu zero, se deduce, ținînd seama că δ_e este mic față de ω_r

$$i_{se}(\tau_2) = \frac{SU_s(\tau_1)\, e^{-\delta_e(\tau_2 - \tau_1)} \sin\left[\omega_r(\tau_2 - \tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1\right]}{2LC\omega_r\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} \tag{35}$$

Calculînd transformata inversă (33) se deduce

$$u_{se}(t) = \frac{u_{se}(\tau_2)\,[\,p_1\,e^{p_1(t-\tau_2)} - p_2\,e^{p_2(t-\tau_2)}\,]}{p_1 - p_2} + \\ + \frac{i_{se}(\tau_2)\,[\,e^{p_1(t-\tau_2)} - e^{p_2(t-\tau_2)}\,]}{C(p_1 - p_2)} \tag{36}$$

în care

$$p_1 = -\delta + j\omega_0$$

$$p_2 = -\delta - j\omega_0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_r^2 - \delta^2} \simeq \omega_r$$

sau

$$u_{se}(t) = \frac{\{u_{se}(\tau_2)\sin\omega(t-\tau_2) + \omega_0\cos\omega_0(t-\tau_2) - \frac{i_{se}(\tau_2)}{C}\sin\omega_0(t-\tau_1)\}\,e^{-\delta(t-\tau_2)}}{\omega_0} \tag{37}$$

Înlocuind expresiile (34) și (35) în (37) și ținînd seamă că $\omega_0 \simeq \omega_r$ rezultă

$$u_{se}(t) = u_{se}(\tau_2)\,e^{-\delta(t-\tau_2)}\cos[\,\omega_r(t-\tau_2) + \omega_r(\tau_2-\tau_1) + \psi + \omega_p\,\tau_1\,] \tag{38a}$$

Ținînd seamă de (34) rezultă

$$u_{se}(t) = \frac{S\,U_s(\tau_1)\,e^{-\delta_e(\tau_2-\tau_1)}\,e^{-\delta(t-\tau_2)}}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}}\cos[\,\omega_r\,(t-\tau_1) + \psi + \omega_p\,\tau_1\,] \tag{38b}$$

Relația (38b) ne arată care este expresia oscilațiilor care rezultă în cazul circuitelor puțin amortizate, dacă la un anumit moment se modifică parametrii circuitului.

Înfășurătoarea impulsului de înaltă frecvență are deci la început o variație exponențial crescătoare, iar apoi exponențial descrescătoare ca în oscilograma din fig. 10.

Amplificarea maximă a sistemului, dedusă din (29) are expresia

$$\boxed{A_{R\,max} = \frac{A_0}{(K_0-1)\sqrt{1 + \frac{\omega_\Delta^2}{\delta_e^2}}}\,e^{\frac{\pi f_r T_0}{Q}(K_0-1)}} \tag{39}$$

Din relația (39) rezultă amplificarea sistemului este cu atît mai mare cu cît factorii $\frac{f_r T_0}{Q}$ și $(K_0 - 1)$ sînt mai mari.

La un factor de transmisiune dat K_0, amplificarea crește exponențial cu f_r, T_0 și cu $\frac{1}{Q}$ și proporțional cu A_0.

Exemplu : $T_0 = 40\ \mu$ sec, $K_0 = 1{,}98$, $A_0 = 3{,}17$, $f_r = 1{,}1$ *MHz*, $Q = 19$, $f_i = 13.000$ *Hz*.
Rezultă

$$A_{R\ max} = \frac{3{,}17}{0{,}98}\left(e^{\frac{\pi \times 1{,}1 \times 10^6 \times 40 \times 10^{-6} \times 0{,}98}{19}} - \right) 1 =$$

$$= \frac{3{,}17}{0{,}98}\left(e^{7{,}3} - 1\right) = 4080.$$

După un detector de vîrf ideal se capătă o tensiune a cărei variație reproduce forma înfășurătoarei impulsului de înaltă frecvență din fig. 10. Cînd semnalul de înaltă frecvență aplicat la intrare este modulat, se capătă o succesiune de impulsuri modulate în amplitudine ca în fig. 18 și 19.

După detecție și filtrare, oscilația de joasă frecvență la ieșire reproduce variația valorilor medii ale acestor impulsuri.

Valoarea medie a fiecărui impuls, detectat într-un detector de vîrf ideal, este egală cu valoarea medie pe perioada T_i, a impulsului avînd forma înfășurătoarei.

Se deduce cu ușurință, calculînd valoarea medie a impusurilor, că amplitudinea tensiunii de joasă frecvență la ieșirea din filtru este dată de relația :

$$U_{jf} = U_0\, m\, A_{R\ max} f_i \left[\frac{1}{\delta_e} + \frac{1}{\delta}\right]$$

$$= U_0\, m\, A_{R\ max} \frac{Q f_i}{\pi f_r} \frac{K_0}{K_0 - 1}$$

în care U_0 este amplitudinea semnalului și m gradul de modulație. Cu datele din exemplele de mai sus se deduce :

$$U_{jf} = 0{,}144\ U_0\, m\, A_{R\ max}$$

Detectorul de vîrf nefiind perfect, au loc două fenomene : pe de o parte randamentul detecției este mai mic decît unu, iar pe de altă parte datorită constantei de timp relativ mari a circuitului de detecție, pe porțiunea descrecătoare, impulsul este deformat ca în fig. 16 (în această diagramă impulsul este inversat). Din cauza modificării formei impulsului, în realitate valoarea medie este mai mare, ceea ce se verifică și experimental.

Fenomenele studiate aici, au fost cercetate în numeroase alte lucrări, în legătură cu amplificatorii cu superreacție.

În general s-a plecat de la ecuația diferențială liniară a sistemului, avînd coeficienții variabili în ritmul oscilației de întrerupere.

Soluția acestui sistem pune în evidență fenomenele de rezonanță multiplă, caracteristice pentru amplificatorii cu superreacție]2[,]3[. O analiză amănunțită a modului de lucru liniar și logaritmic, cu oscilații de comandă (întrerupere) din exterior, sau proprii, este dată în lucrarea

[4]. S-au dedus relații de bază, puse sub o formă relativ simplă cu ajutorul expresiei funcții de apertură [5], [6]. În același sens este tratată problema în lucrările [7], [8] cu aflarea unor soluții de un grad superior de aproximație.

Amplificatorul studiat lucrează analog amplificatorului cu superreacție, în modul de lucru liniar, cu oscilații de comandă din exterior. Relațiile deduse pentru tensiunea la ieșire sînt similare cu cele găsite în lucrările anterioare pe baza ecuațiilor diferențiale [4], [5], [6], dar tensiunea la ieșire este exprimată aici nu în funcție de rezistența sau conductanța circuitului rezonant ci în funcție de factorul de transmisiune al lanțului de reacție deschis

Este important de observat că în ipoteza admisă că tubul amplificator are caracteristicile liniare, factorul de amplificare al sistemului este indiferent de forma impulsului. El depinde numai de intervalul de timp T_0 în care tubul este deschis.

5. *Perturbații datorite impulsurilor de eșantionare.*

Impulsurile aplicate la intrare pentru eșantionarea semnalului, dau naștere unor fenomene tranzitorii în circuite, care se suprapun peste semnalul de înaltă frecvență.

Aceste perturbații sînt datorite componentelor impulsului care se găsesc în banda de trecere a circuitului oscilant, și depind în mare măsură de forma impulsului. Se va analiza cazul impulsului de formă exponențială (fig. 4b), impulsul dreptunghiular fiind un caz particular al impulsului exponențial. Acest impuls este obținut prin trecerea impulsului dreptunghiular printr-un circuit de integrare RC de constantă de timp $\tau' = \frac{1}{\alpha}$.

Notînd cu $u_{pi}(t)$ tensiunea de comandă aplicată la grila tubului, care întrece tensiunea de tăiere și care deschide tubul la momentul τ_1 avem

$$1)\ u_{pi}(t) = 0 \qquad 0 < t < \tau_1 \qquad (40a)$$

$$2)\ u_{pi}(t) = E_1 [1 - e^{-\alpha(t-\tau_1)}] \qquad \tau_1 < t < \tau_2' \qquad (40b)$$

$$3)\ u_{pi}(t) = E_1 [1 - e^{-\alpha(t-\tau_1)}] - E [1 - e^{-\alpha(t-\tau_2')}] \qquad (40c)$$

$$\tau_2' < t < \tau_2$$

$$4)\ u_{pi}(t) = \qquad \tau_2 < t < \tau_3 \qquad (40d)$$

În fiecare din aceste intervale de timp fenomenul tranzitoriu este definit de altă expresie.

In intervalul de timp $\tau_1 < t < \tau_2'$ avem

$$U_{pi}(p) = \frac{E_1 \alpha}{p + \alpha} e^{-p\tau_1} \qquad (41)$$

și

$$u_{pe}(t) = \mathfrak{L}^{-1} \frac{SE_1 \alpha e^{-p\tau_1}}{C(p+\alpha)(p^2+\delta_e p+\omega_r^2)} =$$

$$= \frac{SE_1\alpha}{C}\left\{\frac{e^{p_1(t-\tau_1)}}{(p_1+\alpha)(p_1-p_2)} - \frac{e^{p_2(t-\tau_1)}}{(p_2+\alpha)(p_1-p_2)} - \frac{\alpha e^{-\alpha(t-\tau_1)}}{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}\right\} =$$

$$= \frac{SE_1\alpha}{C}\left\{\frac{(p_2+\alpha)e^{p_1(t-\tau_1)} - (p_1+\alpha)e^{p_2(t-\tau_1)}}{j2\omega(\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2)} - \frac{e^{-\alpha(t-\tau_1)}}{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}\right\}$$

De unde

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega}\left\{\frac{e^{-\delta_e(t-\tau_1)}[(\alpha-\delta_e)\sin\omega(t-\tau_1) - \omega\cos\omega(t-\tau_1)]}{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega e^{-\alpha(t-\tau_1)}}{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}\right\} \qquad (42)$$

Primul termen din expresia de mai sus este crescător cu timpul, deoarece $\delta_e < 0$, iar al doilea scade repede așa că se poate scrie

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega}\frac{e^{-\delta_e(t-\tau_1)}\cos[\omega(t-\tau_1)+\varphi]}{\sqrt{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}} \qquad (43)$$

în care

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\alpha-\delta_e}$$

În intervalul de timp $\tau_2' < t < \tau_2$ răspunsul la ieșire este egal cu diferența între răspunsurile datorite impulsurilor (40b) și 40c), de unde se deduce

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega}\left\{\frac{e^{-\delta_e(t-\tau_1)}\cos[\omega(t-\tau_1)+\varphi] - \beta e^{-\delta_e(t-\tau_1')}\cos[\omega(t-\tau_2')+\varphi]}{\sqrt{\alpha_2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega}{\alpha_2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}[e^{-\alpha(t-\tau_1)} - \beta e^{-\alpha(t-\tau_2')}]\right\} \qquad (44a)$$

în care $\beta = \frac{E}{E_1}$

Deoarece τ_2 este apropiat de τ_2', factorul $e^{-\delta_e(t-\tau_2')}$ rămîne mic în acest interval de timp

De asemenea factorul $e^{-\alpha(t-\tau_1)}$ este foarte mic așa că se poate scrie

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega}\left\{\frac{e^{-\delta_e(t-\tau_1)}\cos[\omega(t-\tau_1)+\varphi]}{\sqrt{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}} + \frac{\omega\beta e^{-\alpha(t-\tau_2')}}{\alpha^2-2\alpha\delta_e+\omega_r^2}\right\} \qquad (44b)$$

În cazul impulsului de eșantionare de formă dreptunghiulară, $\alpha = \infty$ și expresia (44b) ia forma cunoscută:

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1}{C\omega} e^{-\delta_e (t-\tau_1)} \cos [\omega (t - \tau_1) + \varphi] \qquad (45a)$$

În cazul $\alpha \ll \omega_r$

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega_r^2} \left\{ e^{-\delta_e (t-\tau_1)} \cos [\omega (t-\tau_1) + \varphi] + \beta e^{-\alpha (t-\tau_2')} \right\} \qquad (45b)$$

și deoarece primul termen este mult mai important decît al doilea

$$u_{pe}(t) \simeq \frac{SE_1\alpha}{C\omega_r^2} e^{-\delta_e (t-\tau_1)} \cos [\omega (t-\tau_1) + \varphi] \qquad (46)$$

valabilă în tot intervalul de timp $\tau_1 \div \tau_2$.

Perturbația este o oscilație de frecvență $\omega \simeq \omega_r$ cu amplitudinea exponențial crescătoare ($-\delta_e > 0$) ca și semnalul util.

Valoarea maximă a amplitudinii are loc pentru $t = \tau_2$ și este

$$U_{pe\ max} = \frac{SE_1\alpha}{C\omega_r^2} e^{-\delta_e (\tau_2 - \tau_1)} \qquad (47)$$

După timpul τ_2 are loc un fenomen tranzitoriu determinat de energia acumulată în circuitul de ieșire la timpul τ_2. În acest interval de timp bucla este deschisă așa că nu mai intră în joc decît circuitul anodic acordat.

Calculul răspunsului se face ca în paragraful precedent ținînd seamă de condițiile inițiale și se găsește:

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega_r^2} e^{-\delta_e (\tau_2 - \tau_1)} e^{-(t-\tau_2)} \cos [\omega_r (t - \tau_1) + \varphi] \qquad (48)$$

Așa dar în intervalul de timp $\tau_1 \div \tau_2$ avem:

$$u_{se}(t) = \frac{S U_s(\tau_1)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} e^{-\delta_e (t-\tau_1)} \cos [\omega_r (t - \tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1] \qquad (49a)$$

$$u_{pe}(t) = \frac{S_1 E_1 \alpha}{C\omega_r^2} e^{-\delta_e (t-\tau_1)} \cos [\omega_r (t - \tau_1) + \varphi] \qquad (49b)$$

și în intervalul de timp $\tau_2 \div \tau_3$

$$u_{se}(t) = \frac{S U_1(\tau_1)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} e^{-\delta_e (\tau_2 - \tau_1)} e^{-\delta (t-\tau_2)} \cos [\omega_r (t-\tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1] \qquad (50a)$$

$$u_{pe}(t) = \frac{SE_1\alpha}{C\omega_r^2} e^{-\delta_e (\tau_2 - \tau_1)} e^{-\delta (t-\tau_2)} \cos [\omega_r (t - \tau_1) + \varphi] \qquad (50b)$$

Se deduce

$$\frac{U_{se\,max}}{U_{Pe\,max}} = \frac{U_s(\tau_1)}{E_1} \frac{Q\,\omega_r}{(K_0 - 1)\sqrt{1 + \frac{\omega_\Delta^2}{\delta_e^2}}} \tag{51}$$

Raportul semnal perturbații este cu atît mai mare cu cît raportul $\frac{U_s}{E_1}$ și frecvența ω_r sînt mai mari și cu cît α este mai mic, dacă Q și K_0 rămîn neschimbate.

Acest lucru se poate ușor explica fizic dacă se ține seama de faptul că valoarea componentelor impulsurilor de eșantionare, care se găsesc în banda de trecere a circuitului anodic este cu atît mai mică cu cît ω_0 este mai mare și cît α este mai mic.

Perturbațiile sînt deci influențate de forma impulsului de eșantionare; din acest punct de vedere, impulsul de eșantionare are o formă cu atît mai favorabilă cu cît salturile pe care le prezintă sînt de un ordin mai ridicat și deci conținutul de armonice este mai redus [5].

Relativ la perturbațiile studiate în acest paragraf este important de remarcat că ele nu sînt modulate nici de un semnal regulat, nici de o oscilație aleatorie, totuși datorită suprapunerii impulsurilor succesive, așa cum se va arăta la paragraful următor, la ieșirea din demodulator ele dau o perturbație.

6. *Efectul succesiunii de impulsuri rezultate prin eșantionare*

Impulsurile de înaltă frecvență care se produc în fiecare interval de timp T_0 determină condițiile inițiale pentru impulsurile electrice care se produc în intervalul de timp următor.

La intrare, la momentul $t = \tau + 0$ ($\tau = \tau_3 = \tau_1 + T_i$, $\tau_2 = \tau_1 + T_0$ se suprapun următoarele componente:

a) Semnalul, reprezentat prin expresia exponențială

$$u_1(t) = Re\, U_s(t)\, e^{j\omega_p t} \tag{52}$$

b) Impulsul de înaltă frecvență datorit semnalului a) eșantionat, aplicat la intrare la momentul $\tau_1 = \tau - T_i$ (50a)

$$u_2(t) = Re\, \frac{U_s(\tau - T_i)\, SH}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}}\, e^{-\delta_e(\tau_2 - \tau_1)}\, e^{-\delta(t - \tau_2)}\, e^{j[\omega_r(t - \tau_1) + \psi + \omega_p \tau_1]} \tag{53}$$

c) Impulsul de înaltă frecvență datorit impulsului exponențial de eșantionare aplicat la intrare la momentele $\tau_1 = \tau - T_i$ (50b)

$$u_3(t) = Re\, \frac{E_1 SH\alpha}{C\omega_r^2}\, e^{-\delta_e(\tau_2 - \tau)}\, e^{-\delta(t - \tau_2)}\, e^{j[\omega_r(t - \tau_1) + \varphi]} \tag{54}$$

d) Impulsul de înaltă frecvență, rezultat ale efectelor tranzitorii cumulate, produse în ciclurile anterioare, a cărui expresie urmează să fie determinată.

Acest impuls, de frecvență unghiulară ω_r și amplitudine $U_r(\tau - T_i)$ la momentul $\tau - T_i$, este eșantionat în mod analog ca și impulsul b). Valoarea lui este dată de

$$Re\ \frac{U_r(\tau - T_i)\ SH}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}}\ e^{-\delta_e(\tau_2-\tau_1)}\ e^{-\delta(t-\tau_2)}\ e^{j[\omega_r(t-\tau_1)+\psi+\omega_r\tau_1]} \tag{55}$$

Acest impuls se însumează cu impulsurile $u_2(t)$ și $u_3(t)$ pentru a da impulsul rezultant

$$u_r(t) = Re\ U_r(\tau)\ e^{j(\omega_r t+\psi)} \tag{56}$$

Se deduce relația

$$Re\ U_r(\tau)\ e^{j(\omega_r t+\psi)} \simeq Re\left\{\frac{U_r(\tau - T_i)\ SH}{2C\sqrt{\delta_e^2+\omega_\Delta^2}}\ e^{-\delta_e(\tau_2-\tau_1)}\ e^{-\delta(t-\tau_2)}\ e^{j(\omega_r t+\psi)} + \right.$$
$$\left. + u_2(t) + u_3(t)\right\} \tag{57}$$

Pe durata de eșantionare, amplitudinile impulsurilor (53), (54), (57) sînt considerate constante și avînd valoarea de la momentul τ, de aceea se ia $e^{-\delta(t-\tau_i)} = e^{-\delta(\tau-\tau_2)}$.

Notînd

$$\gamma = \frac{SHe^{-\delta_e(\tau_2-\tau_1)}\ e^{-\delta(\tau-\tau_2)}}{2C\sqrt{\delta_e^2+\omega_\Delta^2}},\quad a = \frac{2\alpha\sqrt{\delta_e^2+\omega_\Delta^2}}{\omega_r^2},\quad \chi = \psi - \varphi, \tag{58}$$

rezultă :

$$U_r(\tau) = \gamma\ U_r(\tau - T_i) + \gamma\ U_s(\tau - T_i)\ e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} +$$
$$+ \gamma\ a\ E_1\ e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]} \tag{59}$$

Relația de mai sus este o ecuație cu diferențe finite în care intră valorile discrete ale mărimilor la momentele τ și $\tau - T_i$.

Folosind transformarea Laplace Stieltjes [9], [10] pentru rezolvarea ecuației (59) se găsește :

$$\mathfrak{L}_s\ U_r(\tau) = \gamma\ \mathfrak{L}_s\ U_r(\tau - T_i) + \mathfrak{L}_s\{\gamma\ U_s(\tau - T_i)\ e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} +$$
$$+ \gamma\ a\ E_1\ e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]}\} \tag{60}$$

Pentru calculul transformatei $\mathfrak{L}_s f(\tau - rT_i)$ se folosește relația :

$$\mathfrak{L}_s f(\tau - rT_i) = e^{-rsT_i}\left[\mathfrak{L}_s f(\tau) + \sum_{m=1}^{r} f(-mT_i)\ e^{-msT_i}\right] \tag{61}$$

În cazul $r = 1$ presupunînd că valorile inițiale (pentru $\tau \leqslant 0$) sînt nule avem

$$\mathfrak{L}_s f(\tau - T_i) = e^{-sT_i}\ \mathfrak{L}_s f(\tau) \tag{62}$$

Ținînd seama de (62) relația (60) devine

$$(1 - \gamma e^{-sT_i})\ \mathfrak{L}_s\ U_r(\tau) = \mathfrak{L}_s\{\gamma\ U_s(\tau - T_i)\ e^{j(\omega_p-\omega_r)\tau-T_i)} +$$
$$+ \gamma\ a\ E_1\ e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]}\} \tag{63}$$

de unde

$$\mathfrak{L}_s U_r(\tau) = \frac{\mathfrak{L}_s\{\gamma U_s(\tau - T_i) e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} + \gamma a E_1 e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]}\}}{1-\gamma e^{-sT_i}} \quad (64)$$

Dezvoltînd în serie expresia $\frac{1}{1-\gamma e^{-sT_i}}$ se obține

$$\mathfrak{L}_s U_r(\tau) = \mathfrak{L}_s\{\gamma U_s(\tau - T_i) e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} + \\ + \gamma a E_1 e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]}\}(1+\gamma e^{-sT_i} + \gamma^2 e^{-2sT_i} + \cdots) \quad (65)$$

și avînd în vedere (62) rezultă

$$U_r(\tau) = \gamma U_s(\tau - T_i) e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} + \gamma a E_1 e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]} + \\ + \gamma^2 U_s(\tau - 2T_i) e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-2T_i)} + \gamma^2 a E_1 e^{-j[\omega_r(\tau-2T_i)+\chi]} + \cdots \quad (66)$$

Presupunînd $\gamma \ll 1$ se poate scrie

$$U_r(\tau) \simeq \gamma U_s(\tau - T_i) e^{j(\omega_p-\omega_r)(\tau-T_i)} + \gamma a E_1 e^{-j[\omega_r(\tau-T_i)+\chi]} \quad (67)$$

Expresa (67) reprezintă amplitudinea impulsului de înaltă frecvență la intrare datorit însumării fenomenelor tranzitorii. Se deduce în baza relației (56)

$$u_r(t) = \gamma U_s(\tau - T_i)\cos[\omega_r t + \psi + (\omega_p - \omega_r)(\tau - T_i)] + \\ + \gamma a E_1 \cos[\omega_r t + \psi - \omega_r(\tau - T_i) - \chi] \quad (68)$$

în care ultimul termen poate fi neglijat față de primul.

Oscilația care rezultă după eșantionarea de la momentul τ este formată din componentele $u_{se}(t)$ și $u_{pe}(t)$ deduse din (49) și din componenta $u_{re}(t)$ dedusă cu ajutorul relațiilor (68) și (49).

$$u_{se}(t) = \frac{S U_s(\tau)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} e^{-\delta_e(t-\tau)} \cos[\omega_r(t-\tau) + \psi + \omega_p \tau] \quad (69a)$$

$$u_{pe}(t) = \frac{S E_1 \alpha}{C \omega_r^2} e^{-\delta_e(t-\tau)} \cos[\omega_r(t-\tau) + \varphi] \quad (69b)$$

$$u_{re}(t) = \frac{S U_s(\tau - T_i)}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} \tau e^{-\delta_e(t-\tau)} \cos[\omega_r(t-\tau) + 2\psi + \omega_p(\tau - T_i) + \omega_r T_i] \quad (69c)$$

Prin suprapunerea acestor trei oscilații rezultă după eșantionare o oscilație de înaltă frecvență de forma

$$U_R \cos[\omega_r(t-\tau) + \psi + \omega_p \tau + \varphi_R] \quad (70)$$

Admițind că amplitudinile oscilațiilor (69b) și (69c) sînt mult mai mici decît oscilația (69a) se deduce

$$U_R = \frac{S e^{-\delta_e(t-\tau)}}{2C\sqrt{\delta_e^2 + \omega_\Delta^2}} \left\{ U_s(\tau) + \tau U_s(\tau - T_i)\cos[(\omega_p - \omega_r) T_i - \psi] + \right. \\ \left. + \tau a E_1 \cos(\omega_p \tau + \psi - \varphi) \right\} \quad (71)$$

Expresia (71) reprezintă amplitudinea oscilației amplificate.

Prin detecție de vîrf se capătă variația amplitudinii în funcție de $(t-\tau)$, de felul celei reprezentate în oscilograma din fig. 17.

Mărimea acestui impuls depinde în primul rînd de valorile eșantionate $U_s(\tau)$, dar mai depinde și de factorii

$$\cos\left[(\omega_p-\omega_r)T_i-\psi\right] \tag{72a}$$

și

$$\cos(\omega_p\tau+\varkappa) \tag{72b}$$

care variază sinusoidal cu $(\omega_p-\omega_r)$, ω_p și $\tau=nT_i$.

Expresia factorului (72.) ne arată că amplitudinea are o variație armonică în funcție de frecvența $\omega_p-\omega_r$.

Expresia factorului (72b) ne arată că valoarea amplitudinii (71) variază armonic cu ω_p. Pentru a analiza acest fenomen trebuie să ținem seamă de faptul că variația amplitudinii se face prin valori discrete ca rezultat al eșantionării. În aceste formule τ este un număr întreg de T_i $(\tau=nT_i)$.

Notînd

$$\cos u=\cos 2\pi\left(n\frac{f_p}{f_i}+\frac{\eta}{2\pi}\right)$$

se poate scrie

$$u=n\varepsilon+\frac{\eta}{2\pi} \tag{72}$$

în care ε reprezintă diferența minimă între f_p și un număr întreg de f_i. raportată la f_i și poate lua valori cuprinse între zero și 1.

În fig. 5a este reprezentată faza u în funcție de timp. Ea este reprezentată printr-o dreaptă avînd înclinarea ε și ordonata la origine η. Valorile discrete corespunzătoare momentelor nT_i sînt date de intersecția dreptei cu linii verticale care marchează intervalele de timp nT_i. Factorul cos u capătă o valoare staționară egală cu cos η atunci cînd punctele de intersecție cu dreptele verticale sînt distanțate cu intervalul T_i, în acest caz $\varepsilon=1$. Fizic aceasta conduce la o amplitudine de valoare staționară în timp a impulsurilor atunci cînd frecvența purtătoare este egală cu un număr întreg de f_i. Se obține un fenomen analog cu efectul stroboscopic. Dacă ε este diferit de zero sau 1 rezultă un fenomen nestaționar.

Presupunînd că $\varepsilon=\frac{p}{q}$ în care p și q sînt numere întregi $(q>p)$, factorul cos u și deci forma înfășurătoarei oscilației de înaltă frecvență se modifică de la un interval de timp T_i la altul, dar se repetă cel mult după un interval de timp qT_i. La ieșirea din detectorul de amplitudine, în timpul unei perioade qT_i, se obțin deci o serie de impulsuri de înălțime variabilă.

În diagrama din fig. 5a cele trei trepte a_1, a_2, a_3, corespunzătoare valorilor $\varepsilon=\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ și 1 reprezintă condițiile de lucru în aceste cazuri.

Curbele b_1, b_2, b_3, (fig. 5b) reprezintă valori discrete ale factorului cos u în funcție de τ pentru diferite valori ε.

Pentru $\varepsilon = 1$ înfășurătoarea trece prin aceleași valori discrete, care sînt în același timp maxime. După demodularea impulsurilor de frecvență f_i se obține în acest caz o valoare staționară. Pentru $\varepsilon = \frac{1}{2}$, ordonatele înfășurătoare oscilează între -1 și $+1$. Valorile discrete ale impulsului

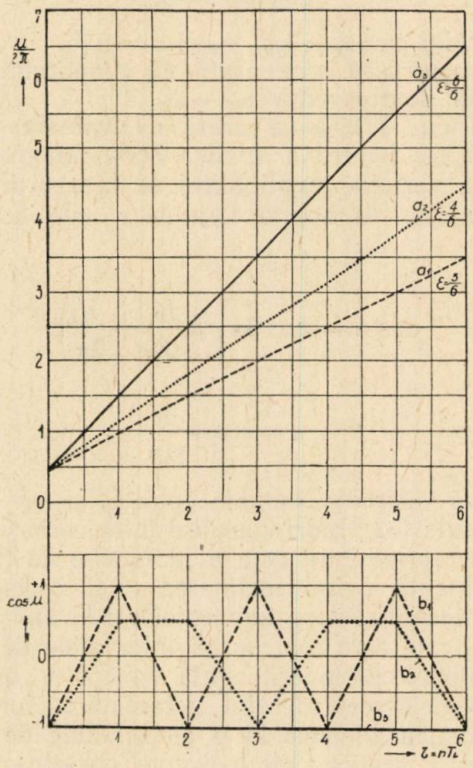


Fig. 5 — *a*) Faza u din expresia tensiunii obținută prin suprapunerea răspunsurilor succesive în funcția de $\tau = nT_i$
b) Diagrama de variație a valorilor discrete (la timpurile $\tau = nT_i$) ale mărimii cos μ

oscilează în acest caz în jurul unei valori medii zero și perioada oscilațiilor este de $\frac{f_i}{2}$. După demodularea impulsurilor se obțin la ieșire o tensiune medie zero și un semnal perturbator de frecvență $\frac{f_i}{2}$.

Atunci cînd ε are o valoare intermediară, de exemplu $\frac{4}{6}$, valorile discrete ale impulsurilor oscilează în jurul unei valori medii negative peste care se suprapune un semnal perturbator de frecvență $\frac{f_t}{3}$.

Frecvența oscilațiilor după demodulare, care iau naștere datorită fenomenului descris mai sus, variază de la zero atunci cînd $f_p = nf_t$ la $\frac{f_t}{2}$, atunci cînd $f_p = \frac{n}{2} f_t$, n fiind un număr întreg.

Se constată deci două fenomene distincte: 1) variația amplitudinii impulsurilor în funcție de frecvența f_p a semnalului, cu o perioadă de repetiție egală cu f_t; 2) apariția la ieșire, după demodularea impulsurilor, a unor oscilații a căror frecvenrță variază între zero și $\frac{f_t}{2}$ atunci cînd ε variază de la zero la $\frac{1}{2}$.

Datorită primului fenomen, valoarea medie a amplitudinii la ieșire variază periodic, cu perioada f_t, în funcție de frecvența semnalului aplicat. Această variație corespunde curbei de selectivitate avînd forma din fig. 6, carecteristică pentru amplificatorii cu superreacție.

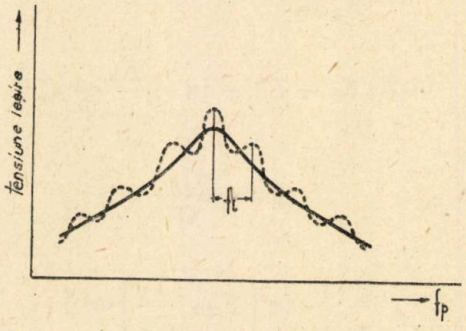


Fig. 6 — Curba de selectivitate a sistemului

Ondulațiile curbei sînt cu atît mai mici cu cît τ și aE_1 sînt mai mici, adică cu cît efectul suprapunerii impulsurilor succesive este mai redus și cu cît componentele superioare ale spectrului impulsului de eșantionare sînt mai reduse.

Fenomenul al doilea este cauza fluierăturilor, care se constată la recepția semnalelor în montajul cu superreacție [2], [4], [11].

7. *Condiția de stabilitate la oscilații*

În intervalul de timp T_0, oscilațiile care apar la intrare sînt amplificate, iar în intervalul de timp $T_t - T_0$ oscilațiile sînt amortizate. Dacă raportul între amplitudinea oscilațiilor care iau naștere în sistem la sfîr-

șitul perioadei T_i și amplitudinea oscilațiilor aplicate la intrare este mai mare ca unu, sistemul devine instabil (autooscilator) și nu mai poate face funcția de amplificator [4], [5], [6].

Factorul de amplificare la sfîrșitul intervalului de timp $t_1 \div t_1 + T_0$ este

$$A_{r\,max} = \frac{A_0}{K_0 - 1}\left(e^{-\delta_e T_0} - 1\right) \simeq \frac{A_0}{K_0 - 1} e^{-\delta_e T_0}$$

iar factorul de transmisiune al sistemului la sfîrșitul intervalului de timp $t_1 + T_0 \div t_1 + T_i$ este

$$\frac{A_0 H}{K_0 - 1} e^{-\delta_e T_0} e^{-\delta (T_i - T_0)} \tag{73}$$

Rezultă condiția de stabilitate

$$\frac{A_0 H}{K_0 - 1} e^{-\delta_e T_0} e^{-\delta (T_i - T_0)} \leqslant 1 \tag{74}$$

Această condiție poate fi dedusă și din relația (64) punînd condiția ca transformata $\mathfrak{L}_s U_r(\tau)$ să rămînă finită, de unde rezultă $\Upsilon < 1$. Relația (74) mai poate fi pusă sub forma:

$$\frac{K_0}{K_0 - 1} e^{\delta (K_0 T_0 - T_i)} \leqslant 1 \tag{75a}$$

sau

$$\delta (K_0 T_0 - T_i) + \ln \frac{K_0}{K_0 - 1} \leqslant 0 \tag{75b}$$

și deoarece

$$\delta = \frac{\pi f_r}{Q}$$

iar

$$\frac{Q}{\pi} \frac{f_i}{f_r} \ln \left(1 - \frac{1}{K_0}\right) \ll 0$$

rezultă condiția

$$A_0 H = K_0 \leqslant \frac{T_i}{T_0} \tag{76}$$

De exemplu dacă $T_i = 77$ μ sec ($f_i = 13$ kHz) și $T_0 = 40$ μ sec rezultă

$$K_0 < 1{,}93$$

Din condițiile de stabilitate (74) rezultă că amplificarea maximă a sistemului este

$$A_{R\,max} = \frac{1}{H} e^{\delta (T_i - T_0)} = \frac{1}{H} e^{\frac{\pi (T_i - T_0) f_r}{Q}} \tag{77}$$

Notînd cu f_a frecvența maximă de modulație a semnalului avem :

$$f_i = 2f_a$$

și

$$A_{r\,max} = \frac{1}{H}\, e^{\frac{\pi T_i f_r}{Q}\left(1-\frac{T_0}{T_i}\right)} = \frac{1}{H}\, e^{\frac{\pi B}{2f_a}\left(1-\frac{T_0}{T_i}\right)} \qquad (78)$$

Deci amplificarea maximă este cu atît mai mare cu cît H este mai mic, cu cît raportul $\frac{B}{f_i}$ sau $\frac{B}{f_a}$ este mai mare și cu cît raportul T_0/T_i este mai mic. Formula (78) este valabilă în apropierea limitei de stabilitate, cînd $\frac{T_0}{T_i} \simeq \frac{1}{K_0} = \frac{1}{A_0 H}$; deci pentru a menține pe K_0 neschimbat, atunci cînd se micșorează H trebuie ca în aceeași proporție să fie mărit A_0.

Este ușor de arătat că dacă A_0 și $\frac{\pi f_r}{Q f_i}$ sînt dați, amplificarea are valoarea cea mai mare atunci cînd

$$\frac{T_i}{T_0} = A_0 H = \frac{\pi B}{f_i}$$

8. *Verificări experimentale.*

Pentru a se verifica experimental deducțiile teoretice de mai sus, s-a folosit montajul din figura 7 constituit din următoarele părți : un etaj de preamplificare A_1, etajul de amplificare studiat A_2, etajul A_3 de cuplaj între ieșirea și intrarea amplificatorului A_2 și un etaj constituit cu o

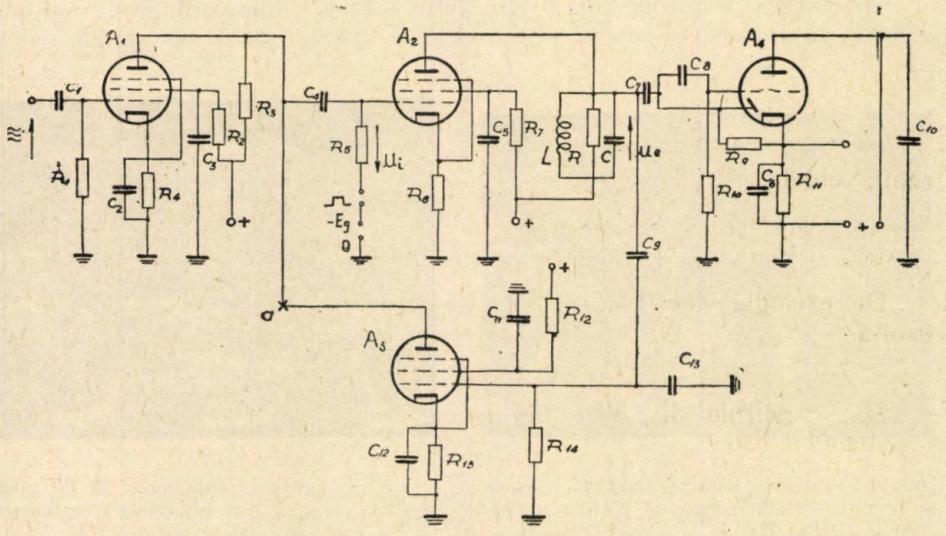


Fig. 7 — Schema electrică a montajului experimental folosit

duaodiodă triodă avînd funcția de detector pentru oscilațiile de înaltă frecvență amplificate și de repetor catodic.

Ieșirea pe catod este aplicată unui filtru trece-jos cu frecvența de tăiere egală cu 4000 Hz pentru a se extrage semnalul de modulație.

Eșantionarea semnalului se face în amplificatorul A_2 cu ajutorul unui generator de impulsuri, aplicat în circuitul de grilă, la care s-a putut varia atît durata T_0 a impulsurilor cît și perioada de repetiție T_i.

La intrarea amplificatorului A_1 se aplică semnalul de înaltă frecvență modulat.

Etajele A_1 și A_3 sînt cu cuplaj cu rezistență și capacitate, avînd rezistențe de sarcină suficient de mici (1 $k\Omega$), pentru ca amplificarea să nu depindă de frecvență în banda de lucru.

Amplificatorul A_2 este constituit dintr-o pentodă cu circuitul anodic acordat format dintr-un condensator de capacitate C în paralel cu o bobină de inductivitate L.

S-a lucrat în următoarele condiții: frecvența purtătoare f_p=1 100 kHz; frecvența de eșantionare f_i=13 000 Hz; durata impulsurilor T_0=20 ÷ 40 μ sec.

Pentru a se reduce efectul perturbațiilor produse de impulsul de eșantionare, impulsurile au fost trecute printr-un integrator înainte de a fi aplicate la grila tubului A_2.

Circuitul de integrare este format din rezistențele R_3 în serie cu R_5 și din capacitatea C_4.

Amplitudinea impulsului de eșantionare poate fi variată cu ajutorul unui potențiometru pentru obținerea condițiilor celor mai bune de lucru.

În oscilograma din fig. 8 sînt reprezentate: impulsul de eșantionare de formă dreptunghiulară și impulsul după integrare, aplicat la grila tubului.

În oscilograma din fig. 9 sînt reprezentate: impulsul dreptunghiular aplicat la intrare și impulsul curentului anodic care se aplică efectiv

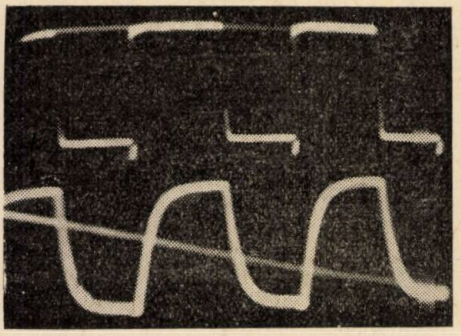


Fig. 8 — Impulsul de comandă la intrare și impulsul după integrare. Constanta de timp a circuitului de integrare $\tau_1 = 6$ μs

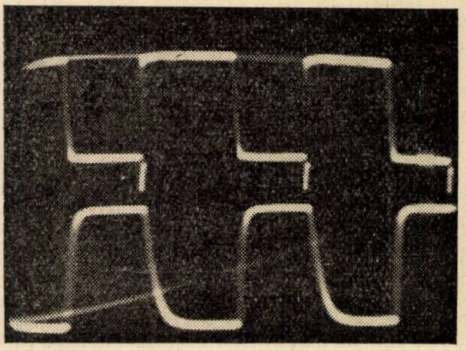


Fig. 9 — Impulsul de comandă la intrare și impulsul de curent măsurat la bornele unei rezistențe de 1 kΩ montată în circuitul anodic

circuitului rezonant. Din cauza tăierii curentului anodic în tubul A_2, în timpul eșantionării, există o diferență între impulsul de tensiune și impulsul de curent.

Cazul oscilațiilor nemodulate. Cînd amplitudinea impulsului de eșantionare are o valoare potrivită și la intrare se aplică oscilația de înaltă frecvență nemodulată, la ieșirea din amplificator rezultă un impuls de înaltă frecvență avînd forma din fig. 10. Înfășurătoarea impulsului este formată dintr-o parte exponențial crescătoare și o parte descrescătoare, conform deducțiilor teoretice. În fig. 12 este dată oscilograma a două ase-

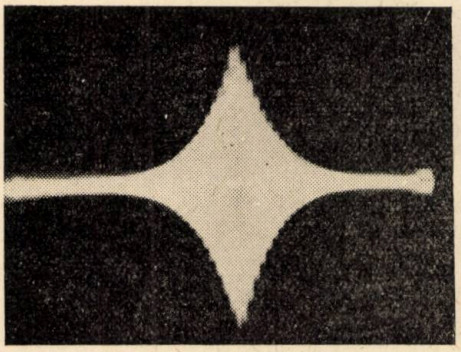


Fig. 10 — Impulsul de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat:
$f_p = f_r = 1\,000$ kHz., $U_s = 100$ μV, $T_0 = 40$ μs.
$E_a = 240$ V, $E_{g2} = 220$ V, $E_g = -3{,}6$ V.
Circuitul de integrare C = 300 pF, R = 20 kOhmi. Tensiunea vîrf $0{,}92 \times \sqrt{2}$ V.

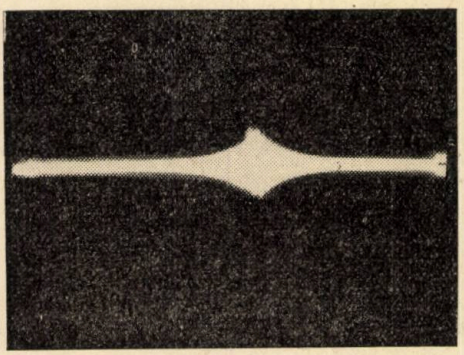


Fig. 11 — Impulsul de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat reprezentînd perturbația în absența semnalului în condițiile din fig. 10

menea impulsuri de înaltă frecvență. Atunci cînd se suprimă semnalul, la ieșire rezultă un impuls de înaltă frecvență care este datorit numai impulsului de eșantionare și care constituie o perturbație (fig. 11) (a se vede § 3).

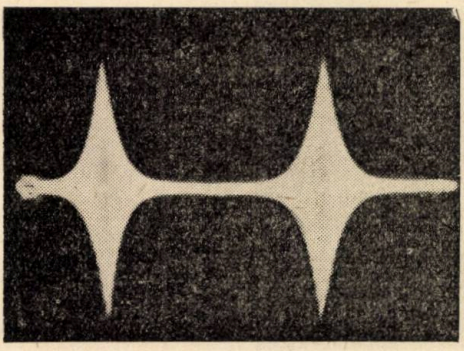


Fig. 12 — O succesiune de două impulsuri de înaltă frecvență ca în fig. 10

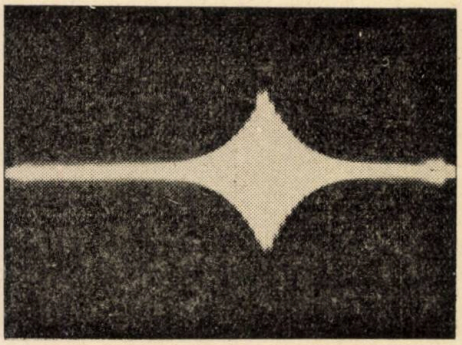


Fig. 13 — Impulsul de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat:
u=50 μV, restul datelor ca la fig. 10.

Inlățimea impulsului obținut la ieșire se modifică aproape proporțional cu amplitudinea semnalului de înaltă frecvență, ceea ce se pune în evidență comparînd oscilogramele din fig. 10 și 13.

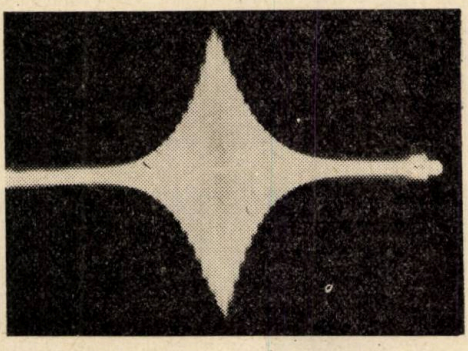


Fig. 14 — Impulsul de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat: E_{g_2}=250 V , restul datelor ca la fig. 10.

Prin modificări mici ale tensiunii ecranului tubului A_2 s-a modificat amplificarea acestui etaj. Acesta are ca efect mărirea amplificării rezultante

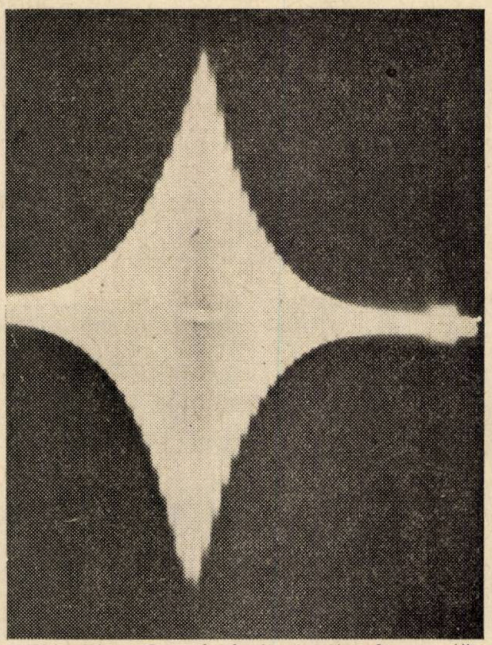


Fig. 15 — Impulsul de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat:
Circuitul de integrare: C = 300 pF, R = 10 kOhmi. Restul datelor ca la fig. 10

a sistemului ; acest efect este pus în evidență comparînd oscilogramele din fig. 10 și 14, ridicate respctiv cu tensiunile la ecran, de 220 V și 250 V.

Un efect de mărire al amplificării îl are și micșorarea constantei de timp a circuitului de integrare pentru impulsul de eșantionare, ceea ce se pune în evidență comparînd oscilogramele din fig. 10 și 15, ridicate cu circuite de integrare, respectiv de 6 μsec. și 3 μsec.

În fig. 16 este reprezentată forma impulsului de înaltă frecvență detectat. Din cauza constantei de timp relativ mari a detectorului de vîrf, înfășurătoarea impulsului de înaltă frecvență nu este exact reprodusă.

Utilizînd oscilograma din fig. 10 s-a verificat variația exponențial crescătoare a înfășurătoarei impulsurilor în intervalul de timp în care bucla de reacție este închisă (formula 30) și variația exponențial scăză-

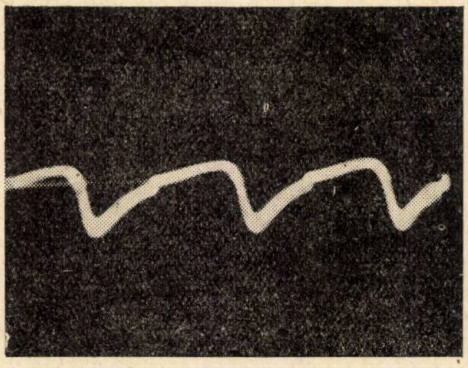


Fig. 16 — Impulsul după demodulare și filtrarea de înaltă frecvență la intrarea în repetorul catodic, în condițiile din fig. 10

toare în intervalul de timp în care bucla de reacție este deschisă.

Condiții de lucru sînt exprimate prin următoarele date : $f_p = f_r = 1\,100$ kHz ($\omega_\Delta = 0$), $u = 100\ \mu V$, $T_0 = 40$ μsec, $f_i = 13\,000$ Hz, E_a (tensiunea de alimentare) = 240 V, E_{g_2} (tensiunea de alimentare a ecranului tubului) = 220 V, tensiunea de negativare a tubului A_2 = —3,6 — 7 = 10,6 V, circuitul de integrare : $C = 300\ \mu F$, $R = 20\ k\Omega$.

Cu bucla de reacție deschisă, după o serie de tatonări s-a ajus la următoarele date :

Q-ul circuitului derivație (măsurat) = 19
A_2 = amplificarea etajului A_2 (măsurată) = 3,17
K_0 = factorul de transmisiune al buclei deschise = 1,98.
H = factorul de transmisiune al amplificatorului A_3 = 0,625.
A_1 = amplificarea etajului A_1 = 2,8.

S-a trasat la scară logaritmică în ordonată (fig. 17) înfășurătoarea impulsului din fig. 10, în funcție de timp pe porțiunea exponențial crescătoare (1) și pe porțiunea exponențial descrescătoare (2).

Scara timpurilor în abscisă a fost stabilită cu exactitate ținînd seamă că intervalul dintre două vîrfuri succesive ale oscilațiilor de înaltă frecvență este $\tau = \frac{10^{-6}}{1,1}$ sec.

Se observă că pantele corespunzătoare celor două curbe se găsesc pe două drepte de pante diferite, corespunzătoare respectiv factorilor de amortizare δ_e și δ. Se verifică astfel forma exponențială a celor două porțiuni ale anvelopei impulsului.

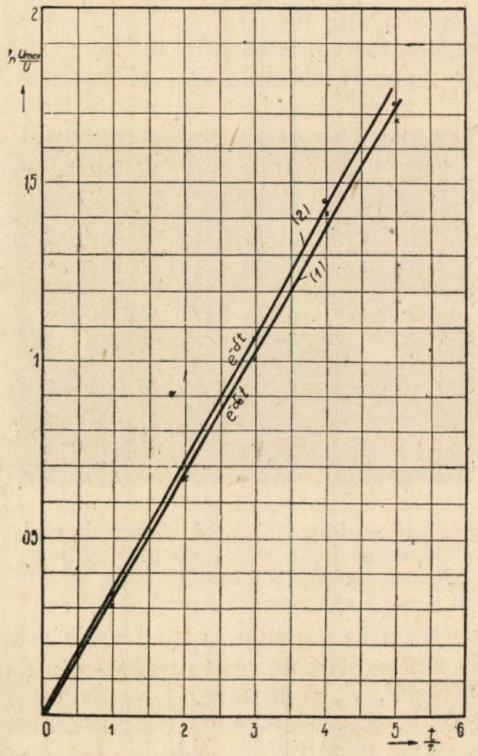


Fig. 17 — Diagrama ordonatelor înfășurătoarei impulsului de înaltă frecvență (fig. 10) în funcție de timp, la scară logaritmică:
1) porțiunea exponențial crescătoare; 2) porțiunea exponențial descrescătoare.

Din panta dreptei a doua (2) s-a dedus

$$\delta = \frac{0,175}{\tau}$$

și deoarece

$$\delta = \frac{\pi f_r}{Q}$$

rezultă

$$Q = 18 \text{ (măsurat direct, } Q = 19)$$

Din panta dreptei (1) s-a dedus:

$$-\delta_e = \frac{0{,}17}{\tau}$$

și deoarece în baza relației (28)

$$-\delta_e = \frac{\pi f_r}{Q}(K_0 - 1)$$

rezultă luînd $Q = 19$

$K_0 = 2{,}03$ (măsurat direct = 1,98).

Amplificarea maximă a sistemului a fost determinată din valoarea ordonatei maxime a impulsului de înaltă frecvență din fig. 10 și s-a găsit:

$$A_{Rmax} \text{ (măsurat)} \frac{0{,}92}{0{,}1 \times 2{,}8 \times 10^{-6}} = 3\,290 \text{ (70,34 } dB)$$

$$A_{Rmax} \text{ (calculat) (a se vedea § 4)} = 4\,080 \text{ (72,21 } dB)$$

Se vede că valorile deduse prin calcul se verifică bine cu datele găsite experimental.

Se remarcă că s-a lucrat cu o amplificare A_0 foarte mică. În montajele practice A_0 poate fi mărit de cîteva zeci de ori. Amplificarea $A_{R\,max}$ ar fi crescut în aceeași proporție; de același număr de ori trebuie însă redus H pentru a menține pe K_0 neschimbat.

Se observă că în valoarea maximă măsurată a impulsului la ieșire este inclus și efectul perturbațiilor, de care nu s-a ținut seama în calcule.

În condițiile stabilite, sistemul devine instabil și intră în oscilație la o mică mărire a amplificării.

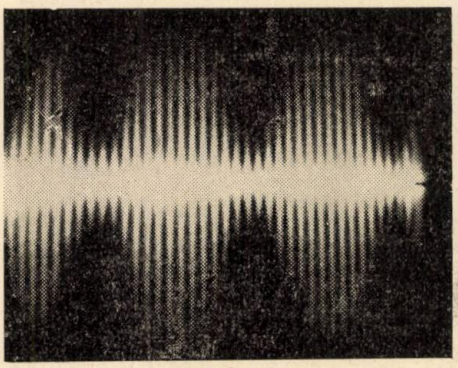


Fig. 18 — Impulsurile de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat modulate: Modulația semnalului aplicat: m = 0,8, f_m = 1000 Hz. Restul datelor ca la fig. 10

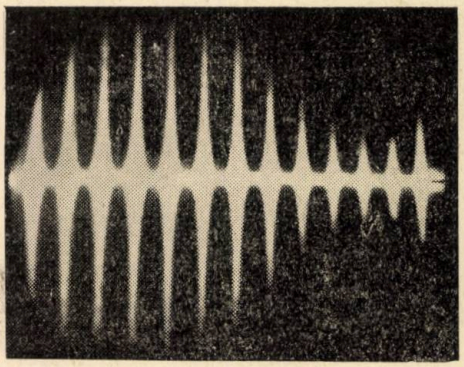


Fig. 19 — Aceleași impulsuri ca la fig. 18, cu altă frecvență de baleiaj

Se observă că în baza formulei (76), la factorul de transmisiune măsurat $K_0 = 1{,}98$ sistemul ar fi trebuit să fie instabil. Rezultă deci o mică diferență cauzată în primul rînd de faptul că în realitate T_0 este puțin mai mic decît durata impulsului de eșantionare aplicat.

Cazul oscilațiilor modulate. În fig. 18 și 19 sînt reprezentate oscilogramele impulsurilor de înaltă frecvență la bornele circuitului acordat în cazul cînd semnalul aplicat la intrare este modulat.

În fig. 20, 21, 22, 23 sînt reprezentate oscilogramele impulsurilor modulate în amplitudine la ieșirea din repertorul catodic după prima detecție și oscilația de joasă frecvență după filtrare.

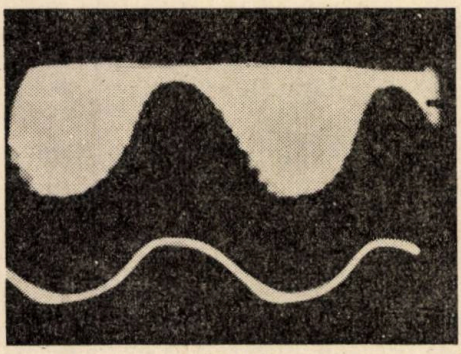


Fig. 20 — Impulsurile modulate la ieșirea din repetorul catodic și oscilația de joasă frecvență după filtrare:
Modulația: m = 0,8, f_m = 500 Hz.
Restul condițiilor ca la fig. 10.

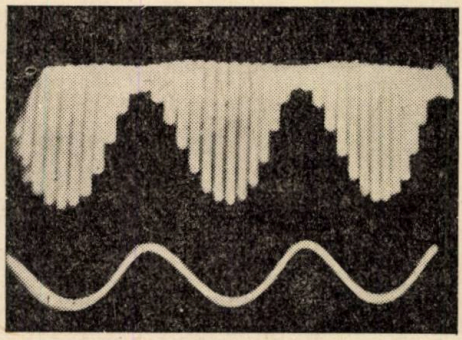


Fig. 21 — Impulsurile modulate la ieșirea din repetorul catodic și oscilația de joasă frecvență după filtrare:
Modulația: m = 0,8, f_m = 1000 Hz.
Restul condițiilor ca la fig. 10.

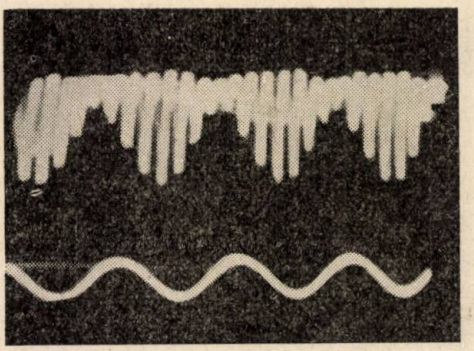


Fig. 22 — Impulsurile modulate la ieșirea din repetorul catodic și oscilația de joasă frecvență după filtrare:
Modulația: m = 0,8, f_m = 2000 Hz.
Restul condițiilor ca la fig. 10.

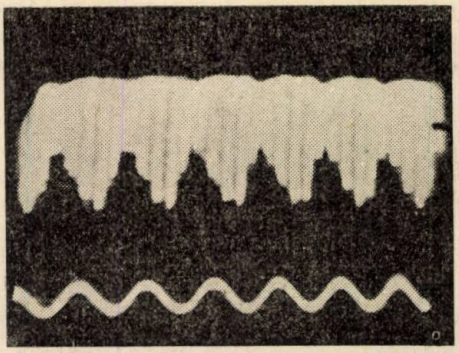


Fig. 23 — Impulsurile modulate la ieșirea din repetorul catodic și oscilația de joasă frecvență după filtrare:
Modulația: m = 0,8, f_m = 3000 Hz.
Restul condițiilor ca la fig. 10.

Se verifică că dacă se variază frecvența purtătoare a semnalului aplicat se capătă o curbă de selectivitate de forma din fig. 6. Diferența între maximele și minimele ondulațiilor acestei curbe este de 6 500 Hz, adică jumătate din frecvența de întrerupere f_i așa cum s-a arătat la § 7.

De asemenea se verifică existența unor oscilații de frecvență joasă la ieșirea din filtru atunci cînd frecvența purtătoare nu este un număr întreg de f_i, (se presupune că semnalul de înaltă frecvență nu este modulat).

9. *Concluzii.*

Prin folosirea metodei eșantionării semnalului modulat se reduce timpul efectiv de transmisiune al semnalului prin sistemul de înaltă frecvență, în schimb trebuie mărită lărgimea de bandă a părții de înaltă frecvență.

Presupunînd că semnalul de modulație are spectru limitat (egal cu lărgimea de bandă a filtrului *TJ*), prin transmisiunea prin sistemul fără reacție, cantitatea de informație rămîne neschimbată, neglijînd efectul perturbațiilor.

Cantitatea de informație pe care o poate transmite sistemul de amplificare în înaltă frecvență este însă mai mare deoarece lărgimea de bandă a sistemului de amplificare este mărită față de lărgimea de bandă necesară canalului (fără eșantionare).

Se poate folosi această capacitate mărită a sistemului de amplificare, fie pentru a transmite mai multe canale cu diviziune de timp, fie pentru a amplifica semnalul aceluiași canal de mai multe ori prin metoda arătată pentru a obține o amplificare mult mai mare. Deci cu aceleași etaje de amplificare în înaltă frecvență se poate efectua fie o mărire a capacității de transmisiune a informației, fie o mărire a amplificării.

In această lucrare considerînd sistemul liniar și folosind transformările Laplace și Laplace-Stieltjes pentru fenomene discrete s-a dat o bună bază teoretică fenomenelor încă de mult cunoscute la amplificatorii cu superreacție.

Pe baza acestor rezultate se poate vedea cu ușurință asupra căror parametri trebuie acționat pentru a se îmbunătăți și a se extinde metoda amplificării, prin circulația semnalului eșantionat prin sistemul de amplificare.

Din relațiile stabilite rezultă cum depinde de diverși parametri, amplificarea, selectivitatea, perturbațiile și instabilitatea.

Cu acest sistem de amplificare se obține, cu un singur etaj, o amplificare considerabilă, chiar la frecvențele medii (se poate ajunge fără dificultate la valori de peste 40 000 în înaltă frecvență), amplificarea fiind limitată practic de valoarea tensiunilor la care sistemul încetează de a fi liniar. Se folosește astfel tubul la capacitatea lui maximă.

Selectivitatea sistemului este determinată de valoarea factorului de amortizare $|\delta_e|$ (28), care în general este mai mic decît factorul de amortizare al sistemului fără reacție, dar apropiat de acesta.

Deci selectivitatea este aproape aceeași ca a unui singur etaj cu circuit acordat. Ondulațiile curbei de selectivitate sînt cu atît mai mici cu cît factorul γ, care caracterizează suprapunerea impulsurilor succesive, este mai mic și cu cît este mai redus efectul perturbațiilor produse de impulsul de eșantionare. Distorsiunile și perturbațiile de timp special, care iau naștere în acest sistem, datorită suprapunerii succesive a răspunsurilor discrete obținute prin eșantionarea semnalului aplicat la intrare sînt cu atît mai mici cu cît factorul γ (58) este mai mic față de unitate.

Amplificatorul cu care s-a lucrat constituie numai un model pentru experimentare; într-un montaj practic se poate elimina etajul A_1 și etajul de reacție A_2. În cazul eliminării etajului A_2 reacția se poate obține ca la un oscilator Hartley sau Colpitts.

În acest caz selectivitatea se îmbunătățește datorită faptului că circuitul rezonant influențează și direct semnalul de înaltă frecvență, înainte de a fi aplicat sistemului cu reacție.

Se observă că sistemul este echivalent cu amplificaturl cu superreacție în modul de lucru liniar.

În condițiile de lucru studiate, perturbațiile de fluctuație de intrare sînt amplificate în aceeași proporție ca și semnalul așa că aici nu vom întîlni efectul de eliminare a perturbațiilor la apariția semnalului, obișnuit la amplificatorii cu superreacție în modul de lucru logaritmic.

Se poate aduce importante dezvoltări acestui mod de amplificare avînd în vedere următoarele direcții: mărirea frecvenței de lucru, micșorarea factorului γ, folosirea altor forme de impulsuri, folosirea metodei de compensare a efectului impulsurilor de eșantionare, utilizarea altor tipuri de circuite, folosirea eșantionării parțial pentru mărirea amplificării, parțial pentru transmiterea mai multor canale; de asemenea se poat înlocui tubul amplificator printr-un tranzistor.

La toate acestea trebuie să atragem atenția asupra unui dezavantaj și anume asupra instabilității mai mari a acestui sistem de amplificare față de sistemele de amplificare obișnuite, cauzat de faptul că factorul de amplificare variază exponențial cu mărimile T_0, T_i și Q care sînt susceptibile de variații întîmplătoare importante.

Catedra de Radiocomunicații
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *Nyquist H.* Regeneration Theory B.S.T.S. Ianuarie 1932.
[2] *Gorelik G. și Hintz* G. Über die Wirkung des Pendelrückkopplers, Zeitschrift für Hochfrequenztechnik (1931), Decembrie, p. 222—228.
[3] *Ataka H.* On Superregeneration of an Ultra Short Wave Receiver. P.I.R.E. Vol. 23 (1953) August, p. 841.
[4] *Frink F. W.* The Basic Principles of Superregenarative Reception. P.I.R.E., Vol. 26 (1938), Ianuarie, p. 76.

[5] *Bradley W.* Superrgenerative Detection Theory. Electronics (1948), Septembrie, p. 96.
[6] *Hazeltine A, Richman D, Longhlin B.* Superregenerative Design. Electronics (1948), Septembrie, p. 99.
[7] *Olderogge G. B.* Reakțiia sverhregeneratora na vneșniiu e.d.s. neperîvnogo i impulsnogo haraktera. Radiotehnika (1959) Nr. 10, p. 32—41.
[8] *Klovskii D. D.* O reșenii differențialnogo uravneniia sverhregeneratora. Radiotehnika. Izvestiia vîșșih ucebnih zavedenii (1959), Nr. 1, p. 71—79.
[9] *Ragazzini J. R., Franklin G. E.* Sampled Data Control System (1958). Mc. Graw-Hill Book New York.
[10] *Helm H. A.* The Z transformation B.S.T.J. Vol. 38 (1959), nr. 1.
[11] *Tanasescu T.* Manual de tuburi și circuite electronice. Vol. III (1957). Editura Academiei R.P.R.

ИСИЛИТЕЛИ С КОНТРОЛИРУЕМЫМ ПРОПОЖДЕНИЕМ СИГНАЛА ПРИ ПОМОЩИ ИМПУЛЬСОВ

(Краткое содержание)

Изугаются теоретически и экспериментадьно явления которые возникают в цёпи, когда Модулированное по амплитуде колебание предетавляется при помощи исследования прямоугольных импульсов и когда колебание усиливается много раз через одиу и ту же каскаду.

Тредполочается липейная цель и пока«ывается теоретический анализ, применяя преобразования Лапласа и Лапласа-Стилтиса.

Эта другая точка зрения вотношении задачи сверхрегенеративного усиления.

Даются экспериментальныи итоги в случае усилителя, работая в диапазоне средних частот.

Показываюся возможности применения этого тнпа усилителя.

A STUDY OF AMPLIFIERS WITH SIGNAL CIRCULATION CONTROL, BY MEANS OF IMPULSES

(Summary)

This paper considers theoretically and exprimentally the phenomena occuring in a transmission system in which an amplitude modulated oscillation is sampled by means of a succesion of rectangular impulses and then successively amplified within the same stage.

The system is considered to be liniar and the corresponding theoretic developments are given, using the Laplace and Laplace-Stieltjes transformations.

It is a new way of treating the problem of the superregenerative amplifier.

The article presents experimental data concerning an amplifier working in middle-frequency band.

The perspective usese of this type of amplifier are also shown.

ÉTUDE DES AMPLIFICATEURS AVEC CONTRÔLE DE LA CIRCULATION DU SIGNAL

Résumé

On recherche les phénomène qui ont lieu dans un système de transmission dans lequel une oscillation modulée en amplitude, après avoir été échantillonée (sampled) à l'aide d'une succession d'impulsions rectangulaires, est amplifiée plusieurs fois dans la même étage.

Le système est considéré linéaire et on fait les développements théoriques corespondents à l'aide des transformations Laplace et Laplace-Stieltjes.

C'est un autre point de vue dans le probleme des amplificateurs à superréaction.

On présente aussi les résultats expérimentaux dans le cas d'un amplificateur de ce type, travaillant dans la bande des moyennes fréquence.

On montre les perspectives d'application de ce mode d'amplification.

UNTERSUCHUNG DER VERSTÄRKER MIT DE KONTROLLE DES SIGNALSVERLAUF DURCH IMPULSEN

(Zusammenfassung)

Es wird die Vorgänge in einem System untersucht, in dem eine amplitudenmodulierte Schwingung nach Abtastung (Sampling) durch eine Folge von Rechtimpulsen, mehrmals durch dieselbe Stufe verstärkt wird.

Es wird angenommen, dass das System linear ist und die teoretische Ableitungen werden dann, unter der Benützung der Laplace und Laplace-Stieltjes Transformationen festgestallt.

Es ist dies eine andere Art, den Pendelvertärker zu betrachten. Die Ergebnisse experimentallen Versuche im Falle eines Verstärkers der in dem mittleren Frequenzband arbeitet, werden auch angegeben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

MODULATOR DE FRECVENȚĂ CU FERITA

ION TEODORESCU

1. În ultimul deceniu feritele au început să capete utilizări foarte variate. Proprietățile deosebite care fac ca această clasă de materiale să fie atît de prețioasă pentru realizarea unor circuite electronice speciale, sînt :

a) curbă histerezis dreptunghiulară — pentru circuite de numărare și de memorie utilizate în tehnica calculului ;

b) factor de merit (μQ) ridicat — pentru elemente de circuit (inductanțe, transformatoare) utilizate la frecvențe din domeniile audio și radio ;

c) proprietăți nereciproce utilizate la frecvențe din domeniul undelor centimetrice.

O proprietate remarcabilă și anume dependența în limite foarte largi a permeabilității de radiofrecvență în funcție de un cîmp magnetic continuu exterior, ne-a atras atenția încă din 1954 asupra posibilității de a folosi o bobină cu miez magnetic din ferită ca element de comandă în circuitul unui oscilator modulat în frecvență. Un asemenea circuit poate fi folosit cu succes ca modulator de frecvență pentru radio-difuziune iar datorită faptului că se poate obține o deviație relativă de frecvență foarte mare, schema generală a unui emițător de acest tip devine mult mai simplă și necesită un număr redus de tuburi.

În scopul studierii și selectării feritelor a fost elaborată o metodă de măsurare a proprietăților lor, care a fost descrisă într-o lucrare anterioară [1]. În aceeași lucrare s-au arătat unele fenomene particulare cum ar fi superviscozitatea magnetică, cu constante de timp de ordinul zecilor de minute. Apariția acestor fenomene are un caracter individual și impune selectarea materialului ce urmează a fi utilizat. Pe lîngă acestea, condițiile severe impuse emisiunilor de radiodifuziune în ceea ce privește stabilitatea frecvenței, distorsiunile și zgomotul de fond, par a fi la o primă examinare prohibitive. Acesta este motivul pentru care modularea în frecvență cu ferită a fost utilizată pînă în prezent doar în scopuri speciale [2], [3], [4].

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

În cele ce urmează vom examina acest tip de modulator prin prizma exigenței radio-difuziunii și ne vom opri în special asupra stabilității frecvenței și distorsiunilor.

2. Experiențele preliminare au fost efectuate pe bobine cu miez toroidal, cu înfășurări separate pentru magnetizare, și pentru aplicarea modulației (fig. 1).

n_1 și n_2 fiind respectiv numărul de spire al bobinelor de magnetizare și de modulație, se poate scrie:

$$L = \varphi (n_1 I_0 + n_2 \Delta I) \tag{1}$$

de unde

$$f = \frac{1}{2\pi} (L C)^{-\frac{1}{2}} = \varphi_1 (n_1 I_0 + n_2 \Delta I) \tag{2}$$

Relația (2) reprezintă caracteristica de modulație. Pentru $n_1 = n_2$ sau în cazul cînd se utilizează o singură bobină pentru magnetizare și modulație, caracteristica statică de modulație, poate fi exprimată numai în raport cu I_0

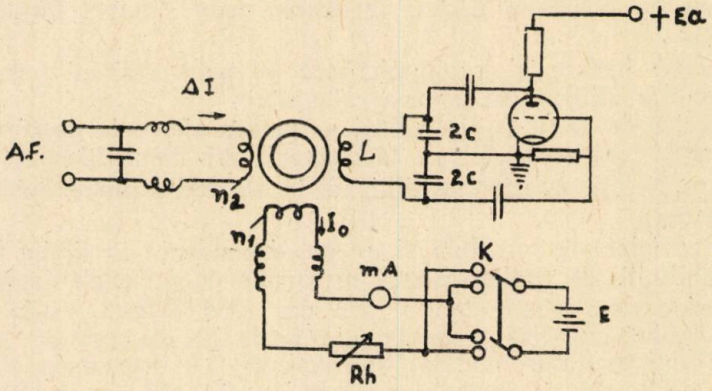


Fig. 1 — Schema montajului experimental

$$f = \varphi_2 I_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{k c}} \mu_d^{-\frac{1}{2}} \tag{3}$$

cu condiția, îndeplinită deobicei $\mu_d \gg 1$.

În fig. 2 este arătată o astfel de caracteristică de modulație, ridicată la o ferită de nichel, la care se observă o suprafață hysteresis apreciabilă.

Multiformitatea curbei, în raport cu valorile extreme ale lui I_0 și cu istoria magnetică a eșantionului, — utilă în cazul circuitelor de memorie — determină în cazul modulației de frecvență, o nestabilitate a frecvenței, datorită efectului hysteresis, care constă în esență în următoarele:

Unei valori I_0a curentului de magnetizare îi corespund pe curba statică din fig. 2, două valori pentru frecvență. Să presupunem că s-au

aplicat valori crescînde lui I_0, și că punctul de funcționare este 1. Dacă suprapunem curentul de modulație $\triangle I = I \sin \omega_m t$, frecvența oscilatorului crește de la f_1 la f_2 și apoi descrie curba dinamică (bucla minoră) cuprinsă între valorile extreme f_2 și f_4, *cu* frecvența centrală f_3, diferită de f_1.

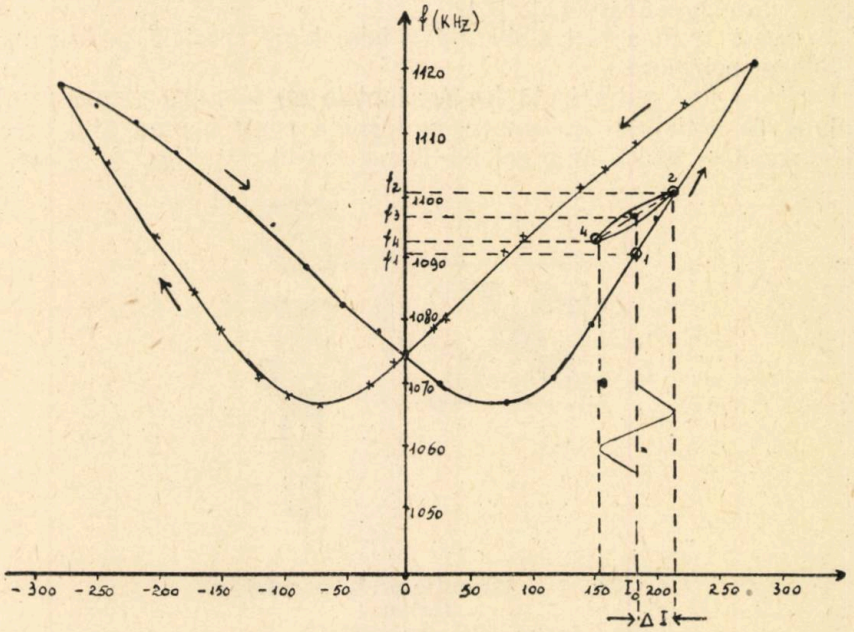


Fig. 2 — Caracteristica statică de modulație pe un tor de ferită de Nichel, și construcția auxiliară pentru explicarea nestabilității hysteresis.
• puncte corespunzătoare la $\triangle I > 0$
× puncte corespunzătoare la $\triangle I < 0$

Abaterea de frecvență $\triangle f_0 = f_3 - f_1$, depinde de amplitudinea curentului modulator. Notînd :

$$f_2 - f_1 = \Delta f_M = -\frac{1}{2} f_2 \frac{\Delta \mu_d}{\mu_d}$$

$$f_2 - f_3 = f_m = -\frac{1}{2} f_2 \frac{\Delta \mu_\triangle}{\mu_\triangle}$$

se obține

$$\frac{\Delta f_0}{\Delta f_m} = \frac{\frac{\Delta \mu_d}{\mu_d}}{\frac{\Delta \mu_\triangle}{\mu_\triangle}} - 1 \qquad (4)$$

Pentru a nu avea nestabilitate hysteresis, este necesar ca $\mu_d = \mu_\triangle$ Această condiție poate fi îndeplinită dacă ramurile curbei corespunzătoare celor două sensuri de parcurgere, coincid, adică, fie în apropiere de

saturație, fie în cazul în care suprafața hysteresis este redusă la zero. Prima variantă nu este interesantă întrucît sensibilitatea de curent este foarte redusă în această regiune. A doua variantă reprezintă o rezolvare radicală a problemei și pretinde eliminarea fenomenelor ireversibile din procesul de magnetizare [5], [6].

În acest scop, a fost elaborată o tehnologie specială pentru executarea bobinei nelineare.

Ferita a fost pulverizată fin (grăunțele au $d < 10\mu$), amestecată cu o soluție de polistiren în benzen, și turnată peste bobina (1), executată fără carcasă și fixată în prealabil într-o casetă (2) (fig. 3). După întă-

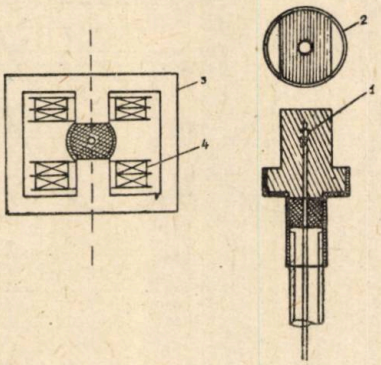


Fig. 3 — Execuția modulatorului cu ferită.

1 — bobină de radiofrecvență
2 — casetă suport umplută cu ferită
3 — circuit magnetic din tole de permaloy
4 — bobină de magnetizare

rire, s-au polizat fețele prin care ansamblul acesta se conectează în circuitul magnetic exterior (3). Axul bobinei e perpendicular pe direcția cîmpului modulator. Circuitul magnetic modulator e constituit din tole de permalloy, iar cîmpul e indus de curentul ce străbate bobina (4).

Cu acest modulator s-a obținut caracteristica din fig. 4.

Nestabilitatea hysteresis e astfel complet înlăturată, păstrîndu-se o sensibilitate bună a modulației.

În ceea ce privește nestabilitatea termică, ea e determinată în esență de dependența permeabilității de temperatură.

$$\frac{\Delta f}{f \Delta t} = - \frac{\Delta \mu}{\mu \Delta t}$$

și este de ordinul $10^{-4}\,\text{grad}^{-1}$. Fără a insista asupra acestei probleme, mult desbătute în literatură, vom arăta că pentru a micșora dependența permeabilității de temperatură este necesar să se lucreze cu o ferită cu punct Curie ridicat. În general se impune utilizarea termostatului.

3. În cazul parcurgerii unei bucle minore de hysteresis, apar distorsiuni nelineare de modulație în, special armonici impare, datorite nelinea-

rităților simetrice ale curbei (extremitățile ascuțite, care deosebesc bucla hysteresis de o elipsă) (fig. 1). Acest lucru este valabil pentru amplitudini mici ale curentului modulator. Atunci, este dată relația

$$\delta \approx \delta_3 \approx \frac{6{,}2}{2\pi} \mu C_h \Delta B \tag{5}$$

Dacă coeficientul de pierderi hysteresis C_h devine foarte mic, (cazul modulatorului realizat), distorsiunile de armonica a treia datorite acestui

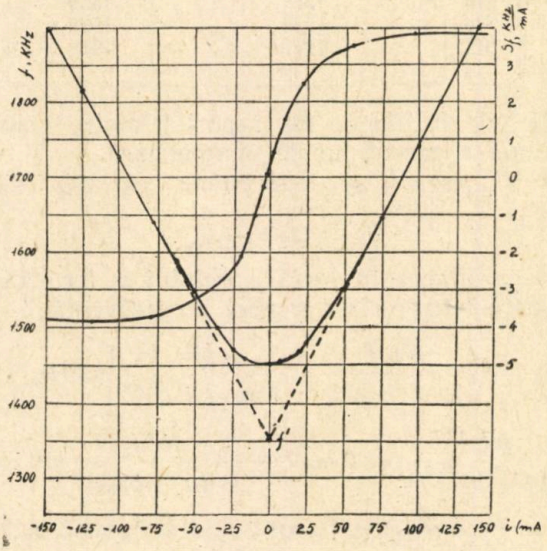


Fig. 4 — Caracteristica de modulație a modulatorului reprezentat în fig 3

fenomen, devin neglijabile și nu rămîne decît să se evalueze distorsiunile datorite nelinearității caracteristicii dinamice.

Din curbă se poate observa ca permeabilitatea maximă e în origine iar panta tinde către o valoare maximă S_{f_M} pe măsură ce crește cîmpul magnetizant. O bună aproximație analitică a acestei curbe, în concordanță cu expresia curbei de magnetizare lipsită de procese ireversibile, este dată de funcția :

$$f = f' + \sqrt{a + bi^2} \tag{6}$$

În cazul nostru, dacă f este dat în *KHz* și i în *mA*

$$f' = 1350 \text{ KHz}$$

$$\sqrt{a} = f(0) - f' = 98 \text{ KHz}$$

$$\sqrt{b} = \left.\frac{df}{di}\right|_{i \to \infty} = S_{f_M} = 3{,}75 \text{ KHz/mA}$$

O comparație între valorile funcției astfel calculate și cele măsurate se poate vedea din tabelul 1.

Tabelul 1

$\pm$ i mA	f = 1350 + 9600 + 14 i² KHz	f măsurat KHz
0	1448	1448
10	1455	1455
25	1485,5	1485,5
50	1561	1556
100	1736	1735
150	1919	1918

Distorsiunile vor fi funcție de raportul dintre componenta alternativă și cea continuă a curentului de magnetizare.

Dacă peste valoarea i_0 se suprapune variația sinusoidală $\triangle I = I \sin \omega_m t$,

$$i = i_0 + I \sin \omega_m t \tag{7}$$

și păstrînd din dezvoltarea în jurul punctului i_0 termenii pînă la gradul trei inclusiv, căpătăm expresia variației de frecvență:

$$\Delta f = \left[\frac{b\, i_0\, I}{(a + b i_0^2)^{1/2}} - \frac{3}{8}\frac{a\, b^2\, i_0\, I^3}{(a + b\, i_0^2)^{5/2}}\right] \sin \omega_m t -$$

$$- \frac{1}{4}\frac{a\, b\, I^2}{(a + b\, i_0^2)^{3/2}} \cos 2\, \omega_m t + \frac{1}{8}\frac{ab^2\, i_0 I^3}{(a + b i_0^2)^{5/2}} \sin 3\, \omega_m t =$$

$$- F_1 \sin \omega_m t - F_2 \cos 2\, \omega_m t + F_3 \sin 3\, \omega_m t. \tag{8}$$

Termenul al doilea al componentei fundamentale, este în general cu două ordine mai mic și neglijarea lui determină o eroare mai mică decît cele ce ar putea interesa.

Neglijînd deci acest termen și notînd încă

$$\gamma = \frac{I}{i_0}$$

$$\lambda = \frac{b}{a}$$

căpătăm

$$\delta_2 = \left|\frac{F_2}{F_1}\right| = \frac{1}{4}\frac{\gamma}{1 + \lambda\, i_0^2} \tag{9}$$

$$\delta_3 = \left|\frac{F_3}{F_1}\right| = \frac{1}{8} I^2 \frac{\lambda}{(1 + \lambda\, i_0^2)^2} \tag{10}$$

iar

$$\delta = \sqrt{\delta_2^2 + \delta_3^2}$$

curbele δ_2 și δ_3 în funcție de i_0, pentru $\gamma = 0{,}2$, $(\lambda = 1{,}46 \cdot 10^{-3}\, mA^{-2})$ sînt arătate în fig. 5, împreună cu rezultatul măsurătorii. Se poate observa că armonica a treia este întotdeauna cu cel puțin un ordin de mărime mai mică decît a doua așa că se poate considera cu suficientă precizie că

$$\delta \approx \delta_2 .$$

chiar la deviații mari de frecvență.

Divergența dintre curba distorsiunilor măsurate și δ_2, se explică prin aceea că la deviații mari de frecvență se săvîrșește o eroare de măsură

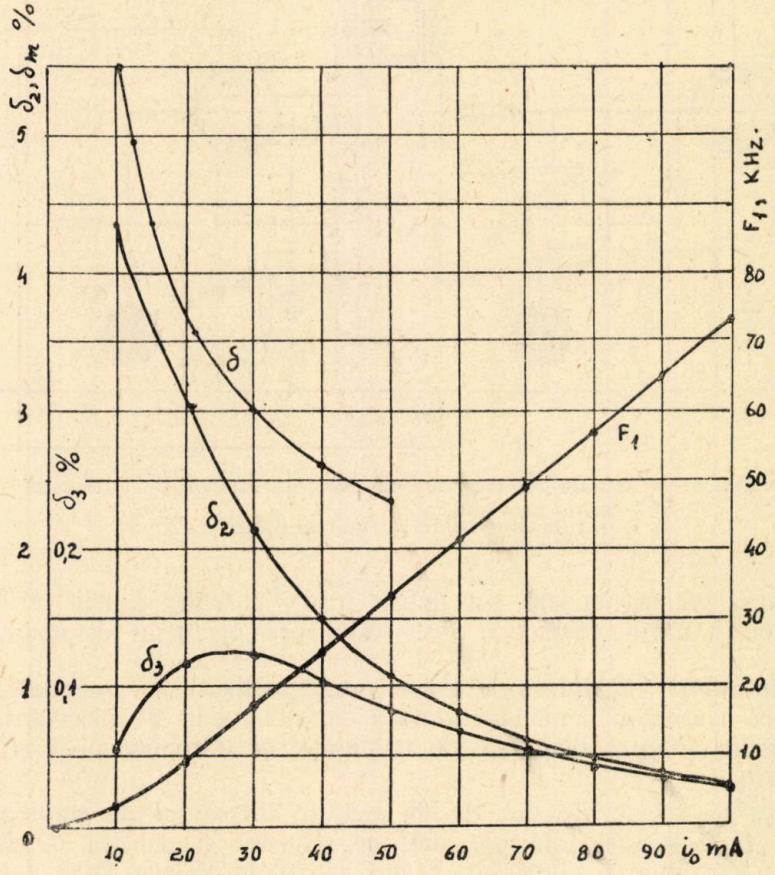


Fig. 5 — Distorsiunile de producție.
δ_2, δ_3 — distorsiunile calculate
δ_m — distorsiunile măsurate

din ce în ce mai mare, datorită distorsiunilor introduse în circuitele liniare în regim dinamic, și de caracteristica discriminatorului din sistemul de măsură.

4. Pentru realizarea schemei modulatorului de frecvență, s-au mai luat măsuri suplimentare, pentru înlăturarea modulației de amplitudine, caracteristică pentru acest sistem și pentru stabilizarea curentului de premagnetizare. În fig. 6 este arătată schema modulatorului și a oscilatorului modulat.

Reducerea gradului de modulație de amplitudine s-a realizat cu ajutorul sistemului de control automat al amplitudinii reprezentat prin dioda D și rezistența R_g care asigură în același timp și o funcționare fără curent de grilă a tubului oscilator.

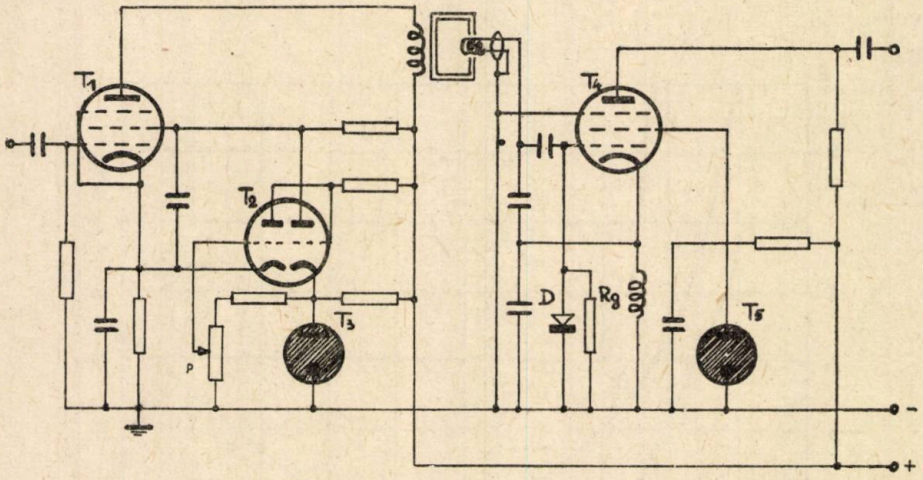


Fig. 6 — Schema oscilatorului modulat în frecventă, cu ferită
T_1 — Tubul modulator
T_2 T_3 — Tuburile stabilizatorului de curent
T_4 — Tubul oscilator

Pentru premagnetizare s-a folosit însuși curentul anodic al tubului modulator, a cărui valoare a fost stabilizată printr-un dispozitiv electronic.

Unii autori [4] folosesc pentru premagnetizare un magnet permanent, care asigură o bună stabilitate a cimpului, dar are dezavantajul că intervine în circuitul magnetic de modulație și introduce distorsiuni suplimentare.

Schema de stabilizare din fig. 6, asigură un factor de stabilizare de cca 100 față de variațiile parametrilor schemei și de cca 50 față de variațiile tensiunii de alimentare. Dacă modulatorul este alimentat de la un redresor stabilizat, se poate asigura cu ușurință o nestabilitate statică a frecvenței (fără modulație) mai mică de 10 cu condiția ca variația de temperatură să fie sub 1 grad.

Să examinăm nestabilitatea totală a frecvenței finale a unui emițător realizat pe acest principiu. Schema bloc a emițătorului este cea din figura 7.

Oscilatorul modulat funcționează pe frecvența f_0 are deviație de frecvență Δf_m, și abaterea de frecvență datorită nestabilității Δf_0. Frecvența finală a excitatorului este f_e, obținută prin mixare cu frecvențe provenite de la un oscilator pilot de mare stabilitate, a cărui abatere de frecvență o putem neglija. Notăm:

$$\frac{f_e}{f_0} = k$$

Deviațiile de frecvență, atît cea utilă Δf_m cît și cea întîmplătoare Δf_0, rămîn neschimbate dealungul lanțului excitatorului și se raportează în cele din urmă la frecvența finală f_0.

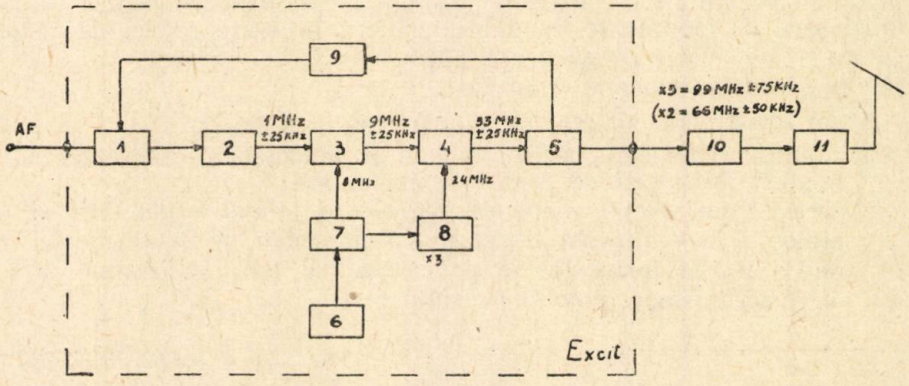


Fig 7

Fig. 7 — Schema bloc a unui emițător modulat în frecvență cu ferită.
1 — modulator; *2* — oscilator modulat; *3*, *4* — schimbătoare de frecvență; *5* — amplificator acordat; *6* — oscilator cu cuarț; *7* — amplificator; *8* — triplor de frecvență; *9* — discriminator pentru reacția negativă; *10* — dublor sau triplor de frecvență; *11* — amplificator de putere.
— In chenar punctat este reprezentat escitatorul standard de mică putere

În restul schemei avînd numai amplificatoare și multiplicatoare de frecvență, se conservă deviațiile relative de frecvență.

Deci nestabilitatea frecvenței emise,

$$\frac{\Delta f_e}{f_e} = \frac{\Delta f_0}{f_e} = \frac{\Delta f_0}{k f_0} = \frac{1}{k}\frac{\Delta f_0}{f_0}$$

adică nestabilitatea relativă a frecvenței se reduce în raportul k.

Același lucru se petrece și cu deviația utilă a frecvenței, așa că această metodă de ameliorare a stabilității este aplicabilă numai la sisteme care permit o deviație mare la oscilatorul m.f.

În cazul nostru (fig. 7), $f_0 = 1\ MHz$, $f_e = 33\ MHz$,

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = 5 \cdot 10^{-4},\ \Delta f_0 = 500\ Hz,\ \Delta f_m = 25\ KHz.$$

Se obține $\frac{\Delta f_e}{f_e} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$.

Folosind în lanțul de putere un dublor de frecvență, se poate lucra în gama 65 ÷ 70 *MHz* cu deviația de frecvență standard de 50 *KHz*, iar prin folosirea unui triplor, se poate lucra în gama de 88 ÷ 100*MHz*, cu același standard de deviație (în care caz deviația de frecvență la oscilator trebuie redusă la 16,7 *KHz*), sau cu standardul 75 *KHz*.

CONCLUZII

Excitatorul din fig. 7, poate servi drept piesă standard pentru execuția unei serii de emițătoare de diferite puteri, necesare rețelei de radiodifuziune cu modulație de frecvență [7].

El prezintă următoarele avantaje:

a) are construcție simplă, cu număr mic de tuburi;
b) înlătură sistemele clasice de control automat al frecvenței care implică dificultăți de reglaj și exploatare;
c) necesită un număr redus de reglaje în timpul exploatării și se pretează la realizarea de stații cu deservire de la distanță. Un reglaj fin al frecvenței se poate efectua, prin acționarea cu un servomecanism, a potențiometrului P (fig. 6).

Catedra de Radiocomunicații
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Teodorescu I.:* Studiul proprietăților feritelor în radiofrecvență. Telecomunicații, vol. 2, 1958, nr. 3, pag. 108.
2. *Van Duuren K.:* A Ferrite loaded tuning system for synchrocyclotron. CERN Sympozium on hygh energy particle accelerators, Geneva, 1956.
3. *Минц А. Л.:* Система связи частоты ускоряющего поля и напряжения магнитного поля синхрофазотрона на 10 бев. Радиотехника и электроника, Т 1, 1956, Вып 7, стр. 910.
4. *Slater F.:* Frequency modulation by inductance variation: A magnetically — stable ferrite modulator. Journal of the British Institute of Radioengineers, vol. 18, 1958, nr. 3, pag. 189.
5. *Вонсовский С. В.:* Современное учение о магнетизме. Москва, 1953, стр. 333 и сл.
6. *Поливанов К. М.:* Ферромагнетики. Москва-Ленинград, 1957, гл. 2.
7. *Teodorescu I.:* Asupra unor probleme ale radiodifuziunii pe unde metrice în R.P.R. Telecomunicații, vol. 1, 1959, nr. 2, pag. 42.

ЧАСТОТНЫЙ МОДУЛЯТОР НА ФЕРРИТЕ

(Краткое содержание)

В работе изложены принципы частотной модуляции на ферритах. На основе анализа требований, предъявляемых радиовещанием, разработан модулятор, который полностью удовлетворяет этим требованиям. Модулятор позволяет значительно упростить схему ч. м. радиовещательных передающих устройств и представляет ряд удовств в дистанционном управлении радиостанциями.

FREQUENCY MODULATOR WITH FERRITES

(Summary)

In the paper are exposed the principles of frequency modulation realised by means of a nonlinear coil with ferrite core.

This type of modulators, in their classical form, posesses a hysteresis instability and hysteresis distortions.

In order to satisfy the exigences of the broadcasting f.m. service, a particular tehnology of magnetic circuit is carried out, and consequently the hysteresis loop surface is practically reduced to zero.

The block-diagram of a ferrite modulator f.m. transmitter is discussed, showing the simplicity and the low number of required tubes.

MODULATEUR DE FRÉQUENCE A FERRITE

(Résumé)

Dans le travail sont exposés les principes de la modulation de fréquence realisé par la saturation d'une inductance non-linéaire à férrite. A cause de l'instabilité de la fréquence et des distortions, dues à l'hysteresis, ces modulateurs sont utilisables seulement dans des applications spéciales.

Pour les rendre satisfaisants aux éxigences de la radiodiffusion, on a élaboré une téchnologie particulière par laquelle la surface d'hysteresis est rendue presque nulle.

On décrit le schema fonctionnel d'un éméteur m.f. avec modulateur a ferrite, dont la simplicité et le nombre réduit des tubes éléctroniques, le rendent propre pour un réseau de radiodiffusion telecommandé.

FERRITKERNSPUL FREQUENZ — MODULATOR

(Zusammenfassung)

Das Werk legt die Prinzipien der Frequenzmodulation mit Ferritkernspule dar. Nach einer Analyse der Rundfunkbedürfnisse, wurde ein Modulator entwickelt der die erforderten Bedingungen erfüllt. Dieser Modulatortyp erlaubt eine beträchtliche Vereinfachung der Rundfunksenderskizzen mit Frequenzmodulation und erleichtert die Fernsteuerung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

MĂRIREA CAPACITĂȚII DE TRANSMISIE A CANALELOR CU SEMNALE GAUSSIENE

de ALEXANDRU SPĂTARU

În cazul unui canal de transmisiune la care zgomotul $\zeta(t)$ se suprapune liniar cu semnalul $\xi(t)$ vom avea la ieșire din canal un semnal:

$$\eta(t) = \xi(t) + \zeta(t) \tag{1}$$

în care $\xi(t)$ este un semnal aleatoriu aplicat la intrarea în canal iar $\eta(t)$ este semnalul suprapus cu zgomotul la ieșirea din canal.

În general semnalele în canalele de transmisiuni sînt supuse unor constrîngeri fixe și anume valoarea maximă a semnalului nu poate depăși o anumită mărime (pe care să o notăm cu a), iar frecvența cea mai înaltă din spectrul semnalului nu poate fi mai mare decît o frecvență dată (pe care să o notăm cu F).

Dacă cea mai înaltă frecvență din spectrul semnalului este (F), atunci în conformitate cu teorema lui Korrtelnikov semnalul $\xi(t)$ pe durată T este perfect determinat de cunoașterea a $n=2TF$ ordonate distanțate la intervale de timp egale cu $\frac{1}{2F}$

Să notăm aceste ordonate cu $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$, ele formează cîmpul (A) de evenimente de la intrarea în canal, iar cu $\eta_1, \eta_2, \ldots \eta_n$, ordonatele semnalului la ieșire, după suprapunerea cu zgomotul, care formează cîmpul (B) de evenimente de la ieșirea din canal.

Cu aceste notații capacitatea de transmisie a canalului se poate scrie:

$$C = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left[H(y_1, y_2, \ldots y_n) - H_A(y_1, y_2, \ldots y_n) \right] \tag{2}$$

unde $y_1, y_2, \ldots y_n$, sînt argumentele funcțiilor de repartiție a probabilităților ale variabilelor aleatoare $\eta_1, \eta_2, \ldots \eta_n$ iar $H(y_1, y_2, \ldots y)$ este entropia cîmpului la ieșire iar $H_A(y_1, y_2, \ldots y_n)$ este entropia cîmpului de la ieșire condiționată de cîmpul de la intrare (echivocația).

Se poate arăta [2] că :

$$H(y_1, y_2, \ldots y_n) - H_A(y_1, y_2, \ldots y_n) = H(x_1, x_2, \ldots x_n - H_B(x_1, x_1, \ldots x_n) \quad (3)$$

unde x_1, x_2, ... x_n sînt argumentele funcției de repartiție a probabilităților variabilelor aleatoare ξ_1, ξ_2, ... ξ_n iar $H(x_1 x_2, \ldots x_n)$ este entropia cîmpului de la intrarea în canal iar $H_B(x_1, x_2, \ldots x_n$ este entropia cîmpului de la intrarea în canal condiționată de cîmpul de la ieșire.

Ținînd seama de (3) relația (2) se poate scrie

$$C = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left[H(x_1, x_2 \ldots x_n) - H_B(x_1, x_2 \ldots x_n) \right] \quad (4)$$

Dacă presupunem că semnalul $\xi(t)$ are un spectru de putere constant, putem considera că ordonatele în punctele de probă sînt independente unele de altele, iar entropia cîmpului de intrare poate fi scrisă sub forma :

$$H(x_1, x_2, \ldots x_n) = 2FTH(x) \quad (5)$$

iar :

$$H_B(x_1, x_2, \ldots x_n = 2FTH_B(x) \quad (6)$$

unde x este argumentul funcției de repartiție a probabilității $w(x)$ aceeași pentru toate ordonatele în punctele de probă.

Acțiunea zgomotului în canal se evidențiază prin faptul că probabilitatea ca să apară un anumit (y) la ieșire dacă avem un anumit (x) la intrare este diferită de unu, sau de zero adică :

$$0 < w_2(x, y) < 1$$

Funcția de repartiție de ordinul al doilea $w_2(x, y)$ este egală cu :

$$w_2(x, y) = w(x/y)\, w(y) \quad (7)$$

Cu aceste notații entropiile din (5) și (6) sînt date de relațiile :

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} w(x) \log [w(x)]\, dx \quad (8)$$

$$H_B(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} w_2(x, y) \log [w(x/y)]\, dx\, dy \quad (9)$$

Capacitatea de transmisie a canalului se poate scrie ținînd seama de (5) și (6) sub forma :

$$C = 2F[H(x) - H_B(x)] \quad (10)$$

Capacitatea canalului se poate mări dacă în loc de a aplica semnalul direct la intrarea în canal îl trecem în prealabil printr-un element neliniar convenabil ales iar la ieșirea din canal vom efectua transformarea neliniară inversă (fig. 1). Notăm cu $\mu(t)$ semnalul la intrarea în elementul neliniar, iar cu (u) argumentul funcției de reparație a probabilității semnalului

Problema care ne-o punem este de a determina transformarea neliniară, respectiv funcția $\phi(u)=x$ care face maximum capacitatea canalului.

Pentru aceasta vom scrie în primul rînd relația (10) sub altă formă, ținînd seama de relațiile (8) și (9) și de transformarea):

$$x = \Phi(u) \tag{11}$$

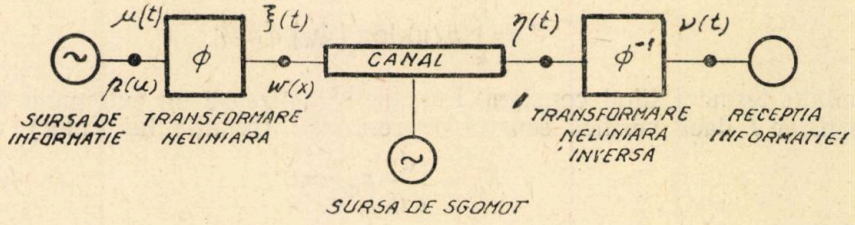


FIG. 1

și de faptul că transformarea trebuie să fie biunivocă, respectiv dacă $p(u)$ este funcția de repartiție diferențială a semnalului la intrare, să avem:

$$p(u)\,\mathrm{d}u = w(x)\,\mathrm{d}x \tag{12}$$

Datorită faptului că zgomotul este suprapus cu semnalul într-un proces liniar, putem considera că probabilitatea condiționează $w(x/y)$ nu depinde decît de diferența x-y.

Să notăm această diferență:

$$z = x - y$$

și să scriem că (x/y) este o funcție numai de această diferență

$$w(x/y) = f(z) \tag{13}$$

Introducem această funcție în (9) și ținînd seama de (7) avem:

$$H_B(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)\, w(y) \log [f(z)]\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$$

respectiv:

$$H_B(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \log [f(z)]\,\mathrm{d}z = k \tag{14}$$

Deci în acest caz entropia $H_B(x)$ este o mărime constantă.

Ținînd seama constrîngerile canalului $\left(\int_{+a}^{-a} w(x)\,\mathrm{d}x = 1\right)$ și de relațiile (8), (11), (12) și (14) capacitatea canalului poate fi scrisă sub forma:

$$C = 2F\left\{-\int_{\alpha}^{\beta} p(u) \log \left[\frac{p(u)}{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}}\right]\mathrm{d}u - k\right\}$$

respectiv :

$$C = 2F\{-\int p(u)\log[p(u)]\,du + \int p(u)\log[\Phi u]\,du - k\} \tag{15}$$

unde

$$\alpha = \Phi(-a) \text{ iar } \beta = \Phi(+a)$$

Să vedem că un extremum al lui (C) este dat de un extremum al funcționalei :

$$J = \int_{\alpha}^{\beta} p(u)\log[\Phi'_n]\,du \tag{16}$$

ceilalți termeni fiind constanți. Funcția Φ' realizează un extremum al funcționalei J dacă verifică ecuația diferențială : (ecuația lui Euler)

$$F_{\Phi} - \frac{d}{du} F_{\Phi'} = 0 \tag{17}$$

unde :

$$F(u, \Phi, \Phi') = p(u)\log[\Phi'] \tag{18}$$

Din (17) și (18) rezultă

$$-F_{\Phi' u} - F_{\Phi\cdot\Phi'}\,\Phi'' = 0 \tag{19}$$

respectiv :

$$\frac{\Phi''}{\Phi'} = \frac{p'(u)}{p(u)} \tag{20}$$

de unde

$$\Phi' = m\,p(u) \tag{21}$$

Deci

$$\Phi(u) = m\int_{-\infty}^{u} p(u)\,du + n \tag{22}$$

unde (m) și (n) sînt constante.

Valorile (u) fiind o mărime la intrarea în canal nu are constrîngeri fixe, deci poate lua toate valorile de la $-\infty$ la $+\infty$ cu densitatea de probabilitate :

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \tag{23}$$

Dacă (u) tinde spre $(+\infty)$, (x) tinde spre $(+a)$ respectiv :

$$\Phi(\infty) = +a$$

și

$$\Phi(\infty) = -a$$

introducînd aceste valori în ecuația (22) obținem :

$$\Phi(\infty) = m + n = a$$
$$\Phi(-\infty) = n \quad = -a$$

deci $m = 2a$

Cu aceste valori relația (22) devine:

$$\Phi(u) = 2a \int_{-\infty}^{u} p(u)\, du - a \tag{24}$$

In cazul cind $p(u)$ are expresia dată de relați. (23) funcția $\Phi(u)$ poate fi scrisă sub forma:

$$\Phi(u) = a\left[2F\left(\frac{u}{\sigma}\right) - 1\right] \tag{25}$$

unde (F) este funcția de repartiție în cazul unei legi normale (fig. 2).

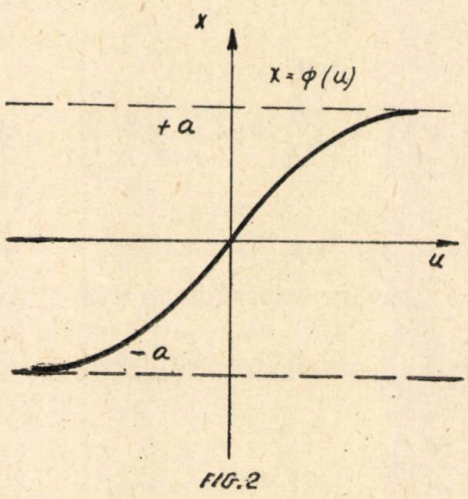


FIG. 2

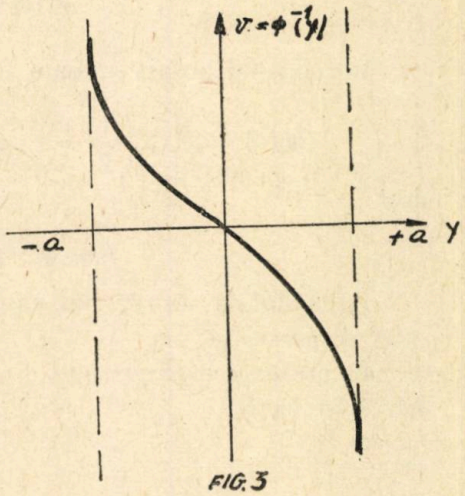


FIG. 3

Din relația (26) se vede că $\Phi(u)$ depinde de amplitudinea maximă admisă în canal (a) și de dispersia procesului la intrare, respectiv de valoarea eficace a semnalului la intrare (σ).

La ieșirea din canal pentru a nu avea distorsiuni va trebui să facem transformarea inversă (fig. 3).

Efectuînd aceste transformări în cazul unui semnal gaussian, capacitatea de transmisie a canalului are valoarea maximum.

Dacă semnalul are altă lege de repartiție relația (24) ne permite să calculăm transformarea optimă pentru cazul respectiv.

Mărimea capacității de transmisie a canalului are ca efect creșterea raportului semnal-zgomot. Pentru evaluarea aproximativă a acestui raport este suficient să considerăm efectul expansiunii (Φ^{-1}) numai asupra zgomotului, căci semnalul după expansiune revine la valoarea inițială. In acest caz calculul poate fi făcut ușor dacă presupunem că zgomotul canalului (a cărui dispresie să o notăm cu σ_s^2) este mic față de semnal (adică $\sigma_s \ll \sigma$) în acest caz tensiunea de zgomot de vîrf (v_v) la ieșirea din

elementul neliniar (expandor) poate fi considerată $v_v = 4\sigma_s$ ca fiind și ea mult mai mică decît σ. astfel că raportul $z = \frac{v}{\sigma}$ este mult mai mic decît unitatea.

Ținînd seama că pentru valori mici ale argumentului avem:

$$F(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(z - \frac{z^3}{6} + \frac{z^5}{40} - \frac{z^7}{336} + \dots\right)$$

iar în cazul nostru fiindcă $z \ll 1$

$$F(z) = \frac{1}{2} + \frac{z}{\sqrt{2\pi}} \tag{26}$$

Introducînd aceast valoare în (25) obținem:

$$\Phi(v) = a\left[2\left(\frac{1}{2} + \frac{z}{\sqrt{\pi 2}}\right) - 1\right] = \frac{2a}{\sqrt{2\pi}} z = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{\sigma} v \tag{27}$$

deci

$$v = \Phi^{-1}(y) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \frac{\sigma}{a} y \tag{28}$$

Zgomotul la ieșirea din canal în absența expandorului ($v = y$) ar fi avut dispersia σ_s^2

In prezența expandorului dispersia zgomotului la ieșire, conform relației (28) va fi:

$$\frac{\pi}{2} \frac{\sigma^2}{a} \sigma_s^2$$

Deci factorul de îmbunătățire a raportului semnal perturbație datorit sistemului de comprimare-expansiune este:

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{\sigma}$$

dacă luăm de exemplu $a = 4$ obținem cca. 12d6.

Catedra de Radiocomunicații
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *Б. Р. Левин* Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике „советское радио" 1957 Москва.

[2] *Stanford Goldman*: Imformation theory „Prentice-hall, ins" New-York 1955 p. 152-155.
[3] *В. В. Штагер*: подавление шумов в каналах вещания „связьиздат" 1957 р. 30.

УВЕЛИЧЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАНАЛОВ С СИГНАЛАМИ ГАУСА

(Краткое содержание)

Изучается возможность увеличения пропускной способности канала в котором шум накладывается линейно с сигналом, исползуя две нелинейные обратные преобразования сигнала на входе и выходе канала.

INCREASING OF THE TRANSMISSION CAPACITY OF THE CHANALS WITH GAUSSEAN SIGNAL-DISTRIBUTION

(Summary)

One is studying the possibility of increasing the transmission capacity of a channel, where the noise is linearly superimposed on the signal, using two nonlineare invers-transformations of the signal, at the input and the output of the channel.

AUGMENTATION DE LA CAPACITÉ DE TRANSMISSION DES CANAUX À SIGNAUX À DISTRIBUTION GAUSSIENE

(Résume)

On étudie la possibilité d'augmenter la capacité de transmission d'un canal, où le bruit este superposé linéairement au signal, en utilisant deux transformations non-linéaires inverses du signal, à l'entrée et à la sortie du canal.

VERGRÖSSERUNG DER TRANSMISSIONSKAPAZITÄT DER KANÄLE MIT GAUSCHEN SIGNALVERTEILUNG

(Zusammenfassung)

Es wird die Möglichkeit untersucht um die Transmissionskapazität eines Kanals zu vergrössern, wobei der Geräusch sich linear mit dem Nutzsignal überlagert, durch die Anwendung zweier nichtlinearen Inversetransformationen des Eingangs= und Ausgangssignals.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

CONTRIBUȚII LA STUDIUL TERMODINAMICII DEFOSFORĂRII OȚELULUI *)

IOSIF TRIPȘA

Una din principalele condiții ale elaborării unui oțel de calitate este reducerea importantă a conținutului de fosfor din baia metalică. De aceea, termodinamica procesului de defosforare a oțelului în cuptoarele Martin și electrice are o importanță deosebită pentru tehnologia elaborării oțelului. Cu toate acestea, după cum arată I. I. Kojevnikov [1], numeroasele studii asupra procesului defosforării băii metalice efectuate pînă în anul 1952 [2—7] au permis doar să se determine anumite valori empirice, cu ajutorul cărora se poate stabili pentru diferitele condiții concrete studiate o legătură între conținutul de fosfor din baia metalică și compoziția zgurii sau temperatură. Acest fapt se explică în primul rînd prin complexitatea procesului defosforării și prin greutățile deosebite întîmpinate de cercetători în studiul acestui proces. O parte însemnată a acestor greutăți a putut fi învinsă cu ajutorul metodei indicatorilor radioactivi, ale cărei principale avantaje sînt: simplitatea, sensibilitatea și precizia. Avînd în vedere aceste avantaje, în prezenta lucrare datele experimentale asupra repartiției fosforului între baia metalică și zgură au fost determinate cu ajutorul acestei metode experimentale moderne.

Punerea la punct a metodei aplicate în cercetările experimentale s-a bazat în primul rînd pe experiența celor 40 lucrări publicate în acest domeniu [8—48] care pot fi împărțite în trei grupe:

a) lucrări efectuate mai ales cu scopul de a pune la punct metoda utilizării izotopilor radioactivi la studiul repartiției fosforului între zgură și baia metalică, la autoradiografia lingoului de oțel cu fosfor radioactiv și la studiul difuziei fosforului în zguri metalurgice

[8, 11, 13, 14, 15, 16, 22, 25, 26, 28, 29, 31, 34, 37]

b) lucrări efectuate în condiții de laborator pentru studierea repartiției fosforului între fierul tehnic pur topit și zguri sintetice binare și ternare

[1, 2, 9, 10, 17, 18, 19, 21, 23, 27, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 49]

*) Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

c) lucrări efectuate în condiții de producție pentru determinarea rapidă a conținutului de P_2O_5 în zgură.

[20, 24, 30]

Din examinarea lucrărilor din prima grupă rezultă că au fost rezolvate în primul rînd multiplele probleme legate de aplicarea fosforului radioactiv la studiul repartiției fosforului între zgură și baia metalică. Una dintre aceste probleme se referă la modul de introducere a fosforului radioactiv în șarja de oțel. În diferitele lucrări studiate s-a procedat în mod diferit și anume: la o parte din lucrări [9, 13, 43] fosforul radioactiv s-a introdus în șarja de oțel sub formă de ferofosfor activat timp de două săptămîni în reactor. Acest mod de introducere are avantajul că prezintă deplină siguranță în ceea ce privește evitarea volatilizării fosforului activ în timpul șarjei; dar are dezavantajul unei iradieri îndelungate a ferofosforului în reactor.

La alt grup de lucrări [15, 20, 24, 25, 30], fosforul radioactiv s-a introdus sub formă de fosfor roșu activat în reactor, care a fost amestecat înainte de introducerea în șarjă cu pulbere de fier și închis cît mai etanș într-o fiolă de oțel sau de cupru. În acest caz avem avantajul unui procedeu simplu, dar există pericolul volatilizării fosforului radioactiv.

Cel mai potrivit procedeu de introducere a fosforului radioactiv în șarja de oțel pentru studiul repartiției fosforului între zgură și baia metalică este cel folosit în lucrarea [12] și anume sub formă de fosfat tricalcic. Acest procedeu a fost adoptat și folosit și în prezenta lucrare, deoarece el are avantajul evitării volatilizării fosforului radioactiv, iar activarea fosforului sub formă de pentaoxid în reactor se face mai ușor decît sub formă de ferofosfor și în plus, se evită orice activare parazită, care, suprapunîndu-se, poate denatura rezultatele obținute în lucrare.

După activare, pentaoxidul de fosfor se introduce într-o soluție de hidroxid de calciu, rezultînd din reacție fosfatul tricalcic, ce urmează a fi folosit în șarje.

În unele lucrări [21, 27, 43] la lucrarea probelor de oțel și zgură în timpul șarjei s-a folosit un procedeu deosebit și anume probele de oțel și zgură au fost luate prin absorbire într-un tub de cuarț. Acest procedeu a fost necesar în aceste lucrări, deoarece se lucra cu cantități foarte mici de oțel și zgură (de ordinul gramelor) și probele luate reprezentau cantități foarte mici de material. În cadrul lucrării prezente s-au folosit cantități mai mari de oțel (4 kilograme) și zgură (600 grame) și a fost posibil să se renunțe la procedeul dificil de a lua probele cu tubul de cuarț, evitînd în acest mod și pericolul de a schimba compoziția zgurii în urma contactului cu tubul de cuarț. Probele de oțel și zgură au fost luate cu ajutorul unei bare de oțel, de aceeași compoziție cu baia metalică din cuptor, pe care proba de oțel sau de zgură se solidifică. De cele mai multe ori proba de oțel și cea de zgură se luau simultan, pe aceeași bară de oțel, fără a fi nevoie de a doua încercare de a lua proba.

La măsurarea activității s-au folosit în unele lucrări (de exemplu [18]) probe de oțel și zgură sub formă de pulbere, așezată într-un strat subțire pe tăviță de aluminiu. La alte lucrări (de exemplu [20]) probele de zgură

erau turnate într-o cochilă specială, plată și măsurarea activității s-a făcut introducînd plăcile de zgură obținute într-un dispozitiv special, care asigură identitatea condițiilor geometrice la măsurare.

Aceste procedee nu sînt însă suficient de precise deoarece cu toate măsurile luate, nu există siguranța respectării întocmai a identității condițiilor geometrice și a absorbției radiației în probe.

Mai potrivit este procedeul folosit de exemplu în lucrarea [9] în care probele de oțel și zgură au fost dizolvate în apă regală, după care s-au evaporat pe cuve de sticlă.

În lucrarea prezentă s-a aplicat un procedeu și mai precis și anume probele de oțel și zgură au fost dizolvate în apă regală, după care s-au măsurat în stare dizolvată cu ajutorul unor contori speciali cu cupă. Acest procedeu a permis să se lucreze cu probe de oțel și zgură mai mari, de 1 gram, față de 40 mg în lucrarea [9] care s-au dezagregat în 10 cm^3 de apă regală și întreaga soluție obținută, completată cu un mic adaos de apă distilată pentru aducerea la semn, s-a introdus în cupa contorului. În felul acesta s-a putut asigura efectuarea lucrării cu o activitate totală mai mică (50 μ Cu), obținînd totuși viteze de numărare suficient de mari.

Lucrările din grupa doua au fost efectuate în cea mai mare parte în cuptoare cu inducție. Or, în aceste cuptoare, baia metalică se încălzește mai mult, decît zgura (ultima se încălzește în urma contactului cu baia metalică), în timp ce în cuptoarele industriale în care se elaborează oțelul, atît Martin, cît și cu arc electric, situația se prezintă tocmai invers. Pentru a se apropia cît mai mult de condițiile industriale, șarja de oțel pentru studiul repartiției fosforului între baia metalică și zgură a fost elaborată într-un cuptor de laborator cu arc electric orizontal, în care încălzirea celor două faze existente în cuptor se face similar cuptoarelor industriale.

În al doilea rînd, la studiul repartiției fosforului între oțel și zgură de mare importanță este măsurarea cît mai precisă a temperaturii fiecărei determinări. În lucrările citate, de exemplu [21, 23], temperatura a fost măsurată cu ajutorul pirometrului optic corectat după temperaturile de topire a unor metale pure, căutînd astfel să se mărească precizia determinărilor. În lucrarea de față s-a folosit o metodă și mai precisă pentru măsurarea temperaturilor, care s-a făcut cu ajutorul unui termoelement de imersiune cu electrozi din wolfram și molibden, a cărui etalonare s-a făcut după temperaturile de topire a nichelului și cromului electrolitic.

Caracteristica cea mai importantă a prezentei lucrări constă însă în faptul că s-a încercat să se facă un pas înainte, pornind de la lucrările anterioare de studiere a repartiției fosforului între baia metalică din fier tehnic pur și între zgurile sintetice binare și ternare, la studiul repartiției fosforului între o baie metalică și zguri reale, industriale.

Proiectarea lucrării

a) Studiul repartiției fosforului între baia metalică și zgură în condiții cît mai apropiate de condițiile șarjelor industriale a impus să se elaboreze șarja în cuptorul electric cu arc orizontal, avînd o încărcătură de 4 kg

oțel și 600 grame zgură. S-a luat spre studiu oțelul cel mai frecvent elaborat în țara noastră și anume oțelul OL 38, luîndu-se o zgură industrială corespunzătoare perioadei de afinare a șarjei în care se face defosforarea băii metalice. Compoziția chimică a acestei zguri este dată în tabelul nr. 1.

Tabelul 1

Compoziția chimică a zgurii folosite, %

SiO_2	CaO	MnO	Al_2O_3	FeO	Fe_2O_3	MgO	S	P_2O_5
23,67	30,02	14,84	6,25	12,15	2,52	8,63	0,14	1,78

În această zgură s-a stabilit să se introducă fosfatul tricalcic marcat. Iar după topirea completă a șarjei urma să se ia la diferite temperaturi, după omogenizarea compoziției celor două faze, probe de oțel și zgură, astfel încît să se poată studia repartiția fosforului într-un interval larg de temperaturi (1500—1650°C).

Pentru a folosi cît mai bine izotopul radioactiv în scopul propus, în loc să se evacueze șarja, la sfîrșitul operațiilor descrise, s-a proiectat să se repete aceste operații după ce în prealabil se va schimba compoziția zgurii făcînd adaosuri de SiO_2. S-a proiectat să se facă trei astfel de adaosuri de SiO_2, studiindu-se astfel repartiția fosforului între oțelul dat și patru zguri de compoziție chimică diferită.

b) Alegerea izotopului radioactiv nu a ridicat nici o problemă, deoarece tema lucrării cere să se utilizeze tocmai P^{32}, cu timpul de înjumătățire de 14,3 zile, care este un izotop β —activ, cu energia maximă a radiației de 1,76 MeV.

Acest izotop a fost obținut iradiind pentaoxidul de fosfor în reactor.

c) *Calculul activității necesare.* S-a presupus, pe baza datelor din lucrările citate, că se va ajunge la un coeficient de repartiție $L = \frac{(P)}{[P]}$ cu valoarea ce va varia între 1300 și 0,010, în funcție de temperatură și de compoziția (bazicitatea) zgurii.

Contorul cu care s-a lucrat avea un fond maxim de 30 puls/min. Ca urmare, s-a stabilit că viteza minimă de numărare trebuie să fie de 60 puls/min.

Factorul geometric la măsurarea în contorul cu cupă a fost considerat a fi egal cu raportul suprafeței cilindrului interior față de suma suprafețelor cilindrilor

$$\omega = \frac{l\pi d}{l\pi d + l\pi D} = \frac{d}{D+d} = \frac{1}{2,5} = 0,40$$

Eficacitatea contorului pentru radiațiile β este considerată egală cu unitatea, deci $\varepsilon = 1$. Factorul absorbției în aer este 1, deoarece între probă și contor nu avem strat de aer.

Factorul de schemă în cazul fosforului 32 este egal cu unitatea: deci $f_s = 1$.

Factorul de retrodifuziune este apropiat de 1, deoarece domicul este căptușit cu plexiglas.

Factorul de absorbție în fereastra contorului se calculează astfel:

$f_f = \frac{I}{I_0} = l^{-\mu d} = l^{-5,3.0,03} = l^{-0,159} = 0,852$ unde $\mu = 5,3$ cm²/g [51]; iar $d = 0,3$ g/cm² după caracteristicile contorului.

Coeficientul absorbției radiației în probă se calculează astfel:

$f_a = \frac{I}{I_0} l^{-\mu d} = l^{-5,3.0,1375} = l^{-0,72875} = 0,482$ unde $d = \frac{0,25}{2} \times 1,1 = 0,1375$ g/cm²; iar $\varrho = 1,1$ g/cm³ — densitatea soluției probei

Prin urmare factorul de detectare va fi:

$$g = 3,71.10^4.60.\omega.\varepsilon.f_s \cdot f_r \cdot f_f \cdot f_a = 3,71.10^4.60.0,40, 0,852.0,482 = 6,13 \cdot 10^5$$

Deci activitatea specifică minimă a oțelului și a zgurii a trebuit să fie, în cazul probelor de 1 gram:

$$\Lambda = \frac{R}{g} = \frac{30}{6,13.10^5} = 4,89.10^{-5}\ \mu\text{Cu}$$

În cazul coeficientului de repartiție maxim, $L = 1300$, la o activitate specifică minimă a oțelului Λ oțel min $= 4,89.10^{-5}\ \mu$ Cu trebuie să corespundă o activitate specifică maximă a zgurii:

$$\Lambda \text{ zgură max} = 4,89.10^{-5}.1300 = 6,36.10^{-2}\ \mu\text{Cu}$$

Ținînd seama de cantitatea oțelului și zgurii, este nevoie de o activitate totală de:

$$\Lambda \text{ total} = 4000 \times 4.89.10^{-5} + 600, 6,36.10^{-2} = 0,2 + 38,2 = 38,4\ \mu\text{Cu}$$

În cazul coeficientului minim de repartiție, $L = 0,010$, la o activitate specifică minimă a zgurii Λ zgură minim $= 4,89.10^{-5}\ \mu$ Cu, trebuie să corespundă o activitate specifică maximă a oțelului Λ oțel maxim $= 4,89.10^{-3}\ \mu$ Cu.

Ținînd seama de cantitatea oțelului și zgurii, este nevoie de o activitate totală de:

$$\Lambda \text{ total} = 4000 \times 4,89.10^{-3} + 600 \times 4,89.10^{-5} = 19,55 + 0,03 = 19,58\ \mu\text{Cu}$$

Ca urmare, pentru a avea o precizie suficientă a determinărilor, admitem ca necesară activitatea totală:

$$\Lambda \text{ total} = 50\ \mu\text{Cu}$$

d) *Calculul timpului de iradiere* în reactor a probei de 2,5 grame pentaoxid de fosfor pentru obținerea activității necesare se face cu ajutorul formulei:

$$\Lambda = \Phi \sigma \frac{m}{M} 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \varrho \cdot l \ (1 - e^{-\lambda t_i}) \cdot e^{-\lambda t_m}$$

unde $\Phi = 10^{11}$ neutroni/cm^2 · s;

$t_m = 4$ *d*;

$m = 2$ (numărul de atomi de P în molecula P_2O_5);

$M = 142$ (greutatea moleculară a P_2O_5);

$\sigma = 0{,}19$ barn (pag. 470 [51]);

$\varrho = 2{,}39$ (densitatea);

$l = 0{,}3$ cm (grosimea probei);

$\Lambda = 50$ μ Cu; $e^{-4{,}85 \cdot 10^{-2} \cdot 4} = e^{-0{,}194} = 0{,}823$;

$$\lambda = \frac{0{,}693}{T^1/_2} = \frac{0{,}693}{14{,}3} = 4{,}85 \cdot 10^{-2} \cdot d^{-1}.$$

De unde:

$$(1 - e^{-\lambda t_i}) = \frac{50{,}3{,}71 \cdot 10^4}{10^{11} \cdot 0{,}19 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{2}{142} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 0{,}823} = 6{,}98 \cdot 10^{-3}$$

$\ast\ast\ast$ $e^{-\lambda t_i} = 0{,}993$ $\ast\ast\ast$ $\lambda t_i = 0{,}005$ $\ast\ast\ast$ $t_i = \frac{0{,}005}{4{,}85 \cdot 10^{-2}} = 0{,}103$ d $= 2{,}5$ h

e) *Calculul conteinerului și a ecranului de protecție.*

Pentru protecția împotriva radiațiilor β se folosesc materiale ușoare (cu Z mic) și anume aluminiul și plexiglasul, pentru a nu avea radiații de frînare de mari intensități.

Grosimea peretelui de aluminiu al conteinerului și al ecranului de aluminiu se determină cu ajutorul graficului grosimei absorbției complete a electronilor în cîteva materiale (fig. 4.13, pag. 163 [51]).

Din acest grafic rezultă pentru radiațiile β de 1,71 MeV o grosime de absorbție completă a peretelui de aluminiu de 0,3 cm. Se admite o grosime de 1 cm.

Calculul intensității radiației de frînare se face în modul următor.

Fracțiunea *F*, din energia cinetică a electronilor transformată în energie a radiațiilor de frînare este dată de formula lui Compton:

$$F = \frac{TZ}{800} = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \, TZ = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}71 \cdot 13 = 26{,}676 \cdot 10^{-3}$$

Intensitatea radiației de frînare se calculează cu ajutorul formulei:

$$I\gamma = F \cdot I\beta$$

Iar intensitatea fascicolului de electroni rezultă din formula:

$$I_\beta = \frac{\Lambda \cdot W_d}{4\pi x^2} = \frac{50 \cdot 3{,}71 \cdot 10^4 \cdot 1{,}71 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot \pi \cdot 50^2} = 1{,}01 \cdot 10^{-1} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot$$

Deci:

$$I\gamma = F \cdot I_\beta = 26{,}676 \cdot 10^{-2} \times 1{,}01 \cdot 10^{-1} = 2{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot$$

Considerăm că fotonii radiației de frînare au energia maximă a electronilor, adică 1,71 MeV.

Din fig. 4.11 pag. 159 [51] se determină grosimea de înjumătățire masică a plumbului de 14 g/cm^2. Grosimea de înjumătățire în plumb va fi:

$$14 : 11{,}3 = 1{,}24 \text{ cm}$$

Calculul dozei Bx la suprafața conteinerului va fi:

$$Bx = Dx = \frac{1}{100} I_\gamma \frac{\mu_a}{\varrho} \cdot t = \frac{1}{100} \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}03 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 0{,}07$$

remi / 24 ore. Unde $\frac{\mu_a}{\varrho} = 0{,}03$ este coeficientul de absorbție masic în apă (fig. 2.20, pag. 59 [51]).

iar $t = 24$ ore $= 24 \times 60 \times 60$ secunde — timpul

Admițînd doza biologică maximă permisă B max=0,005 remi pe zi (24 ore), se observă că doza existentă este mai mare. Prin urmare, este nevoie să se prevadă un strat de plumb pentru conteiner și pentru paravanul de aluminiu cu grosimea de:

$$1{,}24 \times 3{,}32 \log \frac{Bx}{Bmax} = 1{,}24 \times 3{,}32 \log \frac{0{,}07}{0{,}005} = 4{,}3 \text{ cm}$$

f) *Alte probleme de protecție.*

Lucrarea a fost proiectată să se desfășoare în așa fel încît să nu rămînă nici un obiect contaminat. Astfel, reacția dintre pentaoxidul de fosfor radioactiv și hidroxidul de calciu pentru obținerea fosfatului tricalcic s-a efectuat într-un creuzet de oțel OL 38, special confecționat în acest scop, care a fost apoi topit în șarja elaborată împreună cu bara de oțel, care a servit la sfărîmarea fiolei cu preparat radioactiv. Fiola de sticlă în care s-a activat preparatul în reactor a fost introdusă și ea în șarjă, trecînd în zgură.

Mersul lucrării experimentale

Partea experimentală a lucrării s-a desfășurat în modul proiectat, expus mai sus. Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 2.

Tabel 2

Rezultatele experimentale ale șarjei cu fosfor radioactiv

Nr. crt.	Temperatura °K	R—F la proba de oțel	R—F la proba de zgură	$L_p = \frac{iz}{io}$	log L_p	$\frac{10^4}{T}$	Observ.
1	1858	107	18.270	170	2,230	5,38	
2	1888	549	49.900	91	1,958	5,29	
3	1953	984	2.020	2,05	0,313	5,12	
4	1978	389	1.470	3,78	0,577	5,05	
5	1973	1176	634	0,54	$\bar{1}$,732	5,07	
6	1863	430	16.870	39,3	1,594	5,36	După primul adaos de 30g SiO_2
7	1923	616	1.590	2,58	0,411	5,20	
8	1953	693	570	0,822	$\bar{1}$,914	5,12	
9	1963	1120	70	0,0625	$\bar{2}$,795	5,10	
10	1988	2500	80	0,0312	$\bar{2}$,494	5,03	După al doilea adaos de 30 g SiO_2
11	1918	710	200	0,2820	$\bar{1}$,465	5,22	
12	1968	650	45	0,0692	$\bar{2}$,839	5,09	
13	1973	5500	250	0,0455	$\bar{2}$,657	5,06	
14	1983	5160	190	0,0369	$\bar{2}$,567	5,04	După al treile adaos de 30 g SiO_2
15	1993	5900	170	0,0288	$\bar{2}$,459	5,01	
16	2023	7000	73	0,0104	$\bar{2}$,016	4,94	
17	2013	7970	120	0,0151	$\bar{2}$,178	4,97	

La prelucrarea datelor experimentale obținute, care s-au grupat în lungul unor linii drepte, s-a aplicat metoda celor mai mici patrate pentru a determina valorile coeficienților A și B din ecuația :

$$10 \text{ g } L_p = \frac{A}{T} + B$$

pentru fiecare compoziție de zgură în parte.

Pentru zgura fără adaos de SiO_2 calculul este prezentat în tabelul 3, pentru zgura cu un singur adaos de SiO_2 în tabelul 4, pentru zgura cu două adaosuri și pentru cea cu trei adaosuri în tabelul 5.

Tabel 3

$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i$	$(\log L_p)_i$	$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right]^2$	$(\log L_p)_i - \overline{(\log L_p)}$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right] \times [(\log (L_p)_i - \overline{(\log L_p)}]$
5,38	2,230	0,17	0,029	1,172	0,199
5,29	1,958	0,08	0,006	0,900	0,072
5,12	0,313	— 0,09	0,008	— 0,745	0,067
5,06	$\bar{1}$,732	— 0,16	0,026	— 1,326	0,212
20,84	4,233	—	0,069	—	0,550

$$\left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right) = \frac{20,84}{4} = 5,21 \; ; \; \overline{(\log. L_p)} = \frac{4,233}{4} = 1,058$$

De unde

$$\log L_p - 1{,}058 = \frac{0{,}550}{0{,}069}\left(\frac{10^4}{T} - 5{,}21\right)$$

$$\log L_p = \frac{79\,700}{T} - 41{,}5 + 1{,}058 = \frac{79\,700}{T} - 40{,}44$$

Tabel 4

$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i$	$(\log L_p)_i$	$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right]^2$	$(\log L_p)_i - (\overline{\log L_p})$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right] \times [(\log L_p)_i - (\overline{\log L_p})]$
5,36	1,594	0,13	0,0169	0,954	0,127
5,20	0,411	— 0,03	— 0,0009	— 0,229	0,007
5,12	1,914	— 0,11	— 0,0121	— 0,726	0,080
15,68	1,919	—	0,0299	—	0,211

$$\left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right) = \frac{15{,}68}{3} = 5{,}23\,;\quad (\overline{\log L_p}) = \frac{1{,}919}{3} = 0{,}640$$

$$\log L_p - 0{,}640 = \frac{0{,}211}{0{,}0299}\left(\frac{10^4}{T} - 5{,}23\right)$$

$$\log L_p = \frac{70\,600}{T} - 36{,}95 + 0{,}64 = \frac{70\,600}{T} - 36{,}31$$

Observînd în graficul $\log L_p - \frac{10^4}{T}$ că punctele experimentale obținute pentru zgura cu două adaosuri de SiO_2 și cea cu trei adaosuri de SiO_2 s-au așezat pe aceeași dreaptă, calculul ecuației pentru aceste două cazuri se face împreună (tabelul 5).

Tabel 5

$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i$	$(\log L_p)_i$	$\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right]^2$	$(\log L_p)_i - (\overline{\log L_p})$	$\left[\left(\frac{10^4}{T}\right)_i - \left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right)\right] \times [(\log L_p)_i - (\log L_p)]$
5,03	$\bar{2}$,494	— 0,015	0,000 225	— 0,090	0,00135
5,22	$\bar{1}$,465	0,175	0,030 625	0,881	0,15410
5,09	$\bar{2}$,839	0,045	0,002 025	0,255	0,01150
5,06	$\bar{2}$,657	0,015	0,000 225	0,073	0,00109
5,04	$\bar{2}$,567	— 0,005	0,000 025	— 0,017	0,00009
5,01	$\bar{2}$,459	— 0,035	0,001 225	— 0,125	0,00437
4,94	$\bar{2}$,016	— 0,105	0,011 025	— 0,568	0,05960
4,97	$\bar{2}$,178	— 0,075	0,005 625	— 0,406	0,03045
40,36	$\bar{1}$2,675	—	0,051 000	—	0,26255

$$\left(\overline{\frac{10^4}{T}}\right) = \frac{40{,}36}{8} = 5{,}045\,;\quad (\overline{\log L_p}) = -\frac{11{,}325}{8} = -1{,}416$$

$$\log L_p + 1{,}416 = \frac{0{,}26255}{0{,}051}\left(\frac{10^4}{T} - 5{,}045\right)$$

$$\log L_p = \frac{51\,500}{T} - 25{,}95 - 1{,}42 = \frac{51\,500}{T} - 27{,}37$$

In graficul alăturat în coordonatele $\log L_p - \frac{10^4}{T}$ sînt prezentate punctele experimentale care s-au așezat, după cum era de așteptat pe linii drepte, ale căror ecuații au fost determinate.

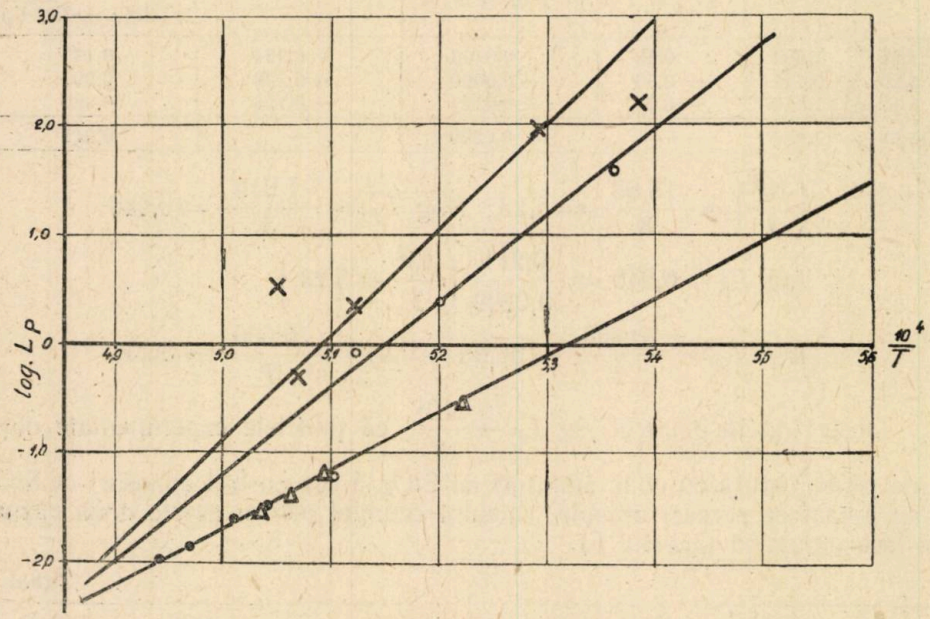


Fig. 1 — Variația log. L_p inversul cu temperaturii

Aceste rezultate concordă cu cele obținute în lucrările anterioare [9, 12, 18, 19, 23, 36, 42, 43, 44 ș. a.] cît și cu considerațiile teoretice.

Într-adevăr, constanta reacției de defosforare a băii metalice cu zgura poate fi exprimată în forma generală astfel:

$$K_p = \alpha \cdot L_p \cdot \varphi(C_i) \cdot f(\gamma_i)$$

unde α — coeficient

φ — raportul concentrațiilor de echilibru a celorlalți componenți în afara fosforului

$f(\gamma_i)$ — raportul coeficienților activității tuturor componenților

Dacă $\varphi(C_i)$ = const, prin diferențiere obținem

$$\frac{d \ln K_p}{dT} = \frac{d \ln L_p}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2}$$

unde ΔH — reprezintă efectul termic al reacției de defosforare în condițiile date.

Integrînd relația de mai sus, obținem :

$$\ln L_p = -\frac{\Delta H}{RT} + \frac{\Delta S}{R} \text{ sau } \log L_p = -\frac{\Delta H}{4{,}576\,T} + \frac{\Delta S}{4{,}576}$$

unde ΔS — este variația entropiei reacției în condițiile date.

Comparînd ecuația obținută cu cele deduse pentru dreptele experimentale, se vede că se pot calcula valorile efectului termic ale reacției de defosforare și valorile variației entropiei în cazurile concrete studiate, deoarece

$$A = -\frac{\Delta H}{4{,}576} \text{ și } B = \frac{\Delta S}{4{,}576} \cdot \text{ De unde } \begin{matrix} \Delta H = -4{,}576 \cdot A \\ \Delta S = 4{,}576 \cdot B \end{matrix}$$

Pentru cele patru cazuri studiate, se obțin următoarele valori ale lui ΔH și ΔS:

$$\Delta H_1 = -365\,000; \qquad \Delta S_1 = -185$$
$$\Delta H_2 = -323\,000; \qquad \Delta S_2 = -161{,}5$$
$$\Delta H_3 = \Delta H_4 = -235\,000; \qquad \Delta S_3 = \Delta S_4 = -125$$

Prin urmare valorile variației potențialului termodinamic izobar al reacției de defosforare vor fi :

$$\Delta Z = \Delta H - T\Delta S$$
$$\Delta Z_1 = -365\,000 + 185\,T$$
$$\Delta Z_2 = -323\,000 + 161{,}5\,T$$
$$\Delta Z_3 = \Delta Z_4 = -235\,000 + 125\,T$$

Rezultatele obținute concordă din nou cu rezultatele lucrărilor anterioare ; în care s-au obținut următoarele valori pentru diferitele cazuri concrete studiate :

$$\Delta Z = -333\,750 + 114{,}15\ T \quad [1]$$
$$\Delta Z = -240\,000 + 87,\ 8\ T \quad [6]$$

Aceste rezultate explică de ce sub zgurile mai bazice defosforarea este mai completă decît sub zgurile mai acide. Aici se face simțită în primul rînd micșorarea efectului termic al reacției de defosforare de la $-365\,000$ cal sub zgurile mai bazice la $-235\,000$ cal sub zgurile mai acide.

Cauza care produce această micșorare a efectului termic al reacției de defosforare trebuie căutată în interacțiunea complexă dintre cationii și anionii existenți în zgura lichidă, în regruparea lor în funcție de valorile relative ale potențialelor electrostatice.

Se știe [12] că ionul Fe^{++} are un potențial electrostatic mai mare decît cationul Ca^{++} deoarece la aceeași sarcină electrică, raza ionului Fe^{++} este mai mică. De asemenea potențialul electrostatic al ionului Fe^{+++} este cu atît mai mare, deoarece dimensiunile lui sînt și mai mici, iar sarcina electrică este mai mare.

În privința anionilor, din aceleași motive, O^{--} este mai puternic decît SiO_4^{----}, care la rîndul lui este mai puternic decît PO_4^{---}. Se știe de asemenea că anionul SiO_4^{----} are tendința de a se regrupa, formînd lanțuri complexe, al căror potențial electrostatic este din ce în ce mai mic.

Prin urmare, explicația micșorării efectului termic al reacției de defosforare în urma adaosurilor de SiO_2 se explică prin preluarea de către anionul mai puternic SiO_4^{----} a unora din pozițiile ocupate anterior în jurul cationilor puternici de către anionul PO_4^{---}. În urma acestei înlocuiri slăbesc legăturile anionului PO_4^{---} cu zgura și astfel o parte din fosfor trece din zgură în baia metalică. De aceea, experimental a fost dovedită micșorarea valorii efectului termic ΔH_2 și apoi ΔH_3 față de ΔH_1.

Pe măsură ce crește însă conținutul SiO_2 din zgură, se accentuează din ce în ce procesul de regrupare a anionilor pe bază de siliciu și oxigen, conform schemei

$$SiO_4^{4-} \rightarrow Si_3O_9^{6-} \rightarrow Si_4O_{12}^{8-} \rightarrow Si_6O_{18}^{12-}$$

Acest proces este însoțit de micșorarea potențialului electrostatic al anionilor pe bază de siliciu și oxigen, care ajunge în cele din urmă aproape egal cu potențialul electrostatic, al anionului PO_4^{---}. În noua situație anionii de siliciu și oxigen nu mai sînt în stare să elimine anionul fosforului din legăturile sale cu cationii. De aceea, după un anumit adaos de SiO_2, care are o valoare determinată pentru o zgură de bază dată, puterea defosforantă se păstrează constantă. Astfel, se explică de ce al treilea adaos de SiO_2 n-a mai putut schimba valoarea efectului termic și al variației entropiei reacției de defosforare. Pe această bază se poate înțelege de ce zgurile acide de furnal își păstrează o oarecare putere defosforantă.

Catedra de Siderurgie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIA

1. *И. Ю. Кожевников*: Термодинамика обесфосфоривания жидкого железа железо-известковыми шлаками. Сталь, 1958 № 12; стр. 1070-1088.
2. Metals Technology, Technical Paper, 1987, 1946 april (citat după 1).
3. Journal of Iron and Steel Institute, v. 153, 2, 1946, 115—150 (citat după 1).
4. *В. А. Каменский, Е. В. Абросимов*: Труды Московского института стали, 1939, сб. 12, 167 (citat după 1).
5. Achiv für das Eisen hüttenwesen, 1935—1936, Nr. 9, 589—600 (citat după 1).
6. Stahl und Eisen, 72, 1952, 23, 1398—1408 (citat după 1).

7. Journal of Iron and Steel Institute 171, 4, 1952, 404—412 (citat după 1).
8. *I. S. Kulikov* și *I. A. Popov*: Folosirea izotopilor în metalurgie. Traducere din limba rusă. Ed. Tehnică 1957. Pag. 186—191.
9. *Л. А. Шварцман, Т. Л. Грузин Сб. Цниичм*: Проблемы металловедения и физики мёталлов, Сб. 3, Металлургиздат 1952.
10. *И. А. Томилин. Л. А. Шварцман*: Известия Академии наук СССР, ОТН, 1953, 12, 1797.
11. Черная металлургия капиталистических стран. Металлургиздат 1957, т. V, стр. 266-276.
12. *О. А. Есин, П. В. Гельд*: Физическая химия пирометаллургических процессов, т. II, стр. 243-329, Металлургиздат 1954.
13. Revue de Métalurgie, 1951, v. 48, Nr. 3 pag. 219—235.
14. Металлургия СССР, т. I, 729-745, Металлургиздат 1958.
15. *И. Е. Болотов, М. К. Гольдштейн, А. А. Попов, А, Б. Федоров*: Заводстая лаборатория, 1956, № 6, стр. 682.
16. *С. С. Носырева, А. М. Полиакова*: Сталь, 1955, № 12, стр. 1120.
17. *М. А. Струдниц*: Технология транспортного машиностроения, 1956, № 2.
18. *Л. А. Шварцман, П. Л. Грузин*: Труды III конференции по физико-химическим основам производства стали, АН СССР, 1957, стр. 304.
19. *И. С. Куликов, И. Ю. Кожевников*: К теории металлургических шлаков. Известия АН СССР, ОТН, № 11, 1957.
20. *А. И. Осипов, Й. Ю. Кожевников, В. Е. Иудин, М. Л. Сазанов, М. Т. Бульский, А. Г. Алимов, А. М. Скребцов, А. П. Ребенко:*
Новый метод экспрессанализа шлака на фосфор с применением радиоактивных индикаторов — Физико-химические осннвы производства стали, АН СССР, 1957, 82.
21. В том же сборнике стр. 298 *О. А. Есин, В. Н. Шихов.* Кинематика обесфосфоривания и обессеривания металла шлаком.
22. В том же сборнике стр. 765 *Л. И. Морозенский, О Д. Зигель, И. Я. Гранат.* Явления обнаруженные методом радиоактивных индикаторов при исследовании затвердения стальных слитков.
23. *Л. А. Шварцман, И. Ю. Кожевников:* Исследование термодинамики реакции дефосфорации железа. В томе „Труды Всесоюзчой конференции по применению радиоактивных и стабильных изотопов и излучений в народном хозяйстве и науке". (Металлургия и металлнведенне) АН СССР, 1958. стр. 16.
24. В том же сборнике стр. 75 *А. М. Скребцов* и др. „Влияние остаточного шлака предыдущей плавки на дефосфорацию металла в качающихся мартеновских печах.
25. В том же сборнике стр. 138 *В. М. Тагеев, Ю. Д. Смирнов* - Исследование распределения примесей при кристаллизации стали.

26. В том же сборнике стр. 382 *Л. М. Ефимов.* Расчет количества β — излучателей, необходимого для радиографирования и радиомхтрических исследований.
27. *О. А. Есин, В. Н. Шихов:* Известия АН СССР, ОТН, № 3, 1955 şi Analele Romîno-Sovietice, Metalurgia şi construcţia de maşini, 1956, 10, No. 1, 43-53.
28. *I. F. Elliott and F. W. Luerssen:* Journal of Metals 10, 1129, 1955.
29. *В. Ф. Суров, О. В. Травин, Л. А. Шварцман:* Проблемы металловедения и физики металлов, сб. IV. Металлургиздат 1955.
30. *В. В. Лепорский, А. И. Осипов, М. Т. Бульский, А. Г. Алимов, Ф. Ф. Свириденко, А. М. Скребцов, Л. Н. Слепканов:* Сталь. № 1. 1956.
31. *А. И. Осипов, И. Ю. Кожевников, В. Е. Иудин, М. Л. Сазонов, М. Т. Бульский, А. Г. Алимов, А. М. Скребцов, А. Н. Робенко:* Заводская лаборатория № IV, 1955.
32. *И. С. Киликов, А. А. Жуховицкий:* Исследование кинетики реакций между металлом и шлаком методом радиоактивных индикаторов — Производство и обработка стали (М.И.С. сб. XXXII, Металлургиздат 1954) pag. 54.
33. În acelaşi volum pag. 79; *А. А. Грановская, А. П. Любимов:* Исследование термодинамических свойств бинарных расплавов с применением радиоактивных изотопов.
34. *С. Т. Кишкин, С. З. Бокштейн:* Исследование распределения и диффузии компонентов в металлических сплавах методом авторадиографии. În volumul: Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 8-20 августа 1955 г.) том 15, стр. 110.
35. În acelaşi volum pag 185: *А. М. Самарин:* Применение искуственных радиоизотопов при изучении процессов производста стали и чугуна.
36. *В. А. Кожеуров:* Термодинамика металлургических шлаков, Металлигиздат 1955.
37. *А. И. Строганов*: Конференция по применению радиоактивных изотопов в металлургии. Сталь, 1956, № 6, 568.
38. *Peerson J, Turkdogan E. T.:* Activity coefficients of oxygen and phosphorus in iron-oxygen phosphorus melts. Journal of Iron and Steel Institute (London) 1954, 176 Part. I, 19—23.
39. *Trömel Gerhard, Fritze Hahns . Werner:* „Weitere Untersuchungen über die Entphosphorung des Eisens mit kalkreichen Schlacken. Arch. Eisenhüttenwesen 1957, 28, no. 8, 489—495.
40. *Urbain Georges:* Activité thermodynamique du phosphore dans les alliages fer-phosphore liquides a 1600°C. C. r. Acad. sci. 1957, 244, No. 8, 1026 — 1036 [Citat după Реферативный Ж· 11/1957, 20999].
41. *Trömel Gerhard, Oelsen Willy:* „Die Grenzen der Entphosporung des Eisens mit Kalk" Arch. Eisenhüttenwesen 1955, 26, no. 9, 497—506.

42. *И. Ю. Кожевников, Л. А. Шварцман:* К термодинамике реакции дефосфорации железа. Доклады А. Н. СССР, 1657, 113, № 2, 376-379.
43. *В. Н Шихов:* Методика исследования кинетики высокотемпературного процесса. Труды У.П.И., сб. 67, 78-91, Металлургиздат 1957.
44. *Svarcman L. A.:* Thermodynamické zkoumání reäkci odslreni a odfosforeni zeleza. Hutnické listy 1957, 12, No. 11 965-970 (Citat după Реферативный журнал-металлургия 6/1956-11507).
45. *О. А. Есин, Е. С. Воронцов, С. К. Чучмарев:* Диффузия фосфора и кальция в расплавленных шлаках $CaO — Al_2O_3 — SiO_2$ и $CaO — P_2O_5$, Ж. Физ-хим. 1957, 31, № 10, 2322 — 2327.
46. *О. А. Есин:* Электрохимия расплавленных шлаков — Труды У.П.И., сб. 67, 5-27 Металлургиздат 1957.
47. *О. А. Есин, В. Н. Шихов:* Порядок реакции и лимитирующие стадии процесса обесфосфоривания стали. Труды У.П.И., сб. 67, 69-77, Металлургиз ат 1957.
48. *О. А. Есин, В. Н. Шихов:* Влияние состава шлака и температуры на скорость обесфосфоривания металла. Труды У.П.И., сб. 72, 237-245, Металлургиздат, 1957.
49. *Е. С. Воронцов, О. А. Есин:* О механизме диффузии в жидких шлаках-Известия А.Н. СССР, О.Т.Н., 1958, 2, 152, 55.
50. *A. N. Nesmeianov și a.:* Lucrări practice de radiochimie. Traducere din limba rusă. Ed. Tehnică 1959.
51. *Mircea C. Oncescu:* Fizica protecției contra radiațiilor. Ed. Academiei R.P.R. 1958.

К ВОПРОСУ ТЕРМОДИНАМИКИ ОБЕСФОСФРИВАНИЯ СТАЛИ

(Краткое содержание)

На основании данных, полученных методом радиоктивных индикаторов о распределении фосфора меду металлом и шлаком, были определены тепловой эффект, энтропия и термодинамический потенциал реакции обесфосфоривания в четырех различных по основности шлака случаях.

Изменение рассчитанных величин в зависимости от основности шлака объясняется комплексностью взаимодействия присутствующих в жидком щлаке катинов и анионов. Меньшая обесфосфоривающая способность более кислых шлаков овъняется меньшим электростатическим потенциалом аниона PO_4^{---} чем аниона SiO_4^{----}. По мере увеличения содержания SiO_2, благодаря перегруппировке кремне — кисилородных анинов, их электростатический потенциал уменьшается, приближаясь к величине потенциала аниона PO_4^{---}. Поэтому обесфосфоривающия способность исследованного шлака вначале падает, а потом остается постоянной.

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF THE THERMODYNAMICS OF STEEL DEPHOSPHORATION

(S u m m a r y)

Based upon the experimental data regarding the distribution of phosphorus in the slag and the metallic bath obtained by means of the radioactive indicator method, the following were calculated: the thermal effect of the dephosphoration reaction, variation of entropy and variation of the isobar thermodynamic potential of this reaction for four slags of different basicity.

Variation of values obtained in termes of slag basicity is explained by the complex interaction between the cations and anions existing in the fluid slag.

The lower de phosphorizing potential of more acid slags is explained by the electrostatic potential of the PO_4^{---} anion which is lower than that of the SiO_4^{----} anion. With increase of the SiO_2 contenent, due to regrouping of the silicon and oxygen anions, their electrostatic potential decreases, drawing close to that of the PO_4^{---} anions. Following this decrease, the dephosphoration potential of the slag studied remains constant.

CONTRIBUTIONS Ă L'ÉTUDE DE LA THERMODYNAMIQUE DE LA DÉPHOSPHORATION DE L'ACIER

(R é s u m é)

En se basant sur les données expérimentales concernant la répartition du phosphore entre le laitier et le bain métallique, obtenues par la méthode des indicateurs radioactifis, l'auteur calcule l'effet thermique de la reaction de déphosphoration, la variation de l'entropie et la variation du potentiel thermodynamique isobare de cette réaction pour quatre laitiers de différentes basicités.

La variation des valeurs obtenues en fonction de la basicité du laitier est expliquée par l'interaction complexe des cations et des anions présents dans le laitier liquide.

Le pouvoir déphosphorant plus faible des laitiers plus acides est expliqué par le potentiel électrostatique de l'anion PO_4^{---} plus petit que celui de l'anion SiO_4^{----}. Leur potentiel electrostatique diminue au fur at à mesure de l'augmentation du taux de SiO_2, due au processus de regroupement des anions de silicium et d'oxygène, et se rapproche du potentiel des anions PO_4^{---}. Par suite, le pouvoir déphosphorant du laitier étudié, après avoir subi une diminution, se maintient constant.

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER THERMODYNAMIK DER STAHLENTPHOSPHORIERUNG

(Zusemmefasung)

Auf Grund einiger mit der Methode der radioaktiven Indikatoren erlangenen Forschungsergebnisse über die Verteilung des Phosphors zwischen der Schlacke und dem Metallbad, wird die Wärmetönung der Entphosphorierungsreaktion, sowie die Entropieäderung und die isobare Variation des thermodynamischen Potentials dieser Reaktion für vier Schlacken mit verschiedener Basizität gerechnet.

Die Variation der gefundenen Werte, bezogen auf der Basizität der Schlacke, wird durch eine komplexe gegenseitige Wirkung zwischen den vorhandenen Kationen und Anionen in der flüssigen Schlacke erklärt.

Die niedrigere Entphosphorierungsfähigkeit der sauereren Schlacken wird auf Grund eines kleineren elektrostatischen Potentials des PO_4^{---} Anions in Vergleich mit dem SiO_4^{----} Anion erklärt.

Mit steigendem SiO_4 Gehalt nimmt der elektrostatische Potential ab und nähert sich dem Potential des PO_4^{---}Anion, dank einem Umgruppierungsprozess der Silizium — und Sauerstoffanionen. Infolgedessen, nach einer gewisen Abnahme, bleibt die Entphosphorierungsfähigkeit der geforschten Schlacken konstant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

BARE CU PEREȚI SUBȚIRI CU PROFILE ÎNCHISE PE REAZEME MULTIPLE*)

PETRE AUGUSTIN

Se consideră o bară de secțiune constantă cu pereți subțiri, avînd profil închis, rezemată pe mai multe reazeme. Calculul la încovoiere al barei în aceste condiții nu prezintă nici o dificultate, utilizînd de exemplu ecuația celor trei momente.

Pentru calculul la răsucire, se poate proceda în modul următor.

Se consideră o porțiune de pe trei reazeme consecutive, care introduc restrîngeri la răsucire, notate cu $n-1$, n și $n+1$ (fig. 1). Problema fiind

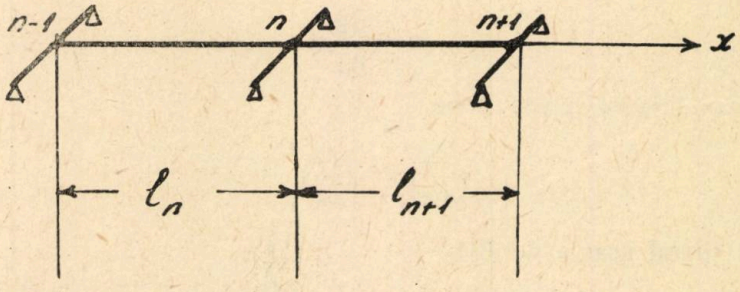


Fig. 1

static nedeterminată la răsucire, reacțiunile suplimentare introduse de reazeme se vor determina prin condiții de deformație.

În cadrul ipotezelor clasice ale barelor cu pereți subțiri se consideră expresia bimomentelor $B_{\bar{\omega}}$

$$B_{\bar{\omega}_{tot}} = -\frac{1}{E I_{\bar{\omega}}} \frac{d^2 \beta}{d x^2} \tag{1}$$

*) Comunicare prezentată la cea de a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

unde β este o funcție legată de unghiul de răsucire φ prin relația

$$\frac{d\varphi}{dx} - \nu\frac{d\beta}{dx} = \frac{M_x}{G I_e} \tag{2}$$

celelalte mărimi avînd semnificațiile obișnuite din teoria barelor cu pereți subțiri [1].

Porțiunea de bară detașată din bara întreagă (fig. 1) se consideră secționată pe fiecare reazem.

Luînd ca origine pentru axa ox reazemul din mijloc se integrează expresia (1) pe ambele porțiuni de bară, cuprinse respectiv între reazemele $n, n+$ și $n, n-1$,

$$\begin{aligned} E I_{\bar{\omega}}\left[\beta_{n+1} - \beta_n - l_{n+1}\left(\frac{d\beta}{dx}\right)'_n\right] &= -\int_0^{l_{n+1}}\int_0^x B_{\bar{\omega}_{tot}}\, dx \\ E I_{\bar{\omega}}\left[\beta_{n-1} - \beta_n - l_n\left(\frac{d\beta}{dx}\right)''_n\right] &= -\int_0^{l_n}\int_0^x B_{\bar{\omega}_{tot}}\, dx \end{aligned} \tag{3}$$

Condiția de deformație care se poate pune în secțiunea de pe reazemul n este că deplanarea u a feței din stînga, este egală și de semn contrar cu cea a feței din dreapta.

Deoarece deplanarea u are expresia

$$u = \frac{d\beta}{dx}\bar{\omega} \tag{4}$$

această condiție se poate scrie

$$\left(\frac{d\beta}{dx}\right)'_n = \left(\frac{d\beta}{dx}\right)''_n \tag{5}$$

respectiv ținînd seama de (3)

$$\frac{1}{l_{n-1}}\int_0^{l_{n+1}}\int_0^x B_{\bar{\omega}_{tot}}\, dx + \frac{1}{l_n}\int_0^{l_n}\int_0^x B_{\bar{\omega}_{tot}}\, dx + E I\left[\frac{\beta_{n-1} - \beta_n}{l_{n-1}} + \frac{\beta_{n-1} - \beta_n}{l_n}\right] = 0 \tag{6}$$

Aici $B_{\bar{\omega}_{tot}}$ se poate presupune ca fiind suma între un bimoment cunoscut $B_{\bar{\omega}_s}$ determinat în ipoteza că bara este secționată pe reazeme, și a unui bimoment necunoscut $B_{\bar{\omega}}$ produs din condițiile de continuitate, respectiv de bimomentele de pe reazeme ; $B_{\bar{\omega}_{n-1}}, B_{\bar{\omega}_n}$ și $B_{\bar{\omega}_{n+1}}$.

Expresia bimomentului $B_{\bar{\omega}}$ pentru porțiunea cuprinsă între reazemele $n-1$ și n se poate scrie

$$B_{\bar{\omega}} = B_{\bar{\omega}_n}\frac{\operatorname{sh} k(l_n - x)}{\operatorname{sh} k l_n} + B_{\bar{\omega}_{n+1}}\frac{\operatorname{sh} k x}{\operatorname{sh} k l_n} \tag{7}$$

Astfel încît prin integrare se obține

$$\frac{1}{l_n}\int_0^{l_n}\int_0^x B_{\bar{\omega}}\,dx = B_{\bar{\omega}_n} l_n \frac{k\,l_n \operatorname{ch} k\,l_n - \operatorname{sh} k\,l_n}{k^2\,l^2\,\operatorname{sh} k\,l_n} + B_{\bar{\omega}_{n-1}} l_n \frac{\operatorname{sh} k\,l_n - k\,l_n}{k^2\,l_n^2\,\operatorname{sh} k\,l_n}, \tag{8}$$

expresia care se poate scrie prescurtat

$$\frac{1}{l_n}\int_n^l\int_0^x B_{\bar{\omega}}\,dx = B_{\bar{\omega}_n}\, l_n\, r_n + B_{\bar{\omega}_{n-1}}\, l_n\, s_n \tag{9}$$

Analog se obține pentru cealaltă porțiune

$$\frac{1}{l_{n+1}}\int_0^{l_{n+1}}\int_0^x B_{\bar{\omega}}\,dx = B_{\bar{\omega}_n}\, l_{n+1}\, r_{n+1} + B_{\bar{\omega}_{n+1}}\, l_{n+1}\, s_{n+1} \tag{10}$$

Aici

$$k = \sqrt{\frac{G\,I_d}{E\,I_{\bar{\omega}}}} \tag{11}$$

Notînd

$$\frac{1}{l_{n+1}}\int_0^{ln+1}\int_0^x B_{\bar{\omega}_s}\,dx = R_{n+1} \tag{12}$$

$$\frac{1}{l_n}\int_0^{l_n}\int_0^x B_{\bar{\omega}_s}\,dx = R_n$$

condiția (6) se poate scrie

$$B_{\bar{\omega}_{n-1}}\, l_n\, s_n + B_{\bar{\omega}_n}(l_n\, r_n + l_{n+1}\, r_{n+1}) + B_{\bar{\omega}_{n+1}}\, l_{n+1}\, s_{n+1} + R_n + R_{n+1} = E\,I_{\bar{\omega}}\left[\frac{\beta_{n+1}-\beta_n}{l_{n+1}} + \frac{\beta_{n-1}-\beta_n}{l_n}\right] \tag{13}$$

ecuația analogă ecuației celor trei momente.

Utilizînd relația (2) ecuația celor trei bimomente (12) se poate scrie

$$B_{\bar{\omega}_{n-1}}\, l_n\, s_n + B_{\bar{\omega}_n}(l_n\, r_n + l_{n+1}\, r_{n+1}) + B_{\bar{\omega}_{n+1}}\, l_{n+1}\, s_{n+1} + R_n + R_{n+1} = E\,I_{\bar{\omega}}\left[\frac{\varphi_{n+1}-\varphi_n}{\nu\, l_{n+1}} + \frac{\varphi_{n-1}-\varphi_n}{\nu\, l_n}\right] - \frac{\int_0^{l_{n+1}} M_x\,dx + \int_0^{ln} M_x\,dx}{\nu\, G\, I_C} \tag{14}$$

Ecuația obținută poate fi extinsă și în cazul secțiunilor încastrate, caz în care deplanarea fiind împiedecată se introduce $\beta = 0$.

Este ușor de observat că se pot scrie atîtea ecuații sub forma (13) sau (14) cîte sînt necesare pentru completa soluționare a problemei puse.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *Aug. Petre:* Aplicarea metodei parametrilor inițiali în calculul barelor cu pereți subțiri cu profile închise de mai multe ori. Bul. I.P.B.

ТОНКОСТЕННЫЕ БАЛКИ ЗАКРЫТОГО ПРОФИЛЯ НА НЕСКОЛЬКИХ ОПОРАХ

(Краткое содержание)

В работе выводится уравнение грёх бимоментов для тонкнстенного неразрывного стержия на нескольких опорах.

THIN WALLED CONTINUOUS MULTI-CELL RODS

(Summary)

Paper deduces the tree bimoment equation for thin walled continuous multi-cell rods.

BARRES À PAROIS MINCES À PROFILS FERMÉS SUR PLUSIEURS APPUIS

(Résumé)

Dans le présent travail on deduit l'équation des trois bimoments pour une barre à parois minces continue sur plusieurs appuis.

DÜNNWANDIGE VIELFACH AUFLIEGENDE BALKEN MIT GESCHLOSSENEN PROFILEN

(Zusammenfassung)

Es wird die Gleichung der 3 Bimomente für einen dünnwandigen kontinuierlichen Balken mit mehreren Stützen aufgestellt.

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 2

APRILIE — IUNIE

1960

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

1963

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 2

APRILIE — IUNIE

1960

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin*, cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Răduleț*, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

ȘTIINȚE SOCIALE

P. IONIȚĂ — Contribuții la analiza acțiunii legii egalizării ratei profitului în imperialism 13

MATEMATICĂ

I. M. MIU — Asupra unor clase de ecuații cu derivate parțiale. 29
I. M. MIU — Integrarea unor clase de ecuații diferențiale cu ajutorul operatorilor diferențiali 51
G. SUDAN — Démonstrations géométriques de quelques thèoremes sur les fractions continues 73
I. ENACHE — E. WASSESTROM — Sur une consequance de l'aspect afine de la géométrie descriptive 85

CHIMIE

A. IANU, GR. TEODORESCU, I. NICULESCU — Descompunerea clorului de potasiu cu acid clorhidric 89
V. PARAUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU, F. DANEȘ — Cinetica schimbului ionic 103
I. DRIMUȘ, M. KLANG, FL. MĂTASĂ — La préparation des acétates d'amyle synthétiques 123

FIZICĂ

I. VIEROȘANU, I. VIEROȘANU — Determinarea concentrației componenților dintr-un amestec de substanțe optice active. 135

ELECTRONICĂ

M. MARIS — Studiul circuitelor de cale cu relee de curent continuu alimentate în curent alternativ prin redresor . . 153

TRANSPORTURI

GH. LELESCU — Calculul prețului de cost pe o secție de remarcare, în funcție de caracteristicile liniei și a locomotivei . 175

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

А. ИОНИЦЫ — По поводу исследования действия закона средней нормы прибыли при империализме . . 13

МАТЕМАТИКА

М. ИОН — О некоторых классах уравнений в частных производных 29

М. ИОН — Интегрирование некоторых классов дифференциальных уравнений при помощи дифференциальных операторов 51

Г. СУДАН — Теоремы о ценных дворях доказаны геометрическим путём 73

И. ЭНАКЕ, Э. ВАССЕРШТРОМ — Последствие аффиного вида начертательной геометрии 85

ХИМИЯ

А. ЯНИ, Гр. ТЕОДОРЕСКУ, И. НИКУЛЕСКУ — Разложение Бертолетовой соли хлороводородом . . . 89

В. ПЫРЫУШАНУ, О. ЛАНДАУЭР, К. МАТЕЕСКУ, Ф. ДАНЕШ — Кинетика ионообмена система . . . 103

И. ДРИМУШ, М. КЛАНГ, Кл. МЫТАСЭ — Получение синтетических амил ацетатов 123

ФИЗИКА

И. ВИНЕРОШАНУ, И. — Определение концентрации компонентов в смеси оптически активных веществ . . 135

ЭЛЕКТРОНИКА

И. МАРИШ — Исследование рельсовых цепей, питаемых переменным током с реле постоянного тока по випрямителем 153

ТРАНСПОРТ

Гх. ЛЕЛЕСКУ — Спсциальный метод вычисления себестоимости на участке в зависимости от профиля, от характерных черт паровоза и от степени использования товарных вагонов. 175

CONTENTS

SOCIALES SCIENCES

A. IONIȚĂ — Contributions to the analysis of the action of the law of equalizing the profit rate in imperialism . . . 13

MATHEMATICS

M. ION — With reference to ones classes ofequations with partial derivations 29

M. ION — The integration of some classes of differential equations by means of differential operators 51

G. SUDAN — Theorems concerning the continuons fractions demonstred geometrically 73

I. ENACHE, E. WASSERSTROM — A consequence of the related aspect of the discriptive geometry 85

CHEMISTRY

A. IANU, GR. TEODORESCU, I. NICULESCU — Decompositions of potassium chlorate with hydrochloric acid . . 89

V. PARAUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU, F. DANEȘ — Ion exchange kinetic 103

I. DRIMUS, M. KLANG, CL. MATASA — Technical preparation of the synthetic amyl acetates. 123

PHYSICS

I. VIEROSANU, I. VIEROSANU — The determination of components concentration from a mixture from a mixture af optical active substances. 135

ELECTRONICS

M. MARIȘ — The study of truck circuits fel with alternating. 153

TRANSPORTS

GH. LELESCU — A special method for calculating the price of cost on a trailing section in function of the profile of the Railwayy, the characteristics of the degree of utilizing the good trucks. 175

SOMMAIRE

SCIENCES SOCIALES

A. IONIȚĂ — L'action de la loi de l'égalisation de taux de profit sous le régime impérialiste. 13

MATHEMATIQUES

M. ION — Sur certains equations a derivées partielles . . 29

M. ION — L'integration de certaines classes d'équations différentielles a l'aide d'opérateurs différentiels . . . 51

C. SUDAN — Démonstrations géométriques de quelques théoremes sur les fractions continues 73

I. ENACHE, E. WASSERSTROM — Sur une conséquance de l'aspect affine de la géométrie descriptive 85

CHIMIE

A. IANU, GR. TEODORESCU, I. NICULESCU — La décomposition du chlorate de potasiu par l'acide chlorydrique. 89

V. PARAUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU, F. DANES — La cinétique de l'échange, d'ions 103

I. DRIMUS, N. KLANG, Cl. MATASA — La préparation des acétates d'amyle synthétiques 123

PHYSIQUE

I. VIEROȘANU, I. VIEROȘANU — La détermination de la concentration des composants d'un certain mélange de substances optiquement actives. 135

ELECTRONIQUE

I. MARIS — L'étude des circuits de voie alimentés en courant alternatif avec rélais de courent continu et redresseur. 153

LES TRANSPORT

GH. LELESCU — Méthode spéciale de calcul du prix de revient sur une section de remorquage en fonction du profil de la voie, des caracteristiques de la locomotive et du degré d'utilisations des wagons a marchandises . . 175

INHALT

SOZIAL WISSENSCHAFTEN

A. IONIȚĂ — Beitrag zur Analyse der Auswirkung des Gesetzes in Bezug auf die Egalisierung der Profitrate im Imperialismus 13

MATHEMATIK

M. ION — Über klassen von leichungen mit Teilableitungen. 29
M. ION — Die Integrierung gelisser Klassen der Differential-Gleichungen mit Hilde der Differentialoperateure. . . 51
G. SUDAN — Sätze die Kettenbrüche betreffen auf geometrischen wege Dargestellt. 73
I. ENACHE, E WASSERSTROM — Eine Volge des afinen Aspektes der Darstellenden Geometrie 85

CHEMIE

A. IANU, GR. TEODORESCU, I. NICULESCU — Die Zersetzung von Kaliumchlorat durch Salzsaure. . . . 89
V. PARAUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU, F. DANEȘ —Die Kinetik des Ionenaustanches 103
I. DRIMUS, M. KLANG, CL. MATASA — Die Erhaltung des Syntetischen Amyl Azetaten. 123

PHYSIK

I. VIEROSANU, I. VIEROSANU — Konzentraztions bestimmung der Komponenten in einem Gemisch optisch aktiver Soffe. 135

ELEKTRONIK

M. MARIS — Das Studium vom mit Wechselstrom Gespasten und mit Gleichstromrelais und Gleichrichtern ausgestatteten Greisstromkreisen. 153

VERKEHRWESEN

GH. LELESCU — Die Spezielle Berechungsmethode für Selbstkosten auf einer Betriebsstrecke, im zusammenhang mit dem Längenprofil der Strecke, des Kennzeichn der Lokomotive und Des Benüthungsgrades der Gütterwagen. . 175

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

ȘTIINȚE SOCIALE

CONTRIBUȚII LA ANALIZA ACȚIUNII LEGII EGALIZĂRII RATEI PROFITULUI ÎN IMPERIALISM *

de PAVEL IONIȚA

Cercetarea problemei acțiunii legii egalizării ratei profitului în condițiile capitalismului contemporan răspunde nu numai unor cerințe teoretice, dar mai ales cerințelor puse de lupta revoluționară împotriva capitalismului și a ideologiei burgheze.

Precum se știe, în concepția economică a lui K. Marx, teoria valorii, teoria plusvalorii și teoria egalizării ratei profitului sînt indistructibil legate între ele și pun în lumină inevitabilitatea pieirii capitalismului sub loviturile revoluției proletare. Tocmai de aceia economiștii burghezi, apologeți ai capitalismului, au căutat și caută în diverse chipuri să lovească în învățătura marxistă născocind pretinse contradicții în mărețul eșafodaj științific al „Capitalului" și negînd valabilitatea tezelor economiei politice marxist-leniniste pentru condițiile imperialismului. Pe această linie apologetică și falimentară a luptei ideologice a burgheziei împotriva marxismului se înscrie și negarea acțiunii legii egalizării ratei profitului.

Activitatea economiștilor vulgari și eforturile lor de a „nimici" teoria marxistă a egalizării ratei profitului este o consecință directă și o parte integrantă a luptei înverșunate și fără succes pe care aceștia o desfășoară de aproape un secol împotriva teoriei plusvalorii. În acest scop economiștii apologeți ai imperialismului își epuizează imaginația născocind teorii și rețete de „întinerire" a capitalismului al căror răsunet artificial este, chiar pentru burghezie, adesea de o durată mai mică decît timpul cheltuit pentru inventarea lor. Simultan cu aceste „noutăți", ideologii capitalismului monopolist dezgroapă și folosesc ruginite teorii vulgare create în secolul trecut. Astfel „formula trinitară", una din tezele de căpătîi care este utilizată de generații de apologeți ai capitalismului, se regăsește într-o formă sau alta și la economiștii burghezi contemporani. Indiferent de varietatea etichetelor, concepția apologetică după care profitul este rezultatul „muncii proprii" a capitalistului, se întîlnește nu numai la economiștii vulgari ai secolului al XIX-lea, dar și la Keynes, J. Robinson, Boulding, W. Röpke, etc. Potrivit acestei concepții prin care capitalismul este prezentat ca o orînduire dreaptă în care fiecare clasă își obține veniturile

* Text prescurtat al comunicării prezentate la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1959).

din „munca" proprie, mărimea salariului ar fi chipurile determinată de cantitatea muncii depuse de muncitor, iar mărimea profitului fiecărui capitalist de „munca" respectivului capitalist, de capacitățile sale, de gradul de „productivitate" a capitalului său individual. Pe această linie, negarea egalizării ratei profitului se împletește cu propaganda absurdă a scăderii absolute a profitului, a „nivelării veniturilor", a „democratizării" capitalului, etc. Ba chiar Keynes prezicea autolichidarea automată a profitului!

În epoca noastră, cînd socialismul a devenit o realitate măreață a cărei forță de atracție exercită o influență covîrșitoare asupra omenirii, încercările apologetice ale ideologilor capitalismului monopolist s-au înmulțit, ele tinzînd să prezinte capitalismul contemporan drept o orînduire nouă în care n-ar mai acționa legile obiective descoperite de K. Marx. Dar realitatea dovedește dimpotrivă că legile economiei capitaliste, inclusiv legea egalizării ratei profitului, acționează și în imperialism, în condițiile ascuțirii tuturor contradicțiilor capitalismului muribund.

Cercetările întreprinse de o serie de economiști sovietici, în primul rînd de S. L. Vîgodschi, au demonstrat tendința egalizării ratei profitului în imperialism. Noi ne vom ocupa succint numai de unele aspecte și consecințe ale acțiunei acestei legi în condițiile capitalismului contemporan.

I.

Baza egalizării ratei profitului este concurența și migrarea capitalului dintr-o ramură într-alta. Trăsăturile caracteristice ale imperialismului determină unele modificări în modul de acțiune a legii egalizării ratei profitului, modificări legate de faptul că libera concurență a fost înlocuită prin monopol. Se știe astfel că prin poziția lor dominantă monopolurile împiedică libera migrare a capitalurilor în ramurile monopolizate, micșorează mobilitatea capitalului, și ca urmare, monopolurile obțin nu profit mijlociu, ci profit înalt, monopolist. Dar concurența nu dispare, ci este ridicată pe o treaptă și mai înaltă. Migrarea capitalurilor în ramurile monopolizate, deși puternic frînată, nu poate fi suprimată. Ca urmare, tendința egalizării ratei profitului își croiește drum și în imperialism. Această tendință, care în capitalismul premonopolist se realizează prin procese complicate în care abaterile de la rata mijlocie a profitului se compensează pe perioade mari, se manifestă în imperialism extrem de complex și contradictoriu, iar abaterile ratelor profitului de la rata medie sînt mari și îndelungate. Aceste modificări care decurg din dominația monopolurilor se referă deci la felul în care se manifestă această lege. Tezele fundamentale ale teoriei egalizării ratei profitului, inclusiv schemele — tabele prin care Marx le demonstrează, își găsesc, cu modificările impuse de repartizarea monopolistă a capitalului social, deplina aplicabilitate în imperialism. Și în imperialism prețurile de vînzare a mărfurilor sînt determinate, în ultimă instanță, de prețurile de producție și prin acestea, de valoare. În același timp, datorită poziției lor și compoziției organice ridicate a capitalurilor lor, monopolurile și în primul rînd cele mai puternice, sînt avantajate în lupta de concurență pentru împărțirea plusvalorii totale.

Printre particularitățile legate de modul de acțiune a legii egalizării ratei profitului în imperialism menționăm succint următoarele:

a) Principalele ramuri de producție fiind monopolizate, concurența dintre ramuri este în primul rînd concurență între diferite monopoluri și grupe financiare.

b) Stăpînirea a mai multor ramuri de producție de către una și aceiași grupare financiară, dă posibilitate respectivei grupări să transfere rezervele financiare dintr-o ramură într-alta.

c) Cu cît gradul de monopolizare este mai înalt, cu atît mai rezistentă este frîna pusă de respectivul monopol și grup financiar în calea pătrunderii de noi capitaluri în ramură și cu atît mai mari și mai trainice sînt supraprofiturile acestui monopol. În același timp cu cît mai înalte sînt depășirile supraprofitului față de profitul mijlociu, cu atît mai mult sporește tendința pătrunderii altor capitaluri monopoliste în ramurile care dau cel mai înalt supraprofit.

Particularitățile acțiunii legii egalizării ratei profitului în imperialism se concretizează în următoarea situație:

Datorită dominației monopolurilor migrarea capitalurilor în ramurile monopolizate este frînată, iar acțiunea legii egalizării ratei profitului se desfășoară în condiții deosebit de complexe și contradictoriu. Rezultatul este că în imperialism acest proces al egalizării nu se poate „desăvîrși" și concretiza la fel ca în capitalismul premonopolist într-o rată mijlocie a profitului, procent valabil practic pentru toate întreprinderile. Cu alte cuvinte, dacă în capitalismul premonopolist rata mijlocie a profitului se „fixa" și se cunoștea practic și destul de precis, iar ratele individuale ale profitului încasat de diverși capitaliști oscilau destul de apropiat de această rată medie, în imperialism, practic vorbind, nu mai aveam de-a face cu o rată mijlocie o profitului, un procent concret și în general valabil pentru toți capitaliștii, monopoliști sau nemonopoliști. Rata profitului întreprinderilor monopoliste este *regulat* considerabil mai înaltă decît ratele profitului întreprinderilor mici și mijlocii. Tot pe această bază avem de-a face cu decalajul considerabil între valoare-preț de producție și prețul de monopol, etc. Aceasta nu infirmă acțiunea legii valorii și a legii egalizării ratei profitului în condițiile capitalismului contemporan, ci arată numai particularitățile acțiunii lor în imperialism față de capitalismul premonopolist, particularități determinate de trăsăturile imperialismului.

Ca urmare a situației lor dominante monopolurile sînt net avantajate în lupta de concurență și de împărțire a masei de plusvaloare între capitaliști. În timp ce monopolurile obțin rate înalte de profit, întreprinderile nemonopoliste, de regulă, nu ating nici *media ipotetică* a ratei profitului. O consecință este că posibilitatea micilor întreprinderi independente de a efectua reproducția lărgită, de a utiliza tehnica nouă este în însemnată măsură limitată.

Decurge de asemeni că, *cu cît un monopol dispune de capitaluri mai mari, cu atît are mai largi posibilități de a utiliza în avantajul său redistribuirea plusvalorii și cu atît mai înalte vor fi profiturile sale.* Mărimea capitalului, gradul de monopolizare și mărimea profitului sînt factori interdependenți: calitatea de monopol constituie baza obținerii profitului monoplist, iar asi-

gurarea poziției de monopol, creșterea mărimii capitalului sînt dependenți de obținerea profitului înalt monopolist.

Rezultă în același timp că mărimea profitului încasat de *fiecare* monopol în parte va depinde de puterea respectivului monopol. Raportul de forțe dintre monopoluri va decide lupta pentru reîmpărțirea plusvalorii între monopoluri. În timp ce întreprinderile mici vor obține de regulă profitul cel mai scăzut, societățile mari și îndeosebi cele mai mari monopoluri vor obține rate tot mai înalte de profit, așa cum rezultă din următoarele 3 tabele privitoare la profitul monopolist în S.U.A. *

Raportul dintre profit și suma vînzărilor (%) *Tabela 1*

	1947	1951	1953	1954	1956	1957
Intreprinderi mici (active pînă la 250 000 $)	6,4	3,7	2,6	1,9	3—3,5	2,5—3
Cele mai mari monopoluri (active peste 100 mil. $)	11,3	14,2	11,4	10,9	cca. 14	cca. 13

Tabela 2

	Rulaj vînzări (milioane $)		Procent față de totalul vînzării		Profit (mil. dolari)	
	1947	1954	1947	1954	1947	1954
Toate soc. industr. prelucrătoare SUA	150.692	248.507	—	—	16.394	20.541
Soc. mici (sub 250 000 $ active)	6.782	12.551	4,4	5	436	237
Monopolurile cele mai mari (cu active peste 100 mil. $)	52.391	115.321	34	46	5.907	12.572

	Procent profit față de vînzări		Procent profit față de total profit	
	1947	1954	1947	1954
Toate soc. industr. prelucrătoare SUA	10,8 %	8 %	—	—
Soc. mici sub 250 000 $ active)	6,4 %	1,9 %	2,5 %	1,1 %
Monopolurile cele mai mari (cu active peste 100 mil. $)	11,3 %	10,9 %	36 %	61 %

* Alcătuite după datele prezentate în: S. L. Vîgodschi: „Teoria profitului mediu și prețurilor de producție a lui Marx în lumina datelor actuale"; „Miravaia economica i mejdunarodnîe atnașenia", nr. 5/1957, nr. 2/1959.

Tabela 3

Ponderea celor 24 monopoluri miliardare în cadrul celor mai mari, 500 de corporații din industria prelucrătoare a S. U. A.

Anul	Active în totalul activelor celor 500 corporații mari	In rulajul vînzărilor	In nr. de muncit.	In profit (după scăderea impozitelor)	In capitalul investit
1956	34,7 %	40,3 %	30,4 %	43,4 %	41,3 %
1957	36,0 %	41,0 %	31,3 %	47,8 %	43,3 %

Realitatea confirmă deci particularitățile arătate mai înainte ale acțiunii legii egalizării în imperialism. Din comentariile făcute în lucrare asupra tabelelor desprindem următoarele observații:

a) Decalajul în favoarea celor mai mari monopoluri, față de micile întreprinderi, se constată la toți indicii;

b) În cadrul acestor indici, creșterea cea mai rapidă se constată la *coloana-profit:*

— în 8 ani (1947—1954) și respectiv 11 ani (1947—1957), decalajul între ratele suigeneris ale profitului marilor monopoluri și ale întreprinderilor mici a crescut de aproape 3 ori.

c) Din totalul profitului, partea întreprinderilor mici a scăzut de la 2,5% (1947), la 1,1% (1954), în timp ce la monopoluri a crescut de la 36% (1947), la 61% (1954).

d) Creșterea profitului monopolist este cu mult superioară ritmului de creștere a volumului vînzărilor și a numărului de muncitori utilizați de monopoluri (deci a crescut *intensitatea muncii.*).

e) Partea cea mai mare a profitului este încasată de cele mai mari monopoluri — monopoluri miliardare, citadelele principale ale dominației oligarhiei financiare în producție: în 1957 din totalul profitului celor mai mari 500 de monopoluri din industria prelucrătoare din S.U.A. 47,8% a revenit celor *24 monopoluri miliardare.* Astfel cele mai mari 500 corporații din S.U.A. au obținut în 1957 un profit total de 11,657 milioane dolari (după scăderea impozitelor). Dintre acestea, 24 corporații miliardare au obținut aproape jumătate din totalul profitului de 11.657 milioane dolari, respectiv 5.568,4 milioane. Două trusturi uriașe, Standard Oil (N-J) și General Motors, au obținut aproape 15% din totalul profitului celor 500 societăți și cca 1/3 din totalul profitului celor 24 corporații miliardare.

Toate acestea permit așa dar monopolurilor să-și însușească în favoarea lor roadele tendinței de egalizare a ratei profitului, ele fiind beneficiari exclusivi ai procesului distribuirii plusvalorii între capitaliști.

II

Astfel de rate înalte ale profitului se explică deci prin faptul că, datorită poziției de monopol și a urmărilor ei, monopolurile frînează pătrun-

derea capitalurilor în ramurile pe care le domină. Dar pătrunderea capitalurilor mari nu poate fi oprită definitiv.

Dacă monopolurile dintr-o ramură fixează prețuri la un nivel foarte ridicat, obținînd o rată a profitului cu mult mai înaltă de cît în celelalte ramuri monopolizate, acest fapt intensifică încercările capitalului monopolist din alte ramuri să pătrundă în această ramură foarte rentabilă. Această pătrundere se face în condițiile unei acerbe lupte în care victoria va fi decisă de raportul de forță dintre adversari.

Cu cît gradul de monoplizare e mai înalt, cu atît profitul și rata profitului sînt mai înalte, și, dimpotrivă, cu cît gradul de monopolizare scade (de pildă în cazul pătrunderii de noi capitaluri în ramura respectivă) cu atît rata profitului se reduce. Cu cît gradul de monopolizare a celor mai rentabile ramuri este mai înalt, în aceiași măsură se formează condiții pentru creșterea tentativelor de pătrundere a altor capitaluri în aceste ramuri. Deci sporirea gradului de monopolizare generează simultan creșterea profitului ramurilor monopolizate și condițiile viitoarei modificări a rînduelilor monopoliste din aceste ramuri, ale scăderii relative a ratei profitului, ale apropierii ratelor profitului acestor ramuri de „profitul mijlociu", îndeosebi de ratele profiturilor monopolurilor din alte ramuri. *Aceasta se explică prin faptul că posibilitățile pătrunderii de noi capitaluri cresc pe măsura creșterii monopolizării și a creșterii profitului monopolist. Posibilitățile pătrunderii de noi capitaluri în ramurile monopolizate cele mai rentabile, se creiază pe două căi: prin asocierea unor mari capitaliști și prin acumularea de capital potențial.* În ce privește prima cale procesul e lesne de înțels. În ce privește cea de a doua cale, trebuie spus că, cu cît gradul de monopolizare în ramurile principale este mai înalt, pătrunderea în aceste ramuri ale capitalurilor mici și mijlocii este mai grea, dacă nu imposibilă. Dar tocmai dominația acestor ramuri de către monopoluri și neputința introducerii de noi capitaluri în aceste ramuri duc la creșterea acumulării de capital potențial. De asemeni trebuie avut în vedere că pe măsura creșterii volumului capitalului monopolist, al extinderii controlului pe care el îl exercită și, legat de acestea, pe măsura sporirii părții profitului monopolist în masa totală a profitului, investirea capitalurilor individuale mici și mijlocii în ramurile mai puțin monopolizate devine tot mai puțin rentabilă și tot mai riscantă. Din aceste cauze volumul capitalurilor neinvestite crește necontenit. La un moment dat aceste capitaluri potențiale ating un volum suficient pentru a încerca ruperea barierelor puse de monopolurile dominante și formarea de noi monopoluri. Sprijinul diverselor grupe financiare și folosirea rivalităților dintre monopolurile existente, sînt factori ce înlesnesc transformarea acestor capitaluri potențiale în capital monopolist.

În primul deceniu al sec. al XX-lea Ford și-a instaurat dominația în industria automobilelor. Profitînd de situația sa monopolistă aproape nelimitată Ford a obținut profituri uriașe:

Anul	rata profitului
1904	283%
1907	378%

Atrași de aceste profituri uriașe grupe financiare puternice (Morgan și Dupönt), centralizînd prin băncile controlate de ele numeroase capitaluri mici și mijlocii, au pătruns printr-o înverșunată luptă de concurență în domeniul pînă atunci dominat exclusiv de Ford. Astfel în 1908 ia ființă trustul General Motors. Ca urmare a luptei de concurență în această ramură, rata profitului lui Ford a început să scadă. Dacă în 1907 ea era de 378%, în 1908 ea a scăzut la 111%. Pe măsura ce lupta între Ford și noul venit creștea rata profitului continua să scadă. În 1926, rata profitului realizată de Ford a atins nivelul cel mai scăzut — 12%. Ford a fost silit să admită prezența noului monopol ale cărui resurse financiare au fost suficiente nu numai pentru a rezista, ci ele au îngăduit trustului General Motors să împingă trustul Ford pe locul al doilea. Ulterior rata profitului a început din nou să crească. De îndelungata luptă de concurență între Ford și General Motors au căutat să profite două societăți independente de automobile, Chrysler și Dodge. Ele și-au întărit pe nesimțite pozițiile și în anul 1929 în scopul de a-și uni eforturile pentru a participa cu succes la împărțirea pieții automobilelor, au fuzionat înființînd un al treilea trust în această ramură — trustul Chrysler.

Concurența a subminat poziția atotputernică a lui Ford. În 1927 victoria lui General Motors este marcată prin împingerea lui Ford pe locul al doilea în producția și vînzarea de automobile, iar după 1930 pe locul trei, de Chrysler, care ocupă vremelnic locul doi. Lupta între aceste trei trusturi a continuat ducînd la modificări în raportul de forțe dintre ele. În preajma celui de al doilea război mondial Ford și-a sporit puterea ridicîndu-se la locul doi, în timp ce Chrysler, mult slăbit, a trecut pe locul trei.

Am dat aci exemple de pătrundere a noi capitaluri în ramurile monopolizate deosebit de rentabile, și am văzut că aceasta necesită capitaluri și rezerve uriașe.

Dar nu totdeauna reușesc pătrunderile de capitaluri noi. Rata înaltă a profitului obținută de aceste trei trusturi care acaparează piața de automobile a S.U.A. a tentat în continuare și pe alți capitaliști să întemeieze un nou trust. În anii 1950—1953 un mare capitalist, Henri Kaiser, a încercat să-și facă loc în industria americană de automobile și să fondeze o nouă societate. Dar cu toate că era un financiar puternic, pînă la urmă a eșuat în încercarea sa de a acapara o parte considerabilă din piața automobilelor. Puternicele trusturi, General Motors și Ford continuă să domine producția și desfacerea de automobile în S.U.A.

Rezultă astfel că lupta de concurență dintre monopoluri, ca și încercările capitalurilor potențiale de a pătrunde în ramurile monopolizate, tind să niveleze ratele profitului monopolist și să le atragă spre profitul mijlociu. Ori de cîte ori rata profitului unui monopol depășește considerabil și ferm ratele profitului monopolurilor din alte ramuri, are loc, mai devreme sau mai tîrziu, în ciuda opoziției monopolului respectiv, migrarea de capital în aceste ramuri, creșterea luptei de concurență, scăderea ratei profitului.

Reiese astfel că și în imperialism acționează legea egalizării ratei profitului deoarece, deși *libera* concurență a fost înlocuită cu monopolul, concurența n-a dispărut, ci s-a ascuțit și mai mult. Migrarea capitalurilor continuă tinzînd să egalizeze în primul rînd ratele profiturilor monopoliste.

III

Tendința egalizării ratei profitului este pusă în lumină și de alte fenomene precum este în primul rînd mișcarea prețurilor de monopol.

Ca urmare a faptului că monopolurile obțin profituri înalte ce depășesc profitul mijlociu, prețurile la care monopolurile își vînd produsele includ o cotă superioară de profit, mai înaltă decît partea inclusă în prețul de producție. Aceste prețuri de monopol sînt formate din cheltuielile de producție, plus profitul mijlociu, plus supraprofitul monopolist. Deosebirea dintre prețurile de monopol și prețurile de producție nu constă numai în mărimea absolută a acestora, ci mai ales, în cota de profit pe care o includ. În acest sens ar fi greșit să afirmăm că prețul înalt constituie condiția sine qua non a obținerii profitului înalt de monopol. Monopolurile pot fixa — în anumite limite — prețuri care să depășească considerabil prețul de producție. Această posibilitate este cu atît mai mare cu cît monopolul domină mai puternic în ramura respectivă. Dar această posibilitate are anumite limite; în primul rînd ea e limitată de aceleași cauze care limitează creșterea continuă a ratei profitului acestui monopol peste rata celorlalte monopoluri. De asemenea creșterea prețului de monopol este limitată într-o anumită măsură de puterea de absorbție a piețelor. Limita este într-adevăr foarte largă permițînd monopolurilor pur și simplu jefuirea consumatorilor. Dar depășirea acestor largi limite atrage după sine împiedicarea realizării plusvalorii prin stocarea mărfurilor, întreruperea rotației capitalului, etc. Nu trebuie de loc trecute cu vederea nici limitele pe care le pune lupta de concurență în ce privește creșterea exagerată a prețurilor la mijloacele de producție. Dacă prețurile acestora ating un astfel de nivel în cît sînt atinse bazele rentabilității întreprinderilor consumatoare de mijloace de producție, acest fapt, împletit cu tentația profiturilor uriașe ce se realizează în sectorul I, determină transferul de capital în acest sector și de asemeni determină întreprinderile monopoliste consumatoare să se ocupe ele însile de producerea mijloacelor de producție necesare. Dacă noile capitaluri nu reușesc să pătrundă în ramura cu prețuri monopoliste foarte ridicate, ele încearcă să submineze forța respectivului monopol acaparîndu-i, sau limitîndu-i sursele de materii prime, acaparînd transporturile, limitîndu-i creditele, etc. Întreprinderile consumatoare pentru a se pune la adăpost de constrîngerea pe care o pot exercita prin prețuri înalte, monopolurile producătoare de materii prime (cărbune, metal, etc.), caută să dețină surse de materii prime, căi de transport, etc., necesare producției lor de bază. De pildă, Ford deține mine, întreprinderi siderurgice și de construcții de mașini, mijloace de transport proprii, etc.

Consecință a profitului monopolist, prețul de monopol devine la rîndul său un instrument pentru sporirea profitului monopolist. Cu cît monopolizarea unei ramuri este mai puternică și concurența mai slabă, cu atît există posibilități mai mari pentru sporirea prețului de monopol. Firește că aceasta este foarte avantajos pentru respectivul monopol, deoarece el poate obține mari supraprofituri fără introducerea tehnicii noi. Această tendință este limitată de factorii arătați. Invers, cu cît gradul de monopolizare este mai redus, sau cu cît concurența crește cu atît prețurile de piață se vor apropia mai mult de prețul de producție. Dar chiar dacă prețurile nu scad, ci se mențin la un nivel relativ ridicat, ascuțirea concurenței și dificultățile realizării plusvalorii barează *temporar, în acel moment,* posibilitatea utilizării creșterii prețului de monopol ca pîrghie de mărire a ratei și masei profitului. În aceste condiții monopolurile, în goana lor după profit cît mai înalt, sînt silite să-și perfecționeze tehnica pentru a reduce cheltuielile de producție și a mări pe această cale profitul în cadrul prețului de vînzare dat. Exportul de capital, profiturile înalte din colonii, militarizarea economiei, etc. capătă o deosebită importanță, printre altele și datorită faptului că prețul de vînzare în metropolă nu poate fi ridicat la infinit.

Pe baza analizei acestei probleme, lucrarea formulează următoarea teză privitoare la mișcarea prețului de monopol:

Mișcarea prețului de monopol se desfășoară în cadrul a două tendințe contradictorii: pe de o parte, tendința sporirii continue a prețurilor de monopol, iar pe de altă parte, tendința de apropiere a prețului de monopol de valoare.

Dintre aceste 2 tendințe, prima e dominantă (fără a exclude pe a 2-a).

Prima tendință e dominantă pentrucă:

a) Prin poziția lor monopolurile au posibilitatea să sporească considerabil prețul de vînzare peste prețul lor de producție;

b) Prin simpla sporire a prețurilor lor, fără nici o cheltuială suplimentară de capital, fără nici un risc (ex.: uzura morală), monopolurile își pot spori uriaș supraprofiturile — jefuind masele poporului în calitate de consumatori.

Dar această sporire a supraprofiturilor prin simpla creștere a prețurilor are anumite limite, căci așa cum am văzut, prețul de monopol nu poate fi ridicat la infinit. La un moment dat limitele demonstrate mai înainte, pun bariere în calea creșterii prețului de monopol și ca urmare prețul stagnează la un anumit nivel. În cazul creșterii puternice a concurenței și în condițiile restrîngerii pieții datorită pauperizării maselor, etc. prețurile scad, sînt atrase către valoare, manifestîndu-se astfel tendința opusă.

În aceste condiții pîrghia sporirii prețului pentru creșterea profiturilor nu mai poate fi utilizată un anumit timp. Aceiași goană după supraprofituri, în aceste condiții cînd posibilitățile sporirii prețului ca mijloc de sporire a profitului au fost temporar epuizate și cînd concurența crește împingînd prețul spre valoare, silește monopolurile să introducă în anumite

limite (sporadic, inegal, în unele ramuri, în deosebi în cele legate de militarizare, etc.) tehnica nouă.

Acest recurs temporar și sporadic la tehnica nouă prin care se obțin noi supraprofituri, creiază în același timp, din nou, condițiile utilizării sporirii puternice și îndelungate a prețului de monopol pentru supraprofituri și mai ridicate. Și deseori, după cum ne-o arată faptele, introducerea de mijloace tehnice noi este însoțită și urmată îndeaproape de sporirea puternică a prețurilor de monopol. Aceste două tendințe se interpătrund, se intercondiționează, dominantă fiind tendința de sporire continuă a prețului de monopol și respectiv tendința spre stagnare a dezvoltării tehnicii.

Prin urmare aceste două tendințe opuse trebuiesc avute în vedere în analiza mișcării prețurilor, deoarece prezintă o mare însemnătate teoretică și politică. Prima tendință are la bază frînarea acțiunii legii egalizării ratei profitului. A doua tendință este rezultatul impunerii acțiunii ei asupra monopolurilor. Prima tendință exprimă puternica creștere a putrezirii capitalismului în imperialism ,tendința puternică de stagnare a dezvoltării tehnice. A doua tendință explică condițiile progresului tehnic în imperialism.

A afirma că profitul monopolist se obține *numai* prin preț înalt de monopol înseamnă a admite că imperialismul nu se mai dezvoltă, că are loc o stagnare completă a introducerii tehnicii noi, teză greșită combătută de Lenin.

Tezele cu privire la cele două tendințe contradictorii ale prețului de monopol contribuie la explicarea unor fenomene din imperialism, ca de pildă: caracterul profund antagonist al dezvoltării forțelor de producție în capitalismul contemporan, caracterul introducerii noii tehnici, creșterea putrezirii capitalismului și a pauperizării maselor poporului, etc.

În ultima parte a lucrării este examinată teza egalității între suma prețurilor și suma valorilor mărfurilor în imperialism. Se analizează această problemă în cadrul unei țări și pe întreaga economie mondială capitalistă, confirmîndu-se că tendința egalității între suma prețurilor și suma valorilor mărfurilor este valabilă, în esență și pentru imperialism. Dacă adunăm prețurile mărfurilor întreprinderilor monopoliste, incluzînd în rîndurile mărfurilor nemonopolizate forța de muncă și mărfurile produse de micii producători, atît din țările imperialiste, cît și din țările coloniale, semicoloniale, și din țările slab dezvoltate, atunci suma prețurilor tuturor mărfurilor va fi egală cu suma valorilor lor.

Pe piața mondială capitalistă, monopolurile practică pe scară largă schimburile neechivalente. Diferența de prețuri în schimbul între țările imperialiste și țările slab dezvoltate se transformă în supraprofit monopolist. Diferența este acoperită în ultimă instanță de: a) munca neplătită a maselor muncitoare din țările slab dezvoltate; b) o parte din munca necesară a muncitorilor și micilor producători în calitate de consumatori.

Legat de aceasta în comunicare se atinge și problema valorii și prețului de vînzare a forței de muncă în imperialism. Forța de muncă este singura marfă care se vinde în imperialism la prețuri considerabil mai mici decît valoarea ei. Aceasta este un izvor principal al unor mari supraprofituri pentru monopoluri. În această ordine de idei monopolurile se

pot asemăna cu un fel de casă de schimb de la care masele muncitoare primesc o valoare considerabil mai mică decît valoarea forței de muncă pe care sînt silite s-o cedeze în schimb capitalistului. Monopolurile sînt astfel jefuitorii mondiali ai popoarelor aflate încă sub dominația capitalului.

La monopoluri suma prețurilor mărfurilor vîndute de ele depășește suma valorilor lor, în timp ce la țările slab dezvoltate suma prețurilor mărfurilor vîndute de ele monopolurilor este mai mică decît valoarea. Pe întreaga economie mondială capitalistă, suma prețurilor este egală cu suma valorilor, diferența în minus a țărilor slab dezvoltate se regăsește în diferența în plus a țărilor imperialiste. Numai repartizarea e deci modificată în imperialism. Această modificare oglindește marea însemnătate pe care o are în imperialism exportul de capital, exploatarea de către monopoluri a țărilor slab dezvoltate.

În încheierea lucrării sînt analizate cîteva aspecte particulare în legătură cu acțiunea legii egalizării în imperialism și anume:

A. O consecință importantă a faptului că monopolurile frînează migrarea capitalurilor, frînează egalizarea ratei profitului și deci și legea valorii, este creșterea puternică a disproporțiilor în economia capitalistă contemporană, creșterea anarhiei în producție, ceea ce contribuie la agravarea ciclului industrial capitalist (firește nu este singura cauză). Aceste consecințe dovedesc odată în plus falsitatea teoriilor burgheze despre așa zisul „capitalism organizat", „planificat", „fără crize", etc.

Prin tendința egalizării ratei profitului, legea valorii își croiește drum și în imperialism. Tocmai prin aceasta se realizează, cu pierderi mari și tot mai disproporționat, repartizarea spontană a capitalurilor, a muncii sociale pe diverse ramuri.

Datorită particularităților acțiunii legii egalizării ratei profitului în imperialism, acțiunea legii valorii ca regulator spontan al producției și circulației este însă frînată și se efectuează incomparabil mai dificil decît în capitalismul premonopolist. Totuși această acțiune continuă.

Punerea sub semnul îndoielii, sau negarea acțiunii legilor egalizării ratei profitului în imperialism și deci și a legii valorii este falsă din punct de vedere politic. Ea include presupunerea eronată că dezvoltarea economiei capitaliste contemporane ar fi complet paralizată, că ar avea loc o stagnare absolută, teză care la rîndul ei duce la concluzii false și dăunătoare, printre altele la negarea unor importante învățături politice trase de Marx din analiza acțiunii legii egalizării ratei profitului.

Pe de altă parte teza negării legii egalizării ratei profitului și a legii valorii — teză propagată de economiștii burghezi și revizioniști (Marshall, J. Robinson, Strachey, etc.), este parte integrantă de bază a teoriilor apologetice ale „capitalismului organizat", „capitalismului fără crize", teorii prin care burghezia încearcă să prezinte un tablou trandafiriu al imperialismului și să demobilizeze clasa muncitoare de la lupta împotriva capitalismului.

B. Care e rezultatul general al repartizării profitului între diferitele categorii de capitaliști în urma acțiunii legii economice fundamentale a capitalismului în imperialism și a legii egalizării ratei profitului ?

a) În raport cu mărimea capitalului și, mai ales, în raport cu mărimea controlului pe care-l exercită, grupele oligarhiei financiare obțin profiturile cele mai înalte (cu un capital ce reprezintă 3—5% din capitalul trustului „American Telephon and Telepragh", grupul Rockefeller-Morgan obține un procent de cîteva ori mai mare din totalul profitului. De aci și un anumit interes economic al monopoliștilor de a difuza acțiuni de mică valoare la un număr cît mai mare de oameni și substratul — nu unic — al propagandei „capitalismului popular" !)

b) urmează apoi în ordinea puterii lor, marii capitaliști care își însușesc cîtimi importante din profitul total.

c) capitaliștii mici și mijlocii, fie că sînt proprietari de întreprinderi, fie că dețin acțiuni la monopoluri, obțin cam același profit, incomparabil mai mic decît al oligarhiei financiare (de regulă sub profitul mijlociu).

Toate acestea dovedesc justețea aprecierilor făcute de Lenin că în imperialism un pumn de monopoluri uriașe obțin profituri de miliarde prin spolierea a sute de milioane de oameni din întreaga lume capitalistă și luptă între ele pentru împărțirea prăzii.

C. Recunoașterea și studierea acțiunii legii egalizării ratei profitului și ale particularităților și consecințelor ei în imperialism prezintă multă însemnătate politică. Cum se știe, prin analiza acestei legi Marx a descoperit baza economică a comunității de interese a capitaliștilor ca clasă, și a fundamentat necesitatea, ca factor obiectiv, a unității strînse a clasei muncitoare pe plan național și internațional. Această concluzie revoluționară se impune cu deosebită tărie în perioada actuală. Recunoașterea acțiunii legii egalizării în imperialism, cu particularitățile ei, demască falsitatea, caracterul reacționar al teoriilor burgheze și revizioniste contemporane care neagă existența legilor economice descoperite de Marx și valabilitatea lor în perioada imperialismului și caută să destrame unitatea internațională de luptă a clasei muncitoare, să lovească în internaționalismul proletar.

D. Totodată particularitățile pe care le are acțiunea legii egalizării în capitalismul contemporan, arată că repartizarea profitului capitalist se face extrem de inegal și această inegalitate crește. Aceasta produce unele spărturi în „comunismul capitalist" (după expresia lui Marx utilizată pentru repartizarea proporțională a masei profitului între capitaliști). Contradicțiile în sînul clasei capitaliștilor cresc în luptă pentru împărțirea plusvalorii smulsă prin exploatarea maselor muncitoare, (în deosebi între monopoliști și capitaliștii mici și mijlocii). Așa cum arată documentele de partid și practica luptei de clasă, nu trebuie să ignorăm și nici să exagerăm importanța acestor contradicții (interesul major al întregii clase capitaliste în exploatarea clasei muncitoare e fundamental și dominant). Strîngîndu-și laolaltă forțele împotriva capitalului, întărind necontenit unitatea internațională de luptă a oamenilor muncii în jurul statelor socialiste, în frunte cu U.R.S.S., clasa muncitoare utilizează, în interesul

sfîrîmării orînduirii capitaliste şi aceste contradicţii interne din sînul clasei capitaliştilor, pentru a lovi şi destrăma şi mai mult frontul capitalist, dezvoltînd lupta majorităţii poporului împotriva celor mai reacţionare şi agresive vîrfuri ale capitaliştilor, oligarhia financiară — şi creîînd condiţiile corespunzătoare victoriei mondiale a păcii şi socialismului.

Catedra de economie politică
Institutul Politehnic Bucureştt

ПО ПОВОДУ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЙСТИЯ ЗАКОНА СРЕДНЕЙ НОРМЫ ПРИБЫЛИ ПРИ ИМПЕРИАЛИЗМЕ

(Краткое содержание)

Сообщение сжато излагает и исследует некоторые особенности воздействия закона средней прибыли в условиях современного капитализма.

В дальнейшем рассматривается взаимодействие между тенденцией к установлению средней нормы прибыли и флуктуацией монопольных цен.

В этой главе автор излагает некоторые тезисы, относящиеся к тенденции флуктуации монопольных цен и исследует их органическую связь с обострением противоречий в развитии производственных сил при империализме.

В работе кратко исследуются некоторые вопросы равенства между суммой цен и суммой ценности товаров при империализме, а также некоторые последствия, к которым приводит влияние закона средней нормы прибыли и закон цен товаров при современном капитализме.

На основе проведенного анализа автор разоблачает ложность некоторых буржуазных теорий в связи с „организованным капитализмом", „Капитализмом без кризисов" и т.д. и выявляет практическое политическое значение учета последствий, вытекающих как следствие воздействия закона средней нормы прибыли на борьбу пролетариата, на борьбу за мир и за победу социализма.

CONTRIBUTIONS TO THE ANALYSIS OF THE ACTION OF THE LAW OF EQUALIZING THE PROFIT RATE IN IMPERIALISM

(Summary)

The paper analyses some peculiarities of the way the law of equalizing the profit rate acts under the conditions of present-day capitalism. The relation between the tendency of equalizing the profit rate and the fluctuation of monopoly prices is also examined.

In this chapter, the author puts forward some theses on the tendencies of the fluctuation of the monopoly prices and analyses their organic

relation with the problem of the sharpening the contradictory character oi the development of the forces of production under imperialism.

Some aspects of the thesis of equality between the sum of prices and the sum of the commodities values under imperialism as well as some consequences of the way of action of the law of equalizing the profit rate and the law of value under contemporary capitalism are briefly examined.

On the basis of this analysis, the paper exposes the falseness of various bourgeois theories on „organized capitalism", „capitalism without crises" etc and it points out the practical political importance of the taking into consideration of the consequences resulting from the way the law of equalization of the profit rate works in support of the struggle of the proletariat for the defence of peace and the victory of socialism.

L'ACTION DE LA LOI DE L'ÉGALISATION DU TAUX DU PROFIT SOUS LE RÉGIME IMPÉRIALISTE (CONTRIBUTIONS A SON ANALYSE)

(Résumé)

Cette communication énonce et fait en même temps une analyse succinte de quelques particularités du mode d'action de la loi de l'égalisation du taux du profit, dans les conditions du capitalisme contemporain.

On y examine par la suite les rapports entre la tendeance d'égalisation du taux du profit et le mouvement des prix de monopole. Dans ce chapitre, l'auteur -nonce quelques thèses concernant les tendances du mouvement des prix de monopole et y analyse le lien organique les rattchant au problème qui approfondit le caractère contradictoire du développement des forces productives sous le régime impérialiste.

On y considère succintement quelques aspects concernant la thèse de l'égalité entre la somme des prix et la somme des valeurs des marchandises sous l'impérialisme. On y envisage de même certaines conséquences imposées lar le mode d'action de la loi établissant l'égalisation du taux du profit ainsi que la loi de la valeur sous le régime capitaliste contemporain.

L'analyse sert aussi à démasquer combien fausses sont les différentes théories bourgeoises sur les soidisant „capitalisme organisé" ou „capitalisme sans crises" etc.

BEITRAG ZUR ANALYSE DER AUSWIRKUNG DES GESETZES IN BEZUG AUF DIE EGALISIERUNG DER PROFITRATE IM IMPERIALISMUS

(Zusammenfassung)

Die Mitteilung erörtert und analysiert kurz einige Merkmale der Wirkungsart des Gesetzes über die Egalisierung der Profitrate unter den

Umständen des zeitgenössischen Kapitalismus. Weiterhin wird die Beziehung zwischen Tendenz der Egalisierung der Profitrate und der Bewegung der Monopolpreise geprüft.

In diesem Kapitel erörtert der Verfasser einige Thesen in bezug auf die Tendenzen der Bewegung der Monopolpreise und analysiert deren organische Verbindung mit dem Problem der Vertiefung des widersprüchlichen Charakters der Entwicklung der Produktions kräfte im Imperialismus.

Es werden kurz einige Veranschaulichungen in bezug auf die These der Egalität zwischen Summe der Preise und Summe der Werte der Waren im Imperialismus und einige Auswirkungen die die Wirkungsart des Gesetzes über die Egalisierung der Profitrate und des Gesetzes der Werte im zeitgenössischen Imperialismus hat, geprüft.

Auf dieser Analyse aufgebaut wird die Falschheit der verschiedenen bürgerlichen Theorien über den „organisierten Kapitalismus", „Kapitalismus ohne Krisen" usw. aufgedeckt und es wird die praktische politische Bedeutung unterstrischen welche die in Augenscheinnahme der Konsequenzen der Wirkungsweise des Gesetzes der Egalisierung der Profitrate für den Kampf des Proletariats zur Erhaltung des Friedens und dem Sieg des Sozialismus, hat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

MATEMATICA

ASUPRA UNOR CLASE DE ECUAȚII CU DERIVATE PARȚIALE *

MIU M. ION

I. Probleme la limită pentru ecuația poliarmonică

Vom rezolva unele probleme la limită — dintre care o parte cunoscute — prin procedee mai simple și în genere mai ușor de aplicat.

Vom trata însă și probleme noi, printre care problema poliarmonică pentru coroana circulară, apoi vom da o formulă aproximativă pentru calculul unor bare prismatice torsionate, remarcînd că în acest fel se poate extinde studiul și în alte domenii.

Admitem de la început cunoscută existența și unicitatea soluției, problema fiind numai găsirea acesteia.

A. Probleme la limită pentru semiplan, semispațiu, etc.

Metoda de calcul constă în obținerea soluțiilor acestor probleme direct din soluțiile problemelor pentru cerc, sferă, etc., considerate cunoscute, făcînd ca raza cercului, sferei să tindă către infinit.

a) *Problema lui Dirichlet pentru semiplanul* $y \geqslant 0$.

Să se afle funcția armonică $U(x,y)$ continuă în semiplanul $y > 0$ și pe dreapta $y = 0$, cînd se dă valoarea ei $\psi(x)$ pe axa $y = 0$.

Plecăm de la formula lui Poisson pentru cerc [1] pag, 618:

$$v(\varrho, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) \frac{a^2 - \varrho^2}{\varrho^2 - 2a\varrho\cos(\varphi - \theta) + a^2} d\theta , \qquad (1)$$

unde $f(\theta)$ este valoarea funcției armonice $v(\varrho, \varphi)$ pe cercul de rază a. În această formulă punem (fig. 1):

$$MN = \varrho^2 - 2a\varrho\cos(\varphi - \theta) + a^2 = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2,$$

$s = a\theta$, și avem:

$$w(X_0, Y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a\pi}^{a\pi} \psi(s) \frac{a^2 - X_0^2 - Y_0^2}{(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2} \cdot \frac{ds}{a} \qquad (2)$$

*) Comunicată la I.C.F. în aprilie 1957.

Deplasăm axa X paralelă cu ea pînă vine tangenta la cerc, avem: $X = x$, $X_0 = x_0$, $Y = y - a$, $Y_0 = y_0 - a$ și (2) devine:

$$w(x_0, y_0 - a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a\pi}^{a\pi} \psi(s) \frac{2ay_0 - x_0^2 - y_0^2}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \frac{ds}{a}$$

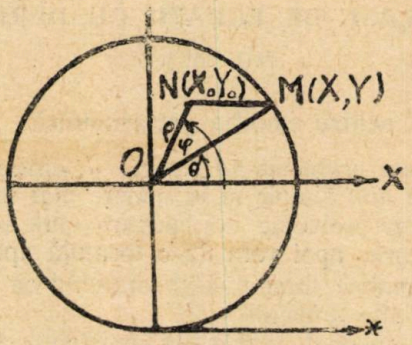


Fig. 1

Facem ca $a \to \infty$ și atunci cercul devine axa x și $y \to 0, s \to x$ iar formula precedentă după ce am înlocuit pe x_0, y_0, x respectiv cu x, y, t devine:

$$u(x, y) = \frac{y}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\psi(t)}{(t - x)^2 + y^2} dt \,, \tag{3}$$

care este formula căutată [1] pag. 634.

Analog se procedează pentru problema lui Dirichlet pentru semispațiu.

b) *Problema semiplanului în elasticitatea plană*

Von rezolva problema în mod analog ca în cazul precedent pentru ecuația biarmonică.

Se cere să se găsească funcția $u(x,y)$ biarmonică în semiplanul $y \geqslant 0$, continuă în acest semiplan și pe axa $y = 0$ care să îndeplinească condițiile la limită:

$$u\Big|_{y=0} = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = g(x)$$

Se știe [2] pag. 356 soluția u a ecuației biarmonice $\Delta\Delta u = 0$, care satisface pe cercul C cu centrul în origină și de raza a, condițiile:

$$u\Big|_c = f(s), \quad \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_c = g(s) \cdot$$

Această soluție este:

$$u(\varrho, \varphi) = \frac{1}{2\pi a}(\varrho^2 - a^2)^2 \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(s)\,[a - \varrho\cos(\varphi - \theta)]\,d\theta}{[\varrho^2 - 2a\varrho\cos(\varphi - \theta) + a^2]^2} \right. \tag{4}$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{g(s)\,d\theta}{\varrho^2 - 2a\varrho\cos(\varphi - \theta) + a^2} \right\},$$

unde avem (fig. 1)

$$MN = \varrho^2 - 2a\varrho\cos(\varphi - \theta) + a^2 = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2$$

$$a - \varrho\cos(\varphi - \theta) = \frac{1}{a}(a^2 - XX_0 - YY_0)$$

$$s = a\theta$$

Formula 4) devine:

$$W(X_0, Y_0) = \frac{1}{2\pi a}(X_0^2 + Y^2 - a^2)^2 \left\{ \frac{1}{a^2}\int_{-a\pi}^{a\pi} \frac{f(s)\,(a^2 - XX_0 - YY_0)\,ds}{[(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2]^2} \right. \tag{5}$$

$$\left. - \frac{1}{2a}\int_{-a\pi}^{a\pi} \frac{g(s)\,ds}{(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2} \right\}.$$

Deplasăm axa X paralel cu ea pînă vine tangenta la cerc și formula 5) devine:

$$W(x_0, y_0 - a) = \frac{1}{2\pi a^2}(x_0^2 + y_0^2 - 2ay_0)^2 \left\{ \frac{1}{a}\int_{-a\pi}^{a\pi} \frac{f(s)\,[a^2 - xx_0 - (y - a)(y_0 - a)]}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2} ds \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_{-a\pi}^{a\pi} \frac{g(s)\,ds}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right.$$

În aceasta, facem ca $a \to \infty$ analog ca la problema precedentă, punînd în loc de x_0, y_0, x respectiv x, y, t și avem:

$$u(x, y) = -\frac{y^2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(t)\,dt}{(x - t)^2 + y^2} + \frac{2y^3}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)\,dt}{[(x - t)^2 + y^2]^2} \tag{6}$$

Această formulă dă funcția biarmonică $u(x, y)$ căutată.

B. **Problema poliarmonică pentru cerc și semiplan**

În „Ecuațiile fizicii matematice" de A. N. Tihonov și A. A. Samarski, (Editura Tehnică 1956) pag. 356 este tratată rezolvarea ecuației biarmonice pentru cerc. Ne propunem să generalizăm problema pentru ecuația poliarmonică.

a) *Cîteva chestiuni preliminare asupra ecuației cu derivate parțiale liniare cu coeficienți constanți și în cazul particular pentru ecuația poliarmonică.*

Fiind dată ecuația cu derivate parțiale:

$$\sum a_{jl} \frac{\partial^n u}{\partial x^j \partial y^l} = 0 \ , \ j + l = n \ , \ a_{jl} = \text{constanți}, \ n \text{ fix} \tag{7}$$

și dacă se consideră ecuația sa caracteristică:

$$\sum a_{jl} \beta^l = 0 \ , \tag{8}$$

cu rădăcinile $\beta_p \ (p = 1, 2, \ldots n)$
atunci integrala sa generală este.

$$u = \sum_{p=1}^{n} F_p \ (x + \beta_p \ y) \tag{9}$$

Dacă ecuația caracteristică are rădăcini multiple, atunci termenii corespunzători din integrala generală (9) vor fi de forma:

$$\sum_{q=0}^{m-1} y^q \ F_q \ (x + \beta \ y)$$

unde β este o rădăcină multiplă de ordinul m.

Să considerăm ecuația poliarmonică:

$$\triangle^n u = 0 \tag{10}$$

și ecuația caracteristică

$$(1 + \beta^2)^n = 0$$

care are rădăcinile $\beta = \pm i$ de ordinul n de multiplicitate.

Rezultă că soluția generală este:

$$u = \sum_{p=0}^{n-1} y^p \ F_p \ (x + i \ y) + \sum_{p=0}^{n-1} y^p \ \Gamma_p \ (x - i \ y) \cdot \tag{11}$$

Dacă în (11) punem: $z = x + i \ y, \ \bar{z} = x - i \ y$ se obține:

$$u = \sum_{p=0}^{n-1} (z - \bar{z})^p \ [F_p \ (z) + \bar{\Gamma}_p \ (t)] \tag{12}$$

Dezvoltînd $(z - \bar{z})^p$ se obține:

$$u = \sum_{p=0}^{n-1} \bar{z}^p \ \Phi_p \ (z) + \sum_{p=0}^{n-1} z^p \ \bar{\Psi}_p(z) \tag{13}$$

Această formulă generalizează formula lui Goursat de la ecuația biarmonică.

În (13) se înlocuiește :

$$\Phi_p(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m \varrho^m (\cos m\theta + i \sin m\theta)$$

$$\overline{\Psi}_p(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \varrho^m (\cos m\theta - i \sin m\theta)$$

unde $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$

și se obține soluția generală sub forma :

$$u(x, y) = \sum_{p=0}^{n-1} (x^2 + y^2)^p \varphi_p(x, y) \tag{14}$$

unde $\varphi_p(x, y)$ sînt funcții armonice

(Se ține cont că $\overline{z}^s z^q = p^{2s} z^{q-s}$)

Integrala generală 14) se scrie de asemenea :

$$u = \sum_{p=0}^{n-1} (\varrho^2 - a^2)^p \varphi_p \tag{15}$$

unde a este o constantă, iar φ_p sînt funcții armonice.

b) *Problema la limită pentru cerc.*

Să se determine funcția $u(x, y)$, n armonică în interiorul cercului cu centrul în origină, de rază a, continuă în interior și pe conturul acestui cerc și care să satisfacă la condițiile :

$$\left.\frac{\partial^m u}{\partial \varrho^m}\right|_{\varrho = a} = f(s), \quad m = 0, 1, 2, \ldots n-1$$

Conform acestor condiții din 15) rezultă relațiile :

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_0 = f_0(s) \\
&\varphi_0' + A_{10}^1 \varphi_1 = f_1(s) \\
&\varphi_0'' + A_{10}^2 \varphi_1 + A_{11}^2 \varphi_1' + A_{20}^2 \varphi_2 = f_2(s) \\
&\varphi_0''' + A_{11}^3 \varphi_1' + A_{12}^3 \varphi_1'' + A_{20}^3 \varphi_2 + A_{21}^3 \varphi_2' + A_{30}^3 \varphi_3 = f_3(s) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

unde A_{jl}^k sînt coeficienți ce rezultă din derivare, iar derivatele sînt în raport cu ϱ.

Cu ajutorul formulei lui Paisson se determină φ_0, deoarece din prima relație din (16) rezultă că valoarea sa pe cerc este dată.

Odată determinat φ_0, din a doua formulă din (15), se scoate valoarea lui φ_1 pe cerc, după care se găsește φ_1 și în modul acesta se procedează mai departe determinîndu-se succesiv $\varphi_2, \varphi_3, \ldots \varphi_{n-1}$.

Problema se mai poate rezolva însă făcînd observația (evidentă observînd pe Φ_p) că dacă φ este funcție armonică și $\varrho^m \dfrac{\partial^m \varphi}{\partial \varrho^m}$ este de asemenea armonică. Pentru determinarea funcțiilor φ_p se scriu n funcții armo-

nice, care pe cerc să aibă ca valoare membrul II al ecuațiilor 16). Avem (se ține cont de 16) :

$$F_0 = \varphi_0$$

$$F_1 = \frac{\varrho}{a}\frac{\partial \varphi_0}{\partial \varrho} + A^1_{10}\varphi_1$$

$$F_2 = \frac{\varrho^2}{a^2}\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \varrho^2} + A^2_{10}\varphi_1 + A^2_{11}\frac{\varrho}{a}\frac{\partial \varphi_1}{\partial \varrho} + A^2_{20}\varphi_2 \tag{17}$$

$$F_3 = \frac{\varrho^3}{a^3}\frac{\partial^3 \varphi_0}{\partial \varrho^3} + A^3_{11}\frac{\varrho}{a}\frac{\partial \varphi_1}{\partial \varrho} + A^3_{12}\frac{\varrho^2}{a^2}\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \varrho^2} + A^3_{20}\varphi_2 + A^3_{21}\frac{\varrho}{a}\frac{\partial \varphi_2}{\partial \varrho} +$$

etc... $+ A^3_{30}\varphi_3$

Se determină întîi funcțiile armonice F_0, $F_1 \ldots F_{n-1}$ din care se găsesc $\varphi_0, \varphi_1, \ldots \varphi_{n-1}$.

c) *Problema semiplanului pentru ecuația poliarmonică.*

Problema se tratează în mod analog, însă pornim pentru u cu expresia :

$$u = \sum_{p=0}^{n-1} y^p \varphi_p (x, y)$$

unde φ_p sînt funcții armonice, apoi se scriu condițiile la limită pentru $y = 0$ analoage cu (16), după care se determină din aproape în aproape funcțiile $\varphi_p (x, y)$ cu formula 3).

Particularizînd pentru $n = 2$ se obține în acest mod rezultatul dat de 6) pentru ecuația biarmonică.

Facem observația că rezultatul pentru semiplan se poate obține direct din cel obținut pentru cerc procedînd ca la A.

C. Probleme la limită tratate prin metoda erorii pătratice minime

În lucrarea „Contribuții la rezolvarea problemelor de mecanică aplicată" comunicată la sesiunea științifică a I.C.F. din 1956 am expus metode de rezolvare a problemelor, [4], [5], punînd condiția ca eroarea pătratică să fie minimă.

În cele ce urmează să aplicăm aceste rezultate în problemele la limită.

a) *Să se determine funcția armonică $u(x, y, z)$ continuă în domeniul cuprins între două sfere concentrice de raze r și R precum și pe suprafața ce mărginește acest domeniu, știind că pe cele două sfere primește respectiv valorile $f(\theta, \varphi)$ și $F(\theta, \varphi)$*

Pentru ca problema să fie posibilă trebuie îndeplinită condiția de uniformitate :

$$\int_\Sigma f(\theta, \varphi)\, d\sigma = \int_\Sigma F(\theta, \varphi)\, d\sigma \tag{18}$$

integralele fiind luate pe sfera de rază *1*.

În coordonate sferice, pentru un punct oarecare al domeniului avem:

$$x = \varrho \sin\theta \sin\varphi$$

$$y = \varrho \sin\theta \sin\varphi$$

$$z = \varrho \cos\theta \cdot$$

Funcția armonică $u(\varrho, \theta, \varphi)$ dezvoltată în serie după funcțiile sferice $S_n(\theta, \varphi)$ are forma:

$$u(\varrho, \theta, \varphi) = \sum_{-\infty}^{\infty} \varrho^n S_n(\theta, \varphi)$$

Ținînd cont că:

$$S_n(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^{2n+1} M_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)$$

$$S_{-(n+1)}(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^{2n+1} N_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)$$

expresia lui u devine:

$$u(\varrho, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \varrho^{-n-1} \left(\sum_{m=1}^{2n+1} M_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\right) + N_0 + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \varrho^n \left(\sum_{m=1}^{2n+1} N_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\right), \tag{19}$$

unde M_{nm}, N_{nm}, N_o sînt constante ce urmează a fi determinate.

Valorile $f(\theta, \varphi)$, $F(\theta, \varphi)$ ale funcției armonice pe cele două sfere dezvoltate după funcțiile sferice sînt:

$$f(\theta, \varphi) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{2n+1} a_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\right)$$

$$F(\theta, \varphi) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{2n+1} A_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\right)$$

Expresia erorii pătratice este:

$$\cup = \int_\Sigma [u, (r, \theta, \varphi) - f(\theta, \varphi)]^2 \, d\sigma + \int_\Sigma [u(R, \theta, \varphi) - F(\theta, \varphi)]^2 \, d\sigma$$

În această expresie înlocuim pe $u(r, \theta, \varphi)$, $u(R, \theta, \varphi)$, $f(\theta, \varphi)$, $F(\theta, \varphi)$ cu expresiile lor și obținem:

$$\cup = \int_\Sigma \Big[\sum_{n=0}^{\infty} r^{-n-1} \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} M_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big) + N_o + \sum_{n=1}^{\infty} r^n \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} N_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big) \tag{20}$$

$$- a_o - \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} a_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big)\Big]^2 \, d\sigma +$$

$$\int_\Sigma \Big[\sum_{n=0}^{\infty} R^{-n-1} \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} M_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big) + N_o + \sum_{n=1}^{\infty} R^n \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} N_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big)$$

$$- A_o - \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\sum_{m=1}^{2n+1} A_{nm} S_{nm}(\theta, \varphi)\Big)\Big]^2 \, d\sigma$$

Pentru ca eroarea pătratică să fie nulă trebuie ca funcțiile de sub cele două integrale să fie identic nule.

Aceasta conduce la:

$$\left.\begin{aligned} &N_o = a_o \ , \ N_o = A_o \\ &r^{-n-1} M_{nm} + r^n N_{nm} - a_{nm} = 0 \\ &R^{-n-1} M_{nm} + R^n N_{nm} - A_{nm} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Ținînd cont că din 18) rezultă $a_0 = A_0$ găsim din sistemul 21):

$$\left.\begin{aligned} &N_o = a_o = A_o \\ &M_{nm} = \frac{a_{nm} R^n - A_{nm} r^n}{R^n r^{-n-1} - R^{-n-1} r^n} \ , \ N_{nm} = \frac{A_{nm} r^{-n-1} - a_{nm} R^{-n-1}}{R^n r^{-n-1} - R^{-n-1} r^n} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Formulele (22) dau coeficienții seriei (19) ai funcției u căutate.

Această serie este uniform convergentă în domeniul cuprins între cele două sfere și primește pe cele două sfere valorile date.

b) *Problema coroanei circulare în cazul ecuației poliarmonice*

$$\triangle^p u = 0$$

Se cere funcția u, p armonică, continuă în interiorul și pe conturul coroanei circulare determinată de cercurile C_1 și C_2 de raze r_1 și r_2, care satisface la:

$$\left.\frac{\partial^j u}{\partial \varrho^j}\right|_{\varrho = r_1} = f_j(\theta) \ , \ \left.\frac{\partial^j u}{\partial \varrho^j}\right|_{\varrho = r_2} = g_j(\theta) \ , \ j = 0, 1, 2, \ldots, p-1$$

soluția generală a ecuației $\triangle^p u = 0$ după (14) este:

$$u = \sum_{m=0}^{p-1} \varrho^{2m} \varphi_m$$

unde φ_m sînt funcții armonice pe care le luăm sub forma:

$$\varphi_m = \sum_{-\infty}^{\infty} \varrho^n (M_{mn} \cos n\theta + N_{mn} \sin n\theta) \ , \ m = 0, 1, 2, \ldots p-1$$

Funcția u devine

$$u = \sum_{m=0}^{p-1} \varrho^{2m} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \varrho^n (M_{mn} \cos n\theta + N_{mn} \sin n\theta) \right] \tag{23}$$

Dezvoltînd pe $f_j(\theta)$, $g_j(\theta)$ în serie Fourier se obține:

$$f_j(\theta) = a^1_{jo} + \sum_{n=1}^{\infty} (a^1_{jn} \cos n\theta + b^1_{jn} \sin n\theta)$$

$$g_j(\theta) = a^2_{jo} + \sum_{n=1}^{\infty} (a^2_{jn} \cos n\theta + b^2_{jn} \sin n\theta)$$

Eroarea pătratică are expresia:

$$U=\sum_{j=0}^{p-1}\int_0^{2\pi}\left[\frac{d^j u(r_1,\theta)}{dr_1^j}-f_j(\theta)\right]^2 d\theta+\sum_{j=0}^{p-1}\int_0^{2\pi}\left[\frac{d^j u(r_2,\theta)}{dr_2^j}-g_j(\theta)\right]^2 d\theta$$

unde înlocuind, obținem:

$$U=\sum_{k=1}^{2}\left\|\sum_{j=0}^{p=1}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{d^j}{dr_k^j}\left\|\sum_{m=0}^{p-1}\left[\sum_{n=1}^{\infty} r_k^{-n+2m}(M_{m,-n}\cos n\theta - N_{m,-n}\sin n\theta)\right.\right.\right. \tag{24}$$

$$\left.\left.\left. r_k^{2m} M_{m,o}+\sum_{n=1}^{\infty} r_k^{n+2m}(M_{mn}\cos n\theta - N_{m,n}\sin n\theta)\right]\right\|$$

$$\left.-a_{jo}^k-\sum_{n=1}^{\infty}(a_{jn}^k\cos n\theta+b_{jn}^k\sin n\theta)\right\}^2 d\theta\Bigg\|$$

Punem condiția ca eroarea pătratică să fie zero, de unde rezultă că funcțiile de sub semnul integrală trebuie să fie identic zero, deoarece suma integralelor din pătrate de funcțiuni este nulă.

Pentru aceasta scriem că termenii liberi, coeficienții lui $\cos n\theta$ și $\sin n\theta$ sînt nuli.

Astfel anulînd coeficienții lui $\cos n\theta$ și termenii liberi obținem:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^j}{dr_k^j}\left(r_k^{-n+2(p-1)}M_{p-1,-n}+r_k^{-n+2(p-2)}M_{p-2,-n}+\cdots+r_k^{-n}M_{o,-n}\right.\\&\left.+r_k^{n+2(p-1)}M_{p-1,n}+r_k^{-n+2(p-2)}M_{p-2,n}+\cdots+r_k^{n}M_{o,n}\right)-a_{jn}^k=0\\&k=1,2,\qquad j=0,1,2,\cdots,p-1,\qquad \text{și } n\neq 0\end{aligned}\right\} \tag{25a}$$

$$\frac{d^j}{dr_k^j}\left(r_k^{2(p-1)}M_{p-1,o}+r_k^{2(p-2)}M_{p-2,o}+\cdots+r_k^2 M_{1,o}+M_{o,o}\right)-a_{jo}^k=0 \tag{25b}$$

$$k=1,2,\qquad j=0,1,2,\cdots p-1$$

Sistemul (25 a) de $2p$ ecuații cu $2p$ necunoscute dă coeficienții M_{mn}, $M_{m,-n}$ pentru $n\neq 0$.

Valorile coeficienților N_{mn}, $-N_{m,-n}$ se obțin respectiv din ale coeficienților M_{mn}, $M_{m,-n}$ înlocuind în acestea coeficienții a_{jn}^k cu b_{jn}^k

Sistemul (25^b) conține $2p$ ecuații numai cu p necunoscute.

Pentru ca sistemul să fie compatibil și deci problema să fie posibilă este nevoie ca coeficienții a_{jo}^k să satisfacă la p condiții.

Dacă condițiile de compatibilitate sînt îndeplinite, se determină din 25 b) și coeficienții $M_{m,o}$.

În modul acesta am determinat toți coeficienții funcției u din expresia 23).

Este evident că seria care dă pe u este uniform convergentă în domeniul coroanei, iar pe cele două cercuri primește valorile date.

Trebuie însă, așa cum am arătat, ca funcțiile f_j și g_j să nu fie date arbitrar, ci trebuie ca între a^1_{jo} și a^2_{jo}, adică între :

$$\int_0^{2\pi} f_j \, d\theta, \int_0^{2\pi} g_j \, d\theta, \, (j = 0, 1, \cdots p - 1)$$

să existe relațiile care rezultă din compatibilitatea sistemului 25 b).

— Pentru cazul particular $p = 2$ se obține problema coroanei circulare din elasticitatea plană. Această problemă a fost rezolvată de N. I. Mușhelisvili [3] pag. 291 cu ajutorul funcțiilor complexe.

Observație. În același mod se poate trata problema cînd funcțiunea u, de p ori armonică, depinde de mai mult de două variabile.

c) *Calculul aproximativ al eforturilor în bare prismatice torsionate, în cazul cînd secțiunea lor este simetrică față de 2 axe*

În cazul unei secțiuni simplu conexe a unei bare prismatice, solicitată de un moment de torsiune M_t, problema revine a găsi o funcție armonică $\varphi(x, y)$ care pe contur să aibă valoarea $\frac{x^2 + y^2}{2}$

Atunci componentele eforturilor sînt date de :

$$\left.\begin{aligned} \tau_{xz} &= G\theta\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - y\right) \\ \tau_{yz} &= -G\theta\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - x\right) \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

unde G este modul de elasticitate transversal, iar θ este răsucirea specifică, care este dată de :

$$M_t = 2G\theta \iint_D \left(\varphi - \frac{x^2 + y^2}{2}\right) dx \, dy, \tag{27}$$

unde domeniul D este secțiunea barei.

În cazul barelor cu secțiunea simetrică în raport cu 2 axe (fig. 2), vom rezolva problema lui Dirichlet aproximativ, luînd pentru funcția armonică φ expresia :

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 (x^2 - y^2) + \alpha_2 (x^4 - 6x^2 y^2 + y^4). \tag{28}$$

Ceoficienții $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ îi determinăm punînd condiția ca eroarea pătratică :

$$\cup = \int_C \left[\alpha_0 + \alpha_1 (x^2 - y^2) + \alpha_2 (x^4 - 6x^2 y^2 + y^4) - \frac{x^2 + y^2}{2} \right]^2 ds$$

să fie minimă. Integrala se face pe conturul secțiunii.

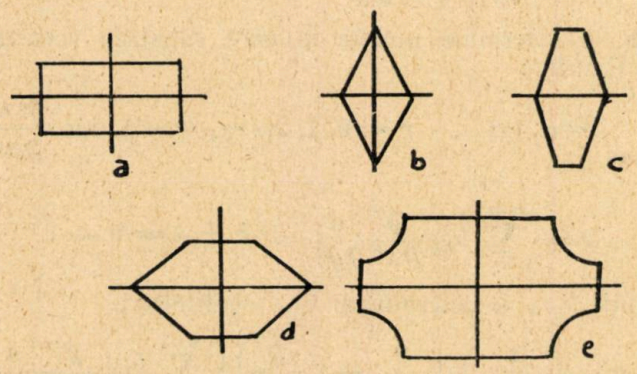


Fig. 2

Astfel coeficienții $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ se găsesc din ecuațiile :

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha_0} = 0 \ , \quad \frac{\partial U}{\partial \alpha_1} = 0 \ , \quad \frac{\partial \cup}{\partial \alpha_2} = 0$$

după care cu (27) determinăm pe θ, iar din (26) avem componentele efortului unitar într-un punct al secțiunii.

În caz că dorim o aproximație și mai bună în expresia lui φ se adaogă funcția armonică următoarea pară în x și y.

Astfel cu expresia (28) pentru o secțiune pătrată de latură a s-a găsit :

$$\tau_{max} = -\frac{M_t}{0{,}214\, a^3}$$

Valoarea exactă fiind $= -\dfrac{M_t}{0{,}208\, a^3}$

II. Problema lui Cauchy pentru unele clase de acuații cu derivate parțiale.

De această problemă s-a ocupat și N. Ciorănescu [6], însă în cele ce urmează o vom rezolva pentru clase mai largi de ecuații și pe o altă cale, care se pretează la generalizări.

A. Ecuații diferențiale lineare cu coeficienți constanți, omogene, în ordinul derivatelor, ale căror ecuații caracteristice se descompun în factori liniari

a) *Funcțiunea depinde de două variabile independente*

Fie ecuația diferențială:

$$\sum_{i,j=0}^{n} a_{ij} \frac{\partial^n u}{\partial x^i \partial y^j} = 0 \quad , \quad i + j = n \tag{1}$$

și se cere să se determine funcția u, care satisface această ecuație și condițiile lui Cauchy:

$$\left.\frac{\partial^p u}{\partial x^p}\right|_{x=0} = \varphi_p(y) \quad , \quad p = 0, 1, 2, \cdots, n-1, \text{ iar } \frac{\partial^o u}{\partial x^o} = u \tag{2}$$

Punem:

$$w = \sum_{h,k=0}^{n-1} b_{hk} \frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^h \partial y^k} \quad , \quad h + k = n - 1 \tag{3}$$

unde coeficienții $b_{h,k}$ îi determinăm din identitatea:

$$\sum_{i,j=0}^{n} a_{ij} \frac{\partial^n u}{\partial x^i \partial y^j} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} - \lambda \frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\sum_{h,k=0}^{n-1} b_{hk} \frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^h \partial y^k}\right). \tag{4}$$

Identificînd coeficienții obținem ecuațiile din care aflăm pe b_{hk}

$$\left.\begin{array}{c} b_{n-1,0} = a_{n,0} \ , \ b_{n-2,1} - \lambda b_{n-1,0} = a_{n-1,1} \ , \ b_{n-3,2} - \lambda b_{n-2,1} = a_{n-2,2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_{0,n-1} - \lambda b_{1,n-1} = a_{1,n-1} \ , \ -\lambda b_{0,n-1} = a_{0,n} \end{array}\right\} \tag{5}$$

Din eliminarea coeficienților $b_{h,k}$ se obține ecuația caracteristică

$$a_{n,0} \lambda^n + a_{n-1,1} \lambda^{n-1} + a_{n-2,2} \lambda^{n-2} + \cdots\cdots + a_{1,n-1} \lambda + a_{0n} = 0 \tag{6}$$

— Să presupunem că ecuația (6) are rădăcini distincte $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_n$. La fiecare rădăcină λ_q vom obține din (5) cîte un sistem de valori b_{qhk} pentru coeficienții b. Atunci conform identității (4) ținînd cont de (3) avem sistemul:

$$\frac{\partial w_q}{\partial x} - \lambda_q \frac{\partial w_q}{\partial y} = 0 \ , \ q = 1, 2, 3, \cdots n. \tag{7}$$

Ținînd cont de datele 2) ale problemei, rezultă

$$w_q \big|_{x=0} = \sum_{h,k=0}^{n-1} b_{qhk} \frac{\partial^k \varphi_h(y)}{\partial y^k} \ , \ h + k = n \ .$$

Notăm prescurtat expresia din membrul al doilea:

$$w_q \big|_{x=0} = \Phi_q(y) \tag{8}$$

Determinăm soluția w_q, care să satisfacă la (7) și (8). Se obține:

$$w_q = \Phi_q (y + \lambda_q x) \tag{9}$$

Formăm sistemul

$$b_{q,n-1,0}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x^{n-1}} + b_{q,n-2,1}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x^{n-2}\partial y} + b_{q,n-3,2}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x^{n-3}\partial y^2} + \cdots + b_{q,0,n-1}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial y^{n-1}} =$$

$$= \Phi_q (y + \lambda_q x) \qquad q = 1, 2, \cdots, n \tag{10}$$

Notăm cu Δ și D determinanții [7]:

$$\Delta = \left| 1\ \lambda_q\ \lambda_q^2 \cdots \lambda_q^{n-1} \right| ,\ q = 1, 2, \cdots, n$$

$$D = \left| 1\ \lambda_q\ \lambda_q^2 \cdots \lambda_q^{n-2}\ \Phi_q \right| ,\ q = 1, 2, \cdots n$$

Din sistemul (10) considerat în raport cu derivatele parțiale ca necunoscute, obținem:

$$\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x^{n-1}} = \frac{D}{\Delta} \tag{11}$$

Integrînd odată în raport cu x avem:

$$\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x^{n-2}} = \int_0^x \frac{D}{\Delta}\,dx + V_1 (y) \tag{12}$$

Rezultă că dacă facem în (12), $x = 0$ și ținem cont de condițiile 2) obținem:

$$V_1 (y) = \varphi_{n-2} (y)$$

iar (12) devine:

$$\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x^{n-2}} = \int_0^x \frac{D}{\Delta}\,dx + \varphi_{n-2} (y)$$

integrînd aici analog în raport cu x obținem:

$$\frac{\partial^{n-3}u}{\partial x^{n-3}} = \int_0^x\int_0^x \frac{D}{\Delta}\,dx\,dx + x\,\varphi_{n-2} (y) + V_2 (y) \cdot$$

În modul acesta integrînd din aproape în aproape obținem funcția u:

$$u = \underbrace{\int_0^x \int_0^x \cdots \int_0^x}_{n-1} \frac{D}{\Delta}\,dx\,dx\cdots dx + \varphi_o (y) + \frac{x}{1!}\varphi_1 (y) + \frac{x^2}{2!}\varphi_2 (y) + \cdots + \tag{13}$$

$$+ \frac{x^{n-2}}{(n-2)!}\varphi_{n-2} (y)$$

Expresia 13) a funcției u căutate se poate pune sub forma:

$$u=\frac{1}{(n-2)!}\int_0^x (x-t)^{n-2}F(t,y)\,dt+\varphi_0(y)+\frac{x}{1!}\varphi_1(y)+\cdots+\frac{x^{n-2}}{(x-2)!}\varphi_{n-2}(y) \quad (14)$$

unde $F(t,y)$ este egală cu rezultatul înlocuirii lui t în loc de x în $\frac{D}{\Delta}$.

— Cazul cînd ecuația caracteristică (6) are și rădăcini multiple: În acest caz procedăm analog cu în [7]. Să considerăm de ex. că (6) are o rădăcină triplă λ_1 iar $\lambda_4, \lambda_5, \cdots \lambda_n$ rădăcinile simple.
Punem:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & -- & \lambda_1^{n-1} \\ (1)' & (\lambda_1)' & (\lambda_1^2)' & -- & (\lambda_1^{n-1})' \\ (1)'' & (\lambda_1)'' & (\lambda_1^2)'' & -- & (\lambda_1^{n-1})'' \\ 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & -- & \lambda_4^{n-1} \\ -- & -- & -- & -- & -- \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & -- & \lambda_n \end{vmatrix} \qquad D_1=\begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & -- & \lambda_1^{n-2} & \varphi_1 \\ (1)' & (\lambda_1)' & (\lambda_1^2)' & -- & (\lambda_1^{n-2})' & \varphi_1' \\ (1)'' & (\lambda_1)'' & (\lambda_1^2)'' & -- & (\lambda_1^{n-2})'' & \varphi_1'' \\ 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & -- & \lambda_4^{n-2} & \varphi_4 \\ -- & -- & -- & -- & -- & -- \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & -- & \lambda_n^{n-2} & \varphi_n \end{vmatrix}$$

unde derivatele sînt în raport cu λ_1.
Pentru determinarea lui u se va folosi de asemenea formula (14) unde funcția $F(t,y)$ se obține din $\frac{D_1}{\Delta_1}$ înlocuindu-se x prin t.

Analog se tratează problema lui Cauchy cînd se dă funcțiunea u și primele $n-1$ derivate pentru $x=x_0$.

b) *Ecuații diferențiale lineare în care funcțiunea depinde de trei variabile independente*

Fie ecuația:

$$\sum_{h,k,l=0}^{n} a_{hkl}\frac{\partial^n u}{\partial x_1^h\,\partial x_2^k\,\partial x_3^l}=0\ ,\quad h+k+l=n \quad (15)$$

și se cere să se determine funcția u care satisface această ecuație și condițiile:

$$\left.\frac{\partial^p u}{\partial x^p}\right|_{x_1=0}=\varphi_p(x_2,x_3)\ ,\quad p=0,1,2,\ldots,n-1 \quad (16)$$

Considerăm ecuația caracteristică:

$$\sum_{h,k,l=0}^{n} a_{hkl}\,\lambda_1^h\,\lambda_2^k\,\lambda_3^l=0 \quad (17)$$

și presupunem că se poate descompune în n factori liniari distincți, astfel:

$$\sum_{h,k,l=0}^{n} a_{hkl}\,\lambda_1^h\,\lambda_2^k\,\lambda_3^l\equiv\prod_{q=1}^{n}(A_{1q}\lambda_1+A_{2q}\lambda_2+A_{3q}\lambda_3)\cdot \quad (18)$$

Rezultă că mai putem scrie:

$$\sum_{h,k,l=0}^{n} a_{hkl}\lambda_1^h\lambda_2^k\lambda_3^l \equiv (A_{1q}\lambda_1 + A_{2q}\lambda_2 + A_{3q}\lambda_3)\Big(\sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\lambda_1^\alpha\lambda_2^\beta\lambda_3^\gamma\Big)$$

$$q = 1, 2, \cdots, n \; ; \; \alpha+\beta+\gamma = n-1 \tag{19}$$

Punem:

$$w_q = \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma} \tag{20}$$

și din (19) rezultă sistemul

$$\left(A_{1q}\frac{\partial}{\partial x_1} + A_{2q}\frac{\partial}{\partial x_2} + A_{3q}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)w_q = 0 \; , \; q = 1, 2, \cdots n \tag{21}$$

din (20) ținînd cont de condițiile 16) avem:

$$w_q\big|_{x_1=0} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{\beta+\gamma}\varphi_\alpha(x_2,x_3)}{\partial x_2^\beta \partial z_3^\gamma} = \Phi_q(x_2,x_3)\cdot \tag{22}$$

Să determinăm soluția w_q a ecuației (21) care să satisfacă condiția (22). Avem:

$$\frac{dx_1}{A_{1q}} = \frac{dx_2}{A_{2q}} = \frac{dx_3}{A_{3q}} \; ; \; \frac{x_1}{A_{1q}} - \frac{x_2}{A_{2q}} = C_1 \; , \; \frac{x_1}{A_{1q}} - \frac{x_3}{A_{3q}} = C_2 \; , \; w_q = C_3$$

$$[x_1 = 0, \; w_q = \Phi_q(x_2, x_2)]$$

Obținem: $w_q = \Phi_q\left(x_2 - \frac{A_{2q}}{A_{1q}}x_1, x_3 - \frac{A_{3q}}{A_{1q}}x_1\right)$

Ținînd seama de valoarea lui w_q din (20) avem sistemul:

$$\sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma} = \Phi_q\left(x_2 - \frac{A_{2q}}{A_{1q}}x_1, x_3 - \frac{A_{3q}}{A_{1q}}x_1\right), \; q=1,2,...n \tag{23}$$

Rezolvarea problemei în mod analog ca în cazul precedent, folosind sistemul (23), nu mai este posibilă, căci numărul derivatelor depășește pe al ecuațiilor. Astfel ecuația (15) conține în general $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ derivate distincte iar sistemul (23), $\frac{n(n+1)}{2}$ derivate distincte. Ținînd seama de (18) rezultă că membrul I al unei ecuații oarecare a sistemului (23) se poate scrie:

$$\left(A_{1r}\frac{\partial}{\partial x_1} + A_{2r}\frac{\partial}{\partial x_2} + A_{3r}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)v_{qr} \equiv \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial_u^{n-1}}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma}$$

unde

$$v_{qr} = \sum_{\alpha_1,\beta_1,\gamma_1=0}^{n-2} c_{qr\alpha_1\beta_1\gamma_1}\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\beta_1}\partial x_3^{\gamma_1}} \; , \; \alpha_1+\beta_1+\gamma_1 = n-2 \tag{24}$$

Rezultă sistemul $\left(A_{1r}\frac{\partial}{\partial x_1}+A_{2r}\frac{\partial}{\partial x_2}+A_{3r}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)v_{qr}=\Phi_q$ (25)

unde r ia $n-1$ valori de la 1 la n cu excepția valorii q. Din (24) ținînd cont de condițiile (16) se calculează

$$v_{qr}\,|_{x_1=0}=\psi_{qr}(x_2,x_3)\cdot \tag{26}$$

Căutăm soluția v_{qr} a ecuației (25) care să satisfacă la (26). Avem

$$\text{a)}\ \frac{\mathrm{d}x_1}{A_{1r}}=\frac{\mathrm{d}x_2}{A_{2r}}=\frac{\mathrm{d}x_3}{A_{3r}}=\frac{\mathrm{d}v_{qr}}{\Phi_q}\ ;$$

$$\text{b)}\ \frac{x_1}{A_{1r}}-\frac{x_2}{A_{2r}}=C_1\ ,\ \frac{x_1}{A_{1r}}-\frac{x_3}{A_{3r}}=C_2\ ,\ v_{qr}=\frac{1}{A_{1r}}\int\Phi_q\,\mathrm{d}x_1+C_3$$

$$\text{c)}\ v_{qr}=\frac{1}{A_{1r}}\int_0^{x_1}\Phi_q\left[\left(\frac{A_{2r}}{A_{1r}}-\frac{A_{2q}}{A_{1q}}\right)x_1-C_1A_{2r}\,,\left(\frac{A_{3r}}{A_{1r}}-\frac{A_{3q}}{A_{1q}}\right)x_1-C_2A_{3r}\right]\mathrm{d}x_1+C_3$$

$$[x_1=0\ ,\ v_{qr}=\psi_{qr}(x_2,x_3)]$$

Rezultă: $x_1=0\ ,\ x_2=-C_1A_{2r}\ ,\ x_3=-C_2A_{3r}\ ,\ v_{qr}=C_3$

$$\text{d)}\ C_3=\Psi_{qr}(-C_1A_{2r},-C_2A_{3r})$$

Notînd cu $f_{qr}(x_1,x_2,x_3)$ rezultatul înlocuirii în funcția rezultată în c) [după efectuarea integrării din membrul II și înlocuirea lui C_1 și C_2 cu valorile lor din b)] din d) obținem

$$v_{qr}=f_{qr}(x_1,x_2,x_3)+\psi_{qr}\left(x_2-\frac{A_{2r}}{A_{1r}}x_1,\,x_3-\frac{A_{3r}}{A_{1r}}x_1\right)=F_{qr}(x_1,x_2,x_3) \tag{27}$$

Rezultă sistemul: $\sum_{\alpha_1,\beta_1,\gamma_1=0}^{n-2}C_{qr\alpha_1\beta_1\gamma_1}\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\beta_1}\partial x_3^{\gamma_1}}=F_{qr}$ (28)

unde q și r primesc valori în combinări dintre 1, 2, 3, ... n luate cîte două. Sistemul (28) este format din $\frac{n(n-1)}{2}$ ecuații cu un număr de tot atîtea derivate de ordinul $n-2$. Rezolvăm sistemul (28) în raport cu $\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x_1^{n-2}}$ și găsim:

$$\frac{\partial^{n-2}u}{\partial x_1^{n-2}}=\Gamma(x_1,x_2,x_3)$$

Vom proceda analog ca în cazul studiat la ecuațiile cu două variabile independente integrînd de $n-2$ ori și determinînd funcțiile ce rezultă din integrare prin condițiile date (16)
Obținem pentru u expresia:

$$u=\frac{1}{(n-3)!}\int_0^{x_1}(x_1-t)^{n-3}\Gamma(t,x_2,x_3)\,\mathrm{d}t+\varphi_0(x_2,x_3)+\frac{x_1}{1!}\varphi_1+ \tag{29}$$
$$+\frac{x_1^2}{2!}\varphi_2+\cdots+\frac{x_1^{n-3}}{(n-3)!}\varphi_{n-3}\cdot$$

În cazul cînd ecuația caracteristică 17) are factori multipli, se procedează analog ca în cazul precedent.

c) *Ecuații diferențiale în care funcția depinde de mai multe variabile independente.*

Metoda de rezolvare se deduce ușor din cazul precedent. Ecuația diferențială de ordinul n cu p variabile independente (omogenă în ordinul derivatelor) are un număr de derivate distincte egale cu $C^{n}_{n+p-1} = C^{p-1}_{n+p-1}$

Fie ecuația diferențială :

$$\sum_{j_1, j_2 \ldots j_p = 0}^{n} a_{j_1 j_2 \ldots j_p} \frac{\partial^n u}{\partial x_1^{j_1} \partial x_2^{j_2} \ldots \partial x_p^{j_p}} = 0 \ , \ j_1 + j_2 + \cdots + j_p = n$$

Ecuația caracteristică se poate descompune în n factori liniari :

$$\sum_{j_1, j_2 \ldots j_p = 0}^{n} a_{j_1 j_2 \ldots \gamma_p} \lambda_1^{j_1} \lambda_2^{j_2} \cdots \lambda_p^{j_p} = \prod_{q=1}^{n} (A_{1q} \lambda_1 + A_{2q} \lambda_2 + \cdots + A_{pq} \lambda_p)$$

Se fac combinări de cîte $p-1$ factori, astfel că ecuația diferențială finală are ordinul $n-p+1$. Operația de reducere a ordinului ecuației diferențiale la $n-p+1$ constă în a face $p-1$ inegrări succesive la ecuații diferențiale de ordinul I deduse una din alta, ținîndu-se seama de condițiile date. Se obține un sistem de C_n^{p-1} ecuații diferențiale de ordinul $n-p+1$ cu tot atîtea derivate distincte, de unde se scoate $\frac{\partial^{n-p+1} u}{\partial x_1^{n-p+1}}$, apoi se integrează aceasta de $n-p+1$ ori ținîndu-se seama de condițiile date în problema lui Cauchy.

B. **Ecuații cu derivate parțiale lineare și coeficienți constanți ale căror ecuații caracteristice se descompun în factori liniari**

Fie ecuația diferențială :

$$\sum_{m=0}^{n} a_{hkl} \frac{\partial^m u}{\partial x_1^h \partial x_2^k} = 0 \quad h + k = m \ , \ l = n - m \tag{30}$$

și se cere să se afle soluția ecuației ce satisface condițiile :

$$\left. \frac{\partial^p u}{\partial x_1^p} \right|_{x_1 = 0} = \varphi_p (x_2) \ , \ p = 0, 1, 2, \cdots n - 1 \tag{31}$$

Vom transforma ecuația (30) într-o ecuație de tipul (15) multiplicînd-o cu e^{x_3} și punînd $v = u e^{x_3}$.

Ecuația devine :

$$\sum a_{hkl} \frac{\partial^n v}{\partial x_1^h \partial x_2^k \partial x_3^l} = 0 \ , \ h + k + l = n$$

iar condițiile (31) devin:

$$\left.\frac{\partial^p v}{\partial x_1^p}\right|_{x_1=0} = e^{x_3}\varphi_p(x_2)\ ,\ p=0,1,2,\cdots n-1\cdot \tag{31a}$$

Am redus problema la cazul cînd ecuația diferențială este omogenă în ordinul derivatelor, caz studiat anterior. Să admitem că membrul I al ecuației caracteristice se descompune în n factori liniari după formula (18), pentru care se scrie formula 19). Notăm analog:

$$w_q = \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{n-1}u}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma}$$

și avem sistemul:

$$\left(A_{1q}\frac{\partial}{\partial x_1}+A_{2q}\frac{\partial}{\partial x_2}+A_{3q}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)w_q=0\ ,\ q=1,2,\cdots n\cdot$$

Din expresia w_q de mai sus, ținînd cont de condițiile 31 a) avem:

$$w_q\,|_{x_1=0} = e^{x_3}\Phi_q(x_2)\cdot \tag{32}$$

Funcția w_q care satisface această condiție și ecuația precedentă se află la fel ca în cazul studiat la b), obținîndu-se:

$$w_q = e^{x_3-\frac{A_{3q}}{A_{1q}}x_1}\Phi_q\left(x_2-\frac{A_{2q}}{A_{1q}}x_1\right)$$

deci avem sistemul:

$$\sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{n-1}v}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma} = e^{x_3-\frac{A_{3q}}{A_{1q}}x_1}\Phi_q$$

De asemenea, ținînd seama de (18), membrul I al unei ecuații oarecare a sistemului precedent se poate scrie:

$$\left(A_{1r}\frac{\partial}{\partial x_1}+A_{2r}\frac{\partial}{\partial x_2}+A_{3r}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)z_{qr} \equiv \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n-1} b_{q\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^{n-1}v}{\partial x_1^\alpha \partial x_2^\beta \partial x_3^\gamma}$$

unde

$$z_{qr} = \sum_{\alpha_1,\beta_1,\gamma_1=0}^{n-2} C_{qr\alpha_1\beta_1\gamma_1}\frac{\partial^{n-2}v}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\beta_1}\partial x_3^{\gamma_1}}\cdot \tag{33}$$

Rezultă sistemul de ecuații:

$$\left(A_{1r}\frac{\partial}{\partial x_1}+A_{2r}\frac{\partial}{\partial x_2}+A_{3r}\frac{\partial}{\partial x_3}\right)z_{qr} = e^{x_3-\frac{A_{3q}}{A_{1q}}x_1}\Phi_q \tag{34}$$

unde r și q iau valori combinînd între ele numerile de la 1 la n. Din (33), ținînd cont de 31 a) se calculează:

$$z_{qr}\,|_{x_1=0} = e^{x_3}\psi_{qr}(x_2)\cdot \tag{35}$$

Se caută soluția z_{qr} a fiecărei ecuații a sistemului 34) care satisface condiția (35) corespunzătoare. Se găsește pentru z o formulă analoagă cu (27) :

$$z_{qr} = e^{x_3} f_{qr}(x_1, x_2) + e^{x_3 - \frac{A_{3r}}{A_{1r}} x_1} \psi_{qr}\left(x_2 - \frac{A_{2r}}{A_{1r}} x_1\right) = e^{x_3} F_{qr}(x_1, x_2) \cdot$$

Ținînd seama de (33) avem sistemul de ecuații :

$$\sum_{\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 = 0}^{n-2} C_{qr\alpha_1\beta_1\gamma_1} \frac{\partial^{n-1} v}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\beta_1} \partial x_3^{\gamma_1}} = e^{x_3} F_{qr}(x_1, x_2)$$

de C_n^2 ecuații cu tot atîtea derivate de ordinul $n-2$. Rezolvăm în raport cu

$$\frac{\partial^{n-2} v}{\partial x_1^{n-2}} \text{ și se obține : } \frac{\partial^{n-2} v}{\partial x_1^{n-2}} = e^{x_3} \Gamma(x_1, x_2)$$

Se integrează succesiv, și funcțiile rezultate din integrare se determină ținîndu-se seama de condițiile (31 a). Se găsește pentru v o expresie analoagă cu (29), care admite pe e^{x_3} ca factor, unde ținîndu-se cont că $v = u\, e^{x_3}$ se obține soluția căutată

$$u = \frac{1}{(n-3)!} \int_0^{x_1} (x_1 - t)^{n-1} \Gamma(t, x_2)\, dt + \varphi_0(x_2) + \frac{x_1}{1!} \varphi_1 + \ldots + \frac{x_1^{n-3}}{(n-3)!} \varphi_{n-3}(x_2)$$

BIBLIOGRAFIE

[1] V. I. Smirnov: *Curs de matematici superioare*, Vol. II (Editura Tehnică 1954).
[2] A. N. Tihonov și A. A. Samarski: *Ecuațiile Fizicii Matematice* (Editura Tehnică 1956).
[3] N. I. Mușhelisvili: *Cîteva probleme fundamentale ale teoriei matematice a elasticității*, Vol. I (litografiat de Acad. R.P.R.).
[4] Ion M. Miu: *„Metode noi pentru rezolvarea unor probleme din rezistența materialelor și elasticitate.* (Revista „Probleme Feroviare" Nr. 4, Nr. 8, 1960).
[5] Ion M. Miu: *„Contribuții la studiul stabilității elastice".* (Revista „Probleme Feroviare" Nr. 12, 1960).
[6] N. Ciorănescu: *Integrarea unor ecuații lineare cu derivate parțiale și coeficienți constanți de ordin oarecare.* Studii și cercetări matematice, tom 5, 1954, Acad. R.P.R.
[7] Ion M. Miu: *Integrarea ecuațiilor diferențiale lineare cu coeficienți constanți cu ajutorul integralelor prime.* „Gazeta Matematică și Fizică" nr. 9, anul 1956.

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

(Краткое содержание)

В первой части работы даётся решение некоторых граничных задач более простыми методами, и даются обобщения этих задач.

Таким образом, задачи полупространства и полуплоскости в мерном пространстве легко получается из задач круга и гипершара стремив соответствующим образом радиус к бесконечности.

Изучается полигармоническая задача для кругового кольца из которого вытекает как частный случай соответствующая задача упругости на плоскости.

Затем даётся простой метод для приближенного специфических усилий многогранных крученных брусков.

Этот метод может быть распространен и в других областях.

Во второй части ремается задача Коши для некоторых классов уровнений в чачтных производных с постоянными коэффициентами.

WITH REFERENCE TO ONES CLASSES OF EQUATIONS WITH PARTIAL DERIVATIONS

(Summary)

The paper gives a solution to a number of limiting problems by using simpler methods and generalizes these problems.

Thus, the problems of half space and half plane in a space on n dimensions are easily obtained from the problem of the circle and the hypersphere making the ray to tend to infinity.

The polyharmonical problem concerning a circular annulus is dealt with, from which as a particular case it is obtained the corresponding problem in the plane elasticity.

A simple procedure is indicated at the end for the approximative calculation of unit stresses on the primatic bars subjected to torsion. This procedure may be extended to other fields.

The seconde part of the paper geves a solution to Cauchy's problem for some classes of equations with partialderivations, linears and with constant coefficients.

SUR CERTAINS EQUATIONS A DERIVÉES PARTIELLES

(Résumé)

On donne dans l'ouvrage la résolution de certains problèmes limite par des procédés plus simples et on donne de généralisations sur ces problèmes.

Ainci, les problèmes du semi-espace et du semi-plan dans un espace avec n dimensions, on les obtient facilement du problème du cercle et de l'hypersphère, en faisant égalemtn que le rayon tende à l'infini. On traite le problème polyharmonique poru une couronne circulaire de laquelle on obtient comme un cas particulier le problème correspondant dans l'élasticité plane.

On indique un procédé simple pour le calcul approximatif des efforts unitaires aux barres prismatiques, torsionnées. Ce procédé peut s'étandre encore dans d'autres domaines.

Dans la deuxième partie, on résoud le problème de pour quelques classes d'équations à dévérées partielles et à coefficients constants.

UBER KLASSEN VON GLEICHUNGEN MIT TEILABLEITUNGEN

(Zusammenfassung)

In der Arbeit wird die Auflösung einiger Grenzprobleme durch einfachere Verfahren, wie auch Verallgemeinerungen dieser Probleme gegeben.

Die Probleme des Halbraumes und der Halbebene in einem Raume mit n Dimensionen, erhält man leicht aus dem Problem des Kreises und der Hipersphäre, indem man auf entsprechende Art bewerkstelligt, dass der Halbmesser nach dem Unendlichen strebt. Man behandelt das poliharmonische Problem für eine kreisförmige Krone, aus der man, als speziellen Fall, das entsprechende Problem in der ebenen Elastizität arhält.

Und schliesslich wird ein einfaches Verfahren für dié annähernde Berechnung der einheitlichen Beanspruchung der gedrehten, prismatischen Stäbe, gezeigt. Dieses Verfahren kann auch auf endere Gebiete ausgedehnt werden.

Im zweiten Teil wird das Problem von Cauchy für einige Klassengleichungen mit Teilableitungen und konstanten Koeffizienten gelöst.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

INTEGRAREA UNOR CLASE DE ECUAȚII DIFERENIALE CU AJUTORUL OPERATORILOR DIFERENȚIALI *

MIU M. ION

I. Considerațiuni generale

În cele ce urmează, vom arăta cum se pot integra unele clase de ecuații diferențiale, dacă reușim să descompunem aceste ecuații în produs de factori de operatori diferențiali și vom rezolva apoi în aceste cazuri problema lui Cauchy.

După aceasta vom face cîteva aplicații importante la ecuația cu derivate parțiale liniare de ordinul doi cu două variabile independente și la ecuațiile diferențiale ordinare liniare.

Vom numi în general operator diferențial de ordinul n o expresie de forma:

$$L\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial^k}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \ldots \partial x_m^{p_m}}, \ldots\right)$$

unde: $p_1 + p_2 + \ldots + p_m = k \leqslant n$, iar cei mai mari indici sînt n.

Dacă $p_i = 0$, termenul respectiv din operator nu derivează funcția u în raport cu x_i.

Operatorul L aplicat unei funcții u de variabile $x_1, x_2, \ldots x_m$, acționează astfel:

$$L\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial^k}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \ldots \partial x_m^{p_m}}, \ldots\right) u = L\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial^k u}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \ldots \partial x_m^{p_m}}\right)$$

De exemplu:

$$\left[(x^2-1)\left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\right)^2 - 2y\frac{\partial}{\partial x} + 3\frac{\partial^0}{\partial y^0} + 7\right] u = (x^2-1)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)^2 - 2y\frac{\partial u}{\partial x} + 3u + 7.$$

Să ne ocupăm de modul de acționare a mai multor operatori aplicați mecanic asupra funcțiunei u.

* Comunicată la I.C.F. în mai 1958.

Spre exemplu dacă aplicăm operatorii $L_1, L_2 \ldots L_q$ astfel: $L \equiv L_1, L_2 \ldots L_q u$,

acești operatori se admit că acționează mecanic de la dreapta spre stînga în ordinea $L_q, L_{q-1}, \ldots L_2, L_1$ asupra lui u;

$$L_q u = w_1, L_{q-1} w_1 = w_2, \text{ etc.}$$

În concluzie:

— Atunci cînd o expresie este egală cu o succesiune de operatori aplicați unei funcțiuni u, în general aceștia operează în mod succesiv de la dreapta spre stînga.

— Nu se poate schimba în general ordinea operatorilor.

Operatori polinomiali diferențiali

Numim operator polinomial, un operator de forma:

$$P = \Sigma A_{p_1 p_2 \ldots p_m} \frac{\partial^k}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \ldots \partial x_m^{p_m}},$$

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_m = k$$

și el este de ordinul n dacă indicii k cei mai mari sînt egali cu n. Coeficienții $A_{p_1 p_2 \cdots p_m}$ sînt în general funcții de $x_1, x_2, \ldots x_m$.

Termenul liber într-un operator polinomial se va scrie totdeauna sub forma:

$$A \frac{\partial^0}{\partial x_1^0 \partial x_2^0 \ldots \partial x_m^0} \text{ sau } A \frac{\partial^0}{\partial x_1^0}$$

unde A poate depinde de $x_1, x_2, \ldots x_m$.

Atîta timp cît asupra acestui termen nu acționează nici un operator, el este egal cu A, iar un operator aplicat lui, lucrează după regulile derivatelor.

De exemplu:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(A \frac{\partial^0}{\partial x_1^0 \partial x_2^0 \cdots \partial x_m^0}\right) = \frac{\partial A}{\partial x_i} + A \frac{\partial}{\partial x_i}$$

iar,

$$\left(A \frac{\partial^0}{\partial x_1^0 \partial x_2^0 \ldots \partial x_m^0}\right) u = A u$$

— Dacă aplicăm mai mulți operatori polinomiali funcțiunei u avem:

$$\Phi \equiv P_1 P_2 \ldots P_4 u$$

și efectuarea operațiilor indicate de operatori se poate face de la dreapta la stînga, sau de la stînga la dreapta, sau se pot înmulți între ei mai mulți operatori în ordinea lor.

— Nici în acest caz nu se poate schimba în general ordinea de aplicare a operatorilor. (Această ordine se poate schimba dacă coeficienții sînt constanți).

Un caz particular al operatorilor polinomiali sînt operatorii diferențiali liniari.

II. Determinarea integralei generale a unei ecuații diferențiale

Admitem prin ipoteza că se pot afla integralele generale ale ecuațiilor diferențiale de ordinul I, care intervin în cele ce urmează.

Fie ecuația cu derivate parțiale de ordinul n

$$F\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial^k u}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \ldots \partial x_m^{p_m}}, \ldots\right) = 0 \tag{1}$$

$$p_1 + p_2 + \ldots p_m = k \leqslant n.$$

Considerăm n operatori diferențiali L_j, $(j = 1,2, \ldots n)$ de ordinul I de forma:

$$L_j\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial}{\partial x_i}, \ldots\right).$$

Presupunem că ecuația cu derivate parțiale 1) se scrie:

$$F \equiv L_1 L_2 \ldots L_n u. \tag{2}$$

In cazul acesta integrarea se face din aproape în aproape începînd de la stînga spre dreapta.

Punem:

$$L_2 L_3 \ldots L_n u = w_1 \tag{a_1}$$

și ecuația 1) dacă se ține seamă de 2), devine:

$$L_1 w_1 = 0 \tag{b_1}$$

Care este o cuația cu derivate parțiale de ordinul I care am presupus că se integrează.

$$\text{Fie } w_1 = \varphi_1$$

integrala generală a lui b_1)

Înlocuim în a_1) valoarea lui w_1 găsită și tot acolo punem:

$$L_3 L_4 \ldots L_n u = w_2 \tag{a_2}$$

Obținem:

$$L_2 w_2 = \varphi_1 \tag{b_2}$$

care este deasemenea o ecuație diferențială de ordinul I în w_2.

Mai departe vom continua în același mod punînd în cele din urmă:

$$a_{n-1}) \quad L_n u = w_{n-1}$$

și se obține :

$$b_{n-1}) \quad L_{n-1}\, w_{n-1} = \varphi_{n-2}$$

Aceasta integrată ne dă :

$$w_{n-1} = \varphi_{n-1}$$

Se înlocuiește apoi valoarea lui w_{n-1} în $\alpha_{n-1})$ și se obține o ecuație cu derivate parțiale de ordinul I ce dă integrala generală a lui u.

Să numim clasele de ecuații diferențiale care se pot pune sub forma 2), ecuații decompozabile.

Menționăm că pentru anumite clase de ecuații diferențiale, determinarea operatorilor se poate face numai pînă la un anumit punct, încît nu este posibil decît coborîrea ordinului ecuației diferențiale și deci aflarea de integrale prime.

Mai este posibil ca ecuația cu derivate parțiale 1) să nu se descompună în produs de operatori diferențiali toți de ordinul I.

În acest caz dacă integrarea nu este posibilă se pot trage însă anumite concluzii despre soluția ecuației date.

III. Rezolvarea problemei lui Cauchy pentru ecuațiile diferențiale decompozabile

Să presupunem îndeplinite condițiile de analiticitate ale funcțiilor din teorema lui Covalevskaia, cînd condițiile funcțiilor din teorema lui Cauchy sînt date pe o varietate care nu are nicăieri direcții caracteristice.

Problema ce se pune, este să determinăm soluția ecuației 1) care pentru $x_1 = x_1^0$ satisface condițiile :

$$\left.\frac{\partial^s u}{\partial x_1^s}\right|_{x_1 = x_1^0} = \varphi_s(x_2, x_3, \ldots x_m), \qquad s = 0, 1, 2, \ldots n-1. \tag{3}$$

În rezolvarea problemei urmărim succesiunea operațiilor precedente. În a_1) aplicînd operatorii se obține

$$a_1') \quad w_1 = \psi_1\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots, \frac{\partial^{j_1} u}{\partial x_1^{h_1} \partial x_2^{h_2} \ldots \partial x_m^{h_m}}, \ldots\right)$$

$$h_1 = h_2 + \ldots + h_m = j_1 \leqslant n-1.$$

Ținînd seamă de 3), calculăm toate derivatele care intră în $\alpha_1')$ pentru $x_1 = x_1^0$. Obținem :

$$\left.\frac{\partial^{j_1} u}{\partial x_1^{h_1} \partial x_2^{h_2} \ldots \partial x_m^{h_m}}\right|_{x_1 = x_1^0} = \frac{\partial^{s_1} \varphi_{h1}}{\partial x_2^{h_2} \partial x_3^{h_3} \ldots \partial x_m^{h_m}}, \tag{4}$$

unde :

$$h_2 + h_3 + \ldots + h_m = j - h_1 = s_1 .$$

Se înlocuiesc în a_1' valorile derivatelor și a funcțiunii corespunzătoare lui $x_1 = x^1$ din 3) și 4) și obținem:

$$C_1 \begin{cases} x_1 = x_1^0 \\ w_1 = \psi_1\left(x_1^0, x_2, x_3 \ldots x_m, \ldots \dfrac{\partial^{s_1}\varphi_{h1}}{\partial x_2^{h_2}\partial x_3^{h_3}\ldots\partial x_m^{h_m}}, \ldots\right). \end{cases}$$

Se determină suprafața integrală $w_1 = w_1^0$ a ecuației diferențiale b_1) din II de ordinul I care să conțină varietatea C_1 din spațiul $(x_1, x_2, \ldots x_m, w_1)$.

In a_2) aplicînd deasemenea operatorii se obține:

$$a_2' \psi w_2 = \psi_2\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial^{j_2} u}{\partial x_1^{q_1}\partial x_2^{q_2}\ldots\partial x_m^{q_m}}, \ldots\right)$$

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_m = j_2 \leqslant n-2.$$

Calculăm apoi din 3) toate derivatele care intră în a_2') pentru $x_1 = x_1^0$ și avem:

$$\left.\frac{\partial^{j_2} u}{\partial x_1^{q_1}\partial x_2^{q_2}\ldots\partial x_m^{q_m}}\right|_{x_1 = x_1^0} = \frac{\partial^{s_2}\varphi_{q_1}}{\partial x_2^{q_2}\partial x_3^{q_3}\ldots\partial x_m^{q_m}}. \tag{5}$$

$$q_2 + q_3 + \ldots q_n = j_2 - q_1 = s_2$$

Înlocuind derivatele și funcțiunea din 3) și 5) obținem:

$$C_2 \begin{cases} x_1 = x_1^0 \\ w_2 = \psi_2\left(x_1^0, x_2, x_3, \ldots x_m, \ldots \dfrac{\partial^{s_2}\varphi_{q_1}}{\partial x_2^{q_2}\partial x_3^{q_3}\ldots\partial x_m^{q_m}}\ldots\right). \end{cases}$$

Trebuie să determinăm integrala $w_2 = w_2^0$ a ecuației diferențiale:

$$b_2') \quad L_2 w_2 = w_1^0$$

de ordinul I care să conțină varietatea C_2 din spațiul $(x_1, x_2 \ldots x_m, w_2)$.

Se continuă în același fel mai departe obținîndu-se din α_{n-1})

$$a_{n-1}') \quad w_{n-1} = \psi_{n-1}\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial u}{\partial x_l}, \ldots\right)$$

și se calculează pentru $x_1 = x_1^0$ valorile derivatelor care intră în membrul al doilea al acestei expresii.

Avem:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x_l}\right|_{x_1 = x_1^0} = \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_l}.$$

Acestea împreună cu $u = \varphi_0$, introduse în a_{n-1}') găsim:

$$C_{n-1} \begin{cases} x_1 = x_1^0 \\ w_{n-1} = \psi_{n-1}\left(x_1^0, x_2, \ldots x_m, \ldots \dfrac{\partial \varphi_0}{\partial x_l}, \ldots\right). \end{cases}$$

Din ecuația diferențială

$$b'_{n-1}),\quad L_{n-1}\, w_{n-1} = w^0_{n-2}$$

se determină integrala $w_{n-1}=w^0_{n-1}$ a ecuației diferențiale $b'_{n-1})$, care conține varietatea C_{n-1} din spațiul $(x_1, x_2, \ldots x_m, w_{n-1})$.

Ecuația a'_{n-1}, devine :

$$a'_n),\quad w^0_{n-1} = \psi_{n-1}\left(x_1, x_2, \ldots x_m, \ldots \frac{\partial u}{\partial x'_e} \cdots\right).$$

Se determină în fine integrala $u = u_0$ a acestei ecuații diferențiale, care conține varietatea :

$$C_n \begin{cases} x_1 = x \\ u = \varphi_0 \end{cases}$$

din spațiul $(x_1, x_2, \ldots x_m, u)$.

Din însăși succesiunea operațiilor rezultă că $u = u_0$ îndeplinește condițiile 3) și deci este soluția căutată a problemei lui Cauchy pentru ecuația cu derivate parțiale 1).

Facem observația că uneori o ecuație diferențială se poate pune sub forma 2) în mai multe moduri, iar integrarea acestora nu se poate face decît pînă la un punct.

Atunci se obțin integrale prime și uneori în număr suficient pentru a găsi chiar soluția problemei.

— Pentru a ilustra metoda indicată, vom face două aplicații la ecuații diferențiale a căror rezolvări se cunosc prin metodele clasice.

Aplicația I. Problema coardei vibrante, pentru o coardă nemărginită, cu condiții inițiale date.

Fie ecuația :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

și se cere să determinăm funcția u, care satisface și la condițiile inițiale :

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u'_t(x. 0) = g(x).$$

Putem scrie :

$$\text{a)}\quad w = \frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \text{b)}\quad \frac{\partial w}{\partial t} - a\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

și din condițiile date se are :

$$\text{c)}\quad \begin{cases} w = g(x) + a f'_x(x) \\ t = 0 \end{cases}$$

Trebuie să determinăm suprafața integrală w dată de ecuația b), care trece prin curba determinată de ecuațiile c).

Se obține:

$$w = g(x - at) + a f'_{x+at}(x + at).$$

Suprafața integrală u o găsim din ecuația:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = g(x + at) + a f'_{x+at}(x + at)$$

cu condiția ca să treacă prin curba:

$$\text{d)} \quad \begin{cases} u = f(x) \\ t = 0 \end{cases}$$

Avem:

$$\text{e)} \quad \begin{cases} x - at = C_1 \\ \int [g(x + at) + a f'_{x+at}(x + at)]\, dx = au + C_2. \end{cases}$$

Eliminînd pe t între ecuațiile e) obținem:

$$\text{f)} \quad \frac{1}{2}\int g(2x - C_1)\, d(2x - C_1) + \frac{a}{2}(2x + C_1) = au + C_2.$$

Între ecuațiile d), prima din e) și f) eliminăm pe x, t, u și avem:

$$\text{g)} \quad \frac{1}{2}\int g(C_1)\, dC_1 = \frac{a}{2} f(C_1) + C_2.$$

Înlocuind aci pe C_1 și C_2 cu valorile lor scoase din prima ecuație din e) și din f) se găsește:

$$u = \frac{1}{2}[f(x + at) + f(x - at)] + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at} g(s)\, ds,$$

care este formula lui D'Alembert.

Aplicația II. Să se determine funcția u care satisface ecuația (din ≪Ecuații Fizice Matematice≫ Acad. Gr. C. Moisil, curs litografiat 1955).

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

și condițiile:

$$u(x, 1) = f(x)$$

$$u'_y(x, 1) = g(x).$$

Se observă că ecuația se poate scrie:

$$\left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial^0}{\partial x^0}\right)\left(x\frac{\partial}{\partial x} - y\frac{\partial}{\partial y}\right)u = 0$$

Punem:

$$a)\quad x\frac{\partial u}{\partial x}-y\frac{\partial u}{\partial y}=w$$

și avem

$$b)\quad x\frac{\partial w}{\partial x}+y\frac{\partial w}{\partial y}-w=0$$

Trebuie determinată funcția w, soluția ecuației b) care să satisfacă la:

$$c)\begin{cases} y=1 \\ w=x f_x'(x)-g(x) \end{cases}$$

(ultima se deduce din a) punînd $y=1$)

Avem:

$$\frac{x}{y}=C_1,\quad \frac{w}{y}=C_2,\quad y=1,\quad w=x f_x'-g$$

Intre cari eliminînd pe x, y, w obținem relația:

$$C_2=C_1 f_{C_1}'(C_1)-g(C_1)$$

apoi găsim:

$$w=x f_{\frac{x}{y}}'\left(\frac{x}{y}\right)-y g\left(\frac{x}{y}\right).$$

Introducînd-o în a) trebuie găsită funcția care satisface:

$$x\frac{\partial u}{\partial x}-y\frac{\partial u}{\partial y}=x f_{\frac{y}{x}}'\left(\frac{x}{y}\right)-y g\left(\frac{x}{y}\right)$$

și condiția:

$$d)\quad \begin{cases} x=1 \\ u=f(x). \end{cases}$$

Se obține:

$$e)\quad \begin{cases} x y=C_1 \\ u=\int f_{\frac{x}{y}}'\left(\frac{x}{y}\right)dx-\int\frac{y}{x}g\left(\frac{y}{x}\right)dx+C_2. \end{cases}$$

Să eliminăm pe x, y, u între d) și e)

Ținînd cont în a doua din e) de prima avem:

$$u=\sqrt{C_1}\int f_{\frac{x^2}{C_1}}'\left(\frac{x^2}{C_1}\right)\frac{d\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\frac{2x}{\sqrt{C_1}}}-\sqrt{C_1}\int\frac{g\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\frac{x^2}{C_1}}\frac{d\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\frac{2x}{\sqrt{C_1}}}+C_2$$

sau:

$$u=\frac{\sqrt{C_1}}{2}\frac{f\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\sqrt{\frac{x^2}{C_1}}}+\frac{\sqrt{C_1}}{4}\int\frac{f\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\frac{x^2}{C_1}\sqrt{\frac{x^2}{C_1}}}d\left(\frac{x^2}{C_1}\right)-\sqrt{C_1}\int\frac{g\left(\frac{x^2}{C_1}\right)d\left(\frac{x^2}{C_1}\right)}{\frac{x^2}{C_1}\cdot\frac{2x}{\sqrt{C_1}}}+C_2.$$

Ținînd seamă de prima relație din e) precum și de d) găsim:

$$\frac{1}{2}f(C_1)=\frac{\sqrt{C_1}}{4}\int\frac{f(C_1)}{C_1\sqrt{C_1}}dC_1-\frac{\sqrt{C_1}}{2}\int\frac{g(C_1)dC_1}{C_1\sqrt{C_1}}+C_2.$$

Inlocuind în această relație pe C_1 și C_2 cu valorile din e) găsim funcția căutată:

$$u=\frac{1}{2}f(xy)+\frac{y}{2}f\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{\sqrt{xy}}{4}\int_{xy}^{\frac{x}{y}}\frac{f(t)-2g(t)}{t\sqrt{t}}dt.$$

Notă. Această ecuație diferențială face parte din clasa de ecuații tip Euler.

$$\Sigma A_{p_1p_2\ldots p_m}(a_1x_1+b_1)^{p_1}(a_2x_2+b_2)^{p_2}\ldots(a_mx_m+b_m)^{p_m}\frac{\partial^j u}{\partial x_1^{p_1}\partial x_2^{p_2}\ldots\partial x_m^{p_m}}=0$$

unde

$$p_1+p_2+,\ldots+p_m=j$$

și coeficienții $A_{p_1p_2\ldots p_m}$, a_i, b_i sînt constanți. Aceste ecuații se reduc la ecuații cu coeficienți constanți prin schimbările de variabile $a_ix_i+b_i=e^{x_i}$ $(i=1,2\ldots m)$.

Este evident că dacă ecuația tip Euler este decompozabilă atunci și ecuația cu coeficienți constanți care rezultă din transformare este decompozabilă.

III. Aplicații la ecuații cu derivate parțiale liniare de ordinul II

Să notăm cu $F=0$ ecuația cu derivate parțiale liniară și omogenă de ordinul II și să cercetăm cazul general cînd ea se poate descompune într-un produs de doi operatori diferențiali liniari.

Trebuie să avem:

$$F\equiv\left(\sum_{i=1}^{m}A_i\frac{\partial}{\partial x_i}+A_0\frac{\partial}{\partial x_1^0}\right)\left(\sum_{i-1}^{m}B_i\frac{\partial u}{\partial x_i}+B_0u\right).$$

In membrul I avem C_{m+2}^2 coeficienți, iar în al doilea $2(m+1)$ coeficienți nedeterminați. Pentru ca să fie posibilă descompunerea în produs în cazul general, trebuie:

$$C_{m+2}^2\leqslant 2(m+1).$$

Această ecuație este satisfăcută pentru $m=2$.

a) Deci ne vom ocupa de ecuația cu derivate parțiale liniară și omogenă de ordinul doi cu două variabile independente și vom stabili următoarea:

Teoremă: Pentru ca ecuația cu derivate parțiale liniară și omogenă de ordinul doi cu două variabile independente să poată fi descompusă într-un produs de doi operatori liniari este suficient să găsim o singură integrală particulară a unei ecuații diferențiale de ordinul II pe care o numim rezolvantă.

Să demonstrăm această teoremă și să găsim această rezolvantă:

Fie:

$$F \equiv a u_{x^2} + b u_{xy} + c u_{y^2} + d u_x + e u_y + f u = 0 \tag{6}$$

ecuația dată, unde coeficienții sînt în general funcții de x și y

Punem:

$$F \equiv \left(A \frac{\partial}{\partial y} + B \frac{\partial}{\partial y} + C \frac{\partial^0}{\partial x^0} \right) \left(M \frac{\partial}{\partial x} + N \frac{\partial}{\partial y} + P \frac{\partial^0}{\partial x^0} \right) u. \tag{7}$$

Pentru a determina coeficienții A,B,C,M,N,P, identifică coeficienții din membrul I și II și se obțin ecuațiile:

$$\left.\begin{aligned} &A M = a,\ B N = c,\ A N + B M = b \\ &A M_x + B M_y + C M + A P = d \\ &A N_x + B N_y + C N + B D = e \\ &A P_x + B P_y + C P = f \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Dacă se notează cu μ una din rădăcinile ecuației

$$a \mu^2 - b \mu + c = 0 \tag{8a}$$

atunci din primele trei ecuații ale sistemului 8) se obține:

$$A = \frac{a}{M},\ N = \mu M, \qquad B = \frac{c}{\mu M}$$

și sistemul 8) devine:

$$\left.\begin{aligned} &A = \frac{a}{M},\ B = \frac{c}{\mu M},\ N = \mu M \\ &\frac{a M_x}{M} + \frac{c M_y}{\mu M} + C M + \frac{a P}{M} = d \\ &\frac{a}{M} (\mu M)'_x + \frac{c}{\mu M} (\mu M)'_y + \mu C M + \frac{c}{\mu M} P = e \\ &\frac{a}{M} P_x + \frac{c}{\mu M} P_y + C P = f \end{aligned}\right\} \tag{8'}$$

Înmulțind ecuația 4-a din acest sistem cu μ și scăzînd-o din a 5-a se obține:

$$P = \theta M$$

unde:

$$\theta = \frac{\mu \mu_x a + \mu_y c - \mu e + \mu^2 d}{\mu^2 a - c} \tag{9}$$

și sistemul 8') devine:

$$\left.\begin{aligned} &A = \frac{a}{M},\ B = \frac{c}{\mu M},\ N = \mu M,\ P = \theta M. \\ &a M_x + \frac{c}{\mu} M_y + C M^2 + a M \theta = d M \\ &a (\theta M)'_x + \frac{c}{\mu} (\theta M)'_y + C M^2 \theta = f M. \end{aligned}\right\} \tag{8''}$$

Înmulțim ecuația 5-a cu θ și o scădem din ultima Obținem:

$$a \theta_x + \frac{c}{\mu} \mu_y - a \theta^2 + d \theta - f = 0 \tag{10}$$

iar sistemul 8'') devine:

$$\left.\begin{aligned} &A = \frac{a}{M},\ B = \frac{c}{\mu M},\ N = \mu M,\ P = \theta M \\ &a M_x + \frac{c}{\mu} M_y + C M^2 + a M \theta = d M. \end{aligned}\right\} \tag{8'''}$$

Pentru a fi posibilă determinarea coeficienților A, B, C, M, N, P, din sistemul 8'''), trebuie să fie îndeplinită condiția 10). Dacă condiția 10) este satisfăcută, atunci se ia una din necunoscute arbitrară, de exemplu $M=1$ și din 8''') se află celelalte.

În general relația 10) nu este satisfăcută și atunci se face în ecuația dată 6) schimbarea de funcțiune u prin relația:

$$u = z w. \tag{11}$$

Se obține ecuația diferențială unde noua funcțiune este w:

$$a_1 w_{x^2} + b_1 w_{xy} + c_1 w_{y^2} + d_1 w_x + e_1 w_y + f_1 w = 0 \tag{6'}$$

unde:

$$\left.\begin{aligned} &a_1 = a z,\ b_1 = b z,\ c_1 = c z \\ &d_1 = d z + 2 a z_x + b z_y \\ &e_1 = e z + 2 c z_y + b z_x \\ &f_1 = a z_{x^2} + b z_{xy} + c z_{y^2} + d z_x + e z_y + f z. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Integrarea ecuației cu derivate parțiale 6) revine la integrarea ecuației 6') pentru care se urmează aceiași cale ca mai sus,

Atunci relația 9) devine:

$$\theta_1 = \frac{\mu\mu_x a_1 + \mu_y c_1 - \mu e_1 + \mu^2 d_1}{\mu^2 a_1 - c_1} \tag{9'}$$

iar pentru 10) găsim:

$$a_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \frac{c_1}{v}\frac{\partial \theta}{\partial y} - a_1\theta^2 + d_1\theta - f_1 = 0. \tag{10'}$$

Ecuația cu derivate parțiale 10') este rezolvanta ecuației date 6).

Dacă se cunoaște o singură integrală particulară $z=z_0$ a acesteia, atunci ecuația cu derivate parțiale 6) se poate pune sub forma de produs de operatori diferențiali liniari.

Valoarea ui μ este invariantă față de schimbarea de funcție 11).

Se mai observă că ecuația rezolvantă10') este de ordinul doi în raport cu z.

Din cele ce preced, rezultă deasemenea că dacă se cunoaște o integrală particulară z_0 a rezolvantei, problema lui Cauchy se poate rezolva prin metoda dată la II.

b) Să considerăm ecuația cu derivate parțiale neomogenă de ordinul II cu două variabile independente.

$$F \equiv a\,u_{x^2} + b\,u_{xy} + c\,u_{y^2} + d\,u_x + e\,u_y + f\,u + g = 0$$

unde coeficienții sînt în general funcții de x și y.

Teorema demonstrată în cazul precedent este adevărată și aici și anume ecuația neomogenă poate fi descompusă într-un produs de doi operatori diferențiali liniari, dacă se cunoaște o integrală particulară a aceleiași ecuații rezolvantă 10').

Punem:

$$F \equiv \left(A\frac{\partial}{\partial x} + B\frac{\partial}{\partial y} + C\frac{\partial^0}{\partial x^0}\right)\left(M\frac{\partial u}{\partial x} + N\frac{\partial u}{\partial y} + P\,u + Q\right).$$

Din identificarea coeficienților găsim același sistem 8) și în plus ecuația:

$$A\,Q_x + B\,Q_y + C\,Q = g \tag{13}$$

Și rezultă că după ce găsim pe A,B,C, din 13) aflăm pentru Q o singură integrală particulară.

Aplicația III. Dîndu-se ecuația cu derivate parțiale:

$$u_{x^2} + 3\,u_{xy} + 2\,u_{y^2} - 3\,u_x + u_y - 28\,u = 0 \tag{a}$$

să se rezolve problema lui Cauchy, determinîndu-se integrala u a acesteia încît pentru $x=x_0$ să avem:

$$\left.\begin{aligned} u &= e^{-2x_0}\left(\frac{1}{2}y^2 \cdot \frac{1}{2} - x_0\right) \\ u_x &= e^{-2x_0}(1 + 2\,x_0 - 1\,y^2) \end{aligned}\right\} \tag{b}$$

În cazul acesta în schimbarea de funcție 11) luăm $z=e^{kx}$ și cu 12) determinăm coeficienții lui 6') care sînt:

$$a_1=e^{kx},\ b_1=3e^{kx},\ c_1=2e^{kx},\ d_1=-7e^{kx},\ e_1=-5e^{kx},\ f_1=-18e^{kx} \quad (c)$$

Din ecuația 8 a) $\mu=1$ iar din 9') și 10') obținem $k=-2$.

Atunci ecuația 6') este:

$$e^{-2x}w_{x^2}+3e^{-2x}w_{xy}+2e^{-2x}w_{y^2}-7e^{-2x}w_x-5e^{-2x}w_y-18e^{-2x}w=0 \quad (a')$$

În baza relației: $u=e^{-2x}w$ pentru ecuația a') condițiile problemei devin:

$$\left.\begin{aligned} w\Big|_{x=x_0} &= \frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}-x_0 \\ \frac{\partial w}{\partial x}\Big|_{x=x_0} &= 1-y^2 \end{aligned}\right\} \quad (b')$$

iar ecuația se poate scrie sub forma:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial y}-7\frac{\partial^0}{\partial x^0}\right)\left(e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial x}+e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial y}+2e^{-2x}w\right)=9 \quad (d)$$

Punem:

$$v=e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial x}+e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial y}+2e^{-2x}w \quad (b'')$$

și trebuie rezolvată ecuația: (dedusă din d)

$$\frac{\partial v}{\partial x}+2\frac{\partial v}{\partial y}-7v=0$$

astfel că pentru $x=x_0$, $v=e^{-2x_0}(y-2x_0)$

(dedusă din b'')

Găsim:

$$v=e^{7x-9x_0}(y-2x)$$

Trebuie rezolvată ecuația: (dedusă din b'')

$$e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial x}+e^{-2x}\frac{\partial w}{\partial y}+2e^{-2x}w=e^{7x-9x_0}(y-2x)$$

se obține:

$$we^{2x-2x_0}=\frac{1}{2}(x_0-x+y)^2-\frac{1}{2}-x_0+\frac{1}{11}\left(x-y+x_0-\frac{1}{11}\right)-$$

$$-\frac{e^{11x-11x_0}}{11}\left(2x-y-\frac{1}{11}\right)$$

De unde se găsește:

$$u\,e^{4x-2x_0} = \frac{1}{2}(x_0 - x + y)^2 + \frac{1}{11}\left(x - y + x_0 - \frac{1}{11}\right) - \frac{1}{2} - x_0 -$$

$$- \frac{e^{11x-11x_0}}{11}\left(2x - y - \frac{1}{11}\right)$$

Observație. Este posibil ca o ecuație diferențială să fie pusă sub forma de produs de operatori diferențiari liniari, însă de multe ori integrarea să nu se poată efectua, ca și problema analoagă cînd se exprimă o integrală cu ajutorul mai multor cuadraturi neefectuabile.

Se poate introduce și aici noțiunea de integrală generală exprimată prin produse de operatori diferențiali liniari.

IV. Aplicații la ecuații diferențiale liniare

Descompunerea ecuației diferențiale în factori de operatori

A. Prima metodă.

Ne propunem să descompunem în produs de operatori diferențiali, o ecuație diferențială liniară de forma.

$$L_n(y) = y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \cdots + a_n y = 0 \tag{14}$$

unde coeficienții a_i sînt în general funcție de x.

În cazul acesta introducem notația:

$$\frac{d^p}{dx^p} = D^p, \text{ astfel ca } D^p x = y^{(p)}$$

Punem membrul I al ecuației diferențiale sub forma:

$$L_n(y) \equiv (D^1 - m D^0)(D^{n-1} + A_1 D^{n-2} + \cdots + A_{n-1} D^0)\, y \tag{15}$$

și să determinăm coeficienții $m, A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$.

Facem remarca că notația $\frac{d^0}{dx^0} = D^0$, ca și în cazurile precedente este esențială, căci numai ast fel se pot face operațiile de înmulțire dela stînga la dreapta.

Identificînd în 15) coeficienții derivatelor din membrul I și II, obținem:

$$A_1 - m = a_1,\ A_2 + A_1' - m A_1 = a_2,\ \ldots,\ A_{n-1} + A_{n-2}' - m A_{n-2} = \\ = a_{n-1},\ A_{n-1}' - m A_{n-1} = a_n \tag{16}$$

Din relațiile 16) rezultă că problema punerii sub forma 15) a ecuației diferențiale 14) este posibilă, deoarece din aceste relații se pot determina coeficienții $m, A_1, A_2, \ldots, A_m$.

Vom stabili următoarea teoremă :

Pentru coeficientul m există o infinitate de valori și acestea se obțin cu ajutorul ecuației adjuncte a ecuației diferențiale date.

Vom face demonstrația prin indicație completă.

Pentru $n=1$ considerăm :

$$M_1(y) = b_0 y' + b_1 y \equiv (D^1 - m D^0)(A_1 D^0) y, \qquad (\alpha_1)$$

care pentru $b_0=1$ devine $L_1(y)$

Identificînd coeficienții derivatelor și eliminînd pe A_1 găsim :

$$-m b_0 + b_0' - b_1 = 0 \qquad (\beta_1)$$

Punînd :

$$u = \int m\,dx,\ e^{-u} = z \qquad (17)$$

și înmulțind β_1, cu e^{-u} se obține :

$$(b_0 z)' - b_1 z = 0 \qquad (\gamma_1)$$

care este ecuația adjunctă a ecuației diferențiale $M_1(y)=0$.

Pentru $n=2$ avem :

$$L_2(y) = y'' + a_1 y' + a_2 y \equiv (D^1 - m D^0)(D^1 + A_1 D^0) y, \qquad (a_2)$$

Aplicînd relațiile 16) și eliminînd pe A_1, găsim :

$$-m' + m^2 + a_1 m - a_n' + a_2 = 0. \qquad (b_2)$$

Cu aceleași notații 17) înmulțim ca în cazul precedent pe β_2) cu e^{-u} și obținem :

$$z'' - (a_1 z)' + a_2 z = 0. \qquad (\gamma_2)$$

Deasemenea cu notațiile 17) să admitem că pentru a pune ecuația 14) sub forma 15), m este dat de ecuația adjunctă a lui 14)

$$z^{(n)} - (a_1 z)^{(n-1)} + (a_2 z)^{n-2} - \ldots + (-1)^{n-1}(a_{n-1} z)' + (-1)^n a_n z = 0 \qquad (18)$$

și să demonstrăm că pentru a pune ecuația $L_{n+1}(y)=0$ sub forma :

$$L_{n+1}(y) \equiv (D^1 - m D^0)(D^n + A_1 D^{n-1} + \ldots + A_n D^0) y \qquad (19)$$

m este dat de ecuația adjunctă corespunzătoare în z

Scriem ecuația diferențială $L_{n+1}(y)=0$ astfel :

$$[y^{(n+1)} + a_1 y^{(n)} + \ldots + a_{n-1} y'' + (a_n - \alpha) y'] + (\alpha y' + a_{n+1} y) = 0$$

Cele două paranteze pot fi scrise respectiv :

$$y^{(n+1)} + a_1 y^{(n)} + \ldots + a_{n-1} y'' + (a_n - \alpha) y' = (D^1 - m_1 D^0)(D^n + A_1 D^{n-1} + \ldots + \ldots + A_{n-1} D^1) y \qquad (20)$$

$$\alpha y' + a_{n+1} y = (D^1 - m_2 D^0)(A_n D^0) y \qquad (21)$$

În relația 20), m_1 este dat în baza ipotezei 18) (căci n-avem decît să punem $y'=Y$) de ecuația adjunctă:

$$z_1^{(n)} - (a_1 z_1)^{(n-1)} + (a_2 z_1)^{(n-2)} - \ldots + (-1)^{(n-1)}(a_{n-1} z_1)' + \\ + (-1)^n (a_n - \alpha) z_1 = 0 \tag{22}$$

iar pentru relația 21) conform lui γ_1), valoarea lui m_2 este dată de:

$$(\alpha z_2)' - a_{n+1} z_2 = 0. \tag{23}$$

S-a notat respectiv cu:

$$z_1 = e^{-u_1} = e^{-\int m_1 dx}, \quad z_2 = e^{-u_2} = e^{-\int m_2 dx}. \tag{17'}$$

Să determinăm pe α, astfel ca în ecuațiile 20) și 21) să avem: $m_1 = m_2 = m$.

Pentru aceasta rezultă din 17') că $z_1 = z_2$.

Dacă se face în 22) și 23) $z_1 = z_2 = z$ și se elimină z între ele, se obține o ecuație diferențială în α care determină valorile acestuia pentru care $m_1 = m_2 = m$.

Fie $\alpha = \alpha_1$ una din aceste valori pentru care $m_1 = m_2 = m$.

În cazul acesta adunînd 20) cu 21) obținem egalitatea 19) iar pentru aflarea lui m trebuie să punem $z_1 = z_2 = z$ în ecuațiile 22) și 23) și să liminăm pe α_1.

În acest scop derivăm odată ecuația 22) și apoi adunăm în membrul I al acestuia, membrul I al ecuației 23) multiplicat cu $(-1)^n$. Obținem:

$$z^{(n+1)} - (a_1 z)^{(n)} + (a_2 z)^{(n-1)} - \ldots (-1)^n (a_n z)' + (-1)^{n+1} a_{n+1} z = 0$$

care este ecuația ce dă pe m, notațiile fiind din 17).

Deci am demonstrat că ecuația diferențială 14) se poate pune sub forma 15), iar valoarea lui m este dată de ecuația 18) adjuncta lui 14) cu notațiile 17)

— Să găsim forma sub care se prezintă m cînd se cunoaște integrala generală a ecuației adjuncte 18).

$$\text{Fie } z = C_1 z_1 + C_2 z_2 + \ldots + C_n z_n$$

integrala generală a ecuației diferențiale 18) unde C_i sînt constatate, iar z_i, n integrale particulare liniar independente ale lui 18). Din 17) obținem:

$$m = -\frac{z'}{z}$$

Deci rezultă:

$$m = -\frac{C_1 z_1' + C_2 z_2' + \ldots + C_n z_n'}{C_1 z_1 + C_2 z_2 + \ldots + C_n z_n}.$$

Formula 24) dă mulțimea tuturor valorilor lui m.

Se poate merge mai departe și să se pună sub forma de produs de operatori factorul al doilea din membrul II al egalității 15).

$$y^{(n-1)} + A_1 y^{(n-2)} + \ldots + A_{n-1} y \equiv (D^1 - m_2 D^0)(D^{n-2} + \\ + B_1 D^{n-3} + \ldots + B_{n-2} D^0)$$

unde m_2 este dat de ecuația adjunctă în z a ecuației

$$y^{(n-1)} + A_1 y^{(n-2)} + \ldots + A_{n-1} y = 0$$

iar coeficienții $B_1, B_2 \ldots B_{n-2}$ se calculează cu formule analogice celor din 16).

Se poate continua cu descompunerea în factori de operatori și rezultă că membrul întîi al ecuației diferențiale.
14) se poate scrie:

$$L_n(y) \equiv (D^1 - m_1 D^0)(D^1 - m_2 D^0) \ldots (D^1 - m_n D^0) y \qquad (25)$$

unde unii factori pot fi egali între ei.

În formula 26) înmulțirea factorilor se face în mod succesiv începînd dela dreapta spre stînga sau invers. Deasemenea se pot înlocui mai mulți factori alăturați prin produsul lor făcut deasemenea succesiv de la dreapta spre stînga sau invers.

Observare. Coeficienții A_k se obțin mai simplu făcînd împărțirea:

$$\frac{L_n}{D^1 - m D^0} = \frac{D^n + a_1 D^{n-1} + \ldots + a_n D^0}{D_1 - m D^0},$$

al cărui cît este $D^{n-1} + A_1 D^{n-2} + \ldots + A_{n-1} D^0$. Se procedează ca la diviziunea polinomului $P(x)$ cu x-a, însă la aflarea citului se înmulțește (adică se aplică operatorul) împărțitorul cu termenii ce-i aflăm ai cîtului. De aici rezultă o remarcabilă interpretare a ecuației adjuncte, ea deducîndu-se din restul diviziunii.

B. **A doua metodă de descompunere în factori**

Ne propunem să descompunem în produs de operatori diferențiali membrul I al ecuației 14) începînd dela dreapta.

Scriem ecuația 14) sub forma:

$$L_n(y) \equiv (D^{n-1} + B_1 D^{n-2} + \ldots, + B_{n-2} D^1 + B_{n-1} D^0)(D^1 - p D^0) y \qquad (26)$$

și ne propunem să determinăm coeficienții B_i și p. Pentru aceasta se identifică coeficienții derivatelor din ambii membri. Să demonstrăm teorema:

Pentru coeficientul p există o infinitate de valori și acestea se obțin cu ajutorul ecuației diferențiale 14) date.

Demonstrația se poate face și direct, însă în cele ce urmează utilizăm de asemenea metoda inducției complete.

Pentru n=1 considerăm.

$$M_1(y) = b_0 y' + b_1 y \equiv B_1 D^0 (D^1 - p D^0) y \qquad (\alpha_1')$$

Identificînd coeficienții și eliminînd pe B_1 găsim

$$b_0 p + b_1 = 0 \qquad (\beta_1')$$

Punem:

$$u = \int p\,dx,\ e^u = z \qquad (27)$$

și înmulțind pe β_1' cu e^u obținem:

$$b_0 z' + b_1 z = 0 \qquad (\lambda_1')$$

care este chiar ecuația dată:

Pentru $n=2$.

$$L_2(y) = y'' + a_1 y' + a_2 y \equiv (D^1 + B_1 D^0)(D^1 - p D^0) y. \qquad (\alpha_2')$$

Identificînd corficienții derivatelor și eliminînd pe B_1 găsim:

$$p' + p^2 + a_1 p + a_2 = 0. \qquad (\beta_2')$$

Înmulțind pe β_2') cu e^u și ținînd cont de notațiile 27) obținem:

$$z'' + a_1 z' + a_2 z = 0 \qquad (\gamma_2')$$

care este ecuația dată:

Admitem că pentru a pune ecuația diferențială 14) sub forma 26), p este dat ecuația $L_n(z) = 0$, notațiile fiind din 27) și să demonstrăm că pentru a pune ecuația $L_{n+1}(y) = 0$ sub forma:

$$L_{n+1}(y) \equiv (D^n + B_1 D^{n-1} + \ldots + B_n D^0)(D^1 - p D^0) y, \qquad (28)$$

p este dat de $L_{n+1}(z) = 0$.

Scriem ecuația diferențială astfel:

$$[y^{(n+1)} + a_1 y^{(n)} + \ldots + (a_n - \alpha) y'] + \alpha y' + a_{n+1} y) = 0. \qquad (29)$$

În prima paranteză se notează $y' = Y$ și atunci se scrie conform ipotezei:

$$Y^{(n)} + a_1 Y^{(n-1)} + \ldots + (a_n - \alpha)\ Y \equiv (D^{n-1} + F_1 D^{n-2} + F_2 D^{n-3} + \\ + \ldots + F_{n-1} D^0)\ (D^1 - p_1 D^0)\ Y \qquad (a)$$

unde p_1 este dat de:

$$Z_1^{(n)} + a_1 Z_1^{(n-1)} + \ldots + (a_n - \alpha) Z_1 = 0 \text{ cu notația } Z_1 = e^{\int p_1 dx}. \qquad (b)$$

Ecuațiile a) și b) se scriu:

$$y^{(n+1)} + a_1 y^{(n)} + \ldots + (a_n - \alpha) y' \equiv (D^{n-1} + F_1 D^{n-2} + \\ + \ldots + F_{n-1} D^0)\ (D^1 - p_1 D^0)\ y' \qquad (a')$$

$$z_1^{(n+1)} + a_1 z_1^{(n)} + \ldots + (a_n - \alpha) z_1' = 0. \qquad (b')$$

cu notația $z_1' = Z_1 = e^{\int p_1 dx}$ sau

$$z_1 = \int e^{\int p_1 dx}\, dx. \qquad (30)$$

Descompunem în produs ultimii factori din a') și avem:

$$(D^1 - p_1 D^0)\, y' = y'' - p_1 y' = (D^1 - r_1 D^0)\,(D^1 - r_2 D^0)\, y \qquad (c)$$

unde conform lui α_2'), r_2 este dat de ecuația diferențială:

$$z'' - p_1 z' = 0 \qquad (c')$$

cu notația

$$z = \int e^{\int p_1 dx}\, dx = e^{\int r_2 dx}. \qquad (30')$$

Înlocuind în a') expresia din c) descompusă în factori și înmulțind primii doi factori obținem:

$$y^{(n+1)} + a_1 y^{(n)} + \ldots + (a_n - \alpha)\, y' \equiv (D^n + B_1 D^{n-1} + \\ + \ldots + B_{n-1} D^1 + B_n D^0)(D^1 - r_2 D^0)\, y \qquad (d)$$

și din compararea formulelor 30) și 30') rezultă că r_2 este dat de ecuația diferențială b') cu notația:

$$z_1 = e^{\int r_2 dx}\, dx. \qquad (30'')$$

Paranteza a doua din 29) conform lui α_1') se poate scrie:

$$\alpha y' + a_{n+1} y = \alpha D^0 (D^1 - p_2 D^0)\, y \qquad (e)$$

unde p_2 este dat de:

$$\alpha z_2' + a_{n+1} z_2 = 0 \qquad (e')$$

cu notația:

$$z_2' = e^{\int p_2 dx}. \qquad (30''')$$

În mod analog ca în cazul precedent, se justifică că se poate găsi o valoare α_1 pentru α astfel ca $r_2 = p_2 = p$ adică $z_1 = z_2 = z$. Existența lui α_1 se dovedește punînd în loc de z_1 și z_2 valoarea z în b') și e') și eliminînd pe z obținem ecuația diferențială în α.

Punem astfel în d) și e) în loc de α valoarea sa α_1 și înlocuim pe r_2 și p_2 cu valoarea comună p, apoi adunăm membru cu membru d) cu e) pentru a elimina pe α_1, obținem:

$$L_{n+1}(y) = (D^n + B_1 D^{n-1} + B_2 D^{n-2} + \ldots + B_n D^0)(D^1 - p D^0)\, y$$

unde p se obține din ecuația care rezultă adunînd b') cu e') după ce facem $z_1 = z_2 = z$ care este tocmai ecuația:

$$L_{n+1}(z) = 0$$

cu notațiile 27)

Deci ecuația diferențială 14), $L_n(y) = 0$ se poate pune sub forma 28), iar valoarea lui p este dată de $L_n(z) = 0$ cu notațiile 27).

În continuare se poate lua operatorul polinomial din 28), $D^n + B_1 D^{n-1} + \ldots + B_n D^0$ și să-l descompunem în factori în același fel.

Rezultă că o ecuație diferențială liniară se poate descompune în produs de factori de operatori diferențiali liniari începînd sau dela dreapta sau dela stînga sau în mod combinat.

Mulțimea soluțiilor pentru p se obține din 27).

$$z = e^{\int p dx} \text{ sau } p = \frac{z'}{z}$$

Fie $z = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n$ integrala generală a ecuației diferențiale date:

Avem:

$$p = \frac{C_1 y_1' + C_2 y_2' + \ldots + C_n y_n'}{C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n} \tag{31}$$

Din cele ce preced se trage concluzia că există o inifinitate de moduri în care se poate pune $L_n(y)$ sub forma de produs de operatori diferențiali liniari și atunci cînd efectuăm un produs de operatori, factorii se pot înmulți numai succesiv. Dacă se schimbă unul din factori, avem posibilitatea să lăsăm neschimbați pe toți cei care îl preced și să schimbăm pe cei următori sau să lăsăm neschimbați pe cei următori și să-i schimbăm pe cei care îl preced.

Determinarea unei integrale particulare la o ecuație diferențială liniară

Fie

$$L_n(y) = f(x)$$

o ecuație diferențială liniară neomogenă, căreia să-i determinăm o integrală particulară.

Presupunem că am pus membrul I sub formă de produs de operatori liniari și atunci ecuația devine.

$$\prod_{i=1}^{n} (D^1 - m_i D^0)\, y = f(x).$$

Integrala generală se obține integrînd din aproape în aproape. Dacă o integrăm succesiv și considerăm toate constantele egale cu zero obținem o integrală particulară care este:

$$y_0 = e^{\int m_n dx} \int e^{\int (m_{n-1} - m_n) dx} \int e^{\int (m_{n-2} - m_{n-1}) dx} \ldots$$

$$\ldots \int e^{\int (m_1 - m_2) dx} \int f(x) e^{-\int m_1 dx} dx \ldots dx$$

unde avem n integrale suprapuse care se efectuiază dela dreapta spre stînga.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОМОЩИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

(Краткое изложение)

Важные классы дофференциальных уравнсний разладаются в произведение дифференциальных операторов. Использованный метод даёт возможность интегрироват эти уравнения и разрешить задачу Коши.

Данный метод применяется к линейным дифференциальным уравнениям, и находится дифференциальное уравнение, называемое резольвентою для линейного уравнения в частных производных второго порядка, в котором функция зависит от двух переменных, Указывается, что достаточно знать лишь одно частное решение резольвенты, чтобы интегрировать данное уравнение.

Показан метод разложения на множетели линейные дифференциальные уравнения, используя вопомогательные или прямые уравнения.

THE INTEGRATION OF SOME CLASSES OF DIFFERENTIAL EQUATIONS BY MEANS OF DIFFERENTIAL OPERATORS

(Summary)

Important classes of differential equations are decomposed in to products of differential operators. The procedure used permits the integration of these equations and the solving of Cauchy's problem.

This method is applied to the linear differential equations and it is found a solving differential equation for the equation with partial linear derivatives, of the second order in which the function depends on two variables. It is demonstrated that it is enough to know a single particular solution of the resolvant for integrating the given equation.

It is shown how by utilizing the adjunct equations or the direct equations, the factors of the linear differential equations can be decomposed.

L'INTÉGRATION DE CERTAINES CLASSES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES A L'AIDE D'OPÉRATEURS DIFFÉRENTIELS

(Résumé)

On décompose d'importantes classes d'équations différentielles en produits d'opérateurs différentiels. La procédé utilisé permet l'intégration de ces équations et la résolution du problème de Cauchy.

On applique cette méthode et on trouve une équation différentielle résolvante pour l'équation aux dérivées partielles linéaires du second ordre dans laquelle la fonction dépend de deux variables. On démontre qu'il est suffisant de connaître une seule solution particulière de la résolvante pour intégrer l'équation donnée.

On montre la manière dont on peut d-composer en facteurs les équations différentielles linéaires, en utilisant des équations adjointes ou des équations directes.

DIE INTEGRIERUNG GELISSER KLASSEN DER DIFFERENTIAL-GLEICHUNGEN MIT HILDE DER DIFFERENTIALOPERATEURE

(Zusammenfassung)

Man zerlegt wichtige Klassen der Differentialgleichungen in Produkte der Differentialoperateure. Das angewandte Berfahren ermöglicht die Integrierung dieser Gleichungen und die Auflösung des Cauchy problemes.

Diese Methode wird bei linienförmigen Differentialgleichungen angewandt und man findet für die liniaren, teilweisen Ableitungen zweiter Ordnung, in welcher die Funktion von zwei Veränderlichen abhängt, eine resolvierende Differentialgleichung.

Es wird gezeigt, wie man liniare Differentialgleichung in Faktoren zerlegen kann, indem man beigeordnete oder direkte Gleichungen verwendet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

DÉMONSTRATIONS GÉOMETRIQUES DE QUELQUES THÉORÈMES SUR LES FRACTIONS CONTINUES [1])

par GABRIEL SUDAN

Dans ce qui suit on trouvera les démonstrations de quelques théorèmes sur les fractions continues, comme par ex. le théorème de Seidel, *le critère de Legendre et un théorème de* Perron, *à l'aide de la représentation géométrique de* Klein.

1. Le théorème de Seidel

La condition nécessaire et suffisante pour que la fraction continue illimitée, à éléments quelconques positifs

$$a_0 + \frac{1|}{|a_1} + \frac{1|}{|a_2} + \cdots + \frac{1|}{|a_n} + \cdots \tag{1}$$

soit convergente, est que la série

$$\sum a_n \tag{2}$$

soit divergente.

En particulier une telle fraction continue est convergente quand elle est régulière.

Démonstration. Considérons deux axes rectangulaires Ox et Oy et représentons chaque réduite

$$R_n = \frac{A_n}{B_n}$$

de la fraction continue (1) par le point (que nous notons toujours par R_n) ayant les coordonnées

$$x = B_n \text{ et } y = A_n$$

où A_n et B_n ont les valeurs canoniques [2]) données par les formules de

---

[1]) Communication faite à l'I.C.F. en mars 1958.

[2]) Les natations employées sont celles de O. Perron: *„Die Lehre von den Kettenbrüchen"*, Stuttgart. B. G. Teubner. 1954 et 1956.

récurrence.

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0 \quad ; \quad B_0 = 1 \\ A_1 &= a_0 a_1 + 1 \; ; \quad B_1 = a_1 \\ A_{n+1} &= A_n a_{n+1} + A_{n-1} > A_{n-1} \\ B_{n+1} &= B_n a_{n+1} + B_{n-1} > B_{n-1} . \end{aligned} \tag{3}$$

On déduit la construction géometrique suivante :

Pour obtenir le point R_{n+1}, quand on connait les points R_{n-1} et R_n, il suffit de mener par le point R_{n-1} une parallèle à la droite OR_n et de mesurer sur cette parallèle la lonkueur $\overline{OR_n} \cdot a_{n+1}$ de telle sorte que

$$OR_{n+1} > OR_n .$$

Il résulte de la construction précédente que la droite OR_{n+1} est intérieure à l'angle $R_{n-1}\, OR_n$ et que si l'on désigne par α_n l'angle entre O_x et OR_n on a

$$|\alpha_{n+1} - \alpha_n| < |\alpha_n - \alpha_{n-1}|$$

D'autre part

$$|\operatorname{tg} \alpha_{n+1} - \operatorname{tg} \alpha_n| = \frac{1}{B_n B_{n+1}}$$

de sorte que *la condition nécessaire et suffisante pour que la fraction continue* (1) *soit convergente est*

$$\lim_{n \to \infty} B_n B_{n+1} = \infty .$$

Remarquons encore que cette construction montre que

$$R_0 < R_n < R_1 \tag{4}$$

pour $n = 2, 3, \ldots$.

Supposons maintenant que la série (2) *est divergente et démontrons que dans ce cas la fraction continue* (1) *est convergente.* A ce but remarquons que

a) L aire du triangle (R_{n-1}, R_n, R_{n+1}) (en valeur absolue) est

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} B_{n-1} & A_{n-1} & 1 \\ B_n & A_n & 1 \\ B_{n+1} & A_{n+1} & 1 \end{vmatrix} = \frac{a_{n+1}}{2}$$

b) Les deux triangles voisins (R_{n-1}, R_n, R_{n+1}) et (R_n, R_{n+1}, R_{n+2}) et en général deux triangles (R_{i-1}, R_i, R_{i+1}) et (R_{n-1}, R_n, R_{n+1}) différents, n'ont aucun point intérieur comun. C'est une conséquence de la construction géometrique précédente.

Joignons maintenant d'une part les points représentatifs des réduites de rang pair : R_0, R_2, R_4... et d'une autre part les points représentatifs des réduites de rang impair : R_1, R_3, R_5... On obtient ainsi deux contours polygonaux P_0 et P_1. Evaluons l'aire A de la portion du plan comprise entre P_0 et P_1. et la droite R_0 R_1. A ce but décomposons cet aire en triangles, chaque triangle ayant pour sommets les points représentatifs de trois réduites consécutives. On obtient

$$A = \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} a_n = \infty$$

ce qui signifie que parmis les points représentatifs des réduites, il existe des points pour lesquels la distance à l'origine est arbitrairement grande. Soit d un nombre positif quelconque. Il existe donc un n tel que

$$OR_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} > d$$

Supposons par exemple n pair. Pour tout m pair et plus grand que n on aura encore.

$$OX_m > OR_n > d$$

c'est à dire que l'on a au moins l une des deux limites suivantes n ne parcourant que des valeurs paires,

$$\lim_{n \to \infty} A_n = \infty \text{ où } \lim_{n \to \infty} B_n = \infty$$

Cependant B_n ne peut pas être borné supérieurement puisque dans ce cas

$$\lim_{n \to \infty} R_n = \infty > R_1$$

contrairement à (4). On a donc finalement

$$\lim_{n \to \infty} B_n B_{n+1} = \infty$$

n tendant vers l'infini cette fois ci, par toutes les valeurs entières, ce qui signifie que la fraction continue (1) est convergente.

On arrive à la même conclusion si dans le raisonnement précédent on suppose n impair.

Inversement, supposons maintenant la fraction continue (1) convergente et démontrons que dans ce cas la série (2) est divergente.

On a dans ce cas

$$\lim_{n \to \infty} B_n B_{n+1} = \infty$$

et par conséquent l'un au moins des deux ensembles, celui des points représentatifs des réduites de rang pair et celui des points représentatifs des réduites de rang impair, contient des points R_n pour lesquels B_n est

arbitrairement grand. Supposons que ceci arrive pour les réduites de rang pair. (La démonstration est la même pour le cas des réduites de rang impair). Considérons un triangle quelconque $(0, R_{2n}, R_{2n+1})$. L'aire de ce triangle est $\frac{1}{2}$ Considérons un deuxième triangle $(0, R_{2m}, R_{2m+1})$ de telle sorte que

$$B_{2m} > 2 \text{ Max } (B_{2n}, B_{2n+1})$$

ce qui est possible en vertu de l'hypothèse précédente. Les droites OR_{2m} et OR_{2m+1} rencontrent la droite $R_{2n} R_{2n+1}$ dans des points situés *entre* R_{2n} et R_{2n+1}. Supposons par exemple

$$B_{2n+1} > B_{2n}$$

et menons par R_{2n+1} la parallèle à Oy. Soit C l'interesection de cette parallèle avec la droite OR_{2m}. Evidemment

$$OC < CR_{2m}$$

et puisque l'aire du triangle $(0, R_{2m}, R_{2m+1}) = \frac{1}{2}$ on aura

$$\text{aire } (C, R_{2m}, R_{2m+1}) > \frac{1}{4}.$$

Ce dernier triangle est complétement extérieur au triangle $(0, R_{2n}, R_{2n+1})$ mais il est intérieur au quadrilatère $(R_{2n}, R_{2n+1}, R_{2m+1}, R_{2m})$.

En procédant de la même manière avec le triangle $(0, R_{2m}, R_{2m+1})$ et en continuant avec d autres triangles, on déduit que la portion du plan couverte par les triangles (R_0, R_1, R_2), (R_1, R_2, R_3), (R_2, R_3, R_4)... contient une infinité de triangles, sans points intérieurs communs, ayant chaqu'un une aire $\geq \frac{1}{4}$, La série

$$\sum a_n$$

est donc divérgente.

2. Le critére de Legendre

La condition nécéssaire et suffisante pour que la fraction irréductible $\frac{p}{q}$ *soit une réduite de la fraction continue régulière du nombr e* α *est*

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| \leqslant \frac{1}{q(q+q_1)}$$

où q_1 *est le dénominateur de l'avant dernière réduite* $\frac{p_1}{q_1}$ *du développement de* $\frac{p}{q}$ *en fraction continue régulière.*

Démonstration. Soient $P\ (q,p)$ et $P_1\ (q_1,p_1)$ les points représentatifs des fractions $\frac{p}{q}$ et $\frac{p_1}{q_1}$, par rapport à deux axes rectangulaires Ox et Oy. Nous allons montrer que la condition nécessaire et suffisante pour que $\frac{p}{q}$ soit une réduite de la fraction continue régulière de α est que *la droite* $y = \alpha x$ *rencontre la droite* $P P_1$ *en un point situé entre* T, *le milieu du ségment* $P P_1$ *et* P.

Si $\alpha = \frac{p}{q}$, le théorème est évident. Soit donc

$$\alpha \neq \frac{p}{q}$$

et supposons d'abord que $\frac{p_1}{q_1}$ et $\frac{p}{q}$ sont en effet deux réduites consécutives de α. Puisque α est compris entre $\frac{p_1}{q_1}$ et $\frac{p}{q}$, la droite $y = \alpha x$ rencontrera la droite $P P_1$ entre P et P_1, et puisque

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \left| \alpha - \frac{p_1}{q_1} \right|$$

le point d'intersection sera situé entre T et P (le point Ty compris). La condition est donc nécessaire.

Inversement, supposons que la droite $y = \alpha x$ rencontre le ségment $P P_1$, entre T et P. Nous allons construire une fraction continue régulière ayant pour valeur α et qui contient parmis ses réduites les fractions $\frac{p_1}{q_1}$ et $\frac{p}{q}$.

A ce but menons par P_1 une parallèle à OP et désignons par U l'intersection de cette parallèle avec la droite $y = \alpha x$. En partant de P_1 vers U, mesurons sur la parallèle, des ségments succésifs, la longueur de chaque ségment etant égale à OP. On obtient ainsi succéssivement les points P_1, P_1', P_1''... Soit P_2 le dernier de ces points qui est encore situé *entre* P_1 et U et soit

$$\frac{OP_2}{OP} = a_2 .$$

Puisque la droite $y = \alpha x$ rencontre le ségment PP_1 entre T et P, on aura pour le nombre *entier* a_2:

$$a_2 \geqslant 1$$

Soit

$$\frac{p}{q} = [b_0, b_1 \cdots b_m]$$

le développement en fraction continue régulière de $\frac{p}{q}$. Si P_2 coïncide avec U

on aura, en tenant compte de la construction géometrique des points représentatifs des réduites [1])

$$\alpha = [b_0, b_1, \cdots b_m, a_2]$$

et le théorème est démontré.

Si $P_2 \neq U$, soit V l'intersection des droites PP_2 et $y = \alpha x$. Puisque

$$P_2U < VP$$

on déduit de la comparaison des triangles OVP et VP_2U

$$VP_2 < VP .$$

Si l'on désigne par $\frac{p_2}{q_2}$ la fraction rationnelle irréductible correspondant au point P_2 on a

$$\frac{p_2}{q_2} = [b_0, b_1, \cdots b_m, \cdot a_2]$$

$\frac{p}{q}$ est donc l'avant dérnière réduite de $\frac{p_2}{q_2}$ et par conséquent les points P *et* P_2 ont, par rapport à la droite $y = \alpha x$, les mêmes propriétés que les points P_1, et P.

En répétant la construction précédente pour la paire de points PP_2 et en continuant ensuite de la même manière on obtient une suite de points P, P_2, P_3, $\cdots P_n$, P_{n+1}, $\cdots$ ayant les propriétés suivantes :

1) P_n est le point représentatif de l avant dernière réduite de $\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}}$, où q_{n+1} et p_{n+1} sont les coordonnées de P_{n+1}.

2) La droite $y = \alpha x$ rencontre le ségment $P_n P_{n+1}$ en un point situé entre P_n et P_{n+1}, plus rapproché de P_{n+1} que de P_n.

3) Si a_{n+1} est le nombre entier, analogue à a_2, correspondant au point P_{n+1}, on a

$$\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}} = [b_0, b_1, b_2, \cdots b_m, a_2, a_3 \cdots a_{n+1}]$$

et

4) $$q_{n+1} > q_n .$$

Deux cas sont possibles :

1) L'un des points P_2, P_3, P_4... par exemple le point P_n, est situé sur la droite $y = \alpha x$. Dans ce cas

$$\frac{p_n}{q_n} = \alpha$$

et le théorème est démontré.

---

[1]) F. Klein: *„Uber eine geometrieche Auffassung der gewöhnlichen Kettenbruchentwicklung"*. Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1895.

2) La fraction continue

$$[b_0, b_1, b_2, \cdots b_m, a_2, a_3, \cdots a_n \cdots]$$

est illimitée. Elle a évidement la valeur α et le théorème est encore démontre.

Remarque. Une précision concernant la fraction $\frac{p_1}{q_1}$ qui intervient dans la démonstration précédente est nécessaire. La fraction $\frac{p}{q}$ a deux développements en fraction continue régulière: l'un „long" dans lequel le dernier dénominateur est 1, et l'autre „court" dans lequel ce dénominateur est 1. Chaqu'un de ces deux développements a une avant-dernière réduite que nous désignerons respectivement par R' et R''.

Si l'on mène la droite OP, les points représentatifs de R' et R'' sont situés l'un d'un côte et l'autre de l'autre côte de cete droite. Soit Q l'intersection de OP et $R'\ R''$. *Si la droite* $y = \alpha x$ *rencontre le ségment* $R'\ R''$ *entre* Q et R' *c'est* R' *qu'on entend par* $\frac{p_1}{q_1}$. *Dans le cas contraire, c'est* R'' *qui est* $\frac{p_1}{q_1}$.

De la démonstration précédente on déduit immédiatement le critère de Legendre.

En effet, le coefficient angulaire de la droite OP étant $\frac{p}{q}$, celui de $OP_1, \frac{p_1}{q_1}$ et celui de OT, $\frac{p+p_1}{q+q_1}$, la condition précédente devient.

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| \leqslant \left| \frac{p}{q} - \frac{p+p_1}{q+q_1} \right| = \frac{1}{q(q+q_1)}$$

Un théorême de Perron[1]) sur la fonction $M(\alpha)$.

Soit α *un nombre irrationnel (positif). Si la suite des dénominateurs de la fraction continue régulière de* α *est bornée supérieurement, alors* $M(\alpha)$ *a une valeur finie. Dans le cas contraire* $M(\alpha) = \infty$.

Démonstration. Considérons l'inégalité

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{c\, q^2}.$$

Il existe des valeurs c, comme par ex. $c = 1$, pour lesquelles l'inégalité admet une infinité de solutions entières p et q. Si l'ensemble des c

[1]) O. Perron. „*Uber die Approximation irrationaler Zahlen durch rationale* 1. Satz 1." Sitzungsberichte d. Heidelberg. Akad. 1921.

ayant la propriété précédente est borné supérieurement, on désigne (Perron) la borne supérieure précise de cet ensemble, par $M(\alpha)$. Si cet ensemble n'est pas borné, on a $M(\alpha)=\infty$. Par conséquent $M(\alpha)=\infty$ signifie que l'inégalité

$$\left| \alpha - \frac{p}{p} \right| < \frac{\varepsilon}{q^2} \tag{1}$$

admet une infinité de solutions entières, p et q pour tout ε (>0). Si $M(\alpha)$ est fini, l'inégalité

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1+\varepsilon}{M(\alpha)\cdot q^2}$$

admet une infinité de solutions entières p et q mais ceci n'est plus vrai pour l'inégalité

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1-\varepsilon}{M(\alpha)\cdot q^2}.$$

Puisque, de deux réduites consecutives de la fraction continue réguliére de α l'une au moins a la propriété

$$\left| \alpha - \frac{A_n}{B_n} \right| < \frac{1}{2B_n^2}$$

on a pour tout α, $M(\alpha) \geqslant 2$. Mais d'une autre part si

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{2q^2}$$

la fraction $\frac{p}{q}$ est une réduite de α de sorte que dans les définitions précédentes on peut se limiter aux fractions $\frac{p}{q}$ qui sont des réduites de α.

Considérons deux axes réctangulaires Ox et Oy, la droite $y = \alpha x$ et le point $P(q,p)$. Par ce point menons une parallèle à Oy et une paralléle à $y = \alpha x$. Désignons par M l'intersection de la première parallèle avec la droite $y = \alpha x$, et par Q l'intersection de la deuxième parallèle avec Oy. Soit s l'aire du parallélegramme $OMPQ$, (que nous appélerons „parallélogramme de P par rapport à α") en valeur absolue. On a

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| = \frac{s}{q^2}.$$

Soient R_{n-1}, R_n et R_{n+1} les points réprésentatifs de trois reduites consécutives de la fraction continue réguliere de α a_{n+1} le dernier dénominateur de R_{n+1}. Partageons le ségment $R_{n+1}\,R_n$ en $a_{n+1}+1$ parties égales et désignons par T le point de division le plus rapproché de R_n. La droite $y = \alpha x$ *rencontre le ségment* $R_{n-1}\,R_1$ *entre* T *et* R_n. Menons la droite OT,

la parallèle a cette droite par R_n (qui rencontre Oy en L) et la paralléle a Oy par R_n (qui rencontre la droite OT en Q). *Soit* s_n l'aire du parallélogramme de R_n par rapport à α. Ce dernier parallèlogramme étant complétement compris dans le parallélogramme OQR_nL on aura évidemment

$$s_n \leqslant |\text{ aire } OQR_nR\ |.$$

L'équation de la droite OT étant

$$y = \frac{A_{n-1} + a_{n+1}\ A_n}{B_{n-1} + a_{n+1}\ B_n}\ x$$

les coordonnées de T sont

$$x = B_n \text{ et } y = \frac{A_{n-1} + a_{n+1}\ A_n}{B_{n-1} + a_{n+1}\ B_n}\ B_n$$

et

$$|\text{ l'aire } OMR_n\ L| = \left| \frac{A_{n-1} + a_{n+1}\ A_n}{B_{n-1} + a_{n+1}\ B_n}\ B_n^2 - B_nA_n \right|$$

$$= \frac{B_n}{B_{n-1} + a_{n+1}\ B_n} = \frac{1}{a_{n+1} + \dfrac{B_{n-1}}{B_n}} < \frac{1}{a_{n+1}}.$$

Par conséquent

$$s_n < \frac{1}{a_{n+1}}$$

c'est à dire

$$\left| \alpha - \frac{A_n}{B_n} \right| < \frac{1}{a_{n+1} + B_n^2}.$$

Si l'ensemble des a_{n+1} n'est par borné supérieurement, on deduit de l'inégalité précédente que l'inégalité (1) admet une infinité de solutions entières p et q pour tout ε (>0) c'est à dire $M(\alpha) = \infty$

Supposons maintenant que l'ensemble des dénominateurs est borné supérieurement et soit

$$a_n < m \quad (n = 0,\ 1,\ \cdots)$$

Considérons de nouveau les points représentatifs des réduites R_{n-1} et R_n, divisons cette foi ci le ségment $R_{n-1}R_n$ en $m+2$ parties égales et notons par T le point de division le plus rapproché de R_n. La droite $y = \alpha x$, *rencontre le ségment* $R_{n-1}\ R_n$ *entre* R_{n-1} *et* T. En effet on a

$$\alpha = \frac{A_n\ \alpha_{n+1} + A_{n-1}}{B_n\ \alpha_{n+1} + B_{n-1}}$$

où

$$\alpha_{n+1} = [a_{n+1},\ a_{n+2},\ a_{n+3},\ \cdots]$$

ce qui signifie que la droite $y = \alpha x$ divise le ségment $R_{n-1} R_n$ dans la rapport α_{n+1}. Or

$$\alpha_{n+1} \leqslant a_{n+1} + \frac{1}{a_{n+2}} \leqslant a_{n+1} + 1$$

$$< m + 1 = \frac{R_{n-1} T}{T R_n}.$$

Menons la droite OT, la parallèle à cette droite par R_n (qui rencontre Oy en L) et la parallèle à Oy par R_n (qui rencontre OT en Q). On a

$$s_n > |\text{ aire } OQR_nL\ |$$

c'est à dire

$$s_n > \frac{B_n}{(m+1) B_n + B_{n-1}} > \frac{1}{m+2}$$

On a donc pour tout $n \geqslant 1$

$$|\alpha - R_n| > \frac{1}{(m+2) B_n^2}$$

c'est à dire

$$M(\alpha) \leqslant m + 2.$$

ТЕОРЕМЫ О ЦЕПНЫХ ДРОВЯХ ДОКАЗАНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПУТЕМ

(Краткое содержание)

При помощи геометрической модели Клэйна (для представления цепных дробей), паспрестраненный на любые цепные дроби, автор доказывает ряд теорем отсосящихся к этим дробям, а именно:

1) Теорема Зайжеля относительно сходимостн любых цепных дробей с положительными членами;

2) Критерий Лежандра;

3) Две теоремы Перрона относительно функции $M(\alpha)$.

THEOREMS CONCERNING THE CONTINUOUS FRACTIONS, DEMONSTRED GEOMETRICALLY

(Summary)

By the help of the Klein geometrical pattern (for the representation of continuous fractions) extended to any continuous fractions the author demonstrates a series of theorems, such as:

1) Seidel's theorem on the convergence of some continuous fractions with positive elements;
2) Legendre's criterion.
3) One Perron theorem concerning the M. function.

DEMONSTRATIONS GEOMETRIQUES DE QULQUES THÉORÈMES SUR LES FRACTIONS CONTINUES

(résumé)

On démontre a l'aide de la representation géometrique de Klein une serie de théorèmes concernant les fractions continues, comme par ex.: le théorèmes de Seidel, de critère de Legendre, un théorème de Perron, etc.

SÄTZE DIE KETTENBRÜCHE BETREFFEN AUF GEOMETRISCHEM WEGE DARGESTELLT

(Zusammenfassung)

Der Verfasser beweist mit Hilfe des geometrischen Modells Klein (für die Darstellung der Ketenbrüche), eine Reihe von Sätzen, die diese Kettenbrüche betreffen und zwar:
1) Der Seidelscher Satz.
2) Legendre — Kriterium.
3) Ein Perron-Lehrsatz, die Funktion M (α) betreffend.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

SUR UNE CONSEQUANCE DE L'ASPECT AFFINE DE LA GEOMETRIE DESCRIPTIVE

par ION ENACHE — ERNA WASSERSTROM

C'est dans une note de Ch. Halphen qu'on utilise pour la première fois le second bisecteur du dièdre de référence Monge pour en tirer une simplification de l'épure grace à la préparation des données.

D'abord on remarque le second bissecteur est connu sans que l'on figure la ligne du terre sur l'épure, bien qu'il la contienne. Il suffit de connaîtreulment les directions des plans de projections, par la suite la direction de la ligne de terre, c'est qui revient à connaître la direction des lignes de rappel.

De cette manière, plus de ligne de terre et plus de traces, justement comme dans la pratique.

Depuis cette note, à notre su, on n'a rien apparuet l'auteur ne traite dans l'article cité que les problèmes de position concernant la droite et le plan.

En ce qui suit, nous allons faire un approfondissement de la méthode de Halphen, en résolvant deux problèmes fondamentales de la géométrie descriptive.

1. Section plane dans un cône quelconque (fig. 1)

Soit un cône dont la courbe directrice, le cercle $[A_B...D_B]$ este contennue dans le second bissecteur et dont le sommet est le point (s,s'). Le plan de section est donné par sa trace P_B sur le second bissecteur et le point $M\,(mm')$.

La section est une elipse. Pour obtenir sa projection nous allons che-r cher les intersections des plans donnés par les couples de génératrices: $(SA_B\,;\,S'A_B)$, $(SB_B\,;\,S'B_B)$, et $(SC_B\,;\,S'C_B)$, $(SD_B\,;\,S'D_B)$ avec le plan $[P_B\,(mm')]$.

Les génératrices ci indiquées corresponddent a deux diamètres perpendiculaires du cercle directeur et par suite les intersections des plans déter-

---

Comunication presenté à la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Politechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

minés par ces couples de génératrices avec le plan de section feront connaître deux diamètres conjugués de la projection de l'elipse.

Pour celà nous allons utiliser le plan R_B passant par la droite déterminée par $M(mm')$ et $S(ss')$. Le point d'intersection des plans Q_B [$(SA_B$

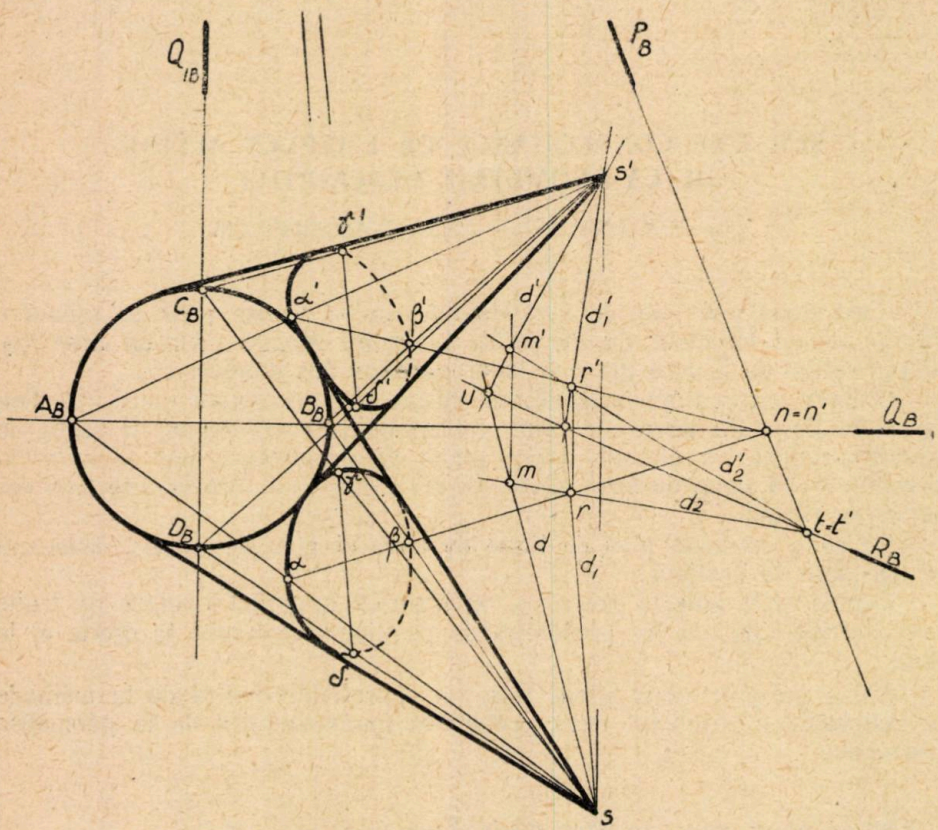


Fig. 1

$S'A_B)$, SB_B, $S'B_B$], R_B et P_B est (r, r'). En unissant (rr) avec $(nn') = Q \times P$ on obtient les projections $(\alpha, \beta, \alpha', \beta')$, d'un diamètre de l'eclipse de projection.

De la même manière on obtient son diamètre conjugué.

2. **Intersection de deux corps géométriques** (fig. 2)

Prenons comme corps géométrique les prismes $(abc, a'b'c')$ *et* $(mnp, m'n'p')$ dont les basses sont dans des plans quelconques et dont les arêtes sont données par leurs projection orthogonales sur les deux plans H et V.

Pour obtenir le poligone d'intersection de ces deux polyèdres, nous allons construire d'abord leurs traces $A_B\ B_B\ C_B$ et $M_B\ N_B\ P_B$ sur le second bissecteur.

Prenons ensuite le point (kk') par lequel on mème $K\lambda \| c\, C_B$, $K'\lambda \| c'\, C_B$ et $K'\lambda \| p'\, P_B$, $k\,\lambda_1 \| m\, M$. La trace de ce plan sur B_1 est $\lambda\lambda_1$. Donc les traces sur B_2 des plans auxiliaires passants par les arêtes des deux prismes seront parallèles à $\lambda\lambda_1$. C'est ainsi que le plan auxiliaire passant par M_B et

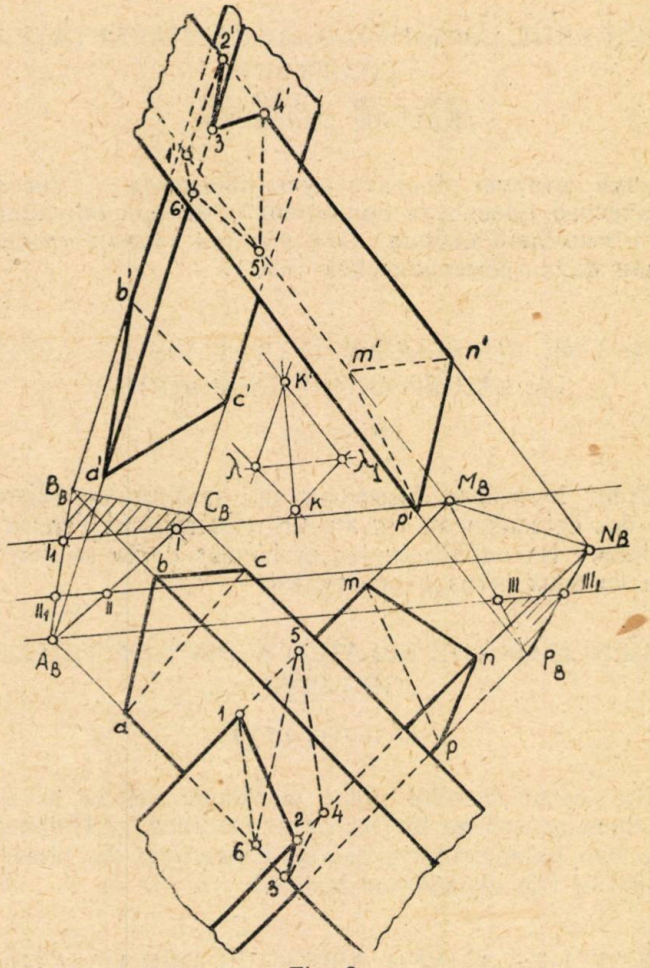


Fig. 2

coupant la prisme ABC d'aprés les droites correspondantes à I et a I_1 fournit le sommets 5 et 1 du polygone d'intersection.

On obtient de la même manière les autres sommets du polygon cherché. L'intersection obtenue est un arrachment.

Remarque. Il nous a été difficile d'appliquer cette modification du système de la double projection aux surfaces de rotation oú l'épure de Monge reste maîtresse.

La Chaire de Géometrie descriptive
Institut Politechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

[1]) N. F. Cetveruhin: *Geometrie proiectivă.* (trad. limba rusă) Buc. 956.
[2]) Ch. Halphen: *La ligne de terre et le second bissecteur.* Rev. Ensignemment Mathem. Paris, 1914.

ПОСЛЕДСТВИЕ АФФИНОГО ВИДА НАЧЕРТАТЕЛЬНОИ ГЕОМЕТРИИ

(Краткое изложение)

Используя вторую бисекторную плоскость в системе отсчёта Монжа в качество плоскости совпадений, автори обобщают изменёнцую эпюру в смысле Галфена. Они рѐшили задачи плоского сечения и пересечения двух геометрических тел.

SUR UNE CONSÉQUANCE DE L'ASPECT AFFINE DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

(Résumé)

En utilisant le second bissecteur du système de référence Monge comme plan des coincidences, les auteurs généralisent l'épure modifiée au sans de Halphen. Ils ont résolu les problèmes de la section plane et de l'intersection de deux corps géométriques.

A CONSEQUENCE OF THE RELATED ASPECT OF THE DISCRIPTIVE GEOMETRY

(Summary)

Using the second bisector plane of Monge system as a coincidence plane the authors generalize the image as modified by Halphen. They give a solution to two fundamental questions concerning the plane section and the intersection of two geometrical bodies.

EINE VOLGE DES AFINEN ASPEKTES DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

(Zusammenfassung)

Indem die Autoren, die Mittelebene des zweiter Quadranteen eines Mongeschenproiektionsistem als zusammen fallende Ebene benützend, erreichen sie eine Verallgemeinerung der Anwendung des modifizierten grundsisses im Sinne Halphen, und lösen zwei grundprobleme: Ebenerschnitt und Schnitt zweier geometrischer Körper.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

CHIMIE

DESCOMPUNEREA CLORULUI DE POTASIU CU ACID CLORHIDRIC*)

Prof. A. IANU, conf. GR. TEODORESCU, asist. I. NICULESCU

Într-o notă anterioară s-a instituit un proces tehnologic pentru obținerea cloritului de sodiu din leșii de clorier de la Tîrnăveni. Aceste leșii conțin la un mol de clorat de calciu, cinci moli clorură de calciu. Dată fiind prezența ionului calciu, descompunerea cloratului nu s-a putut face cu acid sulfuric, metodă curentă folosită pentru descompunerea cloraților în scopul obținerii bioxidului de clor, deoarece se precipita sulfatul de calciu care îngreunează procesul. Din acest motiv s-a folosit în aceea lucrare acid clorhidric, care pe lîngă rolul de descompunere al ionului clorat mai joacă rolul și de reducător în reacție, reducător absolut necesar în cazul descompunerii cloraților cu acid sulfuric. În lipsă de reducători, descompunerea cloraților cu acid sulfuric duce și la formarea unor cantități de perclorat.

Folosirea acidului clorhidric în procedeul sus amintit, pare să prezinte anumite avantaje necontestate ca înlăturarea necesității unui reducă tor și obținerea unei soluții epuizate care conține exclusiv clorură de calciu și care poate fi prelucrată ca atare. Metoda prezintă și desavantaje, deoarece pe lîngă bioxidul de clor, produs intermediar la obținerea cloritului de sodiu, se produce și clor gazos care necesită o adaptare potrivită a procedeului în faza de absorbție a gazelor rezultate, avînd ca repercursiuni mărirea cantității de reducător în faza de absorbție.

Pentru înregistrarea și precizarea acestor cunoștințe dobîndite s-a simțit nevoia de a se studia mai amplu condițiile de descompunere a cloraților alcalini și alcalino-pămîntoși cu acid clorhidric, precum și influența ionilor străini prezenți în reacție. Tocmai acesta este scopul lucrării de față în care s-a încercat să se stabilească condițiile optime a bioxidului de clor, pe lîngă o epuizare cît mai mare a soluției ce conține ionul clorat.

În mod teoretic reacția de bază pentru obținerea bioxidului de clor este următoarea:

$$_2KClO_3 + {}_4HCl = {}_2ClO_2 + Cl_2 + {}_2KCl + {}_2H_2O \qquad (1)$$

în care raportul ClO_2/Cl_2 este de 2 : 1. Această reacție are loc însă concomitent și cu alte reacții mult mai defavorabile în ceea ce privește forma-

*) Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

rea bioxidului de clor. În cazul folosirii unei cantități mari de acid clorhidric, reacția ce poate avea loc este:

$$_2KClO + {}_{12}HCl = {}_6Cl_2 + {}_2KCl + {}_6H_2O \quad (2)$$

Între aceste două situații extreme pot avea loc o serie de reacții cu rapoarte variabile de ClO_2/Cl_2.

Absorbția amestecului de bioxid de clor și clor se face prin barbotarea acestuia într-o soluție de hidroxid de sodiu 2N, în prezența apei oxigenate ca reducător, reacțiile considerate de bază în procesul de absorbție fiind:

$$_2ClO_2 + H_2O_2 + {}_2NaOH = {}_2NaClO_2 + {}_2H_2O + O_2 \quad (3)$$

și

$$Cl_2 + H_2O_2 + {}_2NaOH = {}_2NaCl + {}_2H_2O + O_2 \quad (4)$$

Reacția (4) are o viteză mult mai mare ca reacția (3), de aici necesitatea folosirii unei exces de apă oxigenată.

Apa oxigenată deși este scumpă și se consumă în cantități mai mari decît prevede calculul stoechiometric datorită instabilității sale în mediu alcalin, datorită existenței clorului care duce la un consum neproductiv, ea neputînd fi nici regenerată, este totuși un reducător care nu dă produse secundare, permite o bună transformare a bioxidului de clor în clorit, lasă să se vadă eventualele epuizări a soluției de absorbție prin îngălbenirea acesteia și este foarte ușor de manipulat. Ținînd seamă de descompunerea apei oxigenate în mediu alcalin, adăugirea ei a fost făcută, în trepte, pe măsura formării bioxidului de clor. În studiul de față am ales ca reducător apa oxigenată în faza de absorbție deoarece randamentele de reducere fiind 100% ne arată exact ce se întîmplă în faza de producere a bioxidului de clor și a clorului în vasul de reacție, adică tocmai faza care ne interesează.

Instalația folosită la această lucrare se compune dintr-un fluometru, un vas de reacție, două vase de absorbție umplute cu bile de sticlă și un vas spălător legat la o trompă, așa cum se vede din schema I (pe pagina următoare).

Debitul de aer cu care s-a lucrat a fost de 30—35 l aer/minut iar acidul clorhidric s-a adăugat în vasul de reacție dintr-o biuretă gradată, notîndu-se cantitățile respective. Tot din biurete s-a adăugat treptat și apa oxigenată în vasele de absorbție, în scopul asigurării prezenței continue a acesteia, dată fiind instabilitatea ei în mediu alcalin. Timpul a fost cronometrat, iar temperatura s-a măsurat cu un termometru plasat în baia de apă în care s-a cufundat vasul de reacție.

După terminarea operației, soluția din vasul de reacție a fost trecută într-un balon cotat completîndu-se cu apă pînă la semn. Soluția din vasele de absorbție s-a încălzit slab timp de 20—25 min. pînă la totala descompunere a apei oxigenate care ar fi dăunat la bunul mers al analizelor, trecîndu-se apoi într-un balon cotat și completîndu-se la semn.

1. Fluometru
2. Vas tampon
3. Vas de reacţie
4. Tub de admis. aer.
5. Agitator electric
6. Biuretă pt. admis. HCl
7. Coloană de abs. a ClO_2
8. Biuretă pt. admis. H_2O_2
9. Coloană de abs. a ClO_2
10. Vas spălător

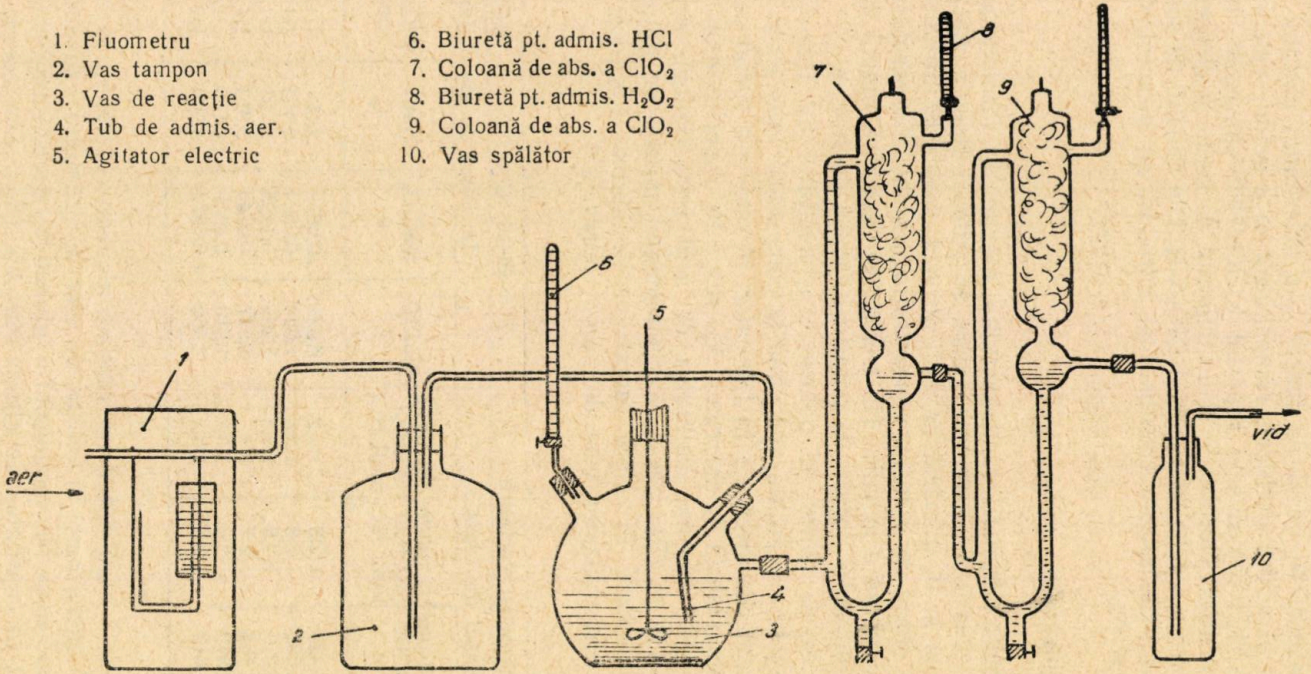


Fig. 1

Din baloanele cotate au fost luate probe care s-au analizat prin metode volumetrice. În vasul de reacție s-a determinat cloratul de potasiu nereacționat și acidul clorhidric rămas, ceea ce a permis calcularea raportului $KClO_3/HCl$ introdus și raportul $KClO_3/HCl$ consumat. În vasul de absorbție s-a dozat cloritul de sodiu, cloratul de sodiu și clorura de sodiu, iar din acestea s-a calculat raportul ClO_2/Cl_2. Din cloritul de sodiu rezultat și din cloratul de potasiu consumat și introdus, au fost calculate randamentele N_1 și N_2.

Date experimentale

În vederea obținerii randamentului maxim de formare a cloritului, s-au variat o serie de parametrii, care ar putea influența mersul reacției în studiu cum ar fi, numărul de moli de acid clorhidric introdus la aceeași cantitate de clorat de potasiu, concentrația acidului, temperatura de lucru, modul de adăugare a acidului (în trepte sau deodată), timpul de adăugare a acidului, influența clorurii de potasiu în vasul de reacție.

Cantitatea de clorat de potasiu, s-a menținut tot timpul constantă (5g), adăugîndu-i-se puțină apă, pînă la consistența unui terci.

Din încercările efectuate în laborator, în care s-a variat cantitatea de acid adăugată (tabela 1. diagrama A), respectiv raportul $KClO_3/HCl$ de la $1/2$—$1/6$, adică variind cantitatea de acid între limitele extreme date de reacțiile (1) și (2), reiese că randamentul maxim de obținere a cloritului, se situează în jurul raportului de aprox. 1/5, deși consumul $KClO_3/HCl$ corespunzător este de numai aprox. 1/3.

Tabela 1

Moli introduși variabili				T = 20-22 °C			HCl 2 : 1		
În vasul de reacție				În vasul de absorbție					
Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3$/ moli HCl	Introdus $KClO_3$/ moli HCl	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
1,628	2,425	1/2.3	1/2,2	0,935	0,0679	2,00	1/1,7	52	25
2,012	2,635	1/2,8	1/2,6	1,050	0,0564	2,465	1/1,7	53	28
2,684	3,215	1/2,8	1/3,3	1,265	0,1195	3,190	1/1,79	53	34
2,922	3,563	1/2,7	1/4	1,577	0,0745	3,813	1/1,7	65	42
3,800	3,970	1/3,2	1/5,2	1,910	0,4500	4,120	1/1,5	65	51
4,050	3,610	1/3,8	1/6,2	1,550	0,0973	3,940	1/2	58	41

În tabela 1 s-au dat două randamente care se referă la: N_1 randamentul de transformare în bioxid de clor a cloratului consumat față de cloratul introdus și N_2 randamentul global de transformare în bioxid de clor raportat la cantitatea de clorat introdus (5g). Din aceeași tabelă rezultă că raportul ClO_2/Cl_2 se situează între 1/1,7 și 1/2.

Adăugarea acidului peste acest raport deși duce la mărirea consumului de clorat de potasiu, nu duce și la o mărire a randamentului în clorit, raportul gazelor formate ClO_2/Cl_2, deplasîndu-se în favoarea clorului.

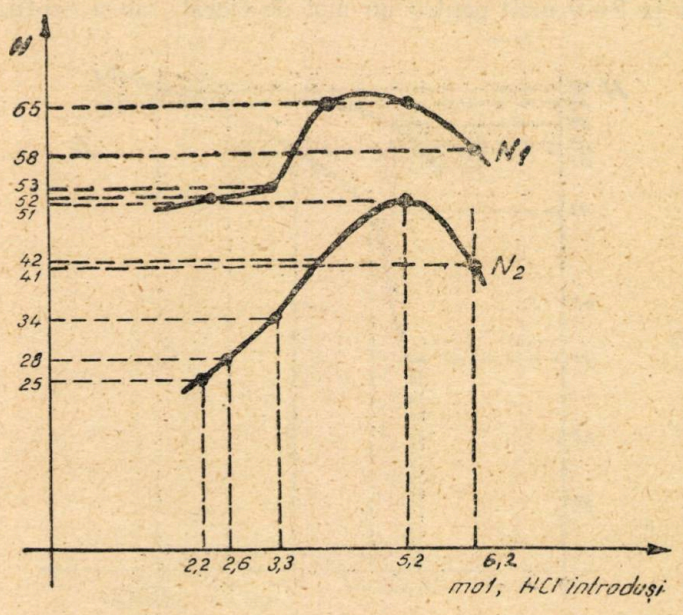


Fig. 2

Încercările au fost făcute la temperatura de 20° folosind un acid clorhidric de concentrație 2 : 1 adică 2p. acid conc. de 37% și 1p. apă.

În tabela 2 și fig. B s-a lucrat la temperatura de 40—42° pe toată durata adăugării acidului.

Tabela 2

Moli introduși de acid variabili T = 40-42° HCl 2 : 1									
În vasul de reacție				În vasul de absorbție					
Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3$/HCl moli	Introdus $KClO_3$/HCl moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
2,403	3,210	1/2,5	1/2,1	1,475	0,0724	2,871	1/1,4	62	31
2,223	3,175	1/2,4	1/2,2	1,545	0,0820	2,650	1/1,37	65	31
3,285	3,975	1/2,6	1/2,8	1,965	0,090	4,115	1/1,75	66	53
4,1667	4,485	1/3,1	1/4,1	2,275	0,472	5,075	1/1,4	68	61
4,5725	4,975	1/3,1	1/4,9	2,480	0,2006	5,595	1/1.6	67	67
4,401	4,975	1/3,1	1/5,9	2,585	0,1267	5,220	1/1,5	70	69

Comparînd cele două tabele se observă că urcarea temperaturii la 40° favorizează descompunerea cloratului cu urcarea randamentului de obți-

nere a bioxidului de clor și de asemenea și a raportului ClO_2/Cl_2. Lucrînd în aceste condiții consumul de clorat este aproape integral. Și în această tabelă se observă că deși cantitatea de acid clorhidric introdus în reacție variază de la 2—6 moli pentru un mol de clorat, totuși cantitatea de acid

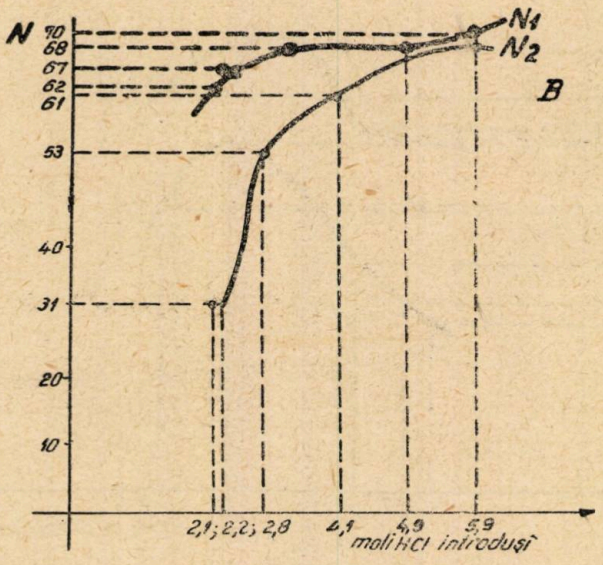


Fig. 3

consumat în reacție se menține în jurul a 3 moli pentru 1 mol clorat. Din acest motiv în încercările făcute în continuare, în care s-a urmăriti influența temperaturii care se părea că are un deosebit rol în ce privește randamentul de bioxid de clor obținut, ca și o îmbunătățire a raportului ClO_2/Cl_2, s-a adăugat numai 4 moli HCl la 1 mol clorat, cantitate care s-ar pare suficientă. Datele experimentale sînt concretizate în tabela 3 diagrama C.

Tabela 3

Temperatura variabilă				timp 4 ore HCl 2 : 1						
În vasul de reacție				În vasul de absorbție						
°C	Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3$/HCl moli	Introdus $KClO_3$/HCl moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
0°	1,293	2,0391	1/2	1/4	0,6285	0,0285	1,740	1,2	65	17
20	2,922	3,5632	1/2,7	1/4	1,5779	0,0743	3,8135	1,1,7	65	42
40	3,9224	4,570	1/2,8	1/4	2,4285	0,1026	4,335	1,1,37	71	65
60	4,781	4,982	1/2,89	1/4	2,7274	0,1075	4,959	1,1,35	74	73
80	4,2679	5	1/2,9	1/4	2,5274	0,0663	5,336	1,1,6	68	68
100	4,6594	5	1/3.1	1/4	1,6993	0,2298	6,148	1,1,6	46	46

Din această tabelă se deduce că domeniul optim de temperatură este cuprins în jurul temperaturii de 60°. Din aceeași tabelă se observă că cloratul este aproape integral consumat la temperatura de 60° și raportul ClO_2/Cl_2 este mărit.

Încercările făcute la temperaturi mai înalte au arătat că are loc o epuizare totală a cloratului de potasiu, dar în același timp crește și canti-

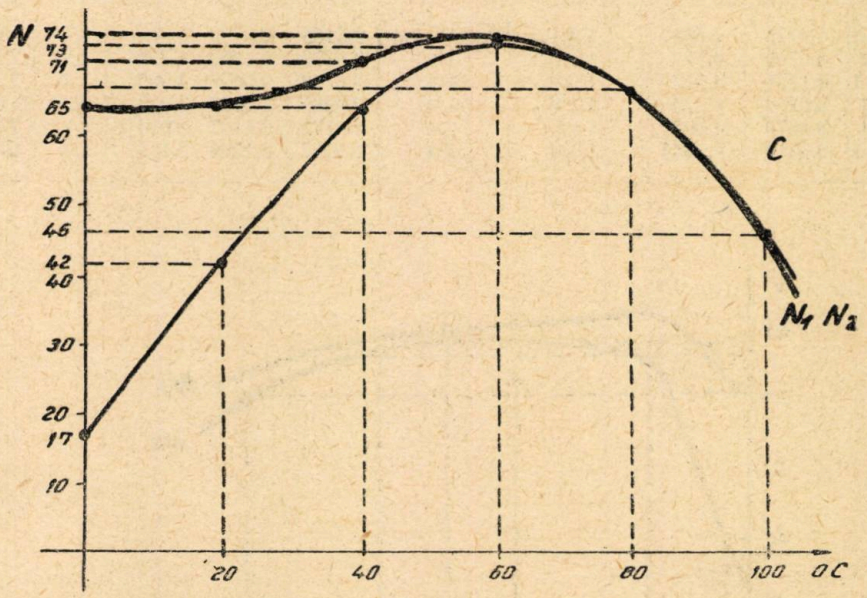


Fig. 4

tatea de clor formată, pe lîngă o micșorare a randamentului. O încălzire ulterioară rapidă (la 100°), în vederea conducerii complete a reacției, a arătat de asemenea o deplasare a raportului ClO_2/Cl_2, în favoarea clorului (vezi tabela 8).

Temperatura de 40—60°, este necesară pentru stimularea reacției de formare a bioxidului de clor, și consumarea mai rapidă a cloratului de potasiu.

Concentrația acidului joacă de asemenea un rol în desfășurarea reacțiilor (tabela 4. diagrama D).

Folosind un acid clorhidric concentrat din raportul ClO_2/Cl_2 calculat, reiese că reacțiile decurg în spre formarea de clor, mai mult decît la alte concentrații ale acidului. Reacția are loc viu. Din cauza prezenței HCl conc. se dă curs cu precădere reacției (2), în care are loc formarea clorului.

Un acid prea diluat (0,5 : 1) nu este de asemenea indicat, întrucît bioxidul de clor se degaje prea lent și incomplet.

Tabela 4

Concentrația acidului variabilă					$T = 40°$					
în vasul de reacție					în vasul de absorbție					
conc acid	Consum HCl g	Consum KClO g	Consum $KClO_3$/HCl moli	Introdus $KClO_3$/HCl moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
conc	4,4125	4,785	1/3,1	1/4	2,3169	0,0706	5,305	1/1,7	65	62
3 : 1	4,0790	4,775	1/2,9	1/4	2,5379	0,1063	4,725	1/1,3	72	68
2,5 : 1	4,1271	4,910	1/2,8	1/4	2,5753	0,0658	4,985	1/1,4	71	69
2 : 1	3,9224	4,570	1/2,8	1/4	2,4285	0,1026	4,335	1/1,37	71,9	65
1 : 1	3,5674	4,605	1/2,6	1/4	2,5172	0,1107	3,904	1/1,1	74	68
0,5 : 1	3,0418	4,3864	1/1,6	1/4	1,5357	0,1308	2,115	1/1,0	67	41

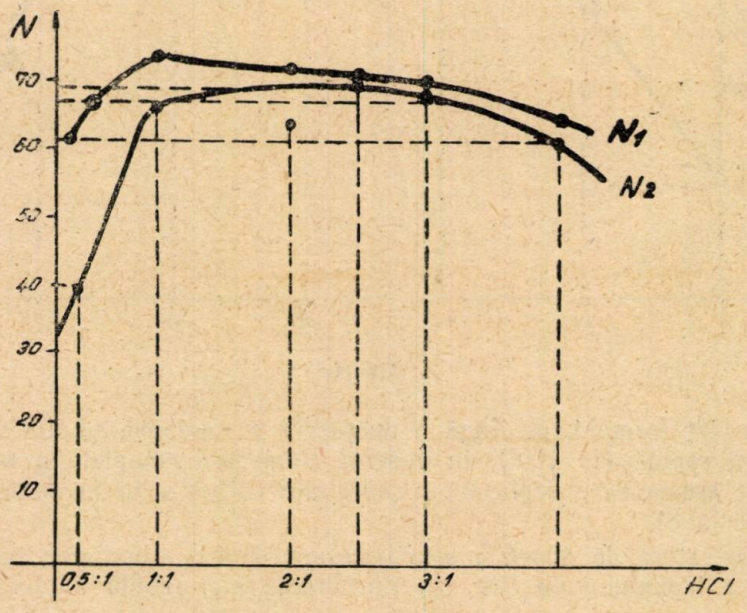


Fig. 5

Randamentele obținute cu acizi de concentrație între 3 : 1 și 1 : 1, sînt relativ apropiate ca valori, ceea ce arată că raportul de 2 : 1 folosit pînă acum, este bun.

Un alt factor care părea să aibă un rol important în decurgerea reacțiilor și care se impunea să fie studiat, a fost timpul. În acest scop s-a lucrat cu un acid de 2 : 1, la temperatura de 40° (tabela 5).

Tabela 5

Timpul variab l					$T = 40°$		HCl 2 : 1			
În va ul de reacţie					În vasul de absorbţie					
ore	Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	$KClO_3/HCl$ Consum moli	Introdus $KClO_3/HCl$ moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
2	3,8303	4,5174	1/2,9	1/4	2,370	0,1218	4,350	1/1,37	71	64
4	3,9224	4,5700	1/2,8	1/4	2,4285	0,1026	4,335	1/1,37	71,9	65
6	3,8303	4,6424	1/2,87	1/4	2,3419	0,2342	4,795	1/1,4	68	63
8	4,0145	4,6909	1/2,89	1/4	2,3133	0,2564	5,118	1/1,59	67	62

În aceste condiţii, timpul de adăugare a acidului, aşa cum reiese din probele efectuate, nu joacă un rol prea mare, primele probe de 2 şi 4 ore, părînd a fi cele mai favorabile. Adăugarea bruscă a întregii cantităţi de acid 2 : 1 la 20° (tabela 6 pag. 9) duce chiar la o mărire a randamentului faţă de încercările similare efectuate însă la 40° şi prin adăugarea lentă a acidului.

Din această tabelă în care s-a variat ca şi în tabela 1, numărul de moli de acid clorhidric adăugat, lucrîndu-se la temperatura de 20°, se observ că randamentele optime obţinute se găsesc între 3—4 moli de acid adăugaţi.

Se observă că deşi la folosirea unor cantităţi mici de acid randamentele de conversiune N_1 fiind bune, cele globale sînt mai slabe deoarece o cantitate importantă de clorat rămîne nedescompusă la acea temperatură.

Tabela 6

Adăugarea deodată a acidului				$T = 20°$	HCl 2 : 1				
În vasul de reacţie				În vasul de absorbţie					
Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3/HCl$ moli	Introdus $KClO_3/HCl$ moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
2,6790	3,1012	1/2,9	1/2	1,9143	1,4771	3,045	1/0,7	83	51
3,4503	3,8058	1/3	1/2,5	2,3929	1,0703	3,857	1/0,9	85	64
3,7548	4,142	1/3	1/3	2,5821	1,0313	4,437	1/0,9	84	69
4,3718	4,3929	1/3	1/4	2,5821	1,1685	5,278	1/1,1	79	69
4,4038	4,393	1/3	1/5	2,5376	1,2982	5,278	1/1,1	78	68
4,3878	4,393	1/3	1/6	2,5590	1,2872	5,278	1/1,1	79	69

În vederea influenţei pe care ar juca-o în descompunerea cloratului de potasiu cu acid clorhidric, ionii străini în vasul de reacţie s-a studiat (tabela 7) deocamdată influenţa unei sări cu ioni comuni şi s-a adăugat în acest scop, clorură de potasiu.

Tabela 7

Adăugare de clorură de potasiu $T = 60°$ timp 4 ore HCl 2 : 1										
În vasul de reacţie					În vasul de absorbţie					
KCl moli	Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3$/HCl moli	Introdus $KClO_3$/HCl moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl g	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
1	4,669	4,603	1/3,4	1/4	1,8260	0,1411	6,409	1/2,5	53	49
2	4,918	4,682	1/3,5	1/4	1,7930	0,1233	6,786	1/2,8	51,9	48
3	4,898	4,620	1/3,6	1/4	1,6521	0,2622	6,786	1/2,85	48	44
4	4,784	4,541	1/3,5	1/4	1,6941	0,1424	6,728	1/2,85	47,9	45
5	4,898	4,4015	1/3,5	1/4	1,4021	0,2040	7,134	1/3,5	43	37

Clorura de potasiu adăugată în vasul de reacţie, determină o scădere a randamentului pe măsura creşterii cantităţii sale. Comparativ cu rezultatele obţinute în aceleaşi condiţii şi în absenţa acesteia (acid 2 : 1, 4 ore, raportul $KClO_3$/HCl introdus de 1/4 tabela 8), randamentele au scăzut mult de la 73% la 49%, atunci cînd se adaugă 1 mol clorură de potasiu, sau la 37% pentru 5 moli clorură de potasiu adăugată.

Tabela 8

Încercări de obţinere a randam. max. $T = 60°$ timp 4 ore										
În vasul de reacţie					În vasul de absorbţie					
Conc acid	Consum HCl g	Consum $KClO_3$ g	Consum $KClO_3$/HCl moli	Introdus $KClO_3$/HCl moli	$NaClO_2$ g	$NaClO_3$ g	NaCl p	ClO_2/Cl_2 moli	N_1 %	N_2 %
1 : 1	3,867	4,7433	1/2,7	1/4	2,6212	0,1915	4,466	1/1,2	74	70
1 : 1	3,895	4,7496	1/2,7	1/4	2,6064	0,1435	4,514	1/1,2	74	70
1 : 1 apoi 100°	4,287	4,9304	1/2,9	1/4	2,4163	0,4751	5,104	1/1,5	66	65
2 : 1	4,061	4,790	1/2,89	1/4	2,7274	0,1075	4,959	1/1,35	74	73
3 : 1	4,594	4,8142	1/3,2	1/4	2,489	0,1998	5,626	1/1,7	70	67

În afară de faptul că nu se consumă în suficientă măsură cloratul de potasiu, raportul ClO_2/Cl_2 indică o mărire a cantităţii de clor. Lucrîndu-se la 60°, timp de 4 ore cu un acid dt 2 : 1 (tab. 8, poz. 4) în absenţa clorurii de potasiu, acest raport este de aprox. 1/1,35 iar în prezenţa clorurii de potasiu de aprox. 1/2,8, deci cantitatea de clor se dublează.

Valorile consumului $KClO_3$/HCl se menţin în toate condiţiile, la randamentele maxime obţinute, în jur de 1/2,7 — 1/3.

Privind în ansamblu datele experimentale obţinute, se conturează următoarele observaţii în legătură cu reacţiile ce au loc între cloratul de potasiu şi acidul clorhidric.

a) Reacţia (1) este un caz ideal. Această reacţie nu poate avea loc decît la temperaturi scăzute şi timp îndelungat. Chiar într-o astfel de situaţie consumul de acid întrece pe cel stoechiometric necesar prin faptul

că rămîne întotdeauna o cantitate mare de clorat nedescompusă. Din acest motiv rapoartele ce se stabilesc arată tendința de a se consuma pentru fiecare mol de clorat aprox. 3 moli HCl. Implicit raportul ClO_2/Cl_2 ce se obține nu este cel dat de reacția (1) ci un raport mult mai scăzut.

b) Temperatura desigur mărește viteza de reacție, cum era și de așteptat. Aceasta prezintă avantajul că scurtează durata descompunerii cloratului. De asemenea duce la o epuizare mai mare a cloratului existent în reacție. O ridicare prea mare a temperaturii (pînă la 100°) are ca repercursiuni o înrăutățire a randamentelor de conversiune a cloratului în ClO_2, ceea ce arată că la temperaturi ridicate reducerea are loc pînă la la clor în loc de ClO_2. De aici se deduce că pentru a avea o conversiune cît mai completă cu un randament optim de ClO_2 e nevoie să se aleagă o temperatură optimă de lucru care se plasează în jurul a 60°.

c) Concentrația acidului clorhidric ce se pune în reacție arată și ea o influență oarecare. Se pare că cel mai comod este de lucrat cu un acid 2 : 1 (2 p. acid. conc. 37% la 1p. apă).

d) Cantitatea de acid adăugat dat fiind consumul de acid de 1 : 3, în majoritatea cazurilor, se pare a fi suficientă în raport 1 mol $KClO_3$/4moli HCl, ceea ce garantează o bună epuizare a cloratului existent fără a dăuna prea mult asupra randamentelor.

Ținînd seamă de aceste observații s-a încercat alegerea unor condiții optime de lucru. Aceste încercări sînt concretizate în tabela 8. din care se vede că randamentul optim se obține în următoarele condiții: temperatura de lucru 60°, durata 4 ore, concentrația acidului 2 : 1, randamentul $N_1 = 74, N_2 = 73$.

Acest studiu arată deci că numai trei sferturi din cloratul pus în reacție se convertește în ClO_2, iar restul va da clor. Se mai deduce că reacțiile ce au loc sînt cuprinse între reacția (1) și (2) pe care le socotim reacții limită și că reacția cea mai probabilă care are loc este următoarea:

$$_8KClO_3 + {}_{24}HCl = {}_6ClO_2 + {}_9Cl_2 + {}_8KCl + {}_{12}H_2O$$

Din reacție se vede că raportul $ClO/_2Cl_2$ este de 1/1,5.

Institutul Politehnic București
Catedra de Chimie Anorganică

BIBLIOGRAFIE

[1] A. Iancu, A. Steclaci: *Proces tehnologic pentru obținerea cloritului de sodiu din lesiile de la Tîrnăveni.* Protocol predat Ministerului Industriei Petrolului și Chimiei 1956.
[2] G. Holst Ind. Chem. Technil. 1949, *3,* 696
[3] Pat. Engl. 546282 (1942) C. A. 1943, *37,* 3235
[4] Pat. Am. 2008388 (1935) C. A. 1935, *29,* 6003
[5] C. B. 1942 I 2810 Math. Alk. Woorks Schacherl (Lieb. Am *182* 1876 p. 196)
[6] Campiche J. N.: *Studien zur Darstlhung von* ClO_2 74—79 Zürich Eidgenössischen Tech. Hochschule 1948
[7] E. Lemaire: *Les industries de la Chim. en France* 1951, *38,* 105
[8] B. Carlson, I. Gelhaar: Chem. *Z.* 1908, *32,* 604
[9] J. F. White: Am. Dyest. Rep. 1942, *31,* 484

РАЗЛОЖЕНИЕ БЕРТОЛЕТОВОЙ СОЛИ ХЛОРОВОДОРОДОМ

(Краткое содержание)

В работе были установлены оптимальные условия получения двуокиси хлора, производимого разложением бертолетовой соли, хлороводородом, который имеет и роль восстановителя в реакции.

Были изучены условия от которых зависит это разложение, а также причина по которой реакции не достигают теоретического условия.

На основе експериментальных результатов был сделан вывод, что максимальный выход двуокиси хлора, 74%, получается при температуре 60°C, концентрация кислоты 24,5%, время работы 4 часа.

DECOMPOSITION OF POTASSIUM CHLORATE WITH HYDROCHLORIC ACID

(Summary)

The optium conditions were established for obtaining chlorine dioxide, from the decomposition of potassium perchlorate with hqdrochloric acid which serves as a reducing agent.

The parameters influencing this decomposition vere studied, and an explanation was suggested why yields of these reactions cannot attain the limiting valves predicted by the theory.

The conclusion is reached that the maximum yield of chlorine dioxide which can be obtained is 74%, employing a 24,5% acid, at 60°C, for 4 hours.

LA DÉCOMPOSITION DU CHLORATE DE POTASIU PAR L'ACIDE CHLORHYDRIQUE

(Résumé)

Les auteurs ont établie les conditions optimes de l'obtention du byoxide de chlore, resulté de la décomposition du chlorate de potassium, par l'acide chlorhydrique, qui a en même temp le rol de réducteur dans la réaction.

On a etabli les paramétres de la décomposition et on a chérché a expliquer pourquoi les reactions qui ont lieu on n'atteigne pas les valeurs limites prévues theoretiquement.

Des resultats experimentaux mênent à la conclusion qu'on obtient un maximum de rendement en bioxide de chlore de 74% en utilisant un acid d'une concentration de 24,5% à 60°C, pendent 4 heures.

DIE ZERSETZUNG VON KALIUMCHLORAT DURCH SALZSÄURE

(Zusammenfassung)

In der Arbeit wurden die optimalen Bedingungen zur Erhaltung des Chlorbioxids festgestellt, rezultiert von der Zersetztung des Kaliumchlorats durch Salzsäure, welche gleichzeitig eine reduzierende Wirkung in der Reaktion hat.

Es wurden die Parameter von denen diese Zersetzung abhängt untersucht und man hat zu erklären wersucht, warum die Stattfindenden Reaktionen nicht die theoretisch vorausgeschenen Grenzwerte erreichen können.

Aus den experimentellen Ergäbnissen geht hervor, dass die maximale Ausbeute bei der Erhaltung des Chlorbioxids 74% ist, wenn man bei 60°C mit einer 24,5%-ger Salzsäure während 4 Stunden arbeitet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

CINETICA SCHIMBULUI IONIC *

I. Schimbul Cadmiu-Natriu-Katex S_1

VICTOR PARAUȘANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU
FLORIN DANEȘ

Fenomenele cinetice care au loc într-un proces de schimb dintre ionii dintr-o soluție și un polielectrolit macromolecular sînt foarte complexe și datorită acestui fapt sînt destul de greu de redat cantitativ prin ecuații matematice simple.

Dar necesitatea izvorîtă din nevoile tehnicii de proiectare a coloanelor de schimb a făcut ca în ultimii ani o seamă de cercetători să se ocupe în mod deosebit de aceste fenomene. Ei au încercat să elaboreze ecuații cinetice care să redea cît mai fidel posibil transformările cantitative ce survin în aceste produse cu largi posibilități de aplicare în practică. [1, 2, 3].

Între altele s-a stabilit că în condiții obișnuite de schimb ionic, dintre cele trei etape ale procesului și anume, transferul de masă în fază lichidă, transferul de masă în faza solidă și reacția chimică de schimb, numai primele două au o importanță deosebită în determinarea vitezei globale de reacție. [4, 5].

Majoritatea autorilor care s-au preocupat de acest domeniu de cercetare sînt de părere că difuzia axială turbulentă ca și difuzia radială, nu joacă un rol important și se admite că fenomenul determinant în transferul de masă îl constituie difuzia ionilor printr-un film de lichid către interiorul fazei solide. Această fază poate fi privită ca un solid poros sau ca un gel, determinările ducînd final la o cinetică de film sau o cinetică de gel. [7, 14].

Dintre toate elementele de schimb ionic pe rășini schimbătoare de ioni, cinetica schimbului cationilor anorganici, a fost mai mult studiată fiind cea mai simplă. [10, 11, 13].

Schimbul nu este influențat de anionul care însoțește cationul decît în măsura în care acesta determină gradul de disociere al substanței analizate. Cinetica schimbului este însă influențată de natura ionitului întrebuințat atît prin natura grupelor sale funcționale capabile de a reține ionii cît și prin structura mai mult sau mai puțin compactă, căreia îi corespunde un număr mai mare sau mai mic de legături în cruce. [8, 9, 12].

---

* Comunicare prezentată le a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1959)

Cationiții cei mai întrebuințați au la bază polistirenul sulfonat. Legăturile în cruce se formează prin introducerea divinil benzenului în masa de stiren înainte de polimerizare. Acești schimbători conțin grupe de schimb puternic acide și au posibilități de gonflare limitate, astfel încît practic cationitul intervine în ecuația de schimb numai prin numărul total de poziții funcționale, deci prin capacitatea sa.

Tratarea matematică a rezultatelor obținute prin determinările cinetice a fost desvoltată de cîțiva autori pe baza unui mecanism determinat de viteză sub forma unor relații, $x=f(t)$ sau $x=f(y)$ unde x și y sînt fracțiile molare ale ionului de schimb în faza lichidă și respectiv solidă. În aceste ecuații intervin o serie de parametri cum ar fi: capacitatea schimbătorului, capacitatea globală a coloanei, constanta de echilibru, viteza de scurgere aparentă sau reală, porozitatea, permeabilitatea, coeficienții de difuzie în faza lichidă și în faza solidă, densitatea soluției, vîscozitatea ei, etc. [6, 7].

Ecuațiile stabilite ce se întîlnesc mai frecvent în literatură se referă de obicei la cinetica de amestecare și prezintă următoarele caracteristici: tratează cazuri particulare, sînt deosebit de complicate din punct de vedere matematic, se referă numai la schimbul ionic de aceiași valență și în general la schimbul dintre hidrogen și ionii alcalini, se situează în domeniul concentrațiilor mici și verifică numai parțial datele experimentale.

Noi ne-am propus studierea cineticii unui ansamblu de cationi de valențe diferite, pentru a încerca o generalizare a formulelor existente sau elaborarea altora mai simple și cu mai mari posibilități de aplicare în practică. Din această serie prezentăm în această notă schimbul Cd —Na pe un schimbător de tip polistiren sulfonat.

Problema prezintă și interes practic imediat întrucît cationii studiați precum și cei ce vor mai fi studiați fac parte din elementele deficitare economiei noastre naționale, și recuperarea lor din circuitul proceselor tehnologice prezintă o deosebită importanță economică.

Condițiile de lucru

Pentru a putea obține date reproductibile și concludente am avut o deosebită grijă la stabilirea condițiilor de lucru. Parametrii luați în considerațiune în acest scop sînt:

1. *Dimensiunile coloanei.* Raportul h/d nu poate fi prea mic întrucît apar efecte de canalizare și nici prea mare întrucît apare necesitatea folosirii unor pompe pentru antrenarea lichidului, căderea de înălțimi nemai fiind suficientă pentru învingerea rezistenței hidraulice a patului. Dimensiunile adoptate au fost $h = 200$ mm, $d = 11$ mm.

2. *Granulația.* Este necesară o granulație omogenă deoarece diametrul particolei influențează viteza de schimb prin intermediul suprafeței specifice. Dimensiunea granulelor trebuie să fie mai mică dcît $1/15\ d$, pentru a împedica apariția efectului secundar de perete. Totodată se impune alegerea unei granulații cît mai mari pentru a asigura o viteză măsurabilă a procesului de schimb.

La granulații mici viteza de schimb crește. S-a ales o fracțiune granulometrică îngustă cuprinsă între 0,6—0,7 mm diametru.

3. *Cationitul.* S-a întrebuințat un polistiren sulfonat Katex S experimental, produs al Institutului de mase plastice din Pardubice. Avantajul principal prezentat de acest schimbător pentru determinări cinetice îl constitue forma regulată sferică a granulelor. De asemeni coeficientul de gonflare este mic, ceea ce constitue un avantaj din punct de vedere al aplicării în industrie. Un alt avantaj al acestui ionit este densitatea supraunitară. Acest lucru permite la scară industrială evitarea pierderilor de schimbător și eliminarea aparaturii necesare reținerii acestuia. Datorită acestui fapt la determinările cinetice efectuate n-a fost necesar să se plaseze site superioare de reținere și deci s-a înlăturat posibilitatea erorilor datorite rarefierii stratului superior de ionit.

4. *Temperatura.* S-a lucrat la temperatura camerii cu variații de $\pm$ 1°. De altfel influența temperaturii nu joacă un rol preponderent asupra constantelor de viteză întrucît factorii care determină etapa lentă a procesului de schimb, coeficienții de difuzie, sînt destul de puțin afectați de variațiile mici de temperatură.

5. *Viteza.* Viteza de curgere a soluției constitue un factor determinant pentru cinetica schimbului ionic în pat fix. De obicei acest lucru este neglijat reglarea vitezei făcîndu-se calitativ de la un robinet, cu toate că viteza fluidului influențează în foarte mare măsură constanța de viteză a reacției și legat de aceasta și capacitatea de reținere a coloanei. Datorită acestui fapt am urmărit menținerea riguros constantă a vitezei de curgere și rezultatele măsurătorilor arată că în cursul unei determinări variația vitezei de scurgere a fost de $\pm$ 2%. O reglare mai precisă nu a fost posibilă din următoarele motive : existența unor vibrații întîmplătoare care modifică în mod neregulat gradul de tasare al schimbătorului de ioni, precum și o oarecare variație a vitezei de scurgere într-un singur sens determinată de influența presiunii coloanei de lichid asupra ionitului. În decursul unei reacții de schimb ionic modificarea compoziției chimice a fazei solide duce și la modificarea însușirilor hidraulice ale încărcăturii coloanei. Dar ultimul efect este de mai mică importanță în cazul schimburilor de ioni Na—Cd, ceea ce s-a constatat prin măsurarea vitezei de scurgere în cazul unei determinări cinetice, toate celelalte condiții hidraulice fiind menținute constante. Explicația acestei comportări este probabil legată de faptul că faza ionit — Cd, are același volum ca și faza ionit — Na. (Efectul menționat ar fi mult mai important în cazul schimbului Na—H care are loc cu o mare variație de volum). Precizia reglării vitezei de scurgere în dispozitivul folosit de noi, depășește realizările citate în literatură (Suyata $\pm$5%, Krevelen 10% etc.).

6. *Concentrația.* S-a lucrat într-un domeniu de concentrații cuprins între 0,01—0,34 *N*. Concentrațiile mici au servit în special pentru compararea rezultatelor cu datele din literatură, întrucît în aceste cazuri fenomenele de schimb se simplifică și curbele de eluare capătă o alură ușor de interpretat pe baza teoriilor existente. Concentrațiile mari sînt însă mai interesante din punct de vedere practic și de aceea au fost studiate, cu toate că alura curbelor reprezentative diferă de acelea obținute la concentrațiile mai mici și sînt mai dificil de interpretat.

Partea experimentală

Pentru determinările experimentale s-a folosit următoarea aparatură: piesa principală, coloana, este un tub de sticlă Jena cu diametrul interior 11 mm, lungimea 450 mm., prevăzută la partea inferioară cu un robinet cu două căi. Una din ramificații este folosită la spălarea și golirea coloanea, iar cealaltă, recurbată și ridicată pînă la nivelul superior al stratului de schimbător spre a evita prin efectul de sifon intrarea aerului în coloană, servește la colectarea probelor. Pe ultima ramificație se poate intercala un dispozitiv auxiliar necesar pentru colectarea probelor la viteze mari de curgere, realizate cu ajutorul unei trombe de vid. În partea inferioară a coloanei este sudat un filtru poros de sticlă, care servește drept suport unei site cu dimensiunea ochiurilor de 0,3 mm confecționată din cupru aurit. Sita este presată pe suport cu ajutorul unui inel elastic și servește la susținerea schimbătorului de ioni. În partea superioară coloana este prevăzută cu un tub lateral pentru scoaterea aerului. Racordarea la dispozitivul ce asigură curgerea se face printr-un tub scurt de cauciuc prevăzut cu o clemă pentru reglarea vitezei hidraulice totale. Lichidul se scurge dintr-un vas de nivel constant prevăzut cu un robinet și cu un tub lateral ce joacă rol de prea-plin. Alimentarea acestui vas se face dintr-un rezervor așezat la un nivel superior prin intermediul unui vas filtrant care are ce scop reținerea eventualelor microsuspensii din soluție.

Substanțele: Am utilizat schimbător de ioni Katex S_1 oferit de Institutul de mase plastice din Pardubice.

$CdCl_2$ Chinoin p. a.
NaCl p.a. pentru regenerare.
CCl_4 p.a. Union chemique de Belgique.
Ditizonă, Glavhimreactiv p.a.

Na^+, a fost determinat spectrofometric cu ajutorul spectrofotometrului de flacără Zeiss-Jena.

Cd^{2+} a fost determinat prin metoda colorimetrică prin complexare și extracție. (Culoarea roșie, intensă, a soluției de ditizonat de cadmiu în teraclorură de carbon).

Precizia determinării concentrației a fost în ambele cazuri de 1%. Sensibilitatea metodelor 0,5 γ Na/ml, respectiv 0,4 γ Cd/ml.

După trasarea curbei de sensibilitate pentru cadmiu s-a ales filtrul S_{43} care asigură sensibilitatea maximă. Ca lichid de comparație s-a folosit o soluție de ditizonă în tetraclorură de carbon de aceeași concentrație cu proba de analizat pentru a evita erorile cauzate de absorbția luminii de către excesul de ditizonă.

Curba de etalonare la spectrofotometru de flacără s-a făcut cu soluții de NaCl conținînd diferite procente de Cd^{++}.

Modul de lucru. Pregătirea schimbătorului. Acesta a fost sortat înainte de uscare pentru a evita sfărîmarea granulelor. Apoi s-a uscat în două etape: prima la temperatura camerii, schimbătorul de ioni fiind întins în strat subțire și menținut astfel timp de 24 ore, a doua la etuvă la

105—110°C timp de 2 ore. Schimbătorul s-a cîntărit în această stare și apoi s-a umezit înainte de a fi introdus în coloană. În lipsa acestei precauții se produce o groflare într-un spațiu redus ceea ce mărește mult rezistența hidraulică a coloanei. După introducerea schimbătorului în co-

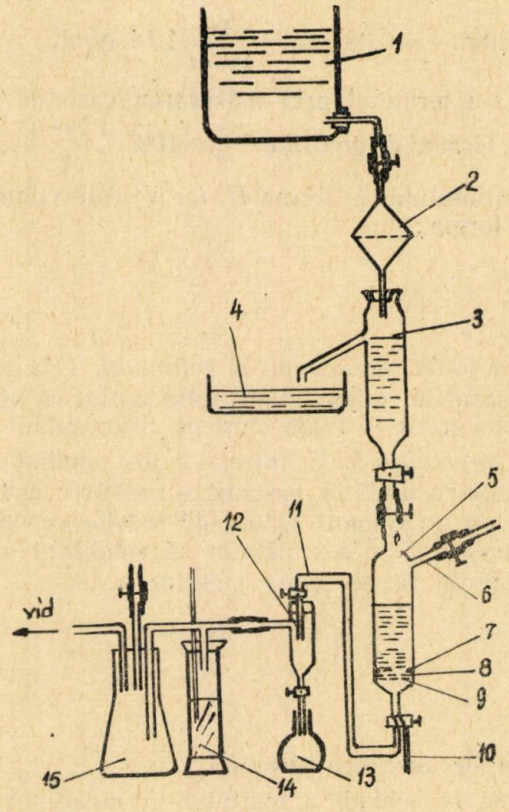


Fig. 1

1 — Rezervor soluție; *2* — filtru; *3* — vas nivel; *4* — Vas colectare; *5* — coloană; *6* — ramificație aer; *7* — inel elastic; *8* — sită metalică, *9* — suport grătar sudat; *10* — tub evacuare; *11* — ramificație colectare; *12* — distribuitor; *13* — colector; *14* — dispozitiv reglare vacuum; *15* — vas de siguranță.

loană s-a adăugat apă astfel încît să nu rămînă nici o bulă de aer în coloană. Înainte de a face determinările cinetice se efectuează 3—4 cicluri de schimb pentru stabilire și ultimul ciclu se încheie în forma Na. Probele se colectează în baloane cotate pentru a evita evaporarea lor în intervalul de timp pînă la efectuarea analizei. La sfîrșitul determinării se trece prin coloană în scopul regenerării o soluție de NaCl 1 N.

S-a urmărit prelevarea unui număr cît mai mare de probe pentru a compensa influența erorilor accidentale. Numărul mediu de probe pentru o determinare a fost de 35.

Date experimentale.

1. *Densitatea în grămadă a cationitului* s-a determinat prin cîntărirea unui anumit volum de schimbător în forma hidrogen : $a=0,74$ g/ml.

2. *Densitatea reală* s-a calculat din densitatea în grămadă și volumul specific intergranular : $\varepsilon=0,35 \cdot \gamma_r = \frac{\gamma_a}{1-\varepsilon} 1,14$ g/ml.

3. *Gonflarea* s-a terminat prin măsurarea variației volumului patului de ionit la umezire. Gradul de gonflare $G\% = 100 \frac{V'-V}{V}$ unde V=volumul patului uscat al cationitului în forma H, iar V' este volumul patului umed. S-a găsit pentru forma :

H, G = 13%
Na, G = 3%
Cd, G = 5%

4. *Capacitatea totală de schimb a cationului* (A) a fost determinată prin integrarea suprafeței totale aflate între curba de eluare și axa volumelor. (Fig. 2). S-a găsit în toate cazurile A=constant=43,7 mval.

5. *Constanta de echilibru.* Echilibrul a fost studiat punînd în contact într-un vas prevăzut cu agitator mecanic o cantitate determinată de cationit în forma Na, cu un anumit volum de soluție ce conținea ioni Cd^{++} în concentrație cunoscută. S-a constatat că echilibrul schimbului de ioni verifică ecuația prevăzută de legea maselor :

$$K' = \left(\frac{q}{c}\right)^{1/2} = \frac{(C_o - C)}{(q_o - q)}$$

unde :

K'=constanta de echilibru absolută ;

q_o—capacitatea în schimb a ionitului în mval/ml ;

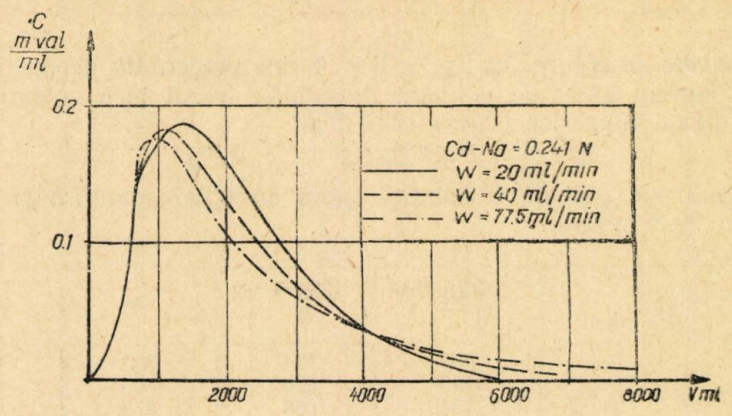
c și q sînt concentrațiile ionului Cd^{++} în faza lichidă respectiv solidă în mval/ml.

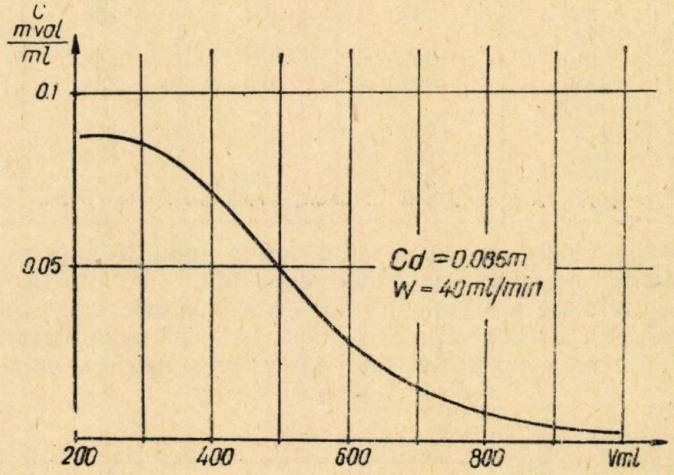
S-au efectuat măsurători la diferite concentrații de Cd și s-au determinat următoarele valori pentru K'.

Tabela 1

Nr. det.	c_{Cd}	c_{Na}	q_{Cd}	q_{Na}	K'
1	0,0016	0,0405	1,62	2,98	0,42
2	0,0042	0,0396	1,94	2,66	0,32
3	0,0057	0,0386	2,25	2,35	0,33
4	0,0065	0,0384	2,58	2,02	0,38

Valoarea medie a constantei de echilibru este : $K'=0,36$.


C
m val
ml
0.2
0.1
Cd-Na = 0.241 N
W = 20 ml/min
W = 40 ml/min
W = 77.5 ml/min
2000
4000
6000
8000
V ml


C
m val
ml
0.1
0.05
Cd = 0.085 m
W = 40 ml/min
200
400
600
800
V ml

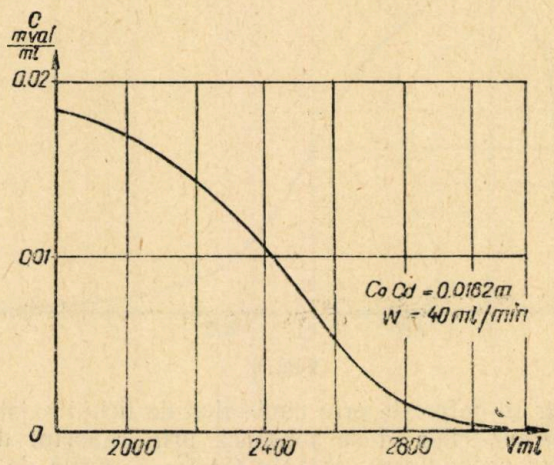

C
m val
ml
0.02
0.01
0
Co Cd = 0.0162 m
W = 40 ml/min
2000
2400
2800
V ml

Fig. 2, 3 şi 4

6. *Curbele de eluare.* În fig. 2, 3 și 4 este prezentată dependența concentrației ionului eluat de volumul de soluție trecut prin coloană, iar în tabela 2 datele numerice pentru schimbul:

$$Cd^{++}_{(e)} + 2Na^{+} \leftrightarrows Cd^{++}_{(s)} + 2Na^{+}_{(e)}$$

la o concentrație globală a soluției egală cu 0,287 mval/ml și la debit volumetric 20.3 ml/min.

Tabela 2

v_{ml}	10^{-3} $C_{mval/ml}$	V	10^{-3} C	V	10^{-3} C
5	0	135	214	329	45,5
15	0	145	226	369	34,5
25	0	154	228	379	23,8
35	11	169	220	419	13,1
45	35	189	204	458	7,2
55	72				
65	91,4	209	184	498	4,6
75	114	229	162	538	2,7
85	145				
95	173	249	135	578	1,8
105	202	269	109	618	1,2
115	209	289	80,9		
125	213	309	60,6		

Curbele de eluare au în general forma unui S cuprins între două paliere. Palierul superior corespunde domeniului de folosire integrală a capacității de reținere a schimbătorului de ioni și este mai evident la concentrații mici. La concentrații mai mari palierul se scurtează atît prin apropierea de zero a punctului final cît și prin mărirea volumului liber.

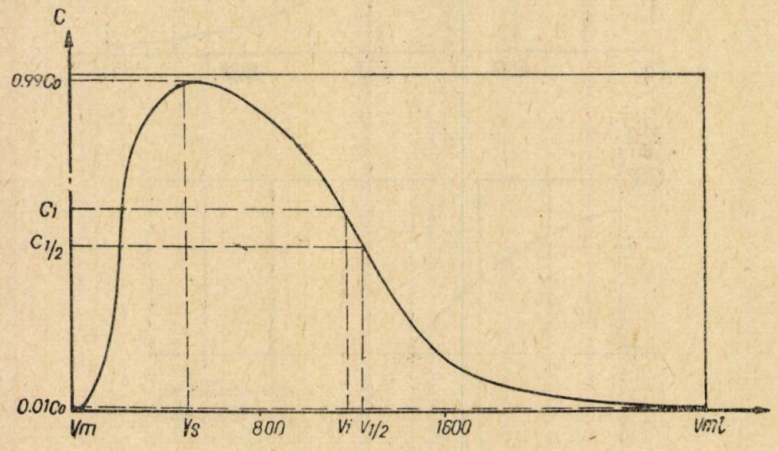


Fig. 5

Volumul liber se definește prin cantitatea de lichid existentă în coloană la începutul determinărilor și se măsoară prin raportul dintre suprafața cuprinsă între axa ordonatelor, dreapta $C = C_0$ și curba de eluare, față de concentrația globală a soluției.

Cinetica schimbului ionic.

Diagrama din fig. 5 arată variația concentrației ionilor de Na eliberați din ionit în funcție de volumul eluat.

În tabela 3 și în graficile 6, 7 și 8 sînt prezentate rezultatele numerice pentru un schimb Cd — Na la concentrația $C_0 = 0{,}330$ mval/ml și viteza de curgere w = 25 ml/min.

Tabela 3

V	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$10^3 C_{Na}$ mval/ml	0	0	0	2	75	183	243	282	302	315	319
$10^3 C_{Cd}$ mval/ml	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,3
$10^3 (C_{Na} + C_{cd})$ mval/ml	0	0	0	2	75	183	243	282	302	315	319

V	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	340	380	420	460	500
C_{Na}	323	315	310	300	287	271	250	208	160	113	51	29	16	9	4
C_{Cd}	2	13	19	29	44	58	78	123	169	217	281	300	316	328	325
$C_{Na} + C_{Cd}$	325	328	329	330	331	329	328	331	329	330	332	329	332	327	329

Se observă că suma dintre concentrația ionilor de Cd^{++} reținuți de ionit și concentrația ionilor de Na^+ eliberați, este constantă și egală cu C_0, în afară de regiunea inițială și finală.

Analiza curbelor de eluare (fig. 6, 7) arată că suprafața 1 raportată la C_0 reprezintă volumul inutil (V_i) iar suprafața 2 capacitatea globală de schimb a coloanei.

Volumul inutil se compune aditiv din trei părți și anume:

a) volumul diferitelor porțiuni de pe traseul lichidului care este constant și se poate determina prin scurgere (V_1).

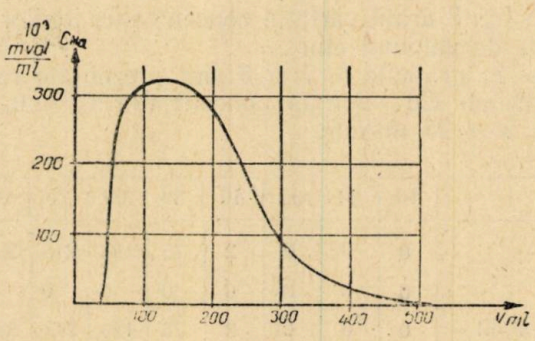
b) volumul spațiului interplanetar care este de asemenea constant, sau imperceptibil variabil (V_2).

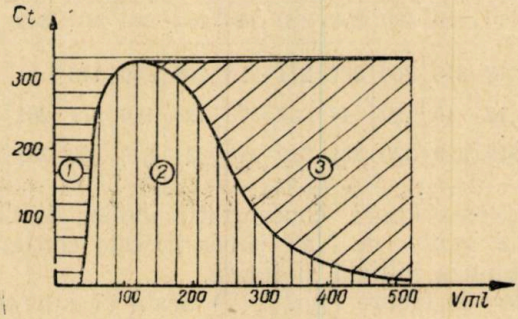
c) volumul determinat de difuzia longitudinală, (V_{DL}).

În tabela 4 sînt prezentate valorile numerice ale acestor componente pentru cinci curbe de eluare.

Tabela 4

Curba Nr.	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
C_0	0,241	0,241	0,241	0,085	0,0182
W	0,333	0,667	1,281	0,667	0,667
V_i	76	67,	57	61	56
V_1	38	38	38	31	38
V_2	5,5	5,5	3,5	5,5	5,5
V_{D_L}	32,5	23,5	13,5	17,5	12,5


10^3 C_{Ka}
mval/ml
300
200
100
100
200
300
400
500
V ml


Ct
300
200
100
①
②
③
100
200
300
400
500
V ml

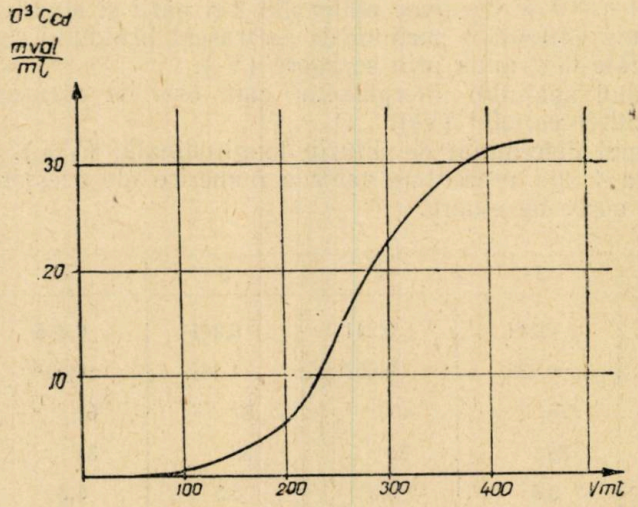

10^3 C_{Cd}
mval/ml
30
20
10
100
200
300
400
V ml

Fig. 6, 7 și 8

Alte caracteristici ale curbelor de eluare mai sînt:
V_s =lungimea palierului; $V_{1/2}$ = volumul la care concentrația inițială scade la jumătate; V_f =volumul final; P panta curbei redată de expresia:

$$P = \frac{d}{dV}\left(\frac{C}{C_0}\right)_{\frac{c}{c_0}=0.5}$$

V_s și V_f, punctele inițial și respectiv final ale zonei de străpungere au în realitate valorile 0, respectiv, ∞ și depind în practică de precizia metodei analitice întrebuințate. Pentru a elimina arbitrariul s-a ales punctul V_s ce corespunde unei concentrații $C_{cd} = 0{,}01\, C_o$, iar pentru V_f valoarea pentru care $C_{Na} = 0{,}01\ C_o$.

Pentru o mai bună comparare a curbelor la diferite concentrații propunem reprezentarea lor în sistemul de coordonate adimensionale x și z, unde $x = c_0$; $z = (V - V_m\ c_0/A$. (Fig. 9).

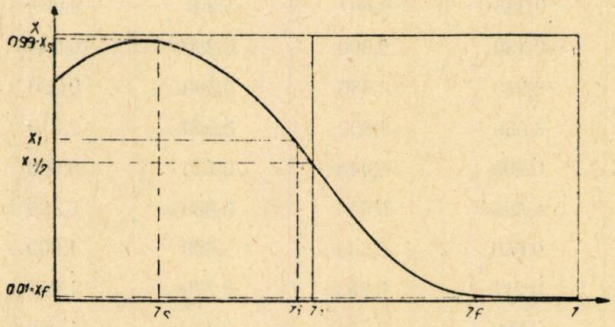


Fig. 9

Din analiza acestei reprezentări se observă că punctele remarcabile ale curbelor sînt următoarele:

1) Panta punctului căruia îi corespunde $x = 0{,}5$, $P = (dx/dz)\ x = 0{,}5$, prezintă importanță, întrucît produsul dintre această mărime și viteza de curgere oferă o măsură aproximativă a constantei de viteză a reacției.

În cazul concentrațiilor mari nu se ajunge la $x = 1$ din cauza volumului inutil, deci nu există palierul superior.

2) z_s crește apropiindu-se de unitatea cînd viteza scade și concentrația crește · z_s reprezintă o măsură a gradului de folosire, a capacității de reținere a coloanei în cazul utilizării la purificarea unor soluții.

3) $z_{1/2}$ crește apropiindu-se de unitate cînd viteza scade și cînd concentrația crește.

4) z_i este o mărime supraunitară care crește cu mărirea vitezei și a concentrației și poate fi o măsură a consumului de reactiv necesar regenerării coloanei.

5) z_i (în punctul de inflexiune $z_i = z_{1/2}$) este pozitivă și crește cu creșterea concentrației și vitezei. Valoarea lui x în punctul de inflexiune x_i, este mai mare decît 0,5 și crește cu creșterea concentrației și vitezei hidraulice.

Punctul de inflexiune urcă pe curbă cînd crește concentrația și viteza de curgere.

6) Panta variază puțin cu viteza de curgere mai ales în cazul vitezelor mici și la concentrații mari.

7) Curbele reprezintă o anumită simetrie față de punctul $z=1$ și $x=0{,}5$, ceea ce apare cu atît mai evident cu cît concentrația și viteza de curgere sînt mai mici.

În tabela 5 sînt prezentate valorile numerice ale acestor mărimi pentru cinci curbe de eluare.

Tabela 5

Det. Nr.	1	2	3	4	5
c_0 mval/ml	0,241	0,241	0,241	0,085	0,0182
W ml	0,333	0,667	1,201	0,667	0,6670
z_s	0,430	0,300	0,290	0,540	0,7100
z_s 1/2	0,940	0,680	0,580	0,920	1,0000
z_f	3,050	4,650	5,900	2,210	1,2850
z_1	0,900	0,440	0,350	0,900	0,9900
x_1	0,525	0,640	0,660	0,520	0,5100
P	0,650	0,500	0,600	1,600	3,2000
P_w ml/s.	0,217	0,333	0,770	1,067	2,1330
x_{max}	0,800	0,770	0,730	1,000	1,0000

Discuția rezultatelor. Ecuația cinetică a curbelor de eluare.

Cele mai reprezentative ecuații cinetice întîlnite în literatura de specialitate pornesc de la ecuația diferențială de transfer de masă:

$$\frac{dq}{dt} = k\, c_1\, q_2 - k'\, c_2\, q_1$$

unde c_1 și q_1 sînt concentrațiile în faza lichidă și respectiv în ionit a ionilor de speța i, t=timpul, k= constanta de viteză a reacției directe, ml/mval. s, iar k' constanta de viteză a reacției inverse.

Pentru schimbul de ioni uni-univalent este valabilă relația: $k' = k \frac{c_{ie}}{c_{2e}} \; k \frac{c_{1e}\; q_{2e}}{c_{2e}\; q_{1e}}$, unde indicele e se referă la concentrația de echilibru.

Echilibrul fiind descris în acest caz de ecuația $K = \frac{c_1\; q_2}{c_2\; q_1}$, rezultă pentru k' relația $k'=k/K$. Notînd $q_1=q$ și $c_1=c$ și ținînd seama că sumele (q_1+q_2)

și (c_1+c_2) sînt constante și respectiv egale cu q_0 și c_0 se ajunge la ecuația:

$$\frac{dq}{dt} = k\,c\,(q_0 - q) - \frac{k}{K}\,q\,(c - c_0)$$

Această ecuație, împreună cu un bilanț de material diferențial, duce la o expresie de forma:

$$\frac{x}{1-x} \cdot \exp\,(1-K)(1-z)\frac{s}{K} = \frac{\Phi\left(s, \frac{sz}{K}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{s}{K}, sz\right)}$$

unde s și z sînt parametrii adimensionali definiți astfel:

$$s = \frac{kA}{W} \text{ și } z = \frac{C_0\,(V - Vm)}{A},$$

iar $\Phi\ (x, y)$ rezumă expresia: $\Phi\,(x\,y) = e^{-x}\int_0^y e^{-\alpha} I_0\,(2\,x\,\alpha)\,d\alpha$, în care α este un parametru de integrare iar I_0 funcția Bessel de speța I și ordinul zero de argument imaginar. [8, 9].
$\Phi\ (x, y)$ se poate aproxima prin înmulțirea cu un coeficient de corecție f, al funcției lui Onsager iar g, este tabelat de Brinksley:

$$\Phi\,(x, y) = f \cdot g\,(x, y),$$

$$\text{unde } g\,(x, y) = \frac{1}{2}\left[1 - H(\sqrt{y} - \sqrt{x}) - \frac{H'(\sqrt{y} - \sqrt{x})}{4\sqrt[4]{xy}\left(1 + \sqrt[4]{\frac{y}{x}}\right)}\right]$$

în care H este funcția de repartiția definită prin:

$$H_{(z)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-\alpha^2}\,d\alpha$$

α este un parametru de integrare, iar H' este derivata acestei funcții:

$$H'_{(z)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\,e^{-z^2}.$$

Cunoscînd valoarea constantelor K și s (deci pe k, A și W) se poate calcula curba $x = f(z)$.

Ne propunem să arătăm că ecuația valabilă pentru schimbul monomonovalent poate fi aplicabilă după o oarecare transformare și pentru schimbul monobivalent.

Aparent presupunerea pare neverosimilă întrucît ecuația diferențială cu trasfer de masă pentru schimbul mono-monovalent este:

$$\frac{dq_1}{dt} k c_1 q_2 - k' c q_1$$

și ar fi de așteptat ca pentru schimbul mono-bivalent să fie valabilă ecuația:

$$\frac{dq_1}{dt} = k c_1^2 q_2 - k' c_2 q_1^2$$

Dar nefiind vorba de o reacție chimică obișnuită, ci de un fenomen al cărui determinant este difuzia care depinde numai de cantitatea globală de ioni trasferați, nu și de sarcina lor individuală, diferența față de ecuația precedentă constă în valoarea constantei K. Aceasta nu este constanta de echilibru a reacției mono-bivalente:

$$K' = \left(\frac{q_e}{c_e}\right)^{1/2} \cdot \frac{(c_0 - c_e)}{(q_0 - q_e)} \text{ ci } K = \frac{q_e}{q_0}, \frac{(c_0 - c_e)}{(q_0 - q_e)}$$

care se poate calcula cunoscînd concentrația la ieșire (C_e), valorile C_o și q_0 care se deduc din valoarea lui K'.

In aceste condiții ecuația devine perfect aplicabilă la sistemul cercetat de noi.

Dificultățile în aplicarea acestei ecuații constau în faptul că nu se cunoaște k (respectiv s), care trebuie calculat în prealabil tot din curba de eluare. Una din metodele ce se pot utiliza pentru determinarea lui k constă în derivarea ecuației de mai sus pentru $x=0{,}5$. Se obține în acest caz după rearanjarea și simplificarea termenilor, o expresie de forma:

$$P = \frac{s}{4}\left(\frac{K-1}{K}\right) + \sigma$$

unde

$$\sigma = \frac{s}{4\sqrt{Kz}} e \frac{-s\left(\frac{1}{K}+z\right) I_1\left(2s\frac{z}{K}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{s}{K}, sz\right)}$$

z are valoarea corespunzătoare lui $x=0{,}5$, iar I_1, reprezintă funcția Bessel de speța I ordinul I de argument imaginar.

Valoarea lui s se poate afla prin aproximări succesive și din s se află $k = sw/A$.

In calculele efectuate am folosit tabelele de funcții Bessel din Gray — Mathews și cele de funcții de repartiție din Bathuer. Ele indică următoarele rezultate prezentate numeric în tabela 6 și grafic în fig. 10.

Tabela 6

Nr. curbei	1	2	3	4	5
C_0 mval/ml	0,2410	0,2410	0,2410	0,085	0,0182
W ml/s	0,3330	0,6670	1,2310	0,667	0,6670
k ml/mval s.	0,0301	0,0408	0,0527	0,113	0,2300

Compararea datelor experimentale cu cele obținute prin calcul aplicînd ecuația stabilită.

La concentrațiile relativ mici, la care am lucrat noi, valoarea membrului 2 din ecuația dedusă tinde către 1 și în consecință ecuația $x=f(t)$ capătă forma simplificată:

$$\frac{x}{1-x} = \exp.\left(\frac{K-1}{K}\right)(1-z)\cdot s \text{ sau } z = 1 + \frac{K}{s\,(K-1} \ln\left(\frac{1-x}{x}\right).$$

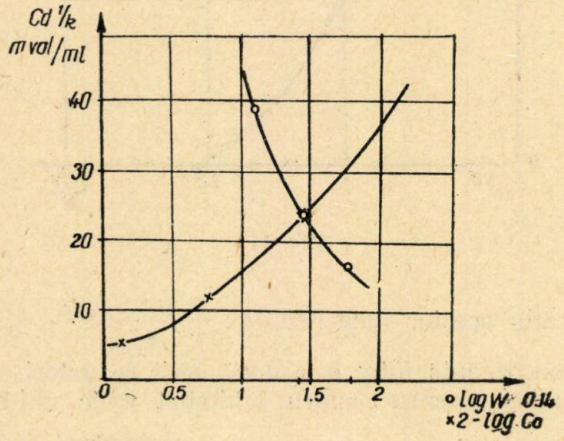


Fig. 10

În tabela 7 sînt expuse comparativ valorile lui z obținute prin calcul și cele determinate experimental, iar în fig. 11 sînt reprezentate grafic aceleași date:

Tabela 7

X	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,30	0,40	0,5	0,60
$z_{teoretic}$	1,20	1,15	1,12	1,059	1,075	1,06	0,03	1,00	0,97
$z_{exp.}$	1,195	1,155	1,13	1,105	1,08	1,065	1,03	0,995	0,97
abatere %	+ 0,5	— 0,5	— 1	— 1	— 0,5	— 0,5	0	+ 0,5	0
X	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95			
$z_{teoretic}$	0,94	0,925	0,905	0,88	0,85	0,80			
$z_{exp.}$	0,94	0,925	0,91	0,89	0,87	0,84			
abatere %	0	0	— 0,5	— 1	— 2	— 4			

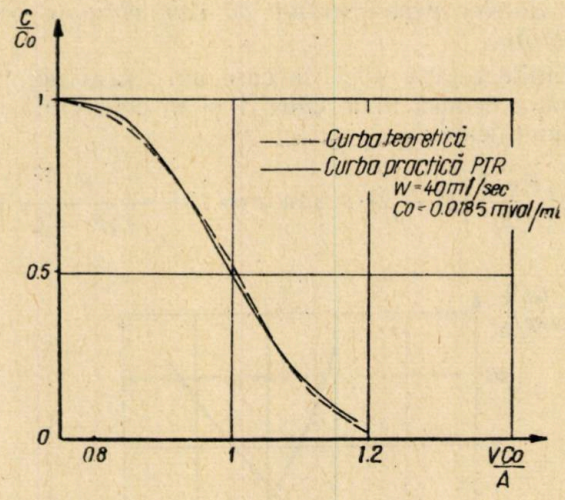


Fig. 11

Din comparația acestor date rezultă : $\frac{z_{teor} - z_{exp}}{z_{exp}} \leqslant 4\%$, fapt care indică o bună concordanță între cele două serii de valori și demonstrează valabilitatea ecuației propuse pentru schimbul ionic uni-bivalent.

Laboratorul de Chimie Fizică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] Dickel G., Nieciecki D. V.: *Despre cinetica schimbului de ioni cu rășini schimbătoare.* Zeitschr. f. El. Ch. V. 59 (1953) p. 913—17.

[2] Tovbin M. V., Diatlovițkaia E. G.: *Dinamica sorbției cu schimb pe cationiți.* Journal fiz. himii 1954 V. 28 nr. 9 (sept.) 1939—46.

[3] Todes O. M., Racinskii V. V.: *Teoria dinamicii schimbătorului de ioni* I; *Dinamica și cinetica schimbului ionic în regimul deplasării paralele.* Jour. fiz. him. 1955 (V. 29) nr. 9, (sept.) p. 1591—1600.

[4] Vermeulen T.: *Teorii asupra difuziei ireversibile și cu desfășurarea constantă.*

[5] Vermeulen T., Hoffman M. E.: *Funcționarea coloanelor de schimb ionic. Viteza ciclului hidrogenului în solvenți neapoși.* Ind. Eng. Chem. 1953, 45 p. 1658.

[6] Dickel G., Meyer A.: *Despre cinetica schimbului de ioni cu rășini schimbătoare.* Zeitsch. Für Elch. 57 (1953) p. 901.

[7] Klamer K, Van Heerden C., Van Krevelen D. W.: *Teoria cinetică a schimbului de ioni.* Gh. Eng. Science VIX 1958, nr. 1 (august).

[8] Suyata A. D., Benchers J. T., White R. R.: *Viteza de schimb ionic în sistemul Sodiu-Potasiu-Dowex 50,* Ind. Eng. Chem. 1955 V. 17, nr. 10, p. 2193.

[9] Gililand E. G., Baddour R. F.: *Viteza schimbului ionic.* Ind. Eng. Chem. 45, 330, 1953.

[10] Rolfe H., Herder M., Irwine J. W.: *Studii asupra schimbului ionic.* J. Am. Chem. Soc. 1954, 76 p. 987.

[11] Kraus K. A., Nelson F.: *Schimbul ionic în electroliți concentrați*: Au III în soluție de HCl. J. Am. Chem. Soc. 1954, 76 p. 984.

[12] Bafna S. L., Govindon K. P.: *Sorbția moleculară pe rășini schimbătoare de ioni*. Ind. Eng. Chem. 48, 310—17, (1956).

[13] Stokes R. H., Walton R. H.: *Complecșii metal-amină în schimbul ionic*. J. Am. Chem. Soc. 1954, 76, 3327.

[14] Helferich F.: *Cinetica schimbului de ioni*. Angew. Chem. Dtsch. 1956, 68, nr. 22, 693—8.

КИНЕТИКА ИОНООБМЕНА
СИСТЕМА Cd — Na — Katex S

(Краткое содержание)

Производилось определение кинетики ионообмена Cd-Na на катионите Katex *S*, в неподвижном слое, используя для этого установку, обеспечивающую постоянное сохранение скорости течения.

Сопоставление результатов, полученных при различных концентрациях и скоростях течения раствора, можно было произвести путём изображения кривых элюциз в системе безразмерных координат.

Толкование полученных результатов можно выло произвести удовлетворительно на основании уравнения предложенного Жилиландом для одно-одновалентного катионообмена, рутём иьменения и приспособления данного уравнения для одно-двухвалеитного катионообмена.

При помощи етого уравнения расчитали константы скорости обмена Cd-Na в зависимости от концентрации и скорости течения раствора.

В целях избежать математисеские затрvднения встречаемые при вычислении константы скорости, согласно различным формулам предложенным в литературе, авторы предлагают обозначить катионообмен группой показательных данных: x_l, x_f, x_{max} и т.д. позволяющие простым способом определить технолодичпую эффективность исследуемого ионообмена.

ION EXCHANGE KINETIC
I. Cadmium — Natrium Katex S_1

(Summary)

The determinations of the ion exchange kinetiks of $Cd^{++} — Na^{+}$ in a cationit „Katex S_1" in solid bed, are carried out, using an instalation, which assured an equal flowing velocity.

The comparison of the results obtained with different concentrations and various flowing-velocities of the solution is made possible by representing the elution curves in an adimensional system.

The interpretation of the results shows that the equation proposed by Gilliland for the mono-monovalent cation exchange is also available, after a ligth modification and a new arrangement, for mono-divalent cation-exchange.

The velocity constants for $Cd^{++} - Na^{+}$ in function of the concentration and flowing-velocities, are calculated by means of this equation.

For eluding the mathematical difficulties, which are created by the calculation of the velocity constant after the formulae of different scientists. the authors propose to express the cationexchange by grouping the characteristics x_l, x_f, x_{max} etc. which permit a simple determination of the technological efficiency of the analysed exchange.

LA CINÉTIQUE DE L'ÉCHANGE D'IONS

Le système Cd — Na — Katex S

(Résumé)

On a étudié la cynétique de l'échange des ions Cd — Na sur le cationite Katex *S*, en couche fixe, utilisant une installation qui assure une vitesse constante d'écoulement.

La comparaison des résultats obtenus, pour les différentes concentrations et vitesses d'écoulement de la solution, a été faite en représentant les courbes d'éluation dans un système de coordonnées non-dimensionnel.

L'interprétation des résultats a été faite d'une manière satisfaisante en adaptant l'équation proposée par Gilliland (pour l'échange cationique uni-univalent), au cas de l'échange cationique uni-divalent.

A l'aide de cette équation adaptée, on a calculé l'augmentation de vitesse de l'échange Cd — Na, en fonction de la concentration et de la vitesse d'écoulement de la solution.

Afin de surmonter les difficultés mathématiques rencontrées au calcul de la constante de vitesse, d'après les différentes formules citées en littérature, les auteurs proposent à caracteriser l'échange cationique par un groupe de données représentatives: x_l, x_f, x_{max} etc., ce qui permet une détermination simple de l'efficacité technologique du changeur d'ions analysée.

DIE KINETIK DES IONENAUSTANCHES

I. Kadmium — Natrium Katex S_1

(Zusammenfassung)

Unter Benützung einer Einrichtung die eine gleichmässige Fliessgeschwindigkeit der Lössung gewährleistet, wurden Bestimmungen der Kinetik des Jonenaustausches Cd — Na in einen Kationit „Katex S_1" in festem Bett ausgeführt.

Die Elutionskurven sind in einem adimensionalen Koordonatensystem dargestellt, welches ein Vergleichen der mit verschiedenen Konzentrationen und Fliessgeschwindigkeiten der Lösung erzielten Werte gestattet.

Die Auswertung der Ergebnisse zeigt, dass die von Gilliland für den mono-monovalenten Kationenaustauch vorgeschlagene Gleichung auch für mono-bivalente Kationenaustausche, mit geringen Aenderungen und nach Neuordnung angewendet werden kann.

An Hand dieser Gleichung wurden, die Geschwindigkeitskonstanten für Cd — Na , in Abhängukeit von den Konzentrationen und Fliessgeschwindigkeiten, errechnet.

Um die mathematischen Schwierigkeiten die das Ausdrücken der Geschwindigkeitskonstante, in den von verschiedenen Forschern aufgestellten Formen aufzeigt, zu beseitigen, schlagen die Autoren vor, die Kennwerte des Kationenaustausches durch Gruppierung der Werte k_e, x_k, x_{max} etc. auszudrücken, die eine einfache Auswertung der technologischen Wirksamkeit des untersuchten Austausches gestattet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

LA PRÉPARATION DES ACÉTATES D'AMYLE SYNTHÉTIQUES

Par IOSIF DRIMUŞ, MARCEL KLANG, CLAUDIU MATASA

La fabrication à grande échelle des acétates d'amyle (pentyle), par synthèse, peut être réalisée par deux voies principales :

I. En traitant le mélange des chlorures de pentyle isomères, obtenu par la chloruration thermique d'un mélange de *n* et *iso* pentane, avec de l'acétate de soude anhidre.

II. En hydrolysant ces chlorures en alcools amyliques (pentyliques), qui sont ensuite estérifiés avec de l'acide acétique.

Les procédés basés sur le traitement des chlorures de pentyle avec l'acétate de soude diffèrent surtout par les substances utilisées au cours de la réaction.

Ainsi, la littérature préconise l'utilisation du charbon actif [1], des solvants, de l'acide acétique [2], de l'acide acétique et de l'acétate de cuivre [3] etc.

Pour obtenir les résultats les meilleurs, on doit empêcher la décomposition des chlorures d'amyle en pentènes, décomposition proportionelle au temps et à la tempèrature de réaction.

Aux basses températures, il n'y a pas de décomposition accentuée des chlorures, mais le temps de réaction est très long.

A 150° la réaction a lieu en 20 heures, à 200°C en 5 heures et à 220°C en deux heures, selon Brooks et Essex.

Les différentes substances ajoutées, le sont dans le but d'empêcher la décomposition des chlorures, dans la plupart des cas.

La seconde voie nécessite un processus de plus : l'hydrolyse des chlorures en alcools pentyliques, suivie de leur deshydratation et de leur estérification par l'acide acétique.

Le mélange de monochlorures de pentyle contenant les trois types, primaire, secondaire et tertiaire, se comporte de façon différente à l'hydrolyse.

Les alcools primaires sont les plus difficiles à hydrolyser, ensuite viennent les alcools secondaires, et après les alcools tertiaires ; cet ordre est inverse pour l'estérification.

Les informations publiées montrent que ces deux méthodes ont un rendement final approximativement égal.

Dan le choix du procédé à industrialiser, les consommations spécifiques, la conversion, le prix de revient et les investissements seront les facteurs déterminants.

Cet article présente les essais que nous avons effectués dans ces deux directions mentionnées.

I. Préparation des acétates de pentyle à partir des chlorures de pentyle et de l'acétate de soude

Selon les informations de la littérature, la méthode qui a donné les meilleurs résultats est celle qui utilise comme catalyseur l'acétate de cuivre et l'acide acétique [3], ce que nous avons vérifié.

La méthode d'obtention de l'acétate de soude poreux et anhydre, décrite également [3], est difficile et pas économique.

Selon ce procédé, on utilise des quantités équivalentes de carbonate de soude anhydre et d'acide acétique glacial, qu'on laisse réagir.

Le produit obtenu après la réaction contient de l'eau et de l'acide carbonique.

On chauffe le produit à la température de 140°C, éliminant ainsi l'eau et l'acide carbonique. Le produit refroidi est ensuite finement divisé.

Dans nos essais, nous avons procédé au chauffage de l'acétate de soude tehnique jusqu'au point de fusion, ensuite nous avons effectué un refroidissement rapide et un broyage fin.

Le rendement n'a pas été influencé à la suite de cette simplification.

Pour obtenir les acétates d'amyle des chlorures, on opérait de la façon suivante :

On introduisait dans l'autoclave :

100 p. monochlorures de pentyle
72 p. acétate de soude
6 p. acide acétique glacial
3 p. acétate de cuivre

et on maintenait sous agitation à 195—200°C pendant 14 heures. A cette température, la pression correspondante, pour ce mélange, était de 16—17 atm.

La réaction finie, la masse était soumise à une distillation effectuée directement de l'autoclave.

Après neutralisation et lavage du produit, celui-ci était soumis à la rectification et on obtenait ainsi trois fractions :

1) azéotrope eau-pentènes
2) chlorures de pentyle non réagis
3) acétates de pentyle

a) Le rendement obtenu a été de 70—75%.
b) La conversion a été de 67 %.
c) Près de 30% de l'acétate de soude ne se transforment pas en acétate d'amyle.

La récupération de l'acétate de soude, à partir du mélange resté aprés la distillation des produits volatils est difficile.

Les chlorures de pentyle qui n'ont pas réagi (presque 6% par rapport à ceux introduits au début), peuvent être difficilement séparés de l'acétate de pentyle.

De faibles quantités de chlorures de pentyle dans ce dernier réduisent de beaucoup ses qualités de solvant.

Une séparation appropriée nécessiterait un fractionnement élevé, non rentable du point de vue industriel.

Une partie des chlorures de pentyle se transforme en pentènes dont la valorification exigerait un processus supplémentaire.

II. Préparation des acétates de pentyle par hydrolyse des chlorures, suivie d'une estérification par l'acide acétique

Ce procédé implique l'hydrolyse des chlorures de pentyle en alcools pentyliques, la séparation et la deshydration de ceux-ci suivie d'une estérification.

Du fait qu'il n'existe pas d'informations suffisantes concernant ce procédé, nous avons spécialement insisté sur lui.

a) *L'hydrolyse des chlorures de pentyle*

Après un certain nombré d'essais, le procédé trouvé le meilleur a été celui de l'hydrolyse en milieu d'hydrate de soude, en présence d'une quantité assez grande d'oléine technique.

L'oléate de sodium ainsi formé a le double rôle d'émulgateur et de catalyseur en réagissant avec les chlorures de pentyle primaires et secondaires pour donner des oléates de pentyle, qui sont facilement hydrolysés [6] [8].

Les chlorures de pentyle sont trop peu solubles dans l'eau ou dans les solutions alcalines. Leur hydrolyse s'effectuerait dans ces conditions à la limite de sépparation des deux phases, et serait proportionelle à la surface de contact.

L'oléate de sodium a certainement une action émulsionnante et provoque la formation d'une émulsion finement dispersée, accroissant ainsi la vitesse de réaction.

Pour atteindre ce but il suffirait d'ajouter des quantités relativement petites d'oléate de sodium, ou d'un autre émulgateur.

Mais nous cosidérons que dans le colloide d'association formé (la mycelle), la réaction des chlorures de pentyle est due aux propriétés capillaires actives du savon. Par agitation, le système polydispersé dissout de façon mycellaire les chlorures en facilitant leur solvolyse. Il s'ensuit une estérification des groupes carboxyliques avec les ions $C_5H_{11}^+$, pour donner l'oléate d'amyle.

Le comportement des trois types de chlorures est différent vis à vis de cette réaction.

Les chlorures tertiaires et, en partie, les secondaires subissent une hydrolyse donnant des alcools, avec une vitèsse assez grande.

Les chlorures primaires et, en partie, les secondaires, ne s'hydrolysent que difficilement, mais en échange ils s'éstérifient aisément avec l'oléate de sodium en une réaction de cinétique du deuxième ordre, c'est-à-dire,

dépendant de la quantité d'oléate présente. L'éster ainsi formé subit l'hydrolyse et donne un alcool, régénérant ainsi l'oléate de sodium.

L'utilisation d'une quantité assez grande d'oléine est donc nécessaire. On emploie ainsi une quantité de 75% du poids des monochlorures de pentyle [7]. L'utilisation de plus faibles quantités d'oléate conduit à une formation excessive d'amylènes.

Les autres acides gras qui accompagnent l'acide oléique dans l'oléine ne gênent pas la réaction, mais y participent en égale mesure.

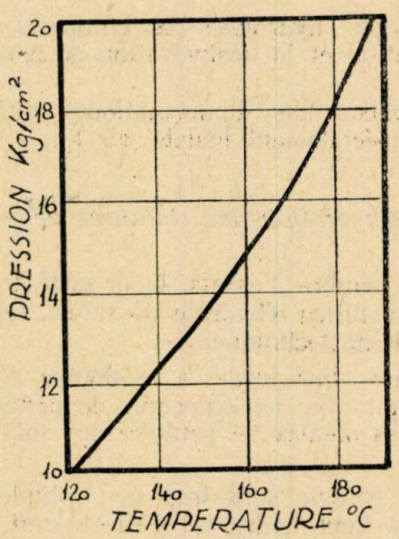


Fig. 1. La corespondence entre la temperature et la pression pour le mélange utilise

Des recherches récentes ont montré aussi la posibilité d'hydrolyser les chlorures primaire à l'aide d'émulgateurs produits par chlorosulfonation des fractions lourdes de combustibles liquides synthétiques [9].

Au cours de nos expériences, on laissait réagir le mélange de solution d'hydrate de sodium avec les chlorures d'amyle et l'oléate de sodium pendant 4—10 heures à environ 160°. Après réaction, le produit volatil était distillé directement de l'autoclave, l'oléate de sodium étant introduit de nouveau dans la charge suivante.

Par hydrolise aussi, les chlorures de pentyle se décomposent en pentènes.

La quantité de pentènes formée est plus faible, car la température et le temps de réaction sont sensiblement réduits en comparaison avec l'estérification directe par l'acétate de soude.

On peut suivre cela en étudiant la variation du rendement de la transformation des monochlorures en alcools et pentènes en fonction de la température et du temps de réaction.

Influence de la température. La pression étant réalisée par le chauffage d'un mélange de composition constante, elle dépend de la température de réaction, selon la courbe présentée dans la figure 1.

Le mélange employé à la composition suivante:

100 p. chlorures d'amyle
58 p. hydrate de soude
134 p. eau
75 p. acide oléique

Une pression plus grande favoriserait la réaction dans le sens de la formation des alcools, empêchant la formation des pentènes. Mais l'accrois-

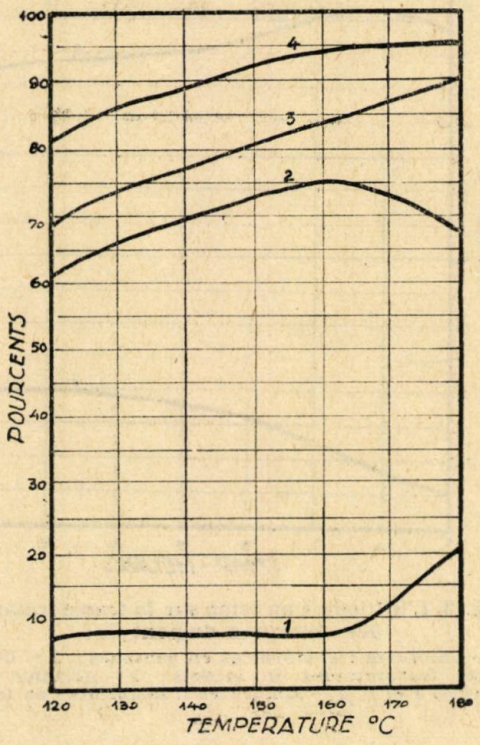


Fig. 2. L'influence de la température sur la transformation ches clorures de pentyle :
1 — Chlorures transformées en pentènes ;
2 — Chlorures transformées en alcools ;
3 — Adition des ordonnées des courbes *1* et *2* ;
4 — Chlorures transformées en total.

sement du rendement est trop faible pour compenser les difficultés soulevées par une grande pression.

On donne sur la fig. 2 la variation du rendement en fonction de la température, pour un temps de réaction de 6 heures.

Au fur et à mesure qu'on élève la température, il y a un accroissement de la quantité des pentènes (courbe nr. *1*).

La courbe nr. 2 montre la quantité de monochlorures transformés en alcools à différentes températures. Après un maximum à 160°, la transformation en alcools diminue avec l'accroissement de la température,

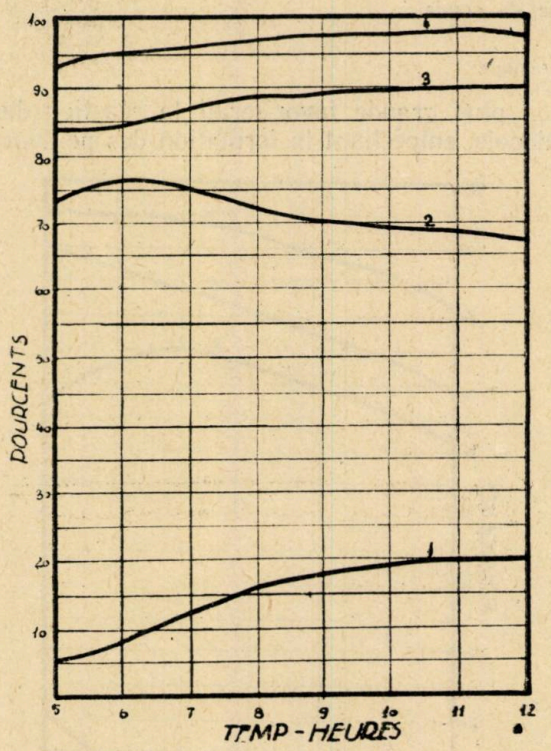


Fig. 3. L'influence an temp sur la transformation des chlorures de pentyle :
1 — Chlorures transformées en pentènes ; *2* — Chlorures transformées en alcools ; *3* — Addition des courbes *1* et *2*; *4* — Chlorures transformées en total.

accusant le développement de la réaction secondaire, c'est-à-dire la formation d'amylènes à partir des chlorures.

La littérature signale aussi qu'au delà de 200°C, la décomposition des alcools amyliques déja formés en pentènes et eau a également lieu.

Par différence entre la courbe nr. *3* (construite par l'addition des ordonnées des courbes *1* et *2*, représentant la quantité de monochlorures transformés en alcools et en pentènes) et la courbe *4* (représentant le rendement total de transformation des monochlorures — rendement obtenu par différence entre les chlorures introduits et ceux extraits de la réaction), il résulte que tous les chlorures ne se sont pas transformés en alcools et pentènes.

A coté des pertes en chlorures pendant la manipulation, la distillation, etc., une partie a été transformée en éthers amyliques, dont l'existence dans ce mélange est connue [4].

Ces éthers ont été d'ailleurs séparés par nous du résidu provenant de la rectification des alcools.

Influence du temps de réaction. Au cours du déroulement de la réaction, il se produit une réaction réversible de transformation des chlorures en alcools et pentènes. L'équilibre n'est pas atteint du fait que l'acide chlorhydrique est lié à l'hydroxyde de sodium. Pendant l'hydrolyse il ne se produit plus de migration des doubles liaisons vers le centre de la molécule comme dans le cas de la chloruration thermique. On peut ainsi déterminer la structure des chlorures à partir des alcools et des pentènes formés.

Sur la fig. nr. 3 on peut suivre la diminution avec le temps de la quantité d'alcools déjà formés à 165°C.

En même temps il y a aussi un accroissement de la quantité de pentènes. Cela démontre, en plus de la consommation des alcools pentyliques donnant des éthers, une décomposition des alcools formés, surtout aux températures plus élevées.

En maintenant un temps de réaction d'environ 6 heures et des températures jusqu'à 165°C, on peut atteindre avec la recette donnée des rendements de 75 à 78% en alcools amyliques (déterminés dans la masse qui a réagi).

b) *Sépparation des alcools pentyliques du mélange entré en réaction*

Le mélange liquide obtenu sous la forme d'une couche organique et d'une couche aqueuse aprés distillation directement de l'autoclave, doit être soumis à une séparation qui donnera les alcools amyliques purs.

La séparation des alcools est simple dans le cas de la couche aqueuse, ceux-ci étant séparés par distillation azéotropique. Les alcools, étant peu solubles dans l'eau (environ 4%) peuvent être facilement séparés du distillat.

Dans le cas de la couche organique, la séparation est plus difficile. Celle-ci contient de l'eau solubilisée, des penténes, des monochlorures, des alcools, des éthers, etc.

Ce métange étant soumis à une rectification donne les fractions suivantes :

1) un azéotrope eau-penténes, contenant l'eau solubilisée ;
2) un azéotrope chlorures d'amyle-alcools amyliques ;
3) des alcools amyliques ;
4) un résidu, contenent des éthers et de l'écume entraînée de l'autoclave.

La séparation de la couche organique par distillation n'est pas recommandable, car l'azéotrope chlorure de pentyle-alcools pentyliques entraîne une grade quantité d'alcools. La séparation de cet azéotrope en ses deux composants étant difficile, la solution qui s'impose est de l'introduire à nouveau à l'hydrolyse, dans la charge suivante.

Cette solution n'est pas économique, étant donné la grande quantité d'alcools qu'on recycle ainsi.

L'entraînement par la vapeur d'eau de la couche organique donne de meilleurs résultats. En effet, les fractions suivantes sont obtenues :

1) azéotrope eau-amylène ;
2) azéotrope ternaire eau-chlorures des pentyle-alcools pentqliques ;
3) residu contenant de l'eau, des alcools, des éthers, etc.

L'azéotrope eau-chlorures-alcools contient presque quatre fois plus de chlorures que d'alcools, rendant possible ainsi la séparation des chlorures avec une quantité relativement faible de produit de valeur.

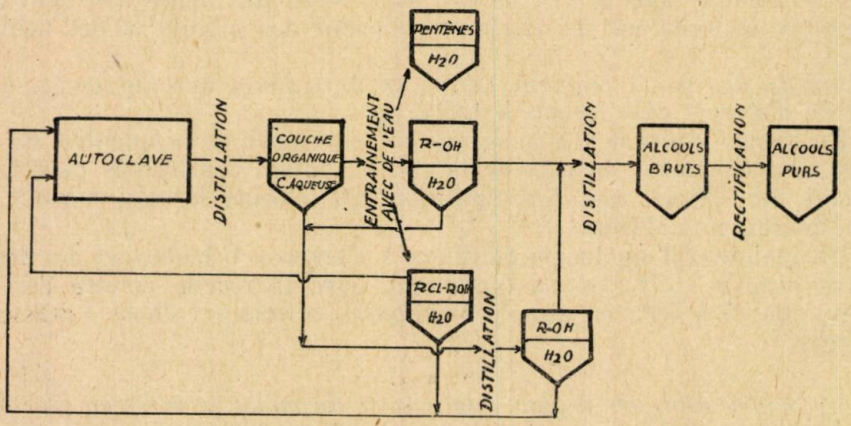


Fig. 4. Schéma de la séparation des alcools pentiliques

Cet azétrope peut être introduit à nouveau à l'hydrolyse, mais cette fois le procédé est économique, étant donné la petite quantité d'alcools recyclés.

La troisiéme fraction est séparée en 2 couches. La couche organique est distillée et il se sépare une fraction de tête qui distille jusqu'à 112°C.

La fraction suivante contient un mélange d'alcools isomères distillant entre 112° et 140°C.

La première fraction contient l'alcool amylique tertiaire et de petites quantités d'azéotropes eau-alcools, chlorures, etc., qui ne dépassent pas 5% du poids des alcools.

La fraction des alcools peut être séparée facilement en ses composants, avec des paliers nets à un reflux de 1 :10 et à une efficacité de 10 plateaux théoriques.

La dernière fraction, le résidu, se compose surtout d'éthers amyliques, qui distillent jusqu'à 205°C.

Le rendement moyen de séparation obtenu par nous à été de 81%. Dans une installation industrielle, il sera surement meilleur.

Le schéma de la séparation, présenté sur la fig. 4, démontre des opérations assez complexes. Il este donc normal que l'on obtienne un rendement de séparation assez faible.

Avec ce rendement de séparation, en respectant les conditions optima d'hydrolyse, on a obtenu un rendement global de 61% de transformation des chlorures en alcools rectifiés.

Les alcools pentyliques ainsi obtenus ont donné dans les vernis de nitro cellulose des pelliculles de bonne qualité. Ils peuvent ainsi se substituer à l'alcool butylique ou à l'alcool amylique de fermentation.

Comparaison entre les deux méthodes d'obtention de l'acétate d'amyle synthétique

a) Le rendement en acétate d'amyle rectifié, obtenu au laboratoire, est à peu près égal pour les deux procédés :

63% pour l'estérification directe (Ière méthode)

61% pour l'hydrolyse suivie par l'estérification (IIème méthode).

b) Les pieces principales nécessaires pour chacune des installations sont :

I-ère méthode — autoclave + colone de rectification de grande efficacité, couteuse.

II-ème méthode — autoclave + colonne rectification + colonne d'estérification.

c) La technologie de la II-ème méthode implique un processus de plus, l'hydrolyse. Du fait qu'on opère entiérement en phase liquide, ce procédé peut être mécanisé et automatisé plus facilement que le premier qui nécessite la manipulation de produits solides.

Dans la II-ème méthode, les produits réagissent presque quantitativement et les récupérations, comme celle de l'acetate de soude, ne sont plus nécessaires.

d) Les deux méthodes donnent des pentènes comme produits secondaires et ceux-ci peuvent être valorifiés soit par hydration en alcools, soit par alkylation. Dans la IIème méthode, on obtient aussi des éthers amylique qui peuvent être valorifiés.

e) Dans la Iére méthode, en supposant que l'acétate de soude non entré en réaction soit impossible á récupérer, on arrive à une consommation de 1,29 t de celui-ci par tonne d'acétates d'amyl. Le prix de l'acétate de soude anhydre grève fortement dans ce cas le prix des acétates. Dans l'hypothèse que l'on puisse récupérer de la masse de chlorure de sodium l'excés d'acétate de soude non régi, cette opération ne peut s'effectuer qu'en solution, ce qui suppose beaucoup d'énergie thermique dépensée pour revenir au produit anhydre nécessaire.

Conclusions

I. Daos le présent travail on a éclairci quelques problèmes techniques et économiques concernant la valorification chimique des pentanes en acétates d'amyle.

II. En comparant les deux procédés étudiés, il en résulte que seule l'hydrolyse, suivie de l'estérification des alcools obtenus, est une voie rentable, malgré le rendement plus élevé de l'autre procédé.

Laboratorul de Tehnologie Organică Generală
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAPHIE

[1] Koch, Burrell: I. E. C. 1937, vol. XIX, p. 442
[2] Carleton E.: *The Chemistry of petroleum derivatives*, vol. 1-1934
[3] Kaufler E.: D. R. P. 274202
[4] Kenyon R. L.: I.E.C. 1950, vol 42, pag. 2388
[5] Mellan I.: *Industrial Solvents*, 1950 N. Y
[6] Ayres E. E.: U.S.P. 1691426 — 1931, U.S.P. 1691424 — 1921, U.S.P. 1374666 — 1921, Canad 286076 — 1939, Brit. 241889 — 1926.
[7] Krenţel B. A.: Успехи Химйи vol. XIX, ed. III 1950
[8] Ayres E. E.: I.E.C. 1929, p. 895
[9] Nekrasova V. A. I. OH. 1958, nr. 6, iunie, p. 1561.

ПОЛУЧЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ АМИЛ АЦЕТАТОВ

(Кратчое содержание)

В этой статье сравиваются разные методы которые могут применятся для иромыщленого получения синтетических амил ацетатов.

Выясняются разные технические и экономические вопросы в связи с химическим применением пентанов. Найдено, что наивытоднейший метод является гидролиз хлоридов лентила.

TECHNICAL PREPARATION OF THE SYNTHETIC AMYL ACETATES

(Summary)

In this work are compared the proceedings that could serve as a basis for the industrial production of the synthetic amyl acetates.

Several technical and economical probems are explained concerning the chemical use of pentanes, the method of hydrolysis of amyl chlorides being found as the most convenient.

LA PREPARATION DES ACÉTATES D'AMYLE SYNTHÉTIQUES

(Résumé)

On a comparé dans cet article les procédés pouvant servir de base à une production industrielle des acétates d'amyle synthétiques.

On a éclairci quelques problèmes techniques et économiques concernant la valorification chimique du pentane en démontrant que la méthode la plus rentable est l'hydrolyse des chlorures de pentyle.

DIE ERHALTUNG DES SYNTETISCHEN AMYL AZETATEN

(Zusammenfassung)

In dem vorliegenden Artikel vergleicht man die Methoden die zur industriellen Herstellung des synthetischen Amylazetats verwendet werden können.

Es werden einige technische und ökonomische Probleme erklärt, die sich auf die chemische Verwertung der Pentan beziehen.

Als eintraglichste Methode wurde die Hydrolysis des Chlorpentans befunden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

FIZICA

DETERMINAREA CONCENTRAŢIEI COMPONENŢILOR DINTR-UN AMESTEC DE SUBSTANŢE OPTIC ACTIVE*)

de IULIU VIEROŞANU şi ION VIEROŞANU

Lucrările lui Biot au arătat că unele lichide, precum şi soluţiile unor substanţe solide, au proprietatea de a roti planul de vibraţie al luminii polarizate. Ulterior, Pasteur precizează că moleculele care prezintă proprietatea amintită trebuie să fie lipsite de centru şi plan de simetrie; afirmaţia este valabilă şi în sens invers, moleculele lipsite de centru şi plan de simetrie trebuie să fie optic active.

Rotaţia planului de vibraţie al luminii polarizate produsă de un lichid optic activ este dată de relaţia:

$$\alpha = [\alpha] \cdot l \cdot \varrho \tag{1}$$

în care $[\alpha]$ este puterea rotatorie specifică, l grosimea stratului străbătut de lumină, exprimat în dm, iar ϱ densitatea lichidului.

Pentru soluţii cu solvent inactiv optic şi chimic — rotaţia planului de vibraţie al luminii este dată de:

$$\alpha = [\alpha] \cdot l \cdot c \tag{2}$$

în care c este concentraţia soluţiei. Rotaţia specifică în cazul soluţiilor reprezintă rotaţia provoacă de o coloană de 1 dm, care conţine dizolvată 1 g de substanţă activă într-un cm^3 de soluţie.

Din această definiţie ar rezulta că $[\alpha]$ ar trebui să fie independent de solvent şi concentraţie. Experienţa arată dese abateri de la această presupunere. În cazul cînd există independenţa menţionată, se zice că substanţa urmează legea lui Biot.

$[\alpha]$ depinde însă de lungimea de undă, iar cunoaşterea dispersiei rotatorii este deseori necesară pentru identificarea substanţei sau pentru punerea în evidenţă a mai multor componenţi dintr-un amestec, aşa cum se va arăta.

Variaţia lui $[\alpha]$ cu lungimea de undă poate fi exprimată cu destulă precizie de relaţia lui Drude:

$$\alpha = \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_0^2} \tag{3}$$

---

*) Lucrare prezentată la a V-a Sesiune Ştiinţifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic Bucureşti (31octombrie 1959).

în care λ este lungimea de undă corespunzătoare absorbţiei. În regiuni îndepărtate de banda de absorbţie relaţia lui Drude dă valori care concordă cu cele experimentale.

Dacă soluţia conţine mai mulţi componenţi optic activi, care nu reacţionează între ei şi nici cu solventul, legea aditivităţii devine valabilă şi în acest caz:

$$\alpha = \{[\alpha_1] \cdot c_1 + [\alpha_2] \cdot c_2 + \cdot - \cdot + [\alpha_i] \cdot c_i + \ldots\} \cdot l \qquad (4)$$

unde c_i sînt concentraţiile fiecărui component.

Bazat pe proprietatea de aditivitate a rotaţiei naturale a planului de vibraţie al luminii polarizate, Darmois [1] dă o metodă prin care se poate preciza — în limita erorilor experimentale — dacă un amestec conţine nu-

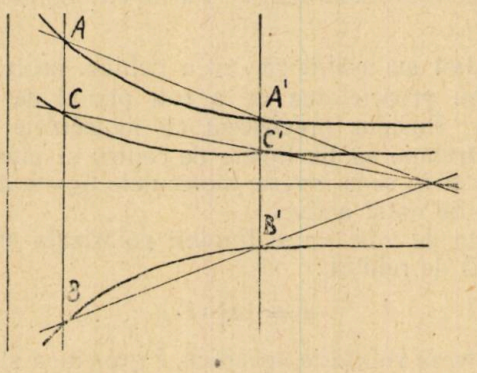


Fig. 1

mai doi componenţi optic activi. Darmois trasează curbele de dispersie rotatorie pentru fiecare din cei doi componenţi care intră în amestec, dar luaţi în stare pură (curbele *1* şi *2* din fig. 1), precum şi curba de dispresie rotatorie pentru amestecul celor doi componenţi (curba *3*, fig. 1).

Notînd cu x concentraţia relativă a unui component şi cu $1-x$ concentraţia celui de al doilea, în baza legii aditivităţii se obţine:

$$[\alpha] = x[\alpha_1] + [1 - x)[\alpha_2] \qquad (5)$$

în care $[\alpha]$ este rotaţia specifică a amestecului pentru o anumită lungime de undă λ, iar $[\alpha_1]$ şi $[\alpha_2]$ rotaţiile specifice ale componenţilor pentru aceeaşi lungime de undă. Amestecul satisface condiţia că raportul diferenţelor ordonatelor este egal cu raportul concentraţiilor:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{[\alpha_1] - [\alpha]}{[\alpha] - [\alpha_2]} = \frac{1-x}{x} = \text{const.} \qquad (6)$$

în care se vede că raportul este independent de ordonata aleasă.

Ducînd două drepte oarecare, paralele cu axa ordonatelor, aşa ca să întretaie cele trei curbe şi apoi ducînd dreptele prin cele două puncte apar-

[1]) E. Darmois Trans. Faraday Soc. 10,80—1914

ținînd aceleiași curbe, se constată că cele trei drepte sînt concurente. Deci, dacă în soluție sînt numai doi componenți, dreptele sînt concurente și invers, dacă sînt concurente sînt numai doi componenți.

Evident metoda poate fi utilizată și pentru determinarea concentrației relative a celor doi componenți, dar utilizarea ei specială este de a arăta că amestecul conțin numai doi componenți optic activi — fie ei izomeri optici sau substanțe diferite.

Lucrările lui Darmois au ca suport ipoteza lui Biot, reafirmată de Arndtsen, care spun că în unele substanțe, cum ar fi acidul tartric, la care rotația specifică variază cu concentrația, ajungînd în unele cazuri chiar să se inverseze sensul rotației, ar fi datorită coexistenței unui anumit număr de izomeri cu proprietăți optice diferite. Proporția de izomeri este variabilă, între ei stabilindu-se un echilibru, variabil cu concentrația.

René Lucas [2] extinde metoda lui Darmois la cazul unui amestec ternar, amestecul fiind format din izomeri sau nu.

Lucas consideră patru amestecuri a cîte trei componenți, fiecare amestec conținînd componenții în alte raporturi.

Măsoară rotațiile specifice ale fiecarui amestec pentru trei lungimi de undă $\lambda, \lambda', \lambda''$; dacă amestecul conține trei și numai trei componenți, atunci trebuie ca determinantul:

$$D_3 = \begin{vmatrix} [\alpha_1]-[\alpha_4] & [\alpha_2]-[\alpha_4] & [\alpha_3]-[\alpha_4] \\ [\alpha'_1]-[\alpha'_4] & [\alpha'_2]-[\alpha'_4] & [\alpha'_3]-[\alpha'_4] \\ [\alpha''_1]-[\alpha''_4] & [\alpha''_2]-[\alpha''_4] & [\alpha''_3]-[\alpha''_4] \end{vmatrix} = 0 \qquad (7)$$

în care $[\alpha_1]\,[\alpha_2]\,[\alpha_3]\,[\alpha_4]$ sînt rotațiile specifice ale celor patru amestecuri corespunzătoare lungimii de undă λ, $[\alpha_i]$ rotațiile specifice corespunzătoare lungimi de undă λ' respectiv $[\alpha''_i]$ pentru λ''.

Dacă amestecul conține numai doi componenți, determinantul se reduce la:

$$D_2 = \begin{vmatrix} [\alpha_1]-[\alpha_3] & [\alpha_2]-[\alpha_3] \\ [\alpha'_1]-[\alpha'_3] & [\alpha'_2]-[\alpha'_3] \end{vmatrix} = 0 \qquad (8)$$

sau

$$\frac{[\alpha_1]-[\alpha_3]}{[\alpha_2]-[\alpha_3]} = \frac{[\alpha'_1]-[\alpha'_3]}{[\alpha'_2]-[\alpha'_3]} \qquad (9)$$

ceea ce reprezintă regula lui Darmois.

Determinantul D_3 va fi egal cu zero și dacă minorii săi sînt egali cu zero. Aceasta înseamnă că este satisfăcută condiția lui Darmois și amestecul conține deci numai doi componenți. Prin urmare, va trebui să fie făcute diferitele combinații posibile (în total $C_4^3 = 4$ combinații) pornind de la măsurători, pentru a se asigura că nu este satisfăcută condiția lui Darmois.

---

2) R. Lucas Ann. de Phys. 9,381, 1928

Consideraţii teoretice asupra posibilităţii determinării concentraţiilor componenţilor dintr-un amestec de substanţe optic active.

In prezenta lucrare ne-am propus să găsim o metodă care să permită determinarea concentraţiei fiecărui component dintr-un amestec binar sau termar de substanţe optic active. La elaborarea acestei metode ne-am folosit de dispersia rotatorie a unui fascicol de lumină albă produsă la traversarea unui strat (transparent) de substanţă optic activă. Unghiul de rotaţie al planului de vibraţie pentru lungimea de undă λ este dat de relaţia

$$\alpha_t^\lambda = [\alpha]_t^\lambda \cdot l \cdot c \qquad (10)$$

în care α_t^λ este rotaţia pentru lungimea de undă λ la temperatură t produsă de o substanţă optic activă pentru care rotaţia specifică la aceeaşi temperatură şi pentru aceeaşi lungime de undă este $[\alpha]_t^\lambda$ lungimea stratului traversat de lumină fiind l, iar concentraţia soluţiei este c, solventul fiind optic inactiv. În cele ce urmează ne vom referi numai la soluţii optic active, amestecul de lichide pure, optic active, tratîndu-se asemănător.

Dacă un fascicol de lumină albă traversează o soluţie optic activă, situată între doi nicoli, lumina care iese din analizor apare colorată, culoarea depinzînd de poziţia relativă a nicolilor, dacă mărimile din relaţia (10) rămîn neschimbate.

Dacă soluţia conţine un amestec de mai multe substanţe optic active, care nu reacţionează între ele, rotaţia totală a planului de vibraţie a luminii polarizate este dată de relaţia:

$$\alpha_t^\lambda = \{[\alpha_1]_t^\lambda \cdot c_1 + [\alpha_2]_t^\lambda c_2 + \ldots + [\alpha_i]_t^\lambda c_i + \ldots\} \cdot l \qquad (11)$$

în care semnificaţia literelor este aceeaşi ca în relaţia (10).
Relaţia (11) arată caracterul adictiv al rotaţiei planului de vibraţie al luminii pentru amestecul de substanţe optic active.

Cum am amintit mai sus, din cauza dispresiei rotatorii, păstrînd constante mărimile din relaţia (11), culoarea observată prin ocularul unui polarimetru va depinde de poziţia relativă a celor doi nicoli. Culoarea obţinută poate fi egalată dacă în drumul unui al doilea fascicol de lumină, identic cu primul, între aceiaşi doi nicoli, se aşează tot atîţea tuburi cu lungime reglabilă, cîţi componenţi conţine prima soluţie, fiecare tub conţinînd soluţii cu cîte unul din componenţi. Vom arăta în ce condiţii cele n tuburi cu soluţie vor produce aceeaşi dispersie rotatorie ca şi tubul care conţine soluţia cu amestecul celor n componenţi şi totodată vom arăta că soluţia este unică. Rezultatul acesta va fi folosit pentru determinarea concentraţiei fiecărui component din amestec, atunci cînd se cunoaşte concentraţia soluţiei din fiecare din cele n tuburi.

Pentru ca cîmpul polarimetrului — care în acest caz devine un colorimetru — să fie uniform, adică ambele jumătăţi să fie identice, trebuie ca rotaţia produsă de soluţia cu n componenţi, pentru fiecare lungime de

undă să fie egală cu rotația produsă de soluțiile conținute în cele n tuburi, pentru aceleași lungimi de undă. Din relația (11) se deduce:

$$[\alpha_1]^{\lambda_1} \cdot l \cdot c_1 + [\alpha_2]^{\lambda_1} \cdot l \cdot c_2 + [\alpha_3]^{\lambda_1} \cdot l \cdot c_3 + \ldots = [\alpha_1]^{\lambda_1} \cdot l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_1} l_2 c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_1} \cdot l_3 \cdot c_3 + \ldots$$

$$[\alpha_1]^{\lambda_2} \cdot l \cdot c_1 + [\alpha_2]^{\lambda_2} \cdot l \cdot c_2 + [\alpha_3]^{\lambda_2} \cdot l \cdot c_3 + \ldots = [\alpha_1]^{\lambda_2} \cdot l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_2} l_2 \cdot c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_2} \cdot l_3 c_3 + \ldots \quad (12)$$

$$[\alpha_1]^{\lambda_3} \cdot l \cdot c_1 + [\alpha_2]^{\lambda_3} \cdot l \cdot c_2 + [\alpha_3]^{\lambda_3} \cdot l \cdot c_3 + \ldots = [\alpha_1]^{\lambda_3} l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_3} l_2 c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_3} \cdot l_3 \cdot c_3 + \ldots$$

S-a format astfel un sistem de n ecuații cu n necunoscute, necunoscutele fiind c_1 ; c_2 ; c_3 ;

Ne vom rezuma numai latrei ecuații cu trei necunoscute, fiindcă folosirea a mai mult de trei componenți devine greoaie d.p.d.v. experimental.

În relațile (12) $[\alpha_i]^{\lambda_k}$ este rotația specifică corespunzătoare componentului i, pentru lungimea de undă λ_k; iar l_i este lungimea tubului i (grosimea stratului care conține componentul i), iar c_i' concentrația corespunzătoare soluției care conține numai acel component.

Din delațiile (12) deducem valorile celor trei necunoscute

$$c_1 = \frac{\begin{vmatrix} [\alpha_1]^{\lambda_1} l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_1} l_2 c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_1} l_3 c_3' & [\alpha_2]^{\lambda_1} & [\alpha_3]^{\lambda_1} \\ [\alpha_1]^{\lambda_2} l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_2} l_2 c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_2} l_3 c_3' & [\alpha_2]^{\lambda_2} & [\alpha_3]^{\lambda_2} \\ [\alpha_1]^{\lambda_3} l_1 c_1' + [\alpha_2]^{\lambda_3} l_2 c_2' + [\alpha_3]^{\lambda_3} l_3 c_3' & [\alpha_2]^{\lambda_3} & [\alpha_3]^{\lambda_3} \end{vmatrix}}{l \begin{vmatrix} [\alpha_1]^{\lambda_1} & [\alpha_2]^{\lambda_1} & [\alpha_3]^{\lambda_1} \\ [\alpha_1]^{\lambda_2} & [\alpha_2]^{\lambda_2} & [\alpha_3]^{\lambda_2} \\ [\alpha_1]^{\lambda_3} & [\alpha_2]^{\lambda_3} & [\alpha_3]^{\lambda_3} \end{vmatrix}} \quad (13)$$

și încă două relații corespunzătoare lui c_2 și c_3.

Numărătorul ecuației (13) poate fi descompus într-o sumă de trei determinanți, în care fiecare este identic cu zero, cu excepția determinantului care conține pe α_1. Deci valoarea lui c_1 este:

$$c_1 = \frac{l_1 c_1' \begin{vmatrix} [\alpha_1]^{\lambda_1} & [\alpha_2]^{\lambda_1} & [\alpha_3]^{\lambda_1} \\ [\alpha_1]^{\lambda_2} & [\alpha_2]^{\lambda_2} & [\alpha_3]^{\lambda_2} \\ [\alpha_1]^{\lambda_3} & [\alpha_2]^{\lambda_3} & [\alpha_3]^{\lambda_3} \end{vmatrix}}{l \begin{vmatrix} [\alpha_1]^{\lambda_1} & [\alpha_2]^{\lambda_1} & [\alpha_3]^{\lambda_1} \\ [\alpha_1]^{\lambda_2} & [\alpha_2]^{\lambda_2} & [\alpha_3]^{\lambda_2} \\ [\alpha_1]^{\lambda_3} & [\alpha_2]^{\lambda_3} & [\alpha_3]^{\lambda_3} \end{vmatrix}} = \frac{l_1 c_1'}{l} \quad (14)$$

din care rezultă :

$$l\,c_1 = l_1\,c'_1 \tag{15}$$

și încă două relații asemănătoare :

$$l\,c_2 = l_2\,c'_2 \tag{16}$$

$$l\,c_3 = l_3\,c'_3 \tag{17}$$

Relațiile (15, 16 și 17) arată că numai în aceste condiții se va obține aceeași dispresie rotatorie pentru cele două fascicole de lumină și tot odată că soluția este unică, cu condiția ca cei trei componenți să nu aibă dispresii rotatorii identice. Aceasta se vede imediat din relația (14) fiindcă aceasta atrage egalitatea elementelor unei linii și deci determinantul este egal cu zero, iar ecuația (14) are forma $\frac{0}{0}$.

Din relațiile (15, 16 și 17) rezultă pentru cele trei concentrații :

$$c_1 = \frac{l_1}{l}\,c'_1 \quad ; \quad c_2 = \frac{l_2}{l}\,c'_2 \quad ; \quad c_3 = \frac{l_3}{l}\,c'_3 \tag{18}$$

Dacă concentrațiile se iau astfel ca :

$$c'_1 = c'_2 = c'_3 = \frac{l}{10} \tag{19}$$

cînd l este exprimat în decimetrii, rezultă pentru concentrații :

$$c_1 = 0{,}1 \cdot l_1 \quad ; \quad c_2 = 0{,}1\,l_2 \quad ; \quad c_3 = 0{,}1 \cdot l_3 \tag{20}$$

adică determinarea concentrației se reduce la simpla citire a celor trei lungimi ale tuburilor și împărțirea prin zece a valorilor citice, atunci cînd au fost egalate cele două culori menționate mai înainte.

Sensibilitatea metodei.

Sensibilitatea metodei depinde de sensibilitatea cu care se poate determina egalitatea de culoare a celor două jumătăți de cîmp.

Pentru aceasta am considerat o soluție apoasă care conține un amestec de glucoză, galactoză și zaharoasă, a căror concentrații le-am luat egale între ele și egale cu 0,2 g/cm^3. Grosimea stratului de amestec, străbătut de lumină am luat-o de 1 dm.

Pentru calcularea culorii dată de lumina care a traversat sistemul celor doi nicoli și tubul cu soluție, este necesar să se cunoască rotațiile specifice pentru diferite lungimi de undă, corespunzătoare celor trei componenți.

Valorile rotațiilor specifice au fost luate astfel :

[3] Gurevici Tveti ego izmevenia Jzd. Acad. Nausk SSSR—Moskva

[4] A. Grossmann und L. Block Z. S. Ver Deutsch Zuck. Ind. (Teil Techn.) 62,49, 1912

1. Pentru glucoză și galactoză am folosit valorile lui A. Grossmann și L. Block [5] trecute în tabele de constante „ Landold-Börnstein". Valorile lor sînt date în tabela 1 pentru temperatura de 20°.

Tabela 1

λ în μ	[α] glucoză	[α] galactoză
0,447	96,62	152,9
0,479	83.88	131,8
0,508	73,61	116,8
0,535	65,45	99,63
0.589	52,76	80,72
0.656	41,89	60,80

2. Pentru zaharoză am folosit valorile trecute în „International Tables of constantes" și sînt arătate în tabela 2, de asemenea pentru temperatura de 20°C. Mare parte a valorilor sînt date de T. M. Lowry și Z. M. Richards [6].

Tabela 2

λ în μ	zaharoză	λ în μ [α]	zaharoză	λ [α]	zaharoză	λ [α]	zaharoză
0,3826	173,1	0,4282	133,6	0,4678	109,69	0,5153	88.68
0,3833	171,8	0,4315	130,7	0,4680	109,49	0,5218	86,21
0,3889	166,7	0.4337	129,8	0,4722	107,38	0.5461	78,16
0,4144	144,2	0,4353	128,5	0,4800	103,62	0,5700	71,24
0,4191	140,0	0,4358	128,49	0,4811	103,07	0,5893	66,45
0,4261	134,9	0,4376	127,2	0,2086	91,16	0,6362	56,51
0,4272	134.2	0,4384	126,5	0,5106	90,46	0,6708	50,51

Lowry și Richards au dat și relația cu care se poate calcula rotația specifică a zaharozei pentru oricare lungime de undă — pînă în vecinătatea regiunii de absorbție.

$$[\alpha]^{\lambda}_{20} = \frac{21,648}{\lambda^2 - 0,0213} \qquad (21)$$

λ fiind exprimat în μ. Valorile calculate după (21) concordă cu cele măsurate și toate se așează foarte bine pe o curbă, după cum se vede din fig. 2, curba *3*.

Valorile determinate de Grossmann și Blok nu se așează pe o curbă monotonă, așa cum se vede din fig. 2 curbele *1* și *2* (cruciulițe).

Acest fapt ne-a determinat să considerăm că o parte din valorile rotației specifice a celor două substanțe nu sînt juste. Am căutat să le determinăm prin calcul folosind o formulă de forma :

$$[\alpha]^{\lambda} = \frac{A}{\lambda^2 - B} \qquad (22)$$

[5] A. Grossmann und L. Block Z. S. Ver. Deutsch Zuck. Ind. 62, 31, 1912.
[6] T. M. Lowry and Z. M. Richards journal chem. soc. *125*, 25111 1924

Pentru glucoză am exclus pe $[\alpha]_{20}^{0,447}$ întrucît ni s-a părut că se îndepărtează prea mult de o curbă presupusă justă, aşa cum reiese din celelalte valori ale lui $[\alpha]^{\lambda}$. Cu valorile rotaţiei specifice pentru celelalte lungimi de undă am calculat valorile lui A şi B, pentru care am găsit:

$A_1 = 16{,}8046$ $A_2 = 16{,}4002$ $A_3 = 16{,}8883$
$B_1 = 0{,}02910$ $B_2 = 0{,}03526$ $B_3 = 0{,}02718$

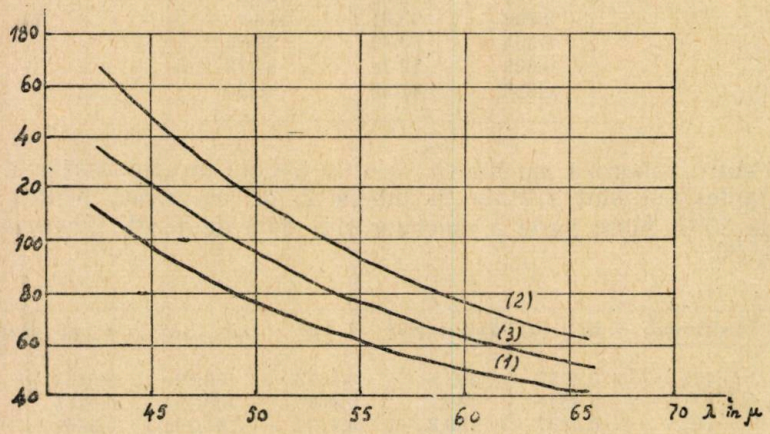


Fig. 2

Luînd media artimetică pentru A respectiv pentru B am găsit:

$$A = 16{,}70 \text{ şi } B = 0{,}0305.$$

Înlocuind aceste valori în relaţia (22) se obţine ecuaţia:

$$[\alpha]_{20}^{\lambda} = \frac{16{,}70}{\lambda^2 - 0{,}0305} \tag{23}$$

cu care am calculat rotaţia specifică pentru diferite lungimi de undă care se aşează pe o curbă (punctele) ce nu reprezintă o abatere prea mare faţă de cea experimentală (x) aşa cum arată curba *1* din fig. 2.

Rotaţiile specifice pentru galactoză, determinate de Grossmann şi Block par şi mai puţin juste decît la glucoză (curba *2* fig. 2). Valorile constantelor A şi B calculate folosind diferite perechi sînt aşa de discordante, încît am considerat mai potrivit să luăm media a două valori A_4 şi A_2 respectiv B_1 şi B_2 calculate numai cu perechile:

$$[\alpha]^{0,447}, \; [\alpha]^{0,535} \text{ şi } [\alpha]^{0,535} \; [\alpha]^{0,589}$$

$A_1 = 24{,}427$; $A_2 = 26{,}390$; $B_1 = 0{,}04005$; $B_2 = 0{,}02034$
pentru care se obţin mediile: $A = 25{,}409$ şi $B = 0{,}0302$.

Am ales numai aceste două valori pentru că au fost cele mai apropiate între ele, din toate cîte au fost obținute. Cu aceste valori pentru A și B am calculat rotațiile specifice pentru diferite lungimi de undă, pe care le-am așezat în diagrama 2 curba *2* (puncte).

Pentru calculul culorii am folosit metoda ordonatelor selecționate [7]. Pentru aceasta am utilizat cîte 10 lungimi de undă pentru calculul fiecărei excitații tricomatice x', y' și z', considerînd iluminatul normal. *A*. Datele au fost luate din J. Op. S. Am [8]. Valorile lungimilor de undă selecționate sînt trecute în tabelel 3, 4, și 5 corespunzător excitațiilor x', y', și z'. În aceleași tabele sînt trecute rotațiile specifice ale glucozei, galactozei și zaharozei pentru lungimile de undă selecționate, apoi rotațiile α_λ a acelorași substanțe corespunzător concentrațiilor și grosimilor alese $c = 0{,}2 g/cm^3$ și $l = 1 dm$) precum și rotația totală $\Sigma\alpha_\lambda$ produsă de amestecul celor trei substanțe.

Întrucît ochiul nu are aceeași sensibilitate în oricare regiune din spațiul culorilor, am căutat să tragem culoarea cît mai aproape de regiunea culorilor purpurii — regiune în care ochiul este mai sensibil. Pentru aceasta am considerat secțiunea principală a analizorului perpendiculară pe bisectoarea unghiului format de direcțiile de vibrație ale radiațiilor cu $\lambda = 0{,}4249\ \mu$ și $\lambda = 0{,}6559\ \mu$ astfel contribuția radiațiilor roșii și violetă în obținerea culorii este maximă, iar contribuția radiațiilor galben-verzui este minimă. În această poziție secțiunea principală a analizorului face un unghi $\beta = 32^0 35'$ cu secțiunea principală a polarizorului, respectiv unghiurile pe care le fac direcțiile de vibrație a diferitelor lungimi de undă, cu secțiunea principală a analizorului vor fi : $\gamma = \Sigma\alpha_\lambda + 32^0 35'$ și valorile lor sînt trecute în tabele 3, 4 respectiv 5.

Analizorul are rolul unui mediu absorbant, iar factorii de transmisie sînt proporționali cu $\cos^2\gamma$ și valorile acestora sînt deasemeni trecute în tabele 3, 4 și 5, corespunzătoare lungimilor de undă selecționate; $\Sigma\cos^2\gamma$ este trecută la sfîrșitul coloanei corespunzătoare. Valorile excitațiilor se obțin prin inmulțirea $\Sigma\cos^2\gamma$ cu factorii trecuți în tabelul menționat [8] și multiplicați prin 3.

Cu aceste valori se obține pentru cele trei excitații :

$$\begin{aligned} x' &= 1{,}05476 \times 0{,}10983 = 0{,}115844 \\ y' &= 0{,}716784 \times 0{,}1 = 0{,}716784 \\ z' &= 0{,}604048 \times 0{,}03555 = 0{,}021479 \end{aligned} \tag{24}$$

Cu aceasta se obține ecuația trinomatică unitară a culorii rezultate :

$$c = 0{,}5543\ X + 0{,}3430\ Y + 0{,}1027\ Z \tag{25}$$

Pentru reproducerea culorii, am considerat că cele trei tuburi conțin soluții cu concentrații egale între ele și egale cu $c' = 0{,}3 g/cm^3$. După ecuațiile (15, 16 și 17) rezultă că la egalarea culorii, lungimile fiecăruia din cele trei tuburi trebuie să fie :

$$l_1 = l_2 = l_3 = l\frac{c}{c_1} = \frac{2}{3}\ dm. \tag{26}$$

[7] W. D. Wrigt: The measurement of color Adam Hilger Ltd. London 1946
[8] Comitee on colorimetry J. Op. S. Am *34*, 633—688—1944.

Să considerăm că în procesul de egalare s-a făcut o eroare, lungimile celor trei tuburi fiind luate cu o eroare prin exces, de 1 mm. Aceasta atrage asupra determinării concentrațiilor o eroare relativă egală cu

$$\frac{\Delta c_1}{c_1} = \frac{\Delta l_1}{l} = 0{,}01 \cdot \frac{3}{2} \tag{27}$$

În calculul acestei erori am considerat pe l și c' măsurate fără eroare, adică am calculat eroarea datorită unei imprecizii în egalizarea culorilor.

Eroarea relativă cu care s-ar măsura unghiul de rotație corespunzător este:

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta l}{l} = 0{,}01 \cdot \frac{3}{2} \tag{28}$$

În calculul acestei erori, ca și mai sus, am ținut seamă numai de factorii care aduc o modificare a culorii în anumite condiții date, adică pentru care $[\alpha]^{\lambda}$ este dat, și tot astfel și c_1'

Rotațiile provocate de cele trei tuburi în situația precizată mai sus, adică pentru care s-au luat lungimile:

$$l_1 = l_2 = l_3 = \frac{2}{3} + 0{,}01 \text{ dm.} \tag{29}$$

sînt trecute în tabele 3, 4 și 5 împreună cu toate valorile corespunzătoare, analoage cu cele calculate pentru tubul cu amestecul. Valorile corespunzătoare celor trei tuburi sînt notate cu semnul $'$.

Calculele făcute ca mai sus, dau pentru culoarea obținută prin intercalarea celor trei tuburi:

$$c = 0{,}5457\ X + 0{,}3329\ Y + 0{,}1214\ Z \tag{30}$$

Comparînd cu ecuația (25) rezultă

$$\Delta x = 0{,}0086 : \Delta y = 0{,}0101 \tag{31}$$

Folosind relația:

$$d s^2 = g_{11} \Delta x^2 + 2\, g_{12} \Delta x \Delta y + g_{22} \Delta y^2 \tag{32}$$

în care dS reprezintă raportul diferenței de cromacitate față de deviația standard corespunzătoare culorii de egalat; Δx și Δy reprezintă diferența coordonatelor celor două culori și date în relațiile (31) Coeficienții g_{11} $2g_{12}$ și g_{22} sînt obținuți printr-o interpolare pe dagramele de contur ale lui Mac Adam [10], în regiunea intermediară între cele două culori.

Din diagrama menționată am găsit:

$$g_{11} = 22{,}3 \cdot 10^4 \ ; \ 2\, g_{12} = -\, 47 \cdot 10^4 \ ; \ g_{22} = 62 \cdot 10^4 \tag{33}$$

[9] L. Silbersteiu J. Op. Soc. Am *28*, 63—85, 1938.
[10] D. L. Mac Adam J. Op. Soc. Am. *33*, 18—25 1943

Tabela 3

Conține datele necesare calculului excitației x' atît pentru tubul cu amestec, cît și pentru cele trei soluții separate (notate cu′)

λ μ	$\lvert\alpha\rvert^{\lambda}_{20}$			α_λ pentru			α'_λ pentru			$\Sigma\alpha\lambda = \alpha_{gluc} + \alpha_{galc} + \alpha_{zah}$	$\gamma = \Sigma\alpha_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma$	$\Sigma\alpha'\lambda - \alpha'_{gluc} + \alpha'_{galc} + \alpha'_{zah}$	$\gamma = \Sigma\alpha'_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma'$
	glucoză	galactoză	zaharoză	glucoză $lc = 0,2$ g dm/cm³	galactoză $lc = 0,2$ g dm/cm³	zaharoză $lc = 0,2$ g dm/cm³	glucoză l' $c' = 0,203$ gd m/cm³	galactoză l' $c' = 0,203$ g dm/cm³	zaharoză l' $c' = 0,203$ g dm/cm³						
0,5169	70,5°	107,2°	88,0°	14,10°	21,44°	17.60°	14,31°	21,76°	17,86°	53°8′,4	85°43′,4	0,00556068	53°56′	86°31′	0,00369141
0,5614	58,6°	89,2°	73,6°	11,72°	17,84°	14,72°	11,90°	18,11°	14,94°	44°16′,8	76°51′,8	0,05165165	44°57′	77°32′	0,04660202
0,5763	55,3°	84,1°	69,6°	11,06°	16,82°	13,92°	11,23°	17,07°	14 13°	41°48′	74°23′	0,07426864	42°26′	75°01′	0,06684293
0,5872	53,1°	80,7°	66,9°	10,62°	16,14°	13,38°	10,78°	16,38°	13,58°	40°08′,4	72°43′,4	0,08820306	40°44′,4	73°19′,4	0,08235178
0,5965	51,3°	78,6°	64,7°	10,26°	15,60°	12,94°	10,41°	15,83°	13,13°	38°48′	71°23′	0,10191418	39°22′,2	71°57′,2	0,09592647
0,6052	49,8°	75,9°	62,7°	9,96°	15,18°	12,54°	10,11°	15,41°	12,73°	37°40′,8	70°15′,8	0,11418993	38°15′	70°50′	0,10779402
0,6138	48,2°	73,3°	60,9°	9,64°	14,66°	12,18°	9,78°	14,88°	12,36°	36°28′,8	69°03′,8	0,12786346	37°01′,2	69°36′,2	0,12146619
0,6233	46,6°	70,9°	58,9°	9,32°	14,18°	11,78°	9,46°	14,39°	11,96°	35°16′,8	67°51′,8	0,14199331	35°48′,6	68°23′,6	0,13559333
0,6353	44,7°	68,0°	56,6°	8,94°	13,60°	11,32°	9,07°	13,80°	11,49°	33°51′,6	66°26′,6	0,15972812	34°21′,6	66°56,′6	0,15346023
0,6559	41,7°	63,5°	52,9°	8,34°	12,70°	10,58°	8,46°	12,89°	10,74°	31°37′,2	64°12′,2	0,18938163	32°05′,4	64°40′,4	0,18299573
												Total = 1,05475467			Total = 0,99672412

Tabela 4

Conţine datele necesare calculului excitaţiei y', atît pentru tubul cu amestec, cît şi pentru cele trei soluţii separate (notate cu ′)

$\lambda\,\mu$	$\lvert\alpha\rvert^{\lambda}_{20}$			α_λ pentru			α'_λ pentru			$\Sigma\,\alpha\,\lambda = \alpha_{gluc} + \alpha_{galc} + \alpha_{zah}$	$\gamma = \Sigma\,\alpha_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma$	$\Sigma\,\alpha'\lambda = \alpha'_{gluc} + \alpha'_{galc} + \alpha'_{zah}$	$\gamma' = \Sigma\,\alpha'_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma'$
	glucoză	galactoză	zaharoză	glucoză $lc = 0,2$ g dm/cm³	galactoză $lc = 0,2$ g dm/cm³	zaharoză $c1 = 0,2$ g dm/cm³	glucoză $l'c' = 0,203$ g dm/cm³	galactoză $l'c' = 0,203$ g dm/cm³	zaharoză $l'c' = 0,203$ g dm/cm³						
0,50 77	73,4°	111,6°	91,5°	14,68°	22,32°	18,30°	14,90°	22,65°	18,57°	55°18′	87°53′	0,00159447	56°07′,2	88°42′	0,00051470
0,5298	66,7°	101,4°	83,4°	13,34°	20,28°	16,68°	13,54°	20,58°	16,93°	50°18′	82°53′	0.01607317	51°03′	83°38′	0,0128754‡
0,5437	63,0°	95,7°	78,9°	12,60°	19,14°	15,78°	12,79°	19,43°	16,02°	47°31′,2	80°06′,2	0,02953930	48°14′,4	80°49′,4	0,02543387
0,5554	60,0°	91,3°	75,4°	12,00°	18,26°	15,08°	12,18°	18,53°	15,31°	45°20′,4	77°55′,4	0,04377301	46°01′,2	78°36′,2	0,03906552
0,5663	57,1°	86,9°	71,8°	11,42°	17,38°	14,36°	11,59°	17,64°	14,58°	43°09′,6	75°44′,6	0,06064891	43°48′,2	76°23′,2	0,05539904
0,5769	55,2°	84.0°	69,5°	11,04°	16,80°	13,90°	11,21°	17,05°	14,11°	41°44′,4	74°19′,4	0,07298102	42°22′,2	74°57′,2	0,06739735
0,5879	53,0°	80,5°	66,7°	10,60°	16.10°	13,34°	10,76°	16,34°	13,54°	40°02′,4	72°37′,4	0,08919182	40°38′,4	73°13′,4	0,08381305
0,6001	50,6°	77.0°	63,9°	10,12°	15,40°	12,78°	10,27°	15,63°	12,97°	38°18′	70°53′	0,10726280	38°52′,2	71°27′,2	0,10117489
0,6152	47,9°	73,0°	60,6°	9,58°	14,60°	12.12°	9,72°	14,82°	12,30°	36°18′	68°53′	0,12980168	36°52′,4	69°27′,4	0,12314485
0,6397	44,1°	37,0°	55,8°	8,82°	13,40°	11,16°	8,95°	13,60°	11,33°	33°22′,8	65°57′,8	0,16591773	33°53′	66°28′	0,15942452
												Total = 0,71678416			Total = 0,66774322

Tabela 5

Conține datele necesare calculului excitației z', atît pentru tubul cu amestec, cît și pentru cele trei soluții separate (notate cu $'$)

$\lambda\ \mu$	$\lvert\alpha\rvert^{\lambda}_{20}$			α_λ pentru			α'_λ pentru			$\Sigma\,\alpha\lambda = \alpha_{gluc} + \alpha_{galc} + \alpha_{zah}$	$\gamma = \Sigma\,\alpha_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma$	$\Sigma\,\alpha'\lambda = \alpha'_{gluc} + \alpha'_{galc} + \alpha'_{zah}$	$\gamma' = \Sigma\,\alpha'_\lambda + 32°35'$	$\cos^2\gamma'$
	glucoză	galactoză	zaharoză	glucoză $lc = 0{,}2$ g dm/cm³	galactoza $lc = 0{,}2$ g dm/cm³	zaharoză $lc = 0{,}2$ g dm/cm³	glucoză $l'\,c' = 0{,}203$ g dm/cm³	galactoză $l'\,c' = 0{,}203$ g dm/cm³	zaharoză $l'\,c' = 0{,}203$ g dm/cm³						
0,4249	111,3	168,9	135,9	22,26	33,78	27,18	22,59	34,29	27,49	83°13′,2	115°48′,2	0,18946868	84°28′,2	117°03′,2	0,20686123
0,4360	104,6	158,9	128,2	20.92	31,78	25,64	21,23	32,26	26,02	78°20′,4	110°50′,4	0,12656518	79°30′,6	112°05′,6	0,14147378
0,4437	100,4	152,4	123,3	20,08	30,48	24,66	20,38	30,94	25,03	75°13′,2	107°48′,2	0,09348306	76°21′	108°56′	0,10528079
0,4505	96,8	147,1	119,2	19,36	29,42	23,84	19,65	29,86	24,20	72°37′,2	105°12′,2	0,06921635	73°42′,6	106°17′,6	0,07849523
0,4568	93,7	142,4	115,5	18,74	28,48	23,10	19,02	28.91	23,45	70°19′,2	102°54′,2	0,04886735	71°23′	103°58′	0,05825465
0,4629	90,8	138,0	112,2	18,16	27,60	22,44	18,43	28,01	22,78	68°12′	100°47′	0,03500641	69°13′,2	101°48′,2	0,04184070
0,4692	88,0	133,7	108,8	17,60	26,74	21,76	17,86	27,14	22,09	66°06′	98°41′	0,02279194	67°05′,4	99°40′,4	0,02823072
0,4768	85,2	129,5	105,6	17,04	25,90	21,12	17,30	26,29	21,44	64°03′,6	96°38′,6	0,01338418	65°02′	97°37′	0,01839550
0,4875	80,6	122,5	100,0	16,12	24,50	20,00	16,36	24,87	20,30	60°37′,2	93°12′.2	0,00312246	61°44′	94°19′	0,00566527
0,5084	73,2	111,3	91.3	14,64	22,26	18,26	14,86	22,59	18,53	54°58′,8	87°33′,8	0,00114048	55°59′	88°34′	0,00062570
												Total = 0,60404769			Total = 0,68512356

Cu aceste date rezultă pentru ds valoarea

$$ds = 4{,}912 \tag{34}$$

adică aproximativ de 5 ori mai mare decît diferența de cromacitate standard.

Însemnează dar că eroarea pe care am admis-o este grosolană şi poate fi luată aproximativ de 5 ori mai mică, cu atît mai mult că în cazul de față este vorba de a reproduce o culoare printr-o radiație care are aceeaşi distribuție spectrală şi deci sensibilitatea ochiului nu este influențată de această compoziție.

Cu concluzia de deasupra rezultă că la egalarea culorii, eroarea la măsurarea lungimii tubului poate fi redusă la aproximativ 0,002 dm, ceea ce însemnează o eroare relativă asupra concentrației

$$\frac{\Delta c_1}{c_1} = 0{,}003 \tag{35}$$

respectiv o eroare asupra unghiului de rotație.

$$\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} = 0{,}003 \tag{36}$$

Pentru un unghi de rotație de 15^0 rezultă

$$\Delta \alpha = 0{,}045 \tag{37}$$

adică aceeaşi eroare limită care se obține în cazul măsurătorilor polarimetrice cu o singură substanță şi cu o radiație monocromatică.

Precizia metodei depinde de sensibilitatea ochiului cu privire la egalizarea culorilor. Culoarea poate fi aleasă însă astfel ca să corespundă maximului de sensibilitate a ochiului. Această operație poate fi făcută fie prin simpla rotire a analizatorului, fie prin introducerea unui filtru optic adecvat şi rotirea analizatorului. Această variație a culorii prin rotirea analizatorului are şi avantajul unui control, că în orice moment cele două jumătăți de cîmp prezintă aceeaşi culoare.

Concluzii

Din cele înfățişate mai înainte se desprind următoarele: Considerațiile lui Lucas, care cuprind şi pe acelea ale lui Darmois, pot fi utilizate în acelaş scop ca şi metoda descrisă de noi, în scopul determinării a doi sau trei componenți optic activi într-un amestec.

După părerea noastră, metoda descrisă de noi prezintă unele avantaje față de cea a lui Lucas, respectiv Darmois, care în unele cazuri pot fi foarte importante.

1. În metoda lui Lucas este nevoie de folosirea surselor monocromatice pentru a determina rotațiile corespunzătoare diferitelor lungimi de undă. În metoda noastră nu este necesar acest lucru şi se poate lucra cu orice sursă de lumină albă.

2. În metoda lui Lucas este nevoie să se măsoare valorile rotațiilor specifice ale componenților, ca și a amestecului pentru diferite lungimi de undă cît mai îndepărtate din spectru [11].

În metoda noastră nu este nevoie să se măsoare nici o rotație. Totul se bazează pe egalarea de culoare, obținută la identitatea dispersiilor rotatorii a două fascicole de lumină.

3. În metoda lui Lucas, prezența unor benzi de absorbție în vizibil aduce o imprecizie în măsurarea unghiurilor de rotație în jurul acestor benzi și implicit o imprecizie în determinarea concenștrațiilor componenților.

În metoda noastră, nefiind nevoie să se măsoare unghiuri de rotație, prezența benzilor de absorbție în vizibil nu modifică precizia măsurătorilor.

4. Pentru determinarea concentrațiilor componenților prin metoda noastră nu este nevoie de efectuat calcule, ci simplu valorile lungimilor celor trei tuburi (în cazul amestecului ternar) sînt împărțite prin 10, dacă concentrațiile celor trei soluții au fost alese convenabil egale între ele și egale cu 1/10 din lungimea tubului cu amestec. Acest avantaj, ca și celelalte, poate deveni de mare importanță în industrie, putînd fi folosită de orice tehnician — cu vedere normală — fără să aibă nevoie de cunoștințe speciale de fizică.

5. Pentru motivele arătate mai sus, metoda este foarte rapidă fără să piardă din sensibilitate. În privința sensibilității, așa cum s-a mai arătat, ea este cel puțin tot așa de sensibilă ca oricare măsurătoare polarimetrică.

6. Metoda permite determinarea concentrației și a unui component neactiv din punct de vedere optic, din amestecul cu compuși optic activi.

În adevăr, cunoscînd concentrația totală a soluției și apoi pe a fiecărui component în parte prin metoda descrisă, prin diferență se determină concentrația componentului optic reactiv, cu aceeași precizie ca și a celor optic activi.

Compusul neactiv nu trebuie să aibă bandă de absorbție în vizibil.

Ținînd seama de avantajele înfățișate, metoda poate deveni foarte utilă în analiza substanțelor organice și mai ales în industria zaharurilor.

Laboratorul de Fizică
Institutul Politehnic București

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ КОМПОНЕНТОВ В СМЕСИ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

(Краткое изложение)

Указывается метод, позволяющий определение концентраций компонентов в двойной или тройной смеси оптически активных веществ. Это основывается на свойство аддитивности вращения вибрационной плоскости поляризованного света.

[11] Trans. Faraday Soc. *26* 428 1930

Цвет, полученный в результате вращательной дисперсии белого света, произведенного раствором со смесью, воспроизводится при помощи другого пучка, тождественного с первым, проходящего через два, соответственно через три трубки выгодной длины, содержащих растворы отдельных оптически активных компонентов и произвольно избранных концентраций.

Что касается точности, метод сравняется с поляриметрическим методом.

THE DETERMINATION OF COMPONENTS CONCENTRATION FROM A MIXTURE OF OPTICAL ACTIVE SUBSTANCES

(Summary)

A method is described for the concentration determination of binary and ternary mixture components of optic active substances.

The method is based on the additivity of the optical rotatory power.

LA DÉTERMINATION DE LA CONCENTRATION DES COMPOSANTS D'UN CERTAIN MÉLANGE DE SUBSTANCES OPTIQUEMENT ACTIVES

(Résumé)

On indique une méthode permettant la détermination des concentrations des composants d'un mélange binaire ou ternaire de substances optique actives. Cette méthode s'appuis sur la propriété additive de la rotation du plan de vibration de la lumière polarisée.

La couleur obtenue comme suite de la dispersion rotatoire de la lumière blanche produite par la solution étudié, est reproduite à l'aide d'un autre fascicule identique au premier. Ce fascicule parcourt deux, ou trois tubes de longueurs convenables, qui contiennent des solutions des composants optique actifs séparés et dont les concentrations sont arbitrairement choisies.

La précision de la méthode est conparable à celle polarimétrique.

KONZENTRATIONS BESTIMMUNG DER KOMPONENTEN IN EINEM GEMISCH OPTISCH AKTIVER STOFFE

(Zusammenfassung)

Es wird eine Methode vorgeschlagen, dic die Bestimmung der Konzentration der Komponenten eines binären oder ternären Gemisches optisch aktiver Stoffe gestattet. Die Methode beruht auf der Additivität der Drehung der Schwingungsebene des polarisierten Lichtes.

Die durch die Dispersion der Drehung der Schwingungsebene bei Beobachtung mit weissen Licht auftretende Farbe wird dadurch reproduziert, dass ein gleiches Lichtbündel nacheinander zwei, bzw. drei Küretten messbar veränderlicher Dicke durchsetzt, die Lösungen Konzentration optisch aktiven Komponenten des Gemisches enthalten.

Die erreichbare Genauigkeit ist jener der polarimetrischen Methode vergleichbar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

ELECTRONICĂ

STUDIUL CIRCUITELOR DE CALE CU RELEE DE CURENT CONTINUU ALIMENTATE IN CURENT ALTERNATIV PRIN REDRESOR

MARIȘ MARIUS

1. Introducere

Circuitul de cale este elementul de bază în instalațiile moderne de semnalizare, centralizare și bloc automat de linie, care servește pentru controlul stării de ocupare sau neocupare a liniilor și macazelor. Datorit acestui rol important, se dă o deosebită atenție condițiilor tehnice și de exploatare la care trebuie să funcționeze în mod absolut corect și sigur circuitul de cale pentru a nu da indicații false de linie liberă, cînd în realitate linia este ocupată.

Studiul circuitelor de cale poate fi tratată din două puncte de vedere și anume:

a) determinarea caracteristicelor electrice optime a aparatajului circuitului de cale, pentru a satisface condițiile impuse pentru o funcționare corectă și economică a circuitului de cale;

b) determinarea condițiilor limită în care poate funcționa în mod corect un circuit de cale, cu un aparataj cu caracteristice electrice date.

În cele ce urmează ne vom ocupa cu determinarea condițiilor de limită în care pot funcționa la noi circuitele de cale din instalațiile de centralizare electrodinamice cu aparataj de tip sovietic, deoarece acest tip de aparataj a fost adaptat să fie construit în țară, pentru noile instalații de centralizare electrodinamice.

Circuitul de cale (fig. 1) este alimentat în curent alternativ prin intermediul unui transformator de alimentare de tipul AC (RS—70063).

Între secundarul transformatorului și șini este intercalată o rezistență de limitare (R 1) a curentului debitat de sursă, cînd osiile vechicolelor scurtcircuitează șinele. În cealaltă extremitate a secțiunii izolate este legat redresorul tip S_2—18 (RS—70080C), releul de cale tip NF_2—200 (RS—70022 A) prin intermediul transformatorului de releu tip RC (RS—70062). Rezistențele *R 2* și *R 3* reprezintă valoarea rezistenței electrice a conductorilor de legătură dintre transformatorul de releu și șini, respectiv releul de cale și transformatorul de releu.

Condițiile de funcționare a circuitelor de cale prevăd:

— prin releu, cînd secțiunea izolată este neocupată de material rulant, să treacă un curent a cărei valoare să fie egală cel puțin cu valoarea

curentului pentru care releul își atrage armătura. Acest curent trebuie să treacă prin releu și în cele mai defavorabile condiții de exploatare, adică atunci cînd rezistența de izolament a balastului are valoarea cea mai mică și cînd sursa de alimentare are tensiunea cea mai scăzută.

— prin releu, cînd secțiunea izolată este ocupată de material rulant, trebuie să treacă un curent mai mic decît curentul minim pentru care

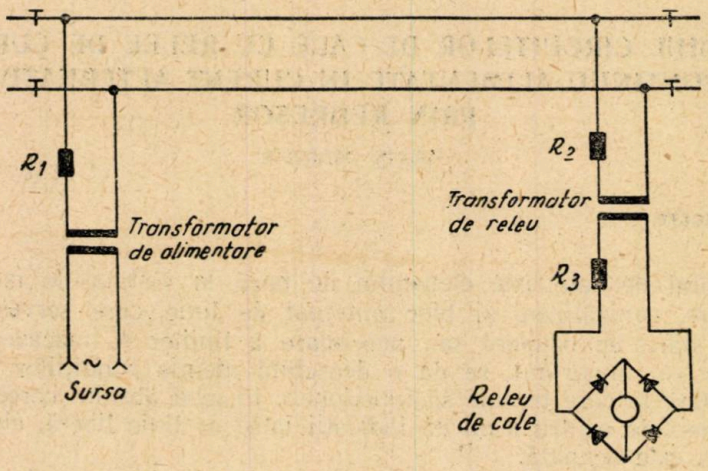


Fig. 1

releul își mai menține atrasă armătura. Acest curent trebuie să treacă prin releu și în cele mai defavorabile condiții de exploatare, adică atunci cînd rezistența de izolament a balastului are valoarea cea mai mare și cînd tensiunea sursei de alimentare are de asemenea valoarea cea mai ridicată.

2. Caracteristicile electrice a elementelor circuitului de cale

Funcționarea circuitelor de cale depinde în primul rînd de caracteristicile electrice a elementelor circuitului de cale, de aceea este important de a determina și a cunoaște valorile electrice a acestor elemente.

2. 1. *Valorile electrice a ansamblului releului de cale*

Releul de cale este un releu de curent continu care este alimentat în curent alternativ prin intermediul unui redresor cu seleniu montat în punte. Ansamblul de releu și redresor se leagă de șinile secțiunii izolate prin intermediul unui transformator de releu așa cum se arată în figura 2. Bornele *1—2* se leagă de șini, rezistențele electrice *R 2* și *R 3* reprezintă valoarea rezistenței firelor de legătură dintre releu și transformatorul de releu și dintre transformatorul de releu și șini.

Releul de curent continuu are două bobine (*B 1* și *B 2*) cu rezistența electrică de cîte 400 Ω legate în paralel, avînd astfel o rezistență echivalentă de 200 Ω.

Puntea redresoare este formată din patru elemente de seleniu avînd diametrul de 18 mm și o secțiune activă de 1,26 cm^2

2. 1. 1. *Determinarea tensiunii alternative la bornele punții redresoare (1′—2′), în funcție de caracteristicile releului de curent continu.* Dacă

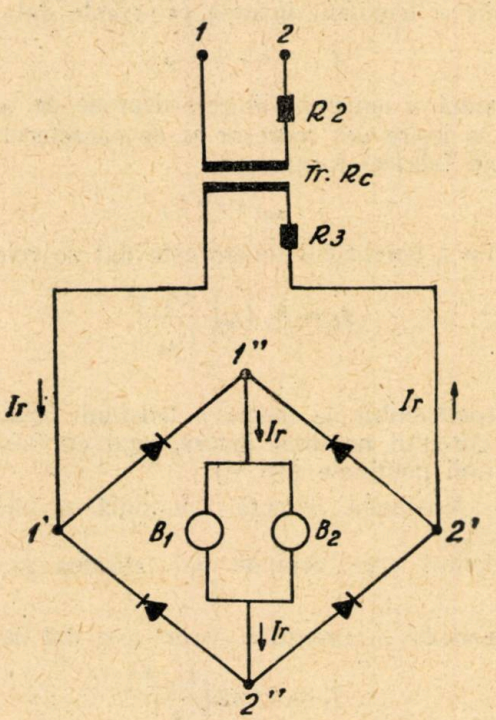


Fig. 2

notăm cu I_r și U_r curentul și tensiunea la bornele ($1''$—$2''$) releului atunci valoarea medie a curentului direct (I_d) va fi:

$$I_d = I_r + I_i \qquad (1)$$

unde I_i reprezintă valoarea medie a curentului invers.

Valoarea medie a tensiunii directe la bornele elementului redresor (U_d) este dată de relația

$$U_d = K_d\, U_{dn} \left(\frac{I_d}{I_{dn}} \right)^{\alpha_1}$$

unde K_d este coeficientul de medie a curentului, egal cu 0,6
U_{dn} este tensiunea directă nominală a redresorului egală cu 1,25 V.
I_{dn} este curentul direct nominal al redresorului egal cu 0,075 A.
α_1 coeficient ce depinde de calitatea și tipul redresorului, pentru redresori de fabricație sovietică $\alpha_1 = 0{,}3$

Deci valoarea medie a tensiunii directe va fi dată de relația

$$U_d = 0{,}75\left(\frac{I_d}{0{,}075}\right)^{0{,}3} \tag{2}$$

Valoarea medie a tensiunii inverse (Ui) este dată de relația

$$U_i = U_r + U_d \tag{3}$$

Valoarea maximă a tenisunii inverse depinde de forma curbei curentului și tensiunii la ieșire din redresor și de caracterul sarcinei. În cazul nostru, după datele fabricei furnizoare

$$U_{i\,max} = 2\,U_i \tag{4}$$

Valoarea medie a curentului invers este dat de relația

$$I_i = K_i\,I_{in}\left(\frac{U_i}{U_{in}}\right)^{\alpha}$$

unde:

K_i este coeficientul de medie a tensiunii egal cu 6,5

I_{in} este curentul nominal invers, egal cu 0.005 A. la aplicarea tensiunii nominale (18 V).

U_{in} este tensiunea inversă nominală a elementului redresor, egal cu 18 V.

α_2 coeficientul care depinde de calitatea și tipul redresorului ($\alpha_2 = 3$)

Deci valoarea medie a curentului invers este dat de relația

$$I_i = 0{,}032\left(\frac{U_i}{18}\right)^3 \tag{5}$$

Tensiunea la bornele ($1'—2'$) a redresorului este dată de relația

$$U_r' = \frac{U_r + 2U_d}{K}$$

unde $K=0{,}7$ un coeficient care depinde de forma curbei tensiunii de intrare și de caracterul sarcinei, deci

$$U_r' = 1{,}43\,(U_r + 2\,U_d) \tag{6}$$

Curentul la bornele ($1'—2'$) a redresorului este dat de relația

$$I_r' = \frac{I_r + 2\,I_i}{K}$$

unde $K=0{,}85$ un coeficient care depinde de forma curbei curentului la intrare și de caracterul sarcinei, deci:

$$I_r' = 1{,}17\,(I_r + 2\,I_i) \tag{7}$$

In tabela 1 sînt date valorile caracteristice a releului de curent continuu și valorile acelorași elemente la bornele punții redresoare.

Tabela 1

Regimul de lucru al releului	Relee de fabricație sovietică				Condiții din norma internă RS–70022 A			
	Ir (mA)	Vr (V)	$I'r$ (mA)	$U'r$ (V)	Ir (mA)	Vr (V)	$I'r$ (mA)	$U'r$ (V)
cădere	6,8	1,4	8,3	3,15	6,2	1,25	—	3,2
atracție	19,6	3,9	25	7,15	20	4	—	6,4

2. 1. 2. *Raportul dintre curentul de cădere și atracție al releului.* În cazul releului de curent continu raportul dintre curentul de cădere și curentul de atracție este:

$$K_1 = \frac{6,8}{19,6} = 0,347$$

Prin introducerea punții redresoare acest raport se modifică și devine mai mic și anume:

$$K_2 = \frac{8,3}{25} = 0,332$$

2. 1. 3. *Determinarea valorii maxime a curentului care poate trece prin redresor.* Cu ajutorul relațiilor de la punctul 2.1.1. putem determina valoarea maximă a curentului la intrare în redresor (I'_r) pentru care valoarea maximă a tensiunii inverse ($U_{i\,max}$) să nu depășească limita de 20 volți.

Făcînd calculele obținem pentru $I'_r = 56$ m A.

Rezultă deci că la bornele redresorului curentul poate să varieze în raport de cel mult 56/25=2,24.

Tensiunea corespunzătoare la bornele redresorului va fi $U'_r = 15,6$ V.

2. 1. 4. *Tensiunea la bornele secundarului transformatorului de releu în funcție de rezistența firelor de legătură.* Această tensiune se obține dacă la tensiunea de la bornele redresorului se adună căderea de tensiune în firele de legătură în faza cu curentul, deci:

$$U_s = U'_r + R_3 I'_r.$$

Valorile lui U_s în funcție de valorile lui R_3 sînt date în tabela 2:

Tabela 2

Regimul de lucru al releului	($I'r$ mA)	$U'r$ (V)	Vsm (V) pentru			
			$R3 =$ 25 Ω	$R3 =$ 50 Ω	$R3 =$ 75 Ω	$R3 =$ 100 Ω
cădere	8,3	3,15	3,36	3,57	3,78	3,98
atracție	25	7,15	7,77	8,4	9,2	9,65
lucru (max)	56	15,6	17,45	18,5	20,35	21,2

2. 1. 5. *Tensiunea la bornele primarului transformatorului de releu.* Caracteristicile transformatorului de releu sînt:

— Tensiunea primară 0,6 V±10% ; curent primar în gol 0,389 A+10% la tensiunea de 0,6 V. Tensiunea secundară în gol 11 V±10%.

— Curent primar la sarcina normală 1 A±10% ; curent secundar 0,04 A.

— Rezistența înfășurării primare 0,045 Ω la un număr de 29 spire; rezistența înfășurării secundare 23 Ω la un număr de 510 spire.

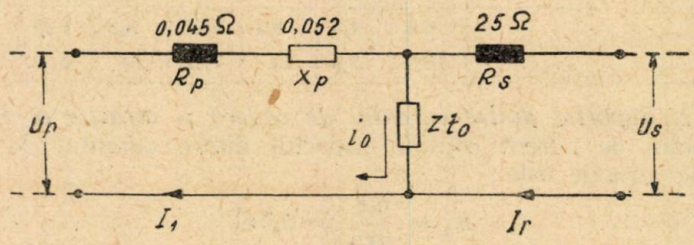


Fig. 3

Circuitul echivalent simplificat al transformatorului (fig. 3) va avea ca parametrii:

$K = \frac{510}{29} = 17{,}6$ raportul de transformare, raportul numărului de spire secundare către cele primare.

$Z_{t0} = \frac{0{,}6\ V}{0{,}38\ A} = 1{,}57\ \Omega$ impedanța de gol a transformatorului, unghiul de fază se determină din relația vectorială $I_1 = L_0 + K I'_r$ pentru valorile $I_1 = 1$ A; $i_0 = 0{,}38$ A ; $K I'_r = 0{,}04 \times 17{,}6 = 0{,}708$ A se obține $\psi_{t0} = 50^0$.

X_p, reprezintă reactanța circuitului primar care se determină din relația vectorială $Vp + RpI_1 + Xp\ I_1 = E$, unde Rp este rezistența spirelor primare, iar E forța electromotoare la mersul în gol al transformatorului. Pentru valorile $Up = 0{,}6$ V ; $Rp = 0.045\ \Omega$ $I_1 = 1$ A și $E = \frac{11}{17{,}6} = 0{,}626$ V, se obține pentru $Xp = 0{,}052\ \Omega$ conform diagramei vectoriale (fig. 4).

Cu ajutorul acestor elemente putem determina tensiunea și curentul

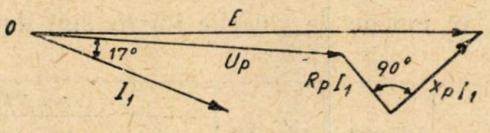


Fig. 4

din primar în funcție de valorile tensiunii și curentul din secundarul transformatorului.

Diagrama vectorială care reprezintă relația dintre aceste elemente este dată în figura 5.

Curentul din primar (I_1) se obține din însumarea vectorială a curentului din secundar (I'_r) și a curentului de mers în gol (i_0).

Tensiunea din primar (Up) se obține dacă la tensiunea secundară (Us/K) se adună căderea de tensiune din înfășurarea secundară ($R_s I'_r/K$) și pierderea de tensiune din rezistența și reactanța înfășurării primare. În

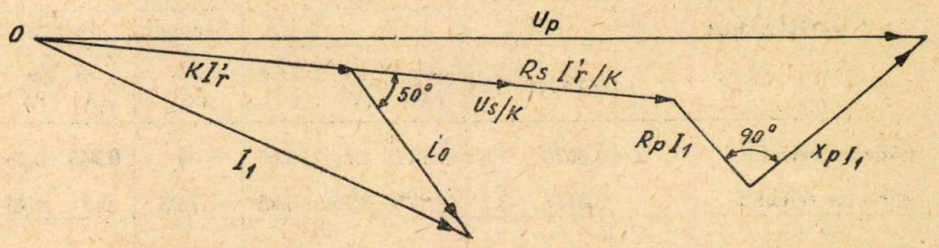


Fig. 5

această construcție s-a presupus că sarcina din secundar este o rezistență ohmică și s-a neglijat reactanța din secundar.

În baza acestor considerațiuni s-au obținut valorile din tabela 3.

Din acest tablou rezultă că impedanța transformatorului în primar variază între 0,65 Ω și 0,94 Ω cu un unghiu de fază de 22° pînă la 26°, în funcția de rezistența redresorului și a firelor de legătură.

Raportul între curentul de cădere și cel de atracție în primarul transformatorului este de 0,37, iar raportul dintre curentul de lucru maxim admisibil și curentul de atracție este de 2,25.

De asemenea se observă că raportul de transformare a tensiunilor se menține aproape neschimbat la diferite încărcări a transformatorului.

Tabela 3

Secundar			Primar			$\frac{Us}{Up}$	$\frac{Ip}{Is}$
curent $I'r$ (A)	tensiuni $U3$ (V)	impedanța (Ω)	Curent $I1$ (A)	Tensiuni Up (V)	Impedanța (Ω)		
	3,15	375		0,207	$0,77^{26°}$	15,2	
	3,36	400		0,217	$0,8^{26°}$	15,5	
	3,57	425		0,229	$0,84^{26°}$	15,5	
	3,78	450		0,242	$0,89^{26°}$	15,6	
0,0083	3,98	475	0,27	0,253	$0,94^{26°}$	15,7	32.5
	7,15	285		0,481	$0,65^{22°}$	14 8	
	7,77	310		0,512	$0,71^{22°}$	15,2	
	8,4	335		0,558	$0,77^{22°}$	15,0	
	9,2	360		0,596	$0,82^{22°}$	15,4	
0.025	9,65	385	0,73	0.63	$0,86^{22°}$	15,3	29
	15,6	280		1,06	$0.65^{22°}$	14,7	
	17,45	305		1,16	$0,71^{22°}$	15,0	
	18,5	330		1,22	$0,74^{22°}$	15,2	
	20,35	355		1,31	$0,82^{22°}$	15,8	
0,56	21,2	380	1,63	1,37	$0,84^{22°}$	15,5	29

2. 1. 6. *Caracteristicile electrice măsurate la releul sovietic* NVS 2—200 *cu redresor* VS—18. Măsurătorile în laborator a releelor, după documentaţia sovietică, au dat următoarele rezultate (tabela 4):

Tabela 4

Caracteristici	Releul de curent continu		Releu CC şi redresor			Transfo, releu şi redresor		
			CC		CA	Secundr	Primar	
	Ir (A)	Ur (V)	Ir (A)	Ur (V)	$U'r$ (V)	Us (V)	Ip (A)	Up (V)
Căderea releului	0,0076	1,6	0,0077	1,7	3,55	4	0,245	0,25
Atracţia releului	0,0177	3,7	0,0175	3,75	6,25	7,25	0.5	0.46
Impedanţa $\frac{\lvert U\rvert}{\lvert I\rvert}$	209		221—214				1,02—0,94	
Coeficient siguranţa	0,43		0,43	(0,45)	(0,52)	(0.55)	0,49 (0,54)	
Raport transformare						16—15,7		

Valorile măsurate diferă de cele calculate, ceeace este explicabil dacă ţinem seama de faptul că în calcule s-au luat ipoteze simplificatoare pe deoparte, iar pe de altă parte coeficienţii care ţin seama de forma curbei tensiunilor şi curenţilor au fost luate în calcul cu valori medii. De asemenea trebuie să se aibă în vedere că şi reglajul mecanic al releelor influenţează valorile electrice şi că aceste valori depind şi de instrumentele de măsură folosite.

2. 2. *Valorile electrice a impedanţei şinelor.*

Valoarea impedanţei şinelor depinde de tipul de şină şi de tipul conexiunilor folosite la joante. La circuitele noastre de cale folosim conexiuni duble din sîrmă de fier zincat de 4,5 mm diametru, fixate în inima şinei prin broşe de conexiuni tronconice.

Impedanţa şinelor se compune din impedanţa propriu zisă a şinelor şi impedanţa introdusă de joantă. Deoarece această din urmă impedanţă depinde de mai mulţi factori variabili, valoarea impedanţei şinelor nu se calculează teoretic, ci se determină din măsurători.

Măsurarea tensiunii şi curentului la extremitatea alimentare a circuitului de cale cînd extremitatea din spre releu (releul fiind deconectat) este în gol şi apoi în scurt circuit, permit determinarea impedanţei de gol (Zg) şi de scurt circuit (Zsc) a circuitului de cale din relaţiile:

$$|Z_g| = \frac{|V_{og}|}{|I_{og}|} \text{ cu } \varphi_g \text{ decalajul dintre } V_{og} \text{ şi } I_{og}$$

$$|Z_{sc}| = \frac{V_{os}}{I_{os}} \text{ cu } \varphi_s \text{ decalajul dintre } V_{os} \text{ şi } I_{os}$$

Rezultă, impedanța caracteristică

$$|Z_c| = \sqrt{|Z_g|\,|Z_{sc}|} \text{ cu } \varphi_c = 1/2\,(\varphi_g + \varphi_s)$$

Avem de asemenea

$$|\operatorname{th}\gamma l| = \sqrt{\frac{|Z_{sc}|}{|Z_g|}} \text{ cu } \varphi_t = \frac{1}{2}(\varphi_s - \varphi_g)$$

Dacă notăm

$$K = \frac{1 - |\operatorname{th}\gamma_l|^2}{1 + |\operatorname{th}\gamma_l|^2}$$

Atunci avem

$$\operatorname{ch} 2a = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2\varphi_t}{k^2 + \operatorname{tg}^2\varphi_t}} \text{ și } \cos 2b = k\sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2\varphi_t}{k^2 + \operatorname{tg}^2\varphi_t}}.$$

Cu aceste valori obținem impedanța șinelor și rezistența de izolament a balastului din relațiile

$$|z| = \frac{|z_c|}{l}\sqrt{a^2 + b^2} \text{ cu } \varphi = \varphi_g + \varphi_s$$

$$\Gamma b = \frac{l\,|Z_c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Din măsurătorile efectuate la noi a rezultat pentru impedanța șinelor, pe kilometru circuit de cale, valori cuprinse între 1 ; 1,5 ; 2 ohmi cu unghiul de fază de cca 50°.

Aceste valori, în ceea ce privește în special unghiul de fază, din lipsa de aparate de măsură potrivite, sînt aproximative, însă comparabile cu valorile obținute în străinătate la tipuri de șini asemănătoare.

În documentația sovietică se folosește pentru impedanța șinelor valoarea $z = 1\ e^{j\,56^0}\ \Omega/\text{km}$

2. 3. *Rezistența de izolament al ansamblului de traverse și balast.*

Pe liniile noastre de cale ferată se folosesc în mare majoritate traverse de fag impregnate cu creuzot și așezate pe un pat de piatră spartă.

Acest mod de construcție a căii asigură un izolament relativ ridicat și în condițiile atmosferice defavorabile adică pe timp de umezeală (ploi, moină, etc.) chiar dacă piatra spartă nu este perfect curată (murdărit în parte cu pămînt și sgură).

Din experiența noastră cu circuitele de cale existente, rezultă că putem conta pe o rezistență de balast, în condiții defavorabile, de 1,5 ohmi pe kilometru circuit de cale. În documentația sovietică calculele sînt făcute pentru o rezistență de izolament minimă a balastului de 0,8 ohmi pe kilometru circuit de cale.

3. Influența elementelor circuitului de cale asupra condițiilor de funcționare a circuitului de cale

In practică elementele circuitului de cale nu au valori electrice constante, valorile teoretice se modifică fie din cauza condițiilor de execuție a lucrărilor, fie din cauza condițiilor climatice.

Din această cauză este important a se cunoaște cum influențează variațiile caracteristicilor electrice a elementelor circuitului de cale asupra condițiilor de funcționare a circuitului de cale, pentru a se putea determina limitele în care aceste elemente pot varia fără să pericliteze corecta funcționare a circuitului de cale.

3. 1. *Circuitul de cale liber, variația curentului la releu în funcție de valorile electrice ale elementelor circuitului de cale*

Pornind de la formulele fundamentale care dau tensiunea și curentul în șini la extremitatea alimentare (Vo, Io) în funcție de valorile tensiunii și curentului în șini la extremitatea releu (V_1, I_1).

$$V_0 = AV_1 + BI_1$$

$$I_0 = AI_1 + CV_1$$

putem determina valoarea curentului în șini la extremitatea releu, cunoscînd tensiunea în secundarul transformatorului de alimentare.

Vom presupune că la extremitatea releu avem o impedanță ($|Z_1|e^{j\varphi_{zi}}$) care reprezintă impedanța transformatorului de releu, cu releul de cale

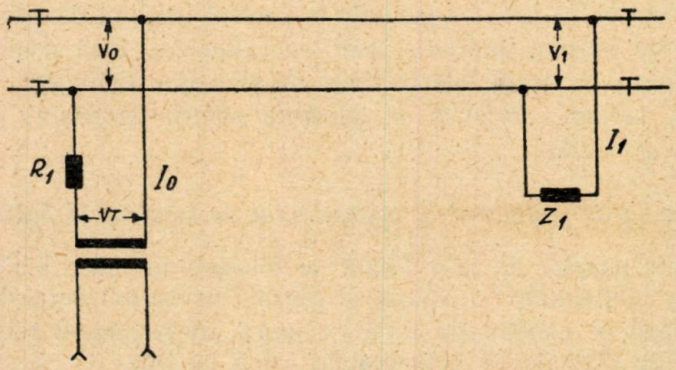


Fig. 6

conectat, plus rezistența firelor de legătură. Utilizînd notațiile din figura 6 putem scrie relațiile vectoriale:

$$I_0 = \frac{V_T}{R_1 + Z_0} = AI_1 + CV_1 = AI_1\left(1 + \frac{C}{A}Z_1\right) = AI_1\left(1 + \frac{Z_1}{Z_g}\right)$$

unde $Z_0 = \frac{V_0}{I_0}$ este impedanța circuitului de cale la extremitatea alimentare

$Z_g = \frac{A}{C}$ este impedanța în gol a circuitului de cale

Rezultă:

$$I_1 = \frac{V_T}{R_1 + Z_0} \cdot \frac{1}{A\left(1 + \frac{Z_1}{Z_g}\right)} = \frac{V_T}{R_1 + Z_g \frac{Z_1 + Z_{sc}}{Z_1 + Z_g}} \cdot \frac{Z_g}{A(Z_g + Z_1)}$$

unde $Z_{sc} = \frac{B}{A}$ este impedanța de scurt circuit a circuitului de cale

Relație care mai poate fi pusă și sub forma:

$$I_1 = \frac{V_T Z_g}{A} \cdot \frac{1}{Z_g(Z_1 + R_1) + Z_c^2 + R_1 Z_1}$$

unde Z_c este impedanța caracteristică a circuitului de cale.

Din condițiile de funcționare a circuitului de cale rezultă că I_1 trebuie să fie mai mare sau cel puțin egal cu valoarea curentului pentru care releul își atrage armătura, în cele mai defavorabile condițiuni de exploatare, adică atunci cînd rezistența de izolament al balastului are valoarea cea mai mică ($r_b = 1{,}5\ \Omega/\text{km}$) și cînd tensiunea sursei de alimentare are valoarea cea mai mică ($0{,}9\ V_T$).

Cînd condițiile de exploatare se îmbunătățesc, adică atunci cînd rezistența de izolament al balastului devine foarte bună ($r_b = \infty$), valoarea curentului (I_1') care trece prin impedanța Z_1, cînd și tensiunea de alimentare are valoarea cea mai mare ($1{,}1\ V_T$), se obține din relația:

$$I_1' = \frac{V_T}{R_1 + Z\,l + Z_1}$$

unde Z este impedanța șinelor pe un kilometru lungime de circuit de cale, iar l este lungimea circuitului de cale (în km).

Raportul între intensitatea curenților care trec prin impedanța Z_1 în condiții de exploatare defavorabile și în condiții favorabile, este dată de relația

$$\alpha = \frac{I_1'}{I_1} = \frac{1{,}1\ V_T}{R_1 + Z \cdot l + Z_1} \cdot \frac{A}{0{,}9\ V_T Z_g} [Z_g(Z_1 + R_1) + Z_c^2 + R_1 Z_1]$$

sau dacă nu ținem seamă de defazaj, deoarece nu influențează funcționarea releului, putem scrie:

$$|\alpha| = 1{,}2\,|A| \frac{|Z_g(Z_1 + R_1) + Z_c^2 + R_1 Z_1|}{|Z_g||R_1 + Z \cdot l + Z_1|}$$

în valori absolute.

3. 1. 1. *Variația curentului la releu în funcție de lungimea circuitului de cale.* Presupunînd constante valorile rezistenței de limitare $R_1 = 2\ \Omega$) impedanța releului ($Z_1 = 2\ e^{j\,30^0}\ \Omega$) și impedanța șinelor ($Z = 1{,}5\ e^{j\,50^0}\ \Omega$/km) variabilă fiind numai lungimea circuitului de cale obținem pentru raportul $|\alpha|$ curba (*1*) din diagramă.

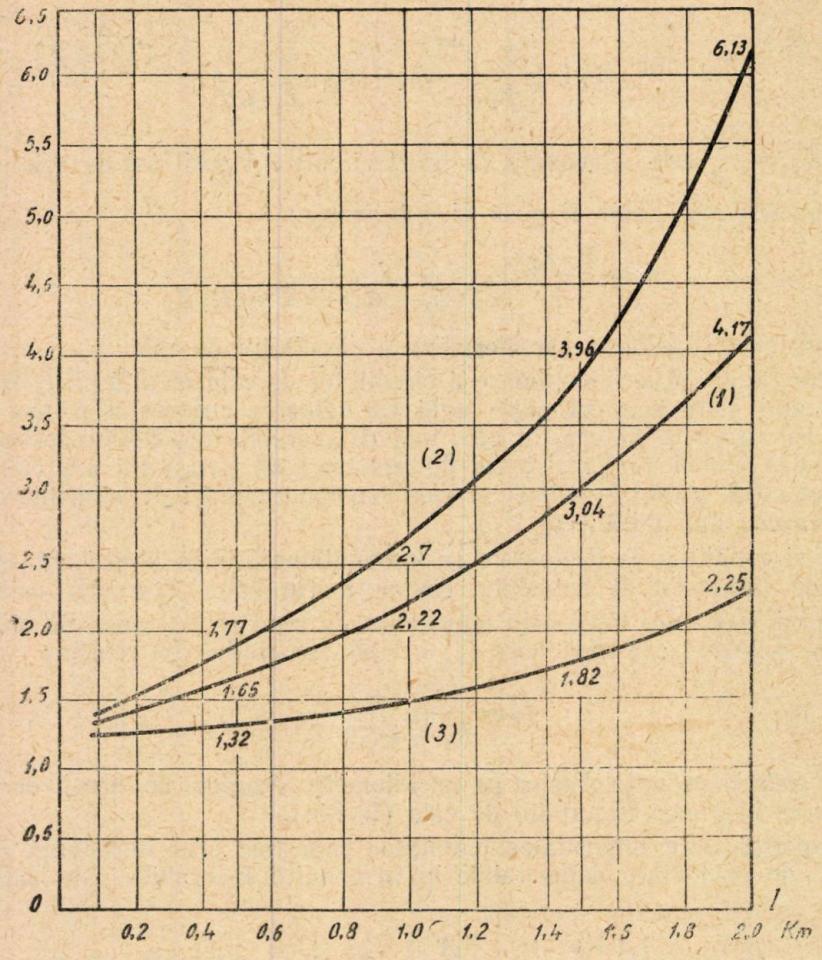


Fig. 7

Din această diagramă rezultă că prin releu va trece un curent din ce în ce mai mare, în funcție de lungimea circuitului de cale, în cazul cînd condițiile de exploatare se îmbunătățesc. Dacă circuitul de cale a fost astfel reglat ca în cazul condițiilor cele mai defavorabile prin releu să treacă curentul de atracție al releului, atunci pentru un circuit de cale de 2 km lungime, în cazul îmbunătățirii condițiilor de exploatare, prin releu trece un curent de patru ori mai mare.

Curba (2) reprezintă valorile lui $|\alpha|$ cînd $R_1 = 3\,\Omega$; $Z_1 = 3\,e^{j30°}$ și $Z = 2\,e^{j50°}\Omega$/km deci cînd impedanța releului, rezistența de limitare și impedanța șinelor au valori mari. Se observă că variația curentului care trece prin releu în acest caz este mai mare.

Curba (3) reprezintă valorile lui $|\alpha|$ cînd $R_1 = 1\,\Omega$; $Z_1 = 1\,e^{j30°}$ și $Z = 1\,e^{j50°}\Omega$/km, deci cînd aceste elemente au valori mai mici. Se observă că în acest caz variația curentului care trece prin releu este mai mică.

3. 1. 2. *Variația curentului la releu în funcție de variația impedanței șinelor.* Pentru un circuit de cale de lungime un km, avînd impedanța releului și valoarea rezistenței de limitare date ($Z_1 = 2\,e^{j30°}$ și $R_1 = 2\ \Omega$) facem să varieze impedanța șinelor de la $Z = 1\,e^{j50°}\ \Omega$/km la $Z = 2\,e^{j50°}\ \Omega$/km. Din calcule constatăm că această variație practic nu influențează asupra raportului $|\alpha|$ cu mai mult de 2%. Raportul $|\alpha|$ fiind mai mic cînd Z are valoarea mai mică.

3. 1. 3. *Variația curentului la releu în funcție de impedanța releului.* Pentru un circuit de cale de un kilometru lungime, avînd rezistența de limitare $R_1 = 2\,\Omega$ și impedanța șinelor $Z = 1{,}5\ 1^{j50°}\ \Omega$/km dacă facem să varieze impedanța Z_1 de la $1\,e^{j30°}\ \Omega$ la $3\,e^{j30°}\ \Omega$ constatăm din calcul că raportul $|\alpha|$ variază cu aproximativ 20%. Pentru $Z_1 = 1\,e^{j30°}\ \Omega$ valoarea $|\alpha|$ scade cu 10% iar pentru $Z_1 = 3\,e^{j30°}$ crește cu 10%. Cu cît circuitul de cale este mai lung cu atît variația raportului este mai mare, pentru $l = 2$ km, variația lui $|\alpha|$ este de 28% în loc de 20% ca pentru $l = 1$ km.

3. 1. 4. *Variația curentului la releu în funcție de valoarea rezistenței de limitare.* Se observă că la variația valorii rezistenței de limitare de la 1 Ω la 3 Ω, valoarea raportului $|\alpha|$ variază ca și în cazul variației impedanței Z_1 în aproximativ aceleași limite.

3. 1. 5. *Variația curentului la releu în funcție de variația rezistetei de izolament al balastului.* Presupunem constante rezistența de limitare ($R_1 = 2\ \Omega$), impedanța releului ($Z_1 = 2\,e^{j30°}$) impedanța șinelor ($Z = 1{,}5\,e^{j50°}$ Ω//km) și lungimea circuitului de cale. Determinăm valoarea raportului dintre curentul care trece prin releu pentru o valoare a rezistenței balastului dată, față de valoarea curentului corespunzătoare valorii minime a rezistenței balastului.

Dacă notăm cu I_1'' valoarea curentului care trece prin releu pentru o valoare dată a lui r_b, observăm că:

$$I_1'' = \frac{V_T\, Z_g'}{A'} \cdot \frac{1}{Z_g'(Z_1 + R_1) + Z_c'^2 + R_1 Z_1}$$

unde A', Z_c' și Z_g'' corespunde valorii date pentru r_b

Deci putem scrie:

$$|\beta| = \frac{|I_1''|}{|I_1|} = 1{,}2\,\frac{|A|}{|A'|} \cdot \frac{\left|Z_1 + R_1 + \dfrac{Z_c^2 + R_1 Z_1}{Z_g}\right|}{\left|Z_1 + R_1 + \dfrac{Z_c^{12} + R_1 Z_1}{Z_g'}\right|}$$

Valorile lui $|\beta|$ în funcţie de Γ_b sînt date în diagrama de mai jos:

Din această diagramă se observă că valoarea curentului care trece prin releu creşte foarte repede cînd rezistenţa balastului variază între 1,5 şi 9 Ω/km, de la această valoare curentul care trece prin releu este aproape constant şi independent de variaţia rezistenţei balastului.

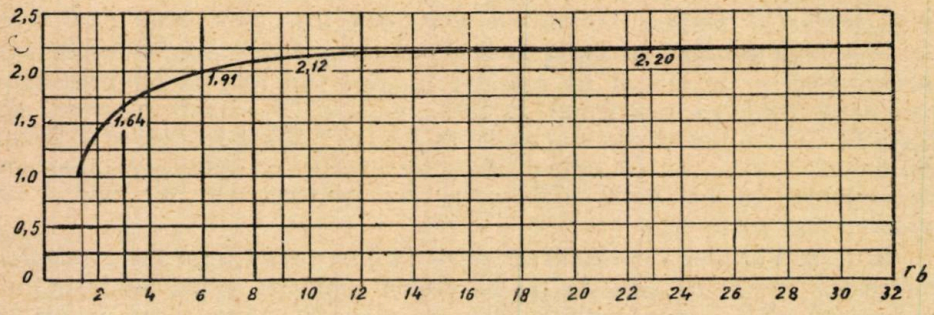


Fig. 8

În absciză putem trece valorile impedanţei de gol (Z_g) a circuitului de cale, în acest caz ordonatele curbei ne permit reglarea tensiunii de alimentare a circuitului de cale în funcţie de impedanţa de gol (Z_g) care poate fi măsurată direct.

3. 2. *Circuitul de cale ocupat, variaţia curentului la releu în funcţie de valorile electrice ale elementelor circuitului*

Efectul şuntului produs de osiile vehicolelor ($\Gamma_\varkappa$) asupra funcţionării circuitului de cale se traduce prin scăderea intensităţii curentului care trece prin releu, în ipoteza că tensiunea la alimentare se menţine constantă în limitele admise. Pentru ca releul de cale să dea indicaţia de linei ocupată, intensitatea curentului care trece prin releu, după şuntarea circuitului de cale, trebuie să scadă sub valoarea curentului pentru care releul nu-şi menţine atrasă armătura.

Acest lucru trebuie să se întîmple şi atunci cînd prin releu trece curentul cel mai mare, adică atunci cînd rezistenţa de izolament al balastului este foarte bună ($\Gamma_b = \infty$) şi cînd tensiunea de alimentare are valoarea cea mai mare ($1{,}1\ V_T$).

În ipoteză că şuntul ($\Gamma_\varkappa$) se aplică la exterminarea dinspre releu a circuitului de cale şi rezistenţa balastului are valoarea infinit, folosind notaţiile de pînă acum, putem scrie că valoarea curentului ce trece prin releu este dată de relaţia:

$$I'_{Z_1} = \frac{V_T}{R_1 + Zl + \dfrac{\Gamma_\varkappa Z_1}{\Gamma_\varkappa + Z_1}} \cdot \frac{\Gamma_\varkappa}{\Gamma_\varkappa + Z_1} = \frac{V_T \Gamma_\varkappa}{Z_1(R + Zl + \Gamma_\varkappa) + \Gamma_\varkappa (R_1 + Zl)}$$

sau dacă Γ_x este suficient de mic față de Z_1 și față de, R_1+Zl atunci obținem relația aproximativă

$$I'_{Z_1} < \frac{V_T \Gamma_x}{Z_1(R_1+Zl)}$$

Pentru valorile mici a elementelor circuitului de cale ($R_1=Z_1=Zl=1\,\Omega$) și valoarea șuntului relativ mare ($r_x = 0{,}2\,\Omega$) curentul astfel calculat este cu 30% mai mare decît valoarea reală. Pentru valori mai mari a elementelor circuitului de cale sau pentru valori mai mici a șuntului ($\Gamma_x < 0{,}1\,\Omega$) aproximația în plus este mai mică de 10%.

Dacă șuntul Γ_x se aplică la extermitatea alimentare, atunci valoarea curentului care trece prin releu este dată de relația:

$$I''_{Z_1} = \frac{V_T}{R_1 + \frac{\Gamma_x(Zl+Z_1)}{\Gamma_x+Zl+Z_1}} \cdot \frac{\Gamma_x}{\Gamma_x+Zl+Z_1} = \frac{V_T\,\Gamma_x}{R_1(Z_1+Zl+\Gamma_x)+\Gamma_x(Zr+Z_1)}$$

Dacă facem și aici aproximația de mai sus, care are același ordin de mărime, atunci putem scrie.

$$I''_{Z_1} < \frac{V_T\,\Gamma_x}{R_1(Z_1+Zl)}.$$

Observăm că cele două valori ale curentului care trece prin releu sînt egale dacă $R_1 = Z_1$ și vom avea $I'_{Z_1} > I''_{Z_1}$ dacă $R_1 > Z_1$ și invers $I''_{Z_1} > I'_{Z_1}$, dacă $Z_1 > R_1$.

Pornind dela ideea că tensiunea minimă de alimentare a circuitului de cale ($0{,}9\,V_T$) este stabilită astfel ca prin releu să treacă un curent cel puțin egal cu valoarea curentului minim pentru care releul își atrage armătura, putem determina raportul dintre acest curent și curentul care trece prin releu cînd se aplică șuntul Γ_x.

Dacă notăm cu K acest raport, avem

$$K = \frac{I'_{Z_1}}{I_1} = \frac{1{,}1\,V_T\,\Gamma_x}{Z_1(R_1+Zl)} \cdot \frac{A}{0{,}9\,V_T\,Z_g}\left[Z_g(R_1+Z_1)+Z_c^2+R_1Z_1\right].$$

Și pentru că defazajul nu influențează funcționarea releului putem scrie

$$|K| = \frac{\Gamma_x}{|Z_1|} \cdot 1{,}2 \cdot \frac{|A|}{|Z_g|} \cdot \frac{|Z_g(R_1+Z_1)+Z_c^2+R_1Z_1|}{|R_1+Zl|}$$

Ținînd seama și de valoarea lui $|\alpha|$, avem

$$|K| = \frac{\Gamma_x}{|Z_1|} \cdot \frac{|R_1+Zl+Z_1|}{|R_1+Zl|} \cdot |\alpha|$$

Cu ajutorul acestei relații putem determina raportul în care scade curentul care trece prin releu cînd aplicăm șuntul la extermitatea releu, față de valoarea curentului minim de atracție al releului.

3.2.1. *Variația curentului la releu în funcție de lungimea circuitului de cale.* Presupunînd constante valorile rezistenței de limitare (R_1) impedanța releului (Z_1) și impedanța șinelor (Z), în curbele din figură sînt date valorile lui K în funcție de lungimea circuitului de cale.

Curba (1) reprezintă valorile $|K|$ pentru $R_1 = 2\,\Omega$; $Z_1 = 2e^{j30°}\,\Omega$; $Z = 1{,}5e^{j50°}\,\Omega$/km Curba (2) reprezintă valorile lui $|K|$ pentru $R_1 = 3\,\Omega$; $Z_1 = 3e^{j30°}\,\Omega$; $Z = 2e^{j50°}\,\Omega$/km Curba (3) reprezintă valorile lui $|K|$ pentru $R_1 = 1\,\Omega$; $Z_1 = 1e^{j30°}\,\Omega$; $Z = 1e^{j50°}\,\Omega$/km Dacă se face corecția

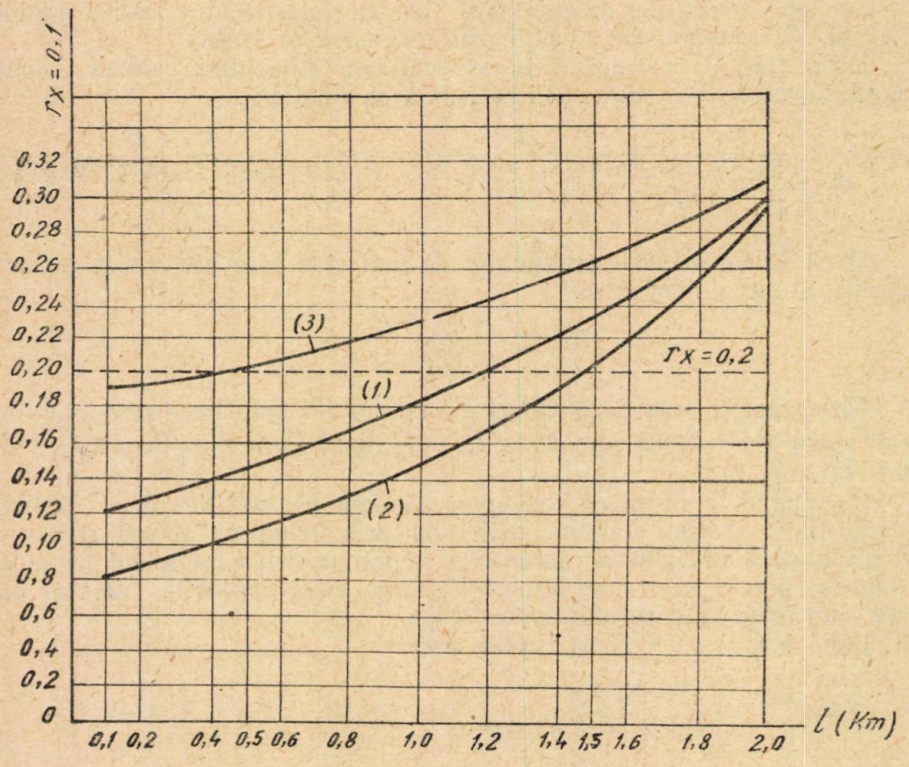


Fig. 9

de aproximativ 30% asupra valorii lui $|K|$ curba (*3*) se apropie foarte mult de curba (*1*).

Din aceste curbe rezultă că raportul $/K/$ crește pe măsură ce lungimea circuitului de cale crește. Creșterea este cu atît mai mare cu cît valorile electrice a rezistenței de limitare, a impedanței releului și impedanței șinelor sînt mai mici.

În diagrama scara pentru valorile lui Γ_x este dată pentru un șunt $\Gamma_x = 0{,}1\,\Omega$. Dacă se admite că pentru desexcitarea sigură a releului raportul K trebuie să fie egal cu 0,4, iar rezistența de șunt are valoarea 0,2 Ω, atunci dreapta orizontală (linie întreruptă) dusă pentru scara lui $|K|$

corespunzătoare lui $\Gamma_{\varkappa} = 0{,}2\ \Omega$ arată că desexcitarea releului este asigurată în cazul curbei (*1*) pentru circuite de cale cu lungime de 1,200 km, în cazul curbei (*2*) pentru 1,450 km, iar în cazul curbei (*3*) numai pentru 0,400 km. Dacă ținem seamă de corelația de 30%, atunci și în acest caz desexcitarea releului este asigurată pentru lungimea de aproximativ 1,200 km.

Se observă că pentru valori mici ale lui $\Gamma_{\varkappa}$ circuitele de cale pot avea lungimi mari și că aceste lungimi scad pe măsură ce crește valoarea rezistenței de șunt $\Gamma_{\varkappa}$. Pentru aceeași lungime a circuitului de cale valoarea lui $|K|$ depinde de valorile electrice ale elementului circuitului de cale și anume crește pe măsură ce scad valorile electrice a rezistenței de limitare, a impedanței releului și a impedanței șinelor. Variația lui $|K|$ este cu atît mai mare cu cît circuitul de cale crește, crește și valoarea lui însă variațiunile lui, în funcție de caracteristicile electrice ale elementelor circuitului, sînt mai mici.

3.2.2. *Variația curentului la releu în funcție de impedanța releului.* Pentru circuitul de cale de lungime $l = 1{,}0$ km, avînd $R_1 = 2\ \Omega$ și $Z = 1{,}5\, e^{j\,50^\circ}\ \Omega$/km, valoarea lui $|K|$ crește pe măsură ce impedanța releului scade și are valorile de 0,26—0,183—0,158 respectiv pentru Z_1 egal cu $1\, e^{j\,30^\circ} - 2\, e^{j\,30^\circ} - 3\, e^{j\,30^\circ}\ \Omega$ și pentru un $\Gamma_{\varkappa} = 0{,}1\ \Omega$. Este de menționat că pentru $Z_1 = 3\ \Omega > R_1 = 2\ \Omega$ valoarea lui $I''_{z_1} > I'_{z_1}$ și deci valoarea lui $|K$ trebuie calculată pentru cazul cînd șuntul se aplică la alimentare, în acest caz valoarea lui $|K|$ devine 0,255 în loc de 0,158.

3.2.2. *Variația curentului la releu în funcție de rezistența de limitare.* Variația raportului $|K|$ este similară ca și în cazul impedanței releului.

3.2.2. *Variația curentului la releu în funcție de impedanța șinelor.* Pentru variația impedanței șinelor în limitele dela $Z = 1\, e^{j\,50^\circ}\ \Omega$/km la $Z = 2\, e_j{}^{50^\circ}\ \Omega$/km, valorile lui K practic nu sînt influențate. Este totuși de menționat că pe măsură ce Z scade, valoarea lui K crește.

4. Puterea necesară la bornele de curent alternativ a punții redresoare în funcție de puterea necesară la relul de curent continu

Pentru a determina puterea necesară la bornele de curent alternativ a punții redresoare trebuie să determinăm pierderile de putere în redresor. Aceste pierderi sînt datorate atît curenților direcți cît și curenților care parcurg elementul redresor.

Pierderile de putere din cauza curenților direcți pot fi determinate din relația,

$$P_d = K_{dp} \cdot U_{dn} I_{dn} \left(\frac{I_d}{I_{dn}}\right)^{\alpha_1 + 1}$$

unde K_{dp}· este coeficientul de medie al pierderilor de putere datorită curenților direcți și are valoarea 1, 3. Pentru valorile folosite pînă în prezent avem

$$P_d = 1{,}3 \times 1{,}25 \times 0{,}075 \left(\frac{I_d}{0{,}075}\right)^{1{,}3} = 0{,}12 \left(\frac{I_d}{0{,}075}\right)^{1{,}3}.$$

Pierderile de putere din cauza curenţilor inverşi pot fi determinate din relaţia,

$$P_i = K_{ip} \cdot U_{in} I_{in} \left(\frac{U_i}{U_{in}}\right)^{\alpha 2+1}$$

unde K_{ip} este coeficientul de medie al pierderilor de putere datorită curenţilor inverşi şi are valoarea 18. Pentru valorile folosite pînă în prezent avem

$$P_i = 18 \times 18 \times 0{,}005 \left(\frac{U_i}{18}\right)^4 \cong 1{,}62 \left(\frac{U_i}{18}\right)^4$$

Pierderea totală de putere în cele patru elemente al redresorului va fi,

$$P_r = 4 (P_d + P_i).$$

Puterea totală la bornele de curent alternativ al redresorului se obţine dacă la puterea consumată în bobinele releului (P_b) adaugăm şi pierderea de putere din elementele redresorului, adică

$$P_t = P_r + P_b.$$

Pentru atracţia releului va fi necesară o putere de cel puţin

$$P_t = 4 (0{,}02 + 0{,}0055) + 0{,}078 = 0{,}102 + 0{,}078 \cong 0{,}18 \; W$$

cînd se utilizează redresorul, faţă de 0,078 W cît este necesar în cazul releului fără redresor.

Este uşor de văzut că puterea absorbită de circuitul de cale alimentat în curent alternativ va fi mai mare, pentru acelaşi releu, decît cea absorbit în cazul alimentării în curent continu.

5. Concluzii cu privire la funcţionarea circuitelor de cale alimentate în curent alternativ cu relee de curent continu cu redresor

Din cele expuse constatăm că utilizînd releele de curent continu cu redresor, în circuitele de cale alimentate în curent alternativ:

— Raportul dintre curentul de cădere şi atracţie al releului (coeficientul de sensibilitate) măsuraţia în primarul transformatorului de releu, se menţine aproximativ egal cu a releului de curent continu.

— Impedanţa ansamblului de releu, redresor şi transformator de releu, măsurat în primarul transformatorului de releu este în general sub un ohm, cu un unghiu de fază cuprins între 20°—30°.

— Puterea consumată de circuitul de cale este mai mare decît în cazul cînd s-ar folosi releul de curent continuu într-un circuit de cale alimentat în curent continu.

— Din cauza valorii limită a tensiunii inverse maxime admisibile a redresorului, valoarea curentului de lucru în primarul transformatorului de releu, faţă de valoarea curentului de atracţie, nu poate fi mai mare de 2,25.

Pentru această valoare a curentului, curentul nominal din primarul transformatorului de releu este depășit cu circa 60%, ceea ce provoacă o încălzire mai mare a transformatorului de releu.

— Lungimea circuitului de cale la care poate fi utilizat releul de tip NF_2—200 cu redresor tip S_2—18 și transformator tip RT—3 este limitat de valoarea curentului de lucru ce poate trece prin primarul transformatorului de releu, de valoarea maximă a rezistenței de șunt admisă pentru desexcitarea singură a releului și de coeficientul de sensibilitate al releului.

În cazul circuitelor de cale dela noi și pentru un șunt maxim al vehiculelor de 0,2 Ω această lungime nu poate fi mai mare de 1200 metri. Pentru un șunt de 0,1 Ω lungimea circuitului de cale poate atinge aproximativ 2000 m.

— Efectul de îmbătrînire a redresorului se traduce prin micșorarea valorii curentului redresat cu pînă la 25%, ceea ce poate provoca desexcitarea releului în cazul unei valori mici a rezistenței de izolament al batastului.

— În caz de străpungerea unui element al redresorului releul se desexcită.

— Mărirea rezistenței firelor de legătură dela șini la transformatorul de releu deși îmbunătățește condițiile de desexcitare al releului, totuși nu poate fi folosită din cauza pierderii de tensiune introdusă care provoacă pierderi mai mari în circuitul de cale și deci un consum de energie mai mare.

Pentru ca releul de tip NF_2—200 să poată lucra în condițiuni satisfăcătoare la circuite de cale mai lungi de 1200 m, este necesar să se dubleze elementele de seleniu din puntea redresoare și să se adopte un transformator de releu de o putere mai mare (cca 4—5 W în loc de 0,5 W).

BIBLIOGRAFIE

[1] *Memoriu de calcul pentru transformarea releelor fișă de gabarite mici de curent alternativ tip* NVS—1 *și* NVS—2; *întocmit de* Institutul de cercetări și proiectări a sistemelor de semnalizare, centralizare, comunicații și radio pentru căile ferate. Leningrad 1953.

[2] *Norma internă provizorie pentrur relee neutrale tip fișe cu redresori* NVS—1 *și* NVS—2; întocmit de Uzinele Grigore Preoteasa în colaborare cu Departamentul CF.

[3] *Normă internă provizorie pentru transformatoare SCB de relee* (RS—70062); întocmit de Uzinele Grigore Preoteasa în colaborare cu Departamentul CF.

[4] *Il calculo dei circuiti di binario muniti di relé ad un elemento* de Dr. Ing. Rigo Righi publicat: în Ingegneria Ferroviaria mai 1950.

[5] *Der Achskurzschluss bei Gleisstromkreisen mit Wechselspannungen*, Dr. Ing. Hans Ulrich Meyer, Signal und Draht Nov. 1957.

[6] *Mutatori electronici și ionici* I. L. Caganov. Traducere din limba rusă, editura Energetică de Stat 1953.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЬСОВЫХ ЦЕПЕЙ, ПИТАЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ С РЕЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА И ОВЫПРЯМИТЕЛЕМ

(Краткое содержание)

В новых устрюствах электрических централизации, созданных в нашей, стране, на основе советскай докуументации, впервые у нас используются, рельсовые цепи, питасмые переменным током с реле постоянного тока.

Велись исследование для определения предельных условий, в которых может работать у нас рельсовая цепи этого типа в зависимости от изменения электрических изменение характеристик рельсовых цепей. С этои целью определяется изменение электрических характеристик элементов рельсовых цепей: реле, выпрямителя, релейного трансформаторе, полнои сопротивления рельсов и их влияние на условия работы рельсовых цепей.

На основе полученных данных даются практические указания по регулировке рельсовых цепей.

THE STUDY OF TRACK CIRCUITS FED WITH ALTERNATING CURRENT WITH DIRECT CURRENT RELAYS AND RECTIFIERS

(Summary)

The paper deals with ascertaining the extreme conditions in which country use for the first time track circuits fed with alternating current with direct current relays.

The paper deals with ascentaining the extreme conditions in which tracb circuits of this type can work in our country, in dependence of the variation of the electric values of the track circuit elements. To this purpose the cariation of the electric values of the track circuit elements (relay, rectifier, relay transformer, rail impedance and their influence on the working condtions of the track circuits are ascertained.

On ground of the obtained data, practical directions are given for the adjustment of the track circuits.

L'ÉTUDE DES CIRCUITS DE VOIE ALIMENTÉS EN COURANT ALTERNATIF AVEC RELAIS DE COURANT CONTINU ET REDRESSEUR

(Résumé)

Dans les nouvelles installations de centralisation électrodynamique construites dans notre pays, on utilise, pour la première fois chez nous, des circuits de voie alimentés en courant alternatif, avec des relais de courant continu.

L'étude s'occupe de la détermination des conditions limite dans lesquelles peuvent fonctionner chez nous les circuits de voie de ce type, en fonction de la variation des valeurs électriques des éléments du circuit de voie. Dans ce but, on détermine la variation des valeurs électriques des éléments du circuit de voie (relais, redreseur, transformateur de relais, impedance des rails) et leur influence sur les conditions de fonctionnement des circuits de voie.

Basé sur les données obtenues, on donne des directives pratiques concernant le réglage de ces circuits de voie.

DAS STUDIUM VON MIT WECHSELSTROM GESPEISTEN UND MIT GLEICHSTROMRELAIS UND GLEICHRICHTERN AUSGESTATTETEN GLEISSTROMKREISEN

(Zusammenfassung)

Bei den neuen elektrischen Kraftstellwerkanlagen die im Lande gebaut werden, benützt man, zum ersten Mal bei uns, mit Wechselstrom gespeiste und mit Gleichstromrelais für ausgerustele Gleisstromkreise.

Das Studium behandelt die Bestimmung der Grenzbedingungen für den Betrieb der Gleisstromkreise dieses Art, in Abhängigkeit von den Schwankungen der elektrischen Werte der Gleisstromkreiselemente.

Zu diesem Zweck bestimmt man die Schwankung der elektrischen Werte der Gleisstromkreiselemente (Relais, Gleichrichter, Relatisumspanner, Scheinwiderstand der Schienen) und ihren Einfluss auf die Betriebsbedingungen der Gleisstromkreise.

Auf Grund der erhaltenen Daten werden praktische Anweisungen für die Regelung dieser Gleisstromkreise gegeben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 2

TRANSPORTURI

CALCULUL PREȚULUI DE COST PE O SECȚIE DE REMORCARE, IN FUNCȚIE DE CARACTERISTICILE LINIEI ȘI A LOCOMOTIVEI

Conf. GH. LELESCU

In cele ce urmează, îmi propun să stabilesc o formulă pentru calculul prețului de cost pe tona netă km pentru o stație de remorcare dată, în funcție de caracteristicile liniei și a tipului de locomotivă utilizat.

Acest calcul este impus de necesitatea studierii a o serie de probleme ce sînt puse Serviciului de Prețuri din Direcția Planificării și Organizării Munci de către Direcția Exploatării, Direcția Tracțiunii. Institutul de Proiectări, Direcția Tehnică sau chiar alte ministere, în legătură cu stabilirea prețului de cost pentru o anumită linie existentă sau proiectată.

In stabilirea formulei pentru calculul prețului de cost, vom porni de la relația care ne dă tonajul brut al trenului în funcție de rezistențele caracteristice ale liniei și vehiculelor și caracteristicile locomotivei și anume:

$$Q = \frac{F_0 - P\,(w_0' + \alpha)}{w_0'' + \alpha} \qquad (1)$$

unde:

Q — tonajul brut al trenului în tone;

F_0 — forța de tracțiune tangențială la obada roților motoare ale locomotivei, în kg;

P — greutatea locomotivei, în tone;

w_0' — rezistența specifică a locomotivei, ca vehicul, pe o linie orizontală și în aliniament, în kg/tonă;

w_p'' — rezistența specifică a trenului, pe o linie orizontală și în aliniament, în kg/tonă;

α — rezistența caracteristică a liniei în kg/tonă (‰).

Credem util a reaminti, în prealabil, deducerea acestei formule.

Pentru aceasta vom porni de la ecuația mișcării trenului, utilizînd ecuația generală a energiei

$$d\sum\frac{MV^2}{2}=\sum F\,ds.$$

Ținînd seamă că trenul întreg are o mișcare de înaintare și în același timp roțile, osiile, bielele etc., au o mișcare de rotație, atunci energia totală a trenului este:

$$E=\frac{MV^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2} \tag{3}$$

unde:

M — masa întregului tren considerată concentrată în centrul de greutate;

V — viteza de înaintare a trenului;

I — momentul de inerție, a părților ce au mișcare de rotație, în raport cu centrele de rotație;

ω — viteza unghiulară respectivă.

Ținînd seama de relația cunoscută:

$$V=R\omega;\qquad \omega=\frac{V}{R}$$

unde R este raza de rotație respectivă, avem:

$$E=\frac{MV^2}{2}+\sum I\,\frac{V^2}{2R^2}=\frac{V^2}{2}\left(M+\sum\frac{I}{R^2}\right) \tag{4}$$

Travaliul elementar dezvoltat în deplasarea trenului este:

$$(F_0-W_0)\,ds$$

unde:

F_0 — forța de tracțiune;

W_0 — rezultanta forțelor de rezistență;

ds — deplasarea elementară

În acest caz:

$$d\left(\frac{MV^2}{2}+\sum I\,\frac{V^2}{2R^2}\right)=(F_0-W_0)\,ds \tag{5}$$

Expresiunea $\sum\frac{I}{R^2}$ din punct de vedere dimensional reprezintă o masă care poate fi considerată ca o parte din masa totală a trenului:

unde:

$$\sum \frac{I}{R^2} = \lambda M \tag{6}$$

$$0 < \lambda < 1$$

Deci ecuația mișcării este:

$$\mathrm{d}M\,(1+\lambda)\,\frac{V^2}{2} = (F^0 - W_0)\,\mathrm{d}s. \tag{7}$$

Valoarea lui W_0 (kg) în funcție de rezistențele specifice a locomotivei, a trenului și a liniei se exprimă prin formula:

$$W_0 = w_0' P + w_0'' Q + (P+Q)\,\alpha \tag{8}$$

unde P, Q, w_0', w_0'' au semnificațiile arătate mai sus.

Ecuația (7) devine:

$$\mathrm{d}M\,(1+\lambda)\,\frac{V^2}{2} = [F_0 - (w_0' P + w_0'' Q) - \alpha\,(P+Q)]\,\mathrm{d}s \tag{9}$$

Integrînd ecuația (9) între punctul de începere al rampei și cel de terminare avem:

$$\frac{M(1+\lambda)}{2}\,(V_a^2 - V_b^2) = \int_0^{S_0} F_0\,\mathrm{d}s - \int_0^{S_0} P\,(w_0' + \alpha)\,\mathrm{d}s - \int_0^{S_0} Q\,(w_0'' + \alpha)\,\mathrm{d}s \tag{10}$$

unde:

V_a — viteza trenului la începutul rampei;
V_b — viteza trenului la sfîrșitul rampei;
$\mathrm{d}s$ — elementul de lungime al rampei;
s_0 — lungimea rampei
iar restul elementelor au semnificațiile arătate mai sus.

Ținînd seama că F_0, w_0' și w_0'' depind de viteza trenului iar α este constantă pentru o anumită rampă, ecuația (10) se mai poate scrie:

$$\frac{M(1+\lambda)(V_b^2 - V_a^2)}{2} = \int_0^{S_0} F_0\,\mathrm{d}s - P\left(\int_0^{S_0} w_0'\,\mathrm{d}s + \alpha\, s_0\right) - Q\left(\int_0^{S_0} w_0''\,\mathrm{d}s + \alpha\, s_0\right). \tag{11}$$

Împărțind ambii membrii din ecuația (11) cu S_0 avem:

$$\frac{M(1+\lambda)\frac{V_b^2-V_a^2}{s_0}}{2}=\int_0^{s_0}\frac{F_0 ds}{s_0}-P\left(\int_0^{s_0}\frac{w_0' ds}{s_0}+\alpha\right)-Q\left(\int_0^{s_0}\frac{w_0'' ds}{s_0}-\alpha\right).$$

Pentru simplificare se poate înlocui F_0, w_0', w_0'' cu valorile medii:

$$F_{om}=\frac{F_{oa}+F_{ob}}{2};\quad w_{om}'=\frac{w_{oa}'+w_{ob}'}{2};\quad w_{om}''=\frac{w_{om}''+w_{ob}''}{2}$$

unde F_{oa}, F_{ob}, w_{oa}', w_{ob}', w_{ob}'', w_{oa}'' sînt valorile forței de tracțiune, respectiv a rezistențelor specifice corespunzătoare vitezelor V_a și V_b la începutul, respectiv, sfîrșitul rampei.

În acest caz:

$$\int_0^{s_0}\frac{F_0 ds}{s_0}=\int_0^{s_0}\frac{F_{om}}{s_0}ds=F_{om};\quad\int_0^{s_0}\frac{w_0' ds}{s_0}=w_{om}';\quad\int_0^{s_0}\frac{w_0'' ds}{s_0}=w_{om}''$$

de unde:

$$\frac{M(1+\lambda)\frac{V_b^2-V_b^2}{s_0}}{2}=F_{om}-P(w_{om}'+\alpha)-Q(w_{om}''+\alpha)\qquad(12)$$

În cazul trenului (în sistemul mecanic kg, m, sec.)

$$1\,000\,(P+Q)=Mg$$

unde: g accelerația gravității $=9{,}81$ m/sec².

Pentru simplificarea calculelor se poate lua:

$$g\cong 10\ \text{m/sec}^2$$

Întrucît vitezele sînt date în km/oră:

$$10\ \text{m/sec}^2=\frac{\frac{10}{1\,000}\text{km}}{\frac{1}{3600^2}\text{oră}^2}\cong 130\,000\ \text{km/oră}^2$$

Deci:

$$M=\frac{1\,000\,(P+Q)}{130\,000}=\frac{P+Q}{130}.$$

Ecuația (12) devine:

$$\frac{1\,000\,(1+\lambda)}{130}\cdot\frac{(P+Q)\dfrac{V_b^2-V_a^2}{s_0}}{2}=F_{om}-P\,(w'_{om}+\alpha)-Q\,(w''_{om}+\alpha). \quad (13)$$

Valoarea coeficientului λ, care reamintim, reprezintă cota parte a masei părților în rotație, din masa totală a trenului, depinde de felul vagoanelor, de starea lor încărcată sau goală și de seria locomotivei și există tabele cu acest element.

Practic se poate considera în medie, în calculele de tracțiune:

$$\lambda \cong 0{,}08.$$

În acest caz în ecuația (13):

$$\frac{1\,000\,(1+\lambda)}{260}=\frac{1\,080}{260}\cong 4{,}15$$

Deci:

$$4{,}15\,(P+Q)\,\frac{V_b^2-V_a^2}{s_0}=F_{om}-P\,(w'_{om}+\alpha)-Q\,(w''_{om}+\alpha). \quad (14)$$

Rezolvînd ecuația (14) în raport cu Q avem:

$$Q=\frac{F_{om}-P\,(w'_{om}+\alpha+4{,}15\,\dfrac{V_b^2-V_a^2}{s_0}}{w''_{om}+\alpha+4{,}15\,\dfrac{V_b^2-V_a^2}{s_0}}. \quad (15)$$

Comparînd această formulă cu formula (1) constatăm că ea diferă de (1) cu termenul:

$$4{,}15\,\frac{V_b^2-V_a^2}{s_0}$$

de la numărător și numitor și ea este mai generală.

Presupunînd că trenul merge pe rampă cu o viteză uniformă:

$V_a = V_b$ și obținem formula (1)

$$Q=\frac{F_0-P\,(w'_0+\alpha)}{w''_0+\alpha}.$$

Pornim de la formula prețului de cost parțial aferent cheltuielilor variabile:

$$S_v=\frac{p\,[\omega+(1+z)\,\omega_0]}{\omega\,Q}+\frac{q\,(1+z)}{\omega}, \quad (16)$$

unde :

ω — este încărcătura pe osie în drum ;

Q — tonajul brut al trenului (de marfă) ;

z — raportul între osii km goale și osii km încărcate (coeficientul de parcurs gol) ;

ω_0 — tara medie pe osie ;

Vom arăta mai întîi cum rezultă formula (16).

În calculul desfășurat al prețului de cost, cheltuielile variabile sînt legate de anumiți măsurători, în raport cu care se admite variația lor.

Măsurătorii care se asociază cu diferite cheltuieli le vom atribui cîte un indice de ordine. Măsurătorii și indicii de ordine sînt : (tabela 1).

Tabela 1

Măsurător	Indice
Tren km	a
Tren oră	b
Locomotiv-ore manevră specială	c
Locomotiv-km ungere	d
Kg combustibil convențional	e
Osii km	f
Osii ore	g
Tone brute km	h

De măsurătorii menționați mai sus, cheltuielile variabile se asociază astfel : (tabela 2).

Tabela 2

Măsurătorul	Cheltuiala
a) Tren km	1. Retribuirea partizilor de tren
b) Tren ore	1. Iluminatul semnalelor de tren și a felinarelor de mînă
c) Locomotiv — ore manevră specială	1. Retribuirea partizilor de manevră 2. Retribuirea echipelor de locomotivă manevră 3. Ungerea și iluminatul locomotivelor de manevră 4. Combustibil pentru locomotivele de manevră
d) Locomotiv — km ungere	1. Retribuirea echipelor de locomotivă de la trenuri 2. Ungerea și iluminatul locomotivelor de la trenuri

Continuare tabela 2

Măsurătorul	Cheltuiala
e) kg combustibil convențional	1. Pregătirea și echiparea locomotivelor de la trenuri și de manevră 2. Spălarea locomotivelor de la trenuri și de manevră 3. Revizia periodică a locomotivelor de la trenuri și de manevră 4. Alimentarea cu apă a locomotivelor de la trenuri și manevră 5. Reparația locomotivelor în atelierele principale
f) Osii km	1. Ungerea osiilor la vagoane 2. Revizii și mici intervenții la vagoane 3. Curățirea, deparazitarea și alimentarea cu apă și combustibil a vagoanelor 4. Reparații cu și fără detașare din trenuri la vagoane 5. Revizia intermediară a frînei automate la trenurile de marfă 6. Reparațiile vagoanelor în atelierele principale
g) Osii ore	1. Întreținerea echipamentului electric la vagoane
h) Tone brute km	1. Paza și revizia liniei 2. Întreținerea curentă a liniei 3. Reparațiile curente ale liniei 4. Întreținerea și reparațiile curente ale lucrărilor de artă

La grupul de cheltuieli care este legat de același măsurător, prețul de cost, parțial, din traficul de mărfuri, corespunzător fiecărei cheltuieli se poate calcula cu formulele ce le vom scrie mai jos și care pun în evidență indicii de utilizare ai materialului rulant (tabela 3).

În aceste formule indicii *a, b, ... h,* se referă la măsurătorul de care este legată cheltuiala, iar indicele *i* se referă la numărul de ordine al cheltuielii din schema de mai sus.

Semnificația notațiilor este următoarea:

$n_{ai}, n_{ai} \dots n_{hi}$ sînt normele de cheltuială pe măsurătorii respectivi, adică raportul din valoarea cheltuielii și a măsurătorului.

$$\left(\text{Ex.: } n_{f_2} = \frac{\text{cheltuiala cu revizii și mici intervenții}}{\text{osii km}}\right)$$

Q_n — este tonajul mediu net al trenurilor de marfă;

V — viteza medie comercială;

Tabela 3

La cheltuielile legate de masurătorul :	Formula de calcul a prețului de cost parțial este;
a) Tren km	$S_{ai} = \frac{n_{ai}}{Q_n}$
b) Tren ore	$S_{bi} = \frac{n_{bi}}{V Q_n}$
c) Loc. ore manevră specială	$S_{ci} = \frac{h n_{ci}}{Q_n}$
d) Loc. km ungere	$S_{di} = \frac{(1+r) n_{di}}{Q_n}$
e) km combustibil convențional	$S_{ei} = \frac{\mu Q n_{ei}}{100 Q_n}$
f) Osii km	$S_{fi} = \frac{(1+z) n_{fi}}{\omega}$
g) Osii ore	$S_{gi} = \frac{(1+z) n_{gi}}{V \omega}$
h) Tone brute km	$S_{hi} = \frac{Q n_{hi}}{Q_n}$

h — coeficientul de manevră $\left(\frac{\text{Locomotiv} - \text{ore manevră}}{\text{tren km}}\right)$;

Q — tonajul brut mediu al trenurilor de marfă;

μ — consumul specific de combustibil;

ω — încărcătura medie pe osie de drum;

z — coeficientul de parcurs gol $\left(\frac{\text{Osii km goale}}{\text{Osii km încărcate}}\right)$.

ω_0 — tara medie pe osie

Dimensional se verifică ușor că membrii doi din formule reprezintă lei/tona netă km.

Dacă notăm cu $S_a, S_b, \ldots S_h$, suma prețurilor de cost parțiale aferente cheltuielilor legate de măsurătorii $a, b. \ldots h$, și ținem seama că la fiecare preț de cost parțial care se calculează cu o formulă comună, diferă numai norma de cheltuială pe măsurător, căci și cheltuiala este diferită, vom

avea:

$$S_a=\frac{\sum n_{ai}}{Q_n};\quad S_b\frac{\sum n_{bi}}{V\,Q_n};\quad S_c=\frac{h\sum n_{ci}}{Q_n};$$

$$S_d=\frac{(1+r)\sum n_{di}}{Q_n};\quad S_e=\frac{\mu Q\sum n_{ei}}{100\,Q_n};$$

$$S_f=\frac{(1+1)\sum n_{fi}}{\omega};\quad S_g=\frac{(1+z)\sum n_{gi}}{V\omega};$$

$$S_h=\frac{Q\sum n_{hi}}{Q_n}.$$

Făcînd suma $S_a+S_b+\ldots+S_h$ și dînd în factor comun termenii $\frac{1}{Q_n}$ și $\frac{1+z}{\omega}$ vom avea partea de preț de cost aferentă cheltuielior variabile:

$$S_v=S_a++S_b+\ldots+S_h=\frac{1}{Q_n}\left[\sum n_{ai}+\frac{\sum n_{bi}}{V}+\right.$$

$$\left.+h\sum n_{ci}+(1+r)\sum n_{di}+\frac{\mu Q}{100}\sum n_{ei}+Q\sum n_{hi}\right]+ \qquad (17)$$

$$+\frac{1+z}{\omega}\left(\sum n_{fi}+\frac{\sum n_{gi}}{V}\right)$$

Dimensional suma termenilor din prima paranteză din relația (17) reprezintă lei/tren km, iar suma termenilor din a doua paranteză, lei/osia km.

Vom nota aceste paranteze cu *p*, respectiv *q*; *p* este norma complexă de cheltuieli pe tren km și rezultă din cheltuielile legate de măsurătorii cu indicii *a, b, c, d, e,* și *h.*

q este norma complexă de cheltuială pe osia km și rezultă din cheltuielile legate de măsurătorii cu indicii *f* și *g.*

Relația [(17)] devine:

$$S_v=\frac{p}{Q_n}+\frac{q\,(1+z)}{\omega}. \qquad (18)$$

Pentru a pune în evidență trei din principalii indici de utilizare ai materialului rulant: tonajul brut pe tren; încărcătura pe osie în drum și coeficientul de parcurs gol, vom înlocui în formula [(18)] pe Q_n în funcție de acești trei inidici, Q_n fiind dat de formula cunoscută:

$$Q_n=\frac{\omega Q}{\omega+(1+z)\omega_0}.$$

În acest caz:

$$S_v = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{Q\,\omega} + \frac{q\,(1+z}{\omega} \qquad (19)$$

adică am găsit formula [(16)].

Dacă în această relație, punem pe Q (tonajul brut pe tren) în funcție de rezistența caracteristică a liniei și de caracteristicile locomotivei:

$$Q = \frac{F_0 - P\,(w_0' + \alpha)}{w_0'' + \alpha},$$

obținem:

$$S_v = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]\,(w_0'' + \alpha)}{\omega\,[F_0 - P\,(w_0' + \alpha)]} + \frac{q\,(1+z)}{\omega}. \qquad (20)$$

Prețul de cost total S se determină ținînd seama, că în condiții medii există relația:

$$S = \frac{S_v}{0{,}45} = 2{,}2\,S_v$$

Deci pentru remorcarea cu simplă tracțiune:

$$S = \frac{2{,}2\,p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]\,(w_0'' + \alpha)}{\omega\,[F_0 - P\,(w_0' + \alpha)]} + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega} \qquad (21)$$

Formula (21) este generală și ea permite calculul prețului de cost pe o secție de remorcare, cu simplă tracțiune, în funcție de:

— indicii de utilizare ai vagoanelor, specifici secției respective;
— rezistențele caracteristice ale liniei;
— caracteristicile locomotivei;

Pentru a stabili formula de calcul pentru multiplă tracțiune vom porni de la formula (20), unde vom ține seamă că norma complexă de cheltuieli pe tren km, se va majora cu cota aferentă cheltuielilor suplimentare de tracțiune pe care le comportă utilizarea locomotivelor date ca multiplă tracțiune.

Termenul p din formula (20) devine:

$$p + h\,(n-1)$$

unde: h este norma de cheltuială pe locomotivă km corespunzătoare cheltuielilor de tracțiune pentru *una locomotivă* dată ca *multiplă tracțiune*. Aceste cheltuieli sînt cele legate de măsurătorii d și e din schemă.

Din calculul desfășurat al prețului de cost, se constată că raportul $\frac{h}{p}$ se menține aproape constant și este foarte aproape de:

$$\frac{h}{p} \cong 0{,}5\,; \quad h \cong 0{,}5\,p.$$

— Introducem în formula (20) în locul lui p:

$$p+h\,(n-1) = p+0{,}5\,p\,(n-1) = 0{,}5\,p\,(n+1).$$

— Ținînd seama că în cazul multiplei tracțiuni tonajul brut al trenurilor este dat de formula:

$$Q = \frac{\sum_1^n F_{ok} - \sum_1^n P_k\,(w'_{ok}+\alpha)}{w''_0+\alpha}$$

(indicii k sînt corespunzători fiecărei locomotive).

În acest caz, formula (20) devine:

$$S_{vn} = \frac{0{,}5\,p\,(n+1)\,[\omega+(1+z)\,\omega_0]\,(w''_0+\alpha)}{\omega\left[\sum_1^n F_{ok} - \sum_1^n P_k\,(w'_{ok}+\alpha)\right]} + \frac{q\,(1+z)}{\omega}$$

Pentru a calcula prețul de cost total trebuie ca la S_{vn} să adăugăm partea de preț de cost corespunzătoare cheltuielilor fixe. Această parte este:

$$S_0 = 1{,}2\,S_v = \frac{1{,}2\,p\,[\omega+(1+z)\,\omega_0]\,(w''_0+\alpha)}{\omega\,[F_0 - P\,(w'_0+\alpha)]} + \frac{1{,}2\,q\,(1+z)}{\omega}$$

Deci pentru multiplă tracțiune:

$$S = S_{vn} + 1{,}2\,S_v = \frac{p\,[\omega+(1+z)\,\omega_0)]\,(w''_0+\alpha)}{\omega}\left[\frac{0{,}5\,(n+1)}{\sum_1^n F_{ok} - \sum_1^n P_k\,(w'_{ok}+\alpha)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1{,}2}{F_{01} - P_1\,(w'_0+\alpha)}\right] + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega} \qquad (22)$$

(indicele 1 de la F_{01} și P_1 se referă la locomotiva rotașă).

Formula (22) este mai generală, iar formula (21) este un caz particular, pentru $n=1$.

Deci prețul de cost pe o secție de remorcare se poate calcula cu formulele (21) respectiv (22) în funcție de majoritatea parametrilor specifici secției considerate.

Normele de cheltuială p și q luate în calculul prețului de cost trebuie să fie cele medii pe care se află secția, ale regionalei. Pentru q eroarea este cu totul neglijabilă.

În schimb norma complexă de cheltuială pe tren km (p), poate fi deformată substanțial atunci cînd consumul specific de combustibil pe secția de remorcare considerată, diferă mult de cel mediu al regionalei, deoarece în determinarea lui p intră și cheltuielile de combustibil.

De aceea vom căuta ca, să transformăm formulele (21) și (22) așa fel încît să intre ca parametru și consumul specific de combustibil, în care cazcaz chiar dacă normele de cheltuieli p și q sînt cele medii ale regionalei din care face parte secția respectivă, aproximația să fie mult micșorată prin luarea în considerație a consumului specific de combustibil, propriu secției respective.

Plecăm de la formula [(17)]:

$$S_v = \frac{1}{Q_n}\left[\sum n_{al} + \frac{\sum n_{bl}}{V} + h\sum n_{cl} + (1+r)\sum n_{dl} + \right.$$
$$\left. + \frac{\mu Q}{100}\sum n_{el} + Q\sum n_{hl}\right] + \frac{1+z}{\omega}\left(\sum nf_l + \frac{\sum n_{gl}}{V}\right). \qquad (23)$$

Termenii din paranteza mare îi grupăm în trei părți:

$$p_1 = \sum n_{al} + \frac{\sum n_{bl}}{V} + h\sum n_{cl} + (1+r)\sum n_{dl};$$

$$p_2 = \mu Q \frac{\sum n_{el}}{100}; \quad p_3 = Q\sum n_{hl}$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = p$$

Din calculul desfășurat al prețului de cost pe diferite perioade și pe diferite rețele (întreaga rețea, regionale) rezultă că, în cazul variației lui p și raportul $\frac{P_1}{P}$ se păstrează în general constant și poate fi evaluat cu o eroare destul de mică la:

$$\frac{p_1}{p} \cong 0{,}31 \text{ deci } p_1 = 0{,}31\, p.$$

În același fel rezultă rapoarte sensibil constante:

$$\frac{\sum n_{el}}{p} = 0{,}01025 \quad \text{și} \quad \frac{\sum n_{hl}}{p} = 0{,}00035,$$

deci

$$\frac{\sum n_{ei}}{100} = 0{,}0001025\,p\,; \quad \sum n_{hi} = 0{,}00035\,p.$$

Introducînd aceste expresii în relația (10) și ținînd seama de valoarea lui Q_n dată mai sus, avem:

$$S_v = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega\,Q}\,(0{,}31 + 0{,}0001025\,\mu\,Q + 0{,}00035\,Q) + \frac{1+z}{\omega}\left(\sum n_{fi} + \frac{\sum n_{gi}}{V}\right). \tag{24}$$

Sau:

$$S_v = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega}\left(\frac{0{,}31}{Q} + 0{,}0001025\,\mu + 0{,}00035\right) + \frac{q(1+z)}{\omega}. \tag{25}$$

Iar prețul de cost total pentru simpla tracțiune ținînd seama de valoarea lui Q, în funcție de F_0, P, α, w_0', w_0'' va fi:

$$S = \frac{2{,}2\,p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega}\left[\frac{0{,}31\,(w_0'' + \alpha)}{F_0 - P\,(w_0' +)} + 0{,}0001025\,\mu + 0{,}00035\right] + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega}. \tag{26}$$

Primul termen din paranteza mare se referă la cheltuielile legate de măsurătorii: tren km, tren oră, locomotiv oră manevră specială și locomotiv km ungere.

Al doilea tremen se referă la cheltuielile legate de măsurătorul kg combustibil convențional.

Al treilea termen din paranteza mare se referă la cheltuielile legate de măsurătorul tone brute km (vezi și schema măsurătorilor și a cheltuielilor).

Prin această formulă, se introduce în calcul pe lîngă ceilalți parametri proprii secției de remorcare și consumul specific de combustibil corespunzător locomotivei și secției respective.

Pentru cazul multiplei tracțiuni, făcînd un raționament analog ca la stabilirea relației [(22)] și păstrînd aceleași notații, partea de preț de cost aferentă cheltuielilor variabile, în cazul remorcării trenurilor cu n locomotive, va fi:

$$S_{vn} = \frac{p\,[\omega + 1 + z)\,\omega_0]}{\omega}\left[\frac{(0{,}28 + 0{,}03\,n)\,(w_0'' + \alpha)}{\sum_1^n F_{ok} - \sum_1^n P_{ok}\,(w_0' + \alpha)} + 0{,}0001025\,\mu_m + 0{,}00035\right] + \frac{q(1+z)}{\omega}\,; \tag{27}$$

(μ_m este consumul specific de combustibil în multiplă tracțiune).

Pentru calculul prețului de cost total ținem seama de relația dată mai sus:

$$S = S_{vn} + S_0 = S_{vn} + 1{,}2\,S_v$$

sau:

Înlocuind pe S_v și S_{vn} cu expresiile lor din (25) și [(27)]

$$S = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega}\left[\frac{(0{,}28+0{,}03\,n)\,(w_0''+\alpha)}{\sum_1^n F_{ok} - \sum_1^n P_{ok}\,(w_0'+\alpha)} + \right.$$

$$+\frac{0{,}372\,(w_0''+\alpha)}{F_{01}-P_1\,(w_0'+\alpha)} + 0{,}0001025\,(1{,}2\,\mu_1+\mu_m) + \qquad (28)$$

$$\left. + 0{,}00077\right] + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega}.$$

Formula (28) prezintă un mare grad de generalitate și poate fi aplicată cu succes la diferite studii economice comparative sau în alte probleme tehnico-economice.

СПЕЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ СЕБЕСТОИМОСТИ НА УЧАСТКЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРОФИЛЯ, ОТ ХАРАКТЕРНЫХ ЧЕРТ ПАРОВОЗА И ОТ СТЕПЕНИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТОВАРНЫХ ВАГОНОВ

(Краткое содержание)

Научное исследование задачи себестоимости в переаозке по железной дороге вызвало необходимость разработки ряда задач, в которых особенно трактовалас(связь между главными технико-экономическими индексами и изменением себестоимости.

В некоторых появившихся задачах необходимы были реальные вычисления себестоимости, на определённой секции ведения.

Это вызвало исследование некоторюх практисеских формул, при ромощи которых можно было бы ответить на вопросы, связанные с себестоимостью, в завитимости отспецифических эломонтов оекции ведения.

Этой работой, синтетизируя розультаты, полученные в прошлом в области связи между себестоимостью и технико-экономическими показателями, касающимися эксплуатации подвижного соства, была дана возможность прямого вычисления себестоимости в зависимости от серии параметров технического ордена, присущих секции ведения, которые касаются профилия пути, средства и спосова венения, а также специфического расхода топлива и степени использования погвижного состава.

A SPECIAL METHOD FOR CALCULATING THE PRICE OF COST ON A TRAILING SECTION IN FUNCTION OF THE PROFILE OF THE RAILWAY, THE CHARACTERISTICS OF THE DEGREE OF UTILIZING THE GOOD TRUCKS

(Summary)

The scientific study of the problem of the price of cost in the case ot railway transports has necessitated a series of studies dealing especially with the variation of the main technical and economic indicators and the variation of the price of cost.

In some of the problems which arose it was necessary to calculate the real price of cost for a certain trailing section.

This has determined the finding of a number of practical formulas with the help of which could be answered the questions raised in connection with the price of cost in function of the specific elements of the trailing section.

This paper, which signthetizes the results presiously obtained with regarding the connection between the price of cost and the technical and economic factors with respect to the exploitation of rolling stock, gives the possibility of making a direct calculation of the price of cost in function of a series of technical parametres, proper to the touring tugging section and which refer at the same time both to the profil of the line, the means and system of trailing as well as to the specific consumption of fuel and the degree of utilising the rolling stock.

MÉTHODE SPÉCIALE DE CALCUL DU PRIX DE REVIENT SUR UNE SECTION DE REMORQUAGE EN FONCTION DU PROFIL DE LA VOIE, DES CARACTÉRISTIQUES DE LA LOCOMOTIVE ET DU DEGRÉ D'UTILISATION DES WAGONS À MARCHANDISES

(Résumé)

L'étude scientifique du problème du prix de revient dans le transport par voie ferrée a nécessité l'élaboration d'une serie d'ouvrages où l'on a spécialement traité la relation entre les principaux indicateurs tehnico-économiques et la variation du prix de revient.

Dans certains problèmes il a été nécessaire de faire le calcul réel du prix de revient sur une certaine section de remorquage. Cela a déterminé la recherce de certaines formules pratiques à l'aide desquelles on puisse répondre aux questions posées sur le prix de revient en fonction des éléments spécifiques de la section de remorquage.

Par cette étude, en synthétisant les résultats obtenus antérieurement dans le domaine du rapport entre le prix de revient et les indicateurs technico-économiques concernant l'exploitation du matériel roulant, on a donné

la possibilité de faire le calcul direct du prix de revient, en fonction d'une série de paramètres d'ordre techniques, propres à la section de remorquage, qui considèrent tant le profil de la voie, les moyens et le système de remorquage, que la consommation spécifique de combustible et le degré d'utilisation du matériel roulant.

DIE SPEZIELLE BERECHNUNGSMETHODE FÜR DIE SELBSTKOSTEN AUF EINER BETRIEBSSTRECKE, IM ZUSAMMENHANG MIT DEM LÄNGENPROFIL DER STRECKE, DES KENNZEICHEN DER LOKOMOTIVE UND DES BENÜTZUNGSGRADES DER GÜTERWAGEN

(Zusammenfassung)

Das wissenschaftliche Studium des Selbstkostenproblems im Eisenbahntransportwesen hat die Ausarbeitung einer Reiche von Arbeiten notwendig gemacht, in welcher man besonders die Verbindung zwischen den hauptsächlichen technisch - ökonomischen Indexe und den Schwankungen der Selbstkosten behandelt.

Gei einigen der sich ergebenen Probleme war die wirkliche Berechnung der Selbstkosten auf einer bestimmten Betriebsstrecke notwendig. Dies die Veranlassung zum Studieren des Findens einer praktischen Formel, mit deren Hilfe man auf die gestellten Fragen, in Verbindung mit den Selbstkosten als Funktion der, der Betriebsstrecke spezifischen Elemente, antworten kann.

Mit Hilfe dieses Studiums und gestützt auf die früher erhaltenen Ergebnisse auf dem Gebiete der Verbindung zwischen den Selbstkosten und den technisch-ökonomischen Indexen, betreffs des Betriebes des rollenden Materials, hat man die Möglichkeit gegeben, die direkte Berechnung der Selbstkosten als Funktion einer Reihe von technischen Parametern, die der Betriebsstrecke eigen sind und welche sich sowohl auf das Streckenlängsprofil, auf die Mittel und das System des Betriebes, als auch auf den spezifischen Kohlenverbrauch und den Benützungsgrad des rollenden Materials bezichen, zu machen.

OSZTÁLYOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883

TIPOGRAFIA ŞI LITOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI — BUC.
STR. MIHAI VODĂ Nr. 44-46
c. 4268

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 3

IULIE — SEPTEMBRIE

1960

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii uc Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 3

IULIE — SEPTEMBRIE

1960

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin*, cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Rădulet*, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

FIZICA

C. GHEORGHIȚĂ - OANCEA, G. TEODORESCU — La conductibilité electrique des couches minces d'anthracène 13

MATEMATICA

E. KREINDLER — О главных пределах структур . 19

MECANICA

AL. STOENESCU — Asupra mișcării finite a rigidului . 25

AL. STOENESCU, D. P. BOIANGIU — Исследования по синтетизированию статики. Цент › некоторых сил. Новый метод для изучения равновесия . . . 33

N. I. MANOLESCU — Expresii noi ale randamentului roților dințate cilindrice 51

REZISTENȚA MATERIALELOR

M. RENERT, M. BLUMENFELD — Contribuții la calculul flanșelor (IV) 73

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. ATANASIU, L. BLUM - LAZĂR, M. VERMEȘEANU — Purificarea coloizilor de acid silicic prin electrodializă 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, N. DEMIAN, M. DIMONIE Copolimerizarea sistemului ternar: acetat de vinil, acrilonitril, stiren 97

METALURGIE

AL. C. VISSARION — Contribuții privind posibilitățile de îmbunătățire a indicilor tehnice — economici ai cubiloului 111

ELECTRONICA

T. TĂNĂSESCU — On the amplifications of short impulses 129

UNDE ELECTROMAGNETICE

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — The vector wave equation 157

TRANSPORTURI

I. ZAGANESCU — Modernizarea locomotivei D^2 construcție C. M. Reșița 169

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

С. ГЭОРГИЦЭ-ОАНЧЕА, Г. ТЕОДОРЕСКУ—Электрическая проводимость тонких плёнок антрацена . 13

МАТЕМАТИКА

Э. КРАЙНДЛЕР — О главных пределах структур . 19

МЕХАНИКА

АЛЕКС. СТОЕНЕСКУ — О законченном движении твёрдого тела 25

АЛЕКС. СТОЕНЕСКУ, Д. П. БОЯНДЖИУ — Исследования по синтетизированию статики. Центр некоторых сил. Новый метод для изучения равновесия. 33

Н. И. МАНОЛЕСКУ — Новые выражения продуктивности цилиндрических зубчатых колёс . . . 51

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

М. РЕНЕРТ, М. БЛУМЕНФЕЛД — К вопросу о расчёте фланцев 73

ТЕХНОЛОГИЯ КИМИКИ

И. АТАНАСИУ, Л. БЛУМ-ЛАЗЭР, М. ВЕРМЕШЕАНУ—Очистка коллоидов кремневой кислоты путём электрорадиализа 87

О. СОЛОМОН, М. ТОМЕСКУ, Н. ДЕМЯН, М. ДИМОНЕ—Сойолимеризация тернарного система: виниловый ацетат, окрилонитрил, стирол 97

МЕТАЛЛУРГИЯ

АЛ. Н. ВИССАРИОН — Комбинация возможности улучшения технико-экономических индексов вагранки 111

ЭЛЕКТРОНИКА

Т. ТЭНЭСЕСКУ 129

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Е. НИКОЛАУ, М. РАДУЛЕСКУ — Векторное уравнение волн 157

ТРАНСПОРТ

И. ЗЭГЭИЕСКУ — Модернизация паровоза $Д^2$ сконструированный металлургическим комбинатом Решицы 169

CONTENTS

PHYSICS

C. GHEORGHIȚA - OANCEA, G. TEODORESCU — The electrical conductivity of thin antracen layers . . 13

MATHEMATICS

C. KREINDLER — On the principal ideals of the lattice 19

MECHANICS

AL. STOENESCU — On the finite motion of the rigid body 25

AL. STOENESCU, D. P. BOIANGIU — Investigations for synthesizing statics. The center of any forces. A new method for studying the equilibrium 33

N. I. MANOLESCU — New expressions for the efficiency of cylindrical toothed wheels 51

STRENGTH OF MATERIALS

M. RENERT, M. BLUMENFELD — On the design of flanged joints (IV) 73

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

I. ATANASIU, L. BLUM - LAZĂR, M. VERMEȘEANU — Purification of acid silice colloids by electrodialysis 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, M. DEMIAN, M. DIMONIE The copolymerisation of the ternary system: vinyl acetate, acrylonitrile, styrene 97

METALURGY

AL. VISSARION — Contribution to the possible improvement of the economic-technical indices of the cupola 111

ELECTRONICS

T. TĂNĂSESCU — On the amplification of short impulses 129

ELECTROMAGNETIC WAVES

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — The vector wave equation 157

TRANSPORT

I. ZAGANESCU — Modernizing the D^2 Locomotive, built in C. M. Reshitza 169

SOMMAIRE

PHYSIQUE

C. GHEORGHIȚĂ - OANCEA, G. TEODORESCU — La conductibilité électriques des couches minces d'anthracène 13

MATHEMATIQUE

E. KREINDLER — Sur les idéauy principaux des treillis 19

MECANIQUE

AL. STOENESCU — Sur le mouvement fini du rigide . 25
AL. STOENESCU, D. P. BOIANGIU — Recherches pour la synthèse de la statique. Centre de forces quelqonques. Une nouvelle méthode pour l'étude de l'éguilibre 33
N. I. MANOLESCU — Nouvelles éxpessions du rendement des roues dentées cylindripue 51

RESISTANCE DES MATERIAUX

M. RENERT, M. BLUMENFELD — Contributions aux méthodes de calcul des joints a brides (IV) . . 73

CHIMIE TECHNOLOGIQUE

I. ATANASIU, L. BLUM - LAZĂR, M. VERMEȘEANU — La purification des coloides d'acide silicique par électrodialyse 87
O. SOLOMON, M. TOMESCU, M. DEMIAN, M. DIMONIE La copolimérisation du systéme ternare : vinyle acetate, acrylonitrile, styrene 97

METALLURGIE

AL. C. VISSARION Contribution concernant la possibilité d'amélioration des indices technico-économiques du cubilot 111

ELECTRONIQUE

T. TĂNĂSESCU 129

ONDES ELECTROMAGNETIQUE

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — L'écuation vectorielle des ondes 157

LES TRANSPORTS

I. ZAGANESCU — La modernisation de la locomotive D^2 de construction C. M. Reșița 169

INHALT

PHYSIK

C. GHEORGHIȚA - OANCEA, G. TEODORESCU — Die Elektrische leitfänigkeit der dünen Schichten von Antracen 13

MATHEMATIK

E. KREINDLER — Über die Hauptideale der Verbände . 19

MECHANIK

AL. STOENESCU — Über die begrenzte Bewegung des starren Könpers 25

AL. STOENESCU, D. P. BOIANGIU — Forschungen zur Syntetisierung der Statik. Das Zentrum Irgendwelcher Kräfte. Eine neue Methode zum Studium des Gleichgewichts 33

N. I. MANOLESCU, Neue Ausdrücke fur die Leistungsfänigkeit zylindrischer Zahnräder 51

FESTIGKEITSLEHRE

M. RENERT, M. BLUMENFELD — Beiträge zur berechnung von Flanschverbindungen (IV) . . . 73

TEHNOLOGISCHE CHEMIE

I. ATANASIU, L. BLUM - LAZAR, M. VERMEȘANU — Reinigung der Siliciumsäurekolloide durch Elektrodialyse 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, N. DEMIAN, M. DIMONIE Die Copolymerisation des ternären Systems: Vinylacetat, Acrylonitril, Styrol 97

METALLURGIE

AL. C. VISSARION — Beitrag mit Bezug auf die Möglichkeit der Verbesserung der technisch-wirtschaftlichen Indexe des Kupolöfens 111

ELEKTRONIK

T. TANASESCU 129

ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — Über die vektorielle 157

TRANSPORT

I. ZAGANESCU — Modernisierung der Lokomotice D^2, Banart C. M. Reșița . . . . . .
Wellengleichung 169

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

FIZICA

LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES COUCHES MINCES D'ANTHRACENE

par CANDIDA GHEORGHIŢA-OANCEA et GEORGE TEODOREŞCU

§ 1. La conductibilité électrique des substances aromatiques organiques a été étudiée pendant les dernières années en utilisant les substances en forme de poudre cristalline comprimée entre deux électrodes en platine sous divers grades de compression, par D. D. Eley, G. D. Parfitt, M. J. Perry, D. H. Taysum [1, 2, 3], H. Akamatu et H. Inokuki [4, 5, 6, 7], soit sous forme de lames de colorants organiques obtenus par l'évaporation du solvant par A. T. Vartanian [8], soit par monocristeaux — H. Mette, H. Pick, W. Wissman [9, 10], N. V. Riel (13), H. Inokuki [7], soit par des substances obtenues par évaporation thérmique D. C. Northrop et O. Simpson [11, 12]. L'étude de la conductibilité électrique et de la photoconductibilité des substances aromatiques organiques permet de considérer ces composés comme sémiconducteurs intrinsèques.

Dans le présent travail nous étudions la conductibilité électrique dans le vide des couches minces d'anthracène obtenues par évaporation thérmique dans le vide pour éliminer ainsi les influences possibles que pourraient avoir lieu pendant les détérminations dans l'air.

§ 2. Le montage utillisé (fig. 1) pour déterminer la conductibilité électrique se compose d'une cellule avec la substance liée en serie avec la source de tension U et avec une résistance connue R qui peut prendre des valeurs après la nécessité entre 10^9—10^{12} Ω On mesure la différence de potentiel U' donnée par la résistance R par un électromètre avec cadranes arrangé dans un montage hétérostatique. Dans ce cas la conductibilité électrique este donnée par

$$\sigma = \frac{lU}{SR} \frac{1}{(U-U')}$$

ou l représente l'épaisseur du dépot et S — la section. Pour la protection

Communication présentée a la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octombre 1959).

électrostatique les conducteurs qui mènent à la cellule et à l'électrometre sont situés dans l'intérieur des tubes métalliques mis à terre, de même que la boite métallique qui couvre l'électrometre. La cellule avec substance est

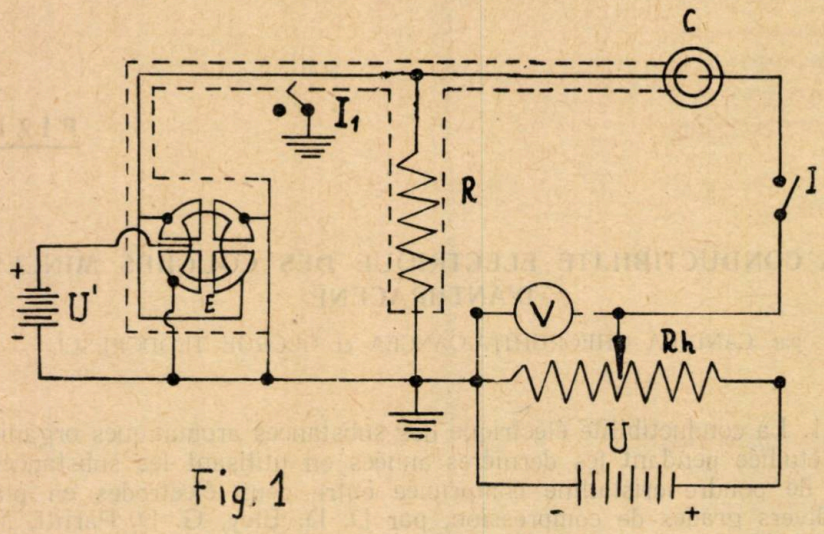


Fig. 1

située dans une enceinte (fig. 2 dans laquelle on réalise un vide 10^{-2} mm Hg. L'enceinte est formée par une petite cloche en verre placée avec une

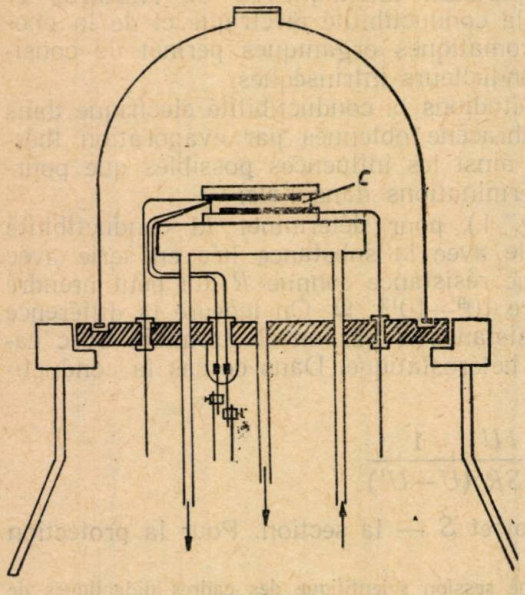


Fig. 2

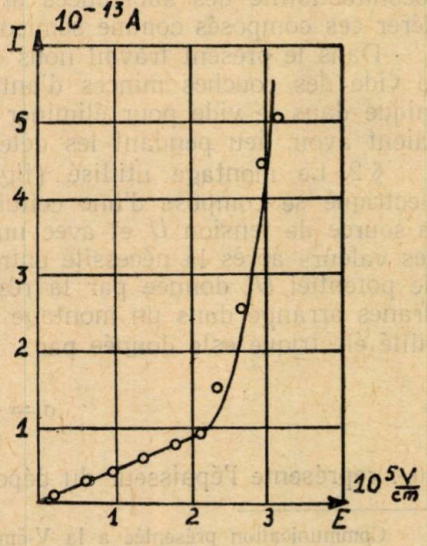


Fig. 2 a

garniture de caouthcouc sur un platan métallique par lequel sont éffectués des conducteurs isolés qui lient la cellule avec le reste du circuit, des conducteurs pour le thermocouple cuivre - constantan, une liaison qui conduit à la pompe de vide et deux autres liaisons qui font possible la circulation du fluide à divers températures dans une boite métallique fermée, sur laquelle est située la cellule.

Dans le montage, nous avons employé une cellule de type sandwich, en utilisant deux plaques de quartz sur lesquelles sont déposés par pulvérisation cathodique dans le vide, deux électrodes d'or. Entre les élèctrodes a été déposé par évaporation thermique dans le vide (10^{-5} mm Hg), la couche d'anthracène. L'épaisseur des couches déposées a été comprise entre 8500—15000 Å et a été evaluée à l'aide d'une microbalance.

§ 3. L'étude de la variation du courant électrique avec la tension appliquée nous indique que la loi d'Ohm reste valable seulement pour un domaine limité après lequel le courant croit rapidement. Les couches d'anthracène obtenues par évaporation thermique dans le vide et qui ont une structure policristalline possèdent un domaine de valabilité de la loi d'Ohm plus large que le monocristal d'anthracèneou le champ critique est environ 1500 V/cm. (fig. 2 a).

Ces lames minces présentent le phénomène de polarisation. La polarisation de la substance est plus forte dans l'air que dans le vide. Sur la fig. 3 est représentée l'augmentation de la polarisation dans le vide et dans l'air et de même la manière d'après laquelle elle disparait en fonction du temps, dans le cas où la cellule a été sollicitée à la même tension dans le même interval de temps. On vient de mentionner que la cellule qui contient l'anthracène sublimé dans le vide 10^{-5} mm Hg a été effectuée dans l'air et ensuite elle a été introduite dans l'appareil où s'est réalisé la pression 10^{-2} mm Hg. Il est possible qu'à cause de ces conditions de travail apparait la pollarisation dans ce vide. La conductibilité électrique croit beaucoup avec l'humidité sans que l'allure de la courbe change. On observe ainsi, que la détermination de la conductibilité électriques dans le vide élimine divers facteurs comme l'humidité et l'atmosphère ambiante qui jouent un rôle important et qui affectent le phénomène.

On a constaté de même qu'il n'éxiste pas une proportionalité linéaire entre le champ appliqué et la polarisation. Les couches minces d'anthracène policristallines présentent un „hystérésis" avec une polarisation remanente et un champ coercitif. La polarisation de la substance reste pendant quelques heures après que le champ a été eloigné, et les déterminations effectuées dans cet interval de temps ne sont pas réproductibles.

Nous avons verifié que la variation de la conductibilité avec la température entre 0—70°C obéit à la loi exponentielle $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{KT}}$ comme des travaux antérieurs ont déjà mentionné.

§ 4. C'est bien connu que dans les hidrocarbures aromatiques existent des systhémes de doubles liaisons conjuguées qui possedent des électrons π. La théorie des orbitals moléculaires, qui fait appel à la mécanique cuantique — appliquée aux systhèmes de doubles liaisons conjugées montre une délocalisation des électrons π de sorte que tous les atomes

de carbon du systhème possèdent des électrons π. Nous pouvons considérer les électrons π appartenant à la molécule entière ayant un caractère de collectivité et par cela possèdant une ressemblance avec les électrons libres des métaux. La conductibilité électrique des hidrocarbures aromatiques a comme base l'éxistence de ces électrons mobiles dans la molécule et la possibilité de ceux-ci de passer d'une molécule à l'autre.

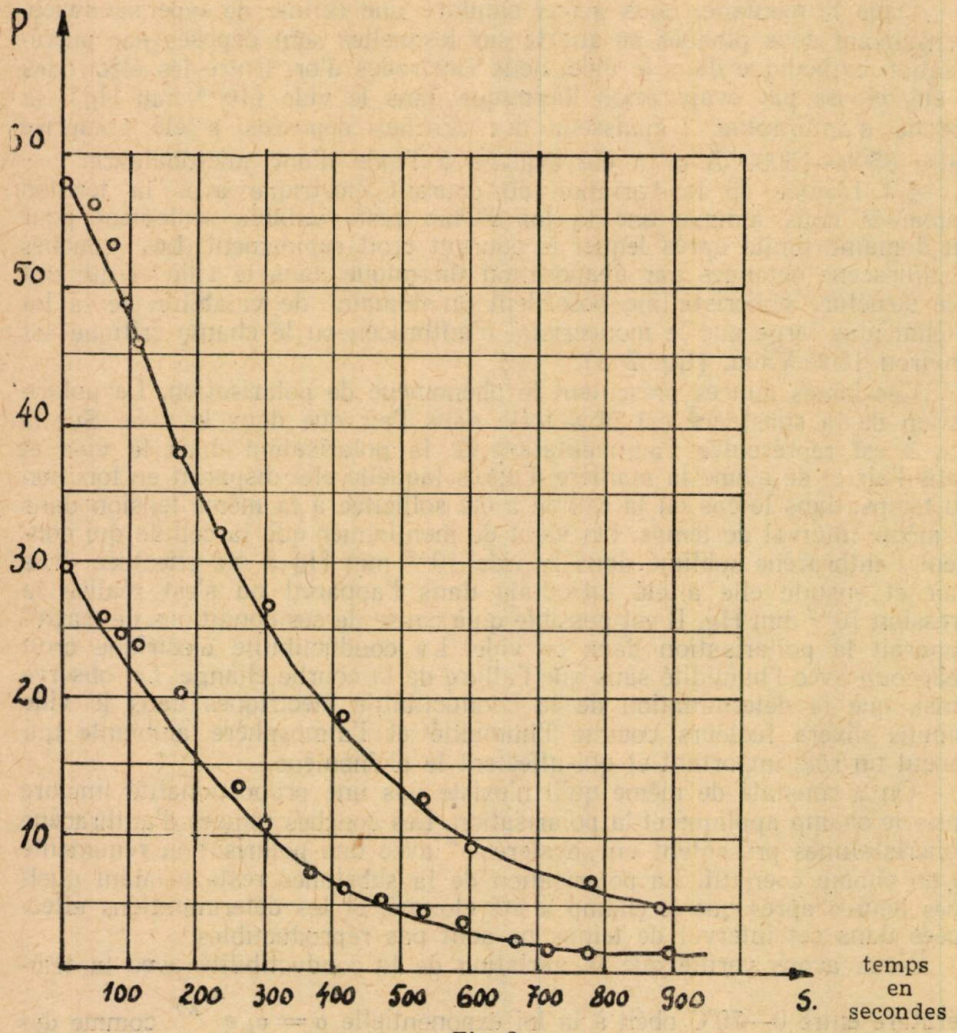


Fig. 3

En général ,la conductibilité électrique des substances solides formées par des cristaux moléculaires obéit à la loi d'Ohm dans une très petite région. Le fait que les hidrocarbures aromatiques ont un domaine aprécíable, dans lequel la loi d'Ohm reste valable implique l'hypothèse que la conductibilité électrique doit être attribuée spécialement aux électrons π

de la molécule. La variation du courant avec le champ appliqué, de même que la variation de la conductibilité avec la température ont lieu d'après des lois semblables aux lois qui gouvernent les sémiconducteurs intrinsèques. C'est à cause de cela, que nous pouvons considérer les hidrocarbures aromatiques comme des sémiconducteurs intrinsèques, parceque les phénomènes indiqués plus haut apparaissent dans l-absence des impurités.

Nous remercions chaleuresement Mr. le Prof. Ion Agîrbiceanu pour l'assitance accordée pendant l'éxécution de cet ouvrage.

La chaire de Physique
Institut Polytehnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

[1] *D. D. Eley:* Nature *162,* 819, 1948
[2] *D. D. Eley, G. D. Parfitt, M. J. Perry, D. H. Taysum:* Trans. Farad. soc. *49,* 1, 79, 1953.
[3] *D. D. Eley, G. D. Parfitt:* Trans. Farad. Soc. *51,* 11, 1529, 1955.
[4] *H. Akamatu, H. Inokuki:* Journ. Chem. Phys. *18,* 6, 1950.
[5] *H. Inokuki:* Bull. Chem. Japan *24,* 5, 222, 1951.
[6] *H. Akamatu, H. Inokuki:* J. Chem. Phys. *20,* 9, 1481, 1952.
[7] *H. Inokuki:* Bull. Chem. Soc. *29,* 131, 1956.
[8] *A. T. Vartanian:* Izv. Akad. Nauk. *16,* 2, 169, 1952.
[9] *H. Mette, H. Pick:* Zeits. fur Phys. *134,* 5, 566, 1953.
[10] *H. Pick. W. Wissman:* Zeits. fur Phys. *138,* 436, 1954.
[11] *D. C. Northrop, O. Simpson:* Proc. Phys. Soc. *67B,* 892, 1954.
[12] *D. C. Northrop, O. Simpson:* Proc. Roy. Soc. *234a,* 124, 1956.
[13] *NN. Riehl:* Zhur. Fiz. Himii *29,* 1152, 1955.
[14] *A. F. Ioffe: Semiconducătorii în fizica modernă.*
[15] *C. D. Nenițescu:* Tratat elementar de chimie organică.

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТОНКИХ ПЛЁНОК АНТРАЦЕНА

(Краткое содержание)

Авторы исследовали электрическую проводимость в вакууме тонких плёнок антрацена, полученных термическим испарением в вакууме. Тонкие поликристаллаческие слои проявляют явление поляривации, более сильное в воздухе чем в вакууме, а также явление гистерезиса. На электрическую проводимость оказывает сильное влияние влажность.

THE ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF THIN ANTRACEN LAYERS

(Summary)

The authors have studiet the electrical conductivity in vacuum of thin anthracen layers obtained by thermal evaportion in vacuum. The thin polycristallite layers exhibit the polarisation phenomenon which is stronger in air than in vacuum, and also the hysteresis phenomenon. The electrical conductivity is strongly influenced by humididy.

LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUES DES COUCHES MINCES D'ANTHRACÈNE

(Résumé)

Les auteurs ont etudié la conductibilité électrique en vide des couches minces d'anthracène obtenues par évaporation thermique dans le vide. Les couches minces sous forme policristalline présentent le phénomène de polarisation, qui est plus fort. dans l'air que dans le vide et de même le phénomène hystérésis. La conductibilité électrique est beaucoup influencée par l'humidité.

DIE ELEKTRISCHE LEITFÄHIGKEIT DER DÜNEN SCHICHTEN VON ANTRACEN

(Zusammenfassung)

Die Autoren studierten im Vakuum die electrische Leitfähigkeit der dünnen Schichten von Antracen, welche bei termischer Verdampfung im Vacuum erhalten wurden. Die dünnen polycristallisierten Schichten zeigen den Polarisation-Effekt welcher in der Luft stärker ist als im Vacuum, und auch den Hysteresis-Phenomen. Die elektrische Leitfähigkeit ist von Feuchtigkeit stark beeinflusst.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

MATEMATICA

О ГЛАВНЫХ ИДЕАЛАХ СТРУКТУР

E. Kreindler

1. Понятие „идеала" из арифметической теории колец можно отнести к самым различным алгебрам, определив его как прообраз нуля при некотором гомоморфизме данной алгебры. Идеал I, определенный однозначным образом одним элементом a абстратной алгебры A называется *главным идеалом.* Идеалы абстрактной алгебры образуют полную структуру $\mathcal{J}(A)$. Главные идеалы образуют подструктуру $P \subset \mathcal{J}(A)$ со свойством аддитывного базиса (см. [2]). Ставится вопрос исследования алгебры главных идеалов (кольца, структуры главных идеалов), то есть ставится вопрос охарактеризовать те алгебры, для которых $\mathcal{J}(A) = P$.

В настоящей заметке рассматривается структура идеалов $\mathcal{J}(L)$ некоторой структуры L и структура идеалов $\mathcal{J}(0)$ коммутативного кольца 0. Даются некоторые условия, при которых удовлетворяерся равенство $\mathcal{J}(A) = P$. Понятие идеала структуры, а также понятие идеала кольца считаются известными.

2. Пусть L некоторая структура, $\mathcal{J}(L)$ множество идеалов в L. Порядок в $\mathcal{J}(L)$ индуцирован теоретико-множественным включением, то есть если I_1, I_2 в $\mathcal{J}(L)$, то $I_1 < I_2$ тогда и тогда, когда $I_1 \subset I_2$ в L.

Определим дальше в $\mathcal{J}(L)$ структурные операции. Если L содержит 0, то для I_1, $I_2 \in \mathcal{J}(L)$ ставим

$$I_1 \cup I_2 = \{ x, x \in L, x = x_1 \cup x_2, x_1 \in I_1, x_2 \in I_2 \}.$$

В случае отсутствия в L элемента O, то

$$I_1 \cup I_2 = \{ x, x \in L, x \leqslant x_1 \cup x_2, x_1 \in I_1, x_2 \in I_2 \}.$$

Структурная сумма не совпадает с их теоретико-множественным объединением. Пересечение (теоретико-множественное) двух идеалов в L есть идеал в L и ставится $I = I_1 \cup I_2$ если I есть пересечение идеалов I_1 и I_2.

Определение 1. (см. [1]). Идеал структуры L называется *главным*, если он состоит из всех элементов $x \in L$, таких, что $x \leqslant a$, a фиксированный элемент из L.

Будем обозначать главный идеал через $I(a)$.

Очевидно $a \in I(a) \cdot I(a) \leqslant I(b)$ тогда и только тогда, когда $a \leqslant b$ в L.

Далее $I(a) \bigcup I(b) = I(a \bigcup b)$, т.к. если $x \in I(a) \bigcup I(b)$, то $x \leqslant x_1 \bigcup x_2$, где $x_1 \in I(a)$, $x_2 \in I(b)$, значит $x \leqslant a \bigcap b$ и $x \in I(a \bigcap b$. Обратно из $x \in I(a \bigcup b)$ следует $x \leqslant a \bigcup b$ следовательно $x \in I(a) \bigcup I(b)$.

Очевидно $I(a) \bigcap I(b) = I(a \bigcap b)$.

Значит множество всех главных идеалов образует структуру, которую обозначим через P.

Определение 2. Структуру L будем называть *структурой главных идеалов*, если $\mathfrak{J}(L) = P$.

P образует аддитивный базис в $\mathfrak{J}(L)$.

Действительно, $\mathfrak{J}(L)$ полная структура (см. [1]) и если $\{I_\alpha\}_{\alpha \in A}$ множество идеалов в I, A некоторое конечное или бесконечное множество индексов, то идеал I в L, который определяется как множество элементов $\{x, x \in L, x \leqslant \bigcup_{i=1}^{n} x_{\alpha i}$, где $\alpha_i \in A$, а $\Sigma x_{\alpha i}\}$ – всевожмые такие конечные суммы, есть наименьшая верхняя грань идеалов I_α в $\mathfrak{J}(L)$, $I = \bigcup_{\alpha \in A} I_\alpha$. Очевидно $I_\alpha \subset I$ для любого α. Пусть I' идеал, $I' > I_\alpha$ для любого $\alpha \in A$, $I' < I$. Тогда существует $x \in I$, $x \bar{\in} I'$. По определению I, существует $\alpha_i \in A$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$ для которых $x \leqslant \bigcup_{i} x_{\alpha i}$. Но $x_{\alpha i} \in I'$ и значит $\bigcup x_{\alpha i} \in I$ влечет $x \in I'$. Значит $I = I'$ и $I = \bigcup_{\alpha \in A} I_\alpha$. Пусть теперь в $\mathfrak{J}(L)$ идеал I. Если $a \in I$, то $I(a) < I$, где $I(a)$ главный идеал, определенный элементом a. Покажем, что $I = \bigcup_{a \in I} I(a)$. Очевидно $I' = \bigcup_{a \in I} I(a) < I$, так как $I(a) < I$, для любого $a \in I$. Если $b \in I$, то $I(b) < I'$ и следовательно $b \in I'$, т.е. $I < I'$. Значит $I = I'$ и предложение доказано.

Лемма. *Пусть L некоторая структура, а $\mathfrak{U}$ её аддитивный базис. Если в L выполняется условие обрыва возрастающих цепей, то $\mathfrak{U}$ есть финитарный базис.*

Доказательство. Предположим что в L выполняется условие обрыва возрастающих цепей. Пусть $u = \bigcup_{n} u_\alpha$, $u_\alpha \in \mathfrak{U}(a)$ (см. [2]). Мы покажем, что имеется представление $u = \bigcup_{i=1} u_{\alpha i}$, $u_{\alpha i} \in \mathfrak{U}(a)$.

Пусть $u_{\alpha_1} \leqslant a$. Если для любого $u_\alpha \in \mathfrak{U}(a)$, $u_\alpha \neq u_{\alpha_1}$, было бы $u_{\alpha_1} = u_{\alpha_1} \bigcup u_\alpha$, то $u_{\alpha_1} \geqslant u_\alpha$ для любого $u_\alpha \in \mathfrak{U}(a)$ и значит $a = \bigcup u_\alpha = u_{\alpha_1}$, a есть элемент аддитивного базиса. Пусть $u_{\alpha_2} \in \mathfrak{U}(a)$ такой, что

$$u_{\alpha_1} < u_{\alpha_1} \bigcup u_{\alpha_2} \tag{1}$$

Предположим, что существует цепь

$$u_{\alpha_1} < u_{\alpha_1} \bigcup u_{\alpha_2} < \cdots < u_{\alpha_1} \bigcup \cdots \bigcup u_{\alpha_{n-1}} \tag{2}$$

где все элементы различны. Если для любого $u_\alpha \in \mathfrak{U}(a)$, $\alpha \neq \alpha_i$, $(i = 1, 2, \ldots n)$ имело бы место равенство

$$u_{\alpha_1} \bigcup \cdots \bigcup u_{\alpha_{n-1}} = u_{\alpha_1} \bigcup \cdots \bigcup u_{\alpha_{n-1}} \bigcup u_\alpha$$

то $u_\alpha \leqslant u_{\alpha_1} \cup \cdots \cup u_{\alpha_{n-1}}$, для любого $u_\alpha \in \mathfrak{U}$, $\alpha \neq \alpha_i$ $(i = 1, \ldots n-1)$ и $a = \bigcup u_\alpha = \bigcup u_{\alpha i}$. Предположим невозможность такого представления. Тогда получается по индукции бесконечнаь возрастающая цепь

$$u_{\alpha_1} < u_{\alpha_1} \cup u_{\alpha_2} < \cdots < u_{\alpha_1} \cup \cdots \cup u_{\alpha_n} < \cdots \tag{3}$$

где все элементы различны, что противоречнт условию обрыва возрастающих цепей в L. Лемма доказана.

Если структура L удовлетворяет условию возрастающих цепей, то структура $\mathfrak{J}(L)$ её главных идеалов удовлетворяет тому же условию.

Действительно, пусти имеется в $\mathfrak{J}(L)$ возрастающая цепь $I_1 < I_2 < \ldots$ Тогда можно образовать в L бесконечная цепь с различными членами $a_1 < a_2 < \ldots$, где $a_i = a_{i-1} \cup b_i$ $(b_i \in I_i,\ b_i \in I_{i-1})$, что противоречит предположению.

На основе этого замечания и предыдущей леммы получается следующая

Теорема 1. *Для того чтобы структура L была структурой главных идеалов необходимо и достаточно, чтобы L удовлетворяла условию обрыва возрастающих цепей.*

Доказательство. Пусть в L структура с условием обрыва возрастающих цепей. Тогда, как было показано высше, $\mathfrak{J}(L)$ удовлетаоряет тому же условю. В силу леммы, аддитивный базис P в $\mathfrak{J}(L)$, где P подструктура главных идеалов, образует финитарный базис в $\mathfrak{J}(L)$, т.е. каждый $I \in \mathfrak{J}(L)$ представлен в виде

$$I = \bigcup_{i=1}^{n} I(a_i) = I\left(\bigcup_{i=1}^{n} a_i\right) = I(a)$$

где $a = \bigcup_{i=1}^{n} a_i$.

Обратно пусть L структура главных идеалов, и пусть

$$a_1 < a_2 < \cdots \tag{4}$$

бесконечная возрастающая цепь и соответствующая цепь главных идеавов:

$$I(a_1) < I(a_2) < \cdots$$

Пусть $I = \bigcup_{i=1}^{\infty} I(a_i)$ (оно существует, так как $\mathfrak{J}(L)$ полная структура). По предположению существует $a \in L$, $a \in I$ такой, что $I = I(a)$. Тогда $a > a_i$ $(i = 1, 2, \ldots n \ldots)$ и $I(a) > I(a_i)$. С другой стороны, на основе определения структурного объединения в $\mathfrak{J}(L)$, $a \leqslant \bigcup_{k=1}^{n} x_{i_k}$, где $x_{i_k} \in I(a_{i_k})$. Но $x_{i_k} \leqslant a_{i_k}$ и значит $a \leqslant \bigcup_{k=1}^{n} a_{i_k}$. Можно предподагать с самого начала, что индекс $\{i_k\}$ пронумерован так, чтобы $a_{i1} < a_{i2} < \ldots < a_{i_n}$,

(в другом случае можно их перенумеровать). Тогда $\bigcup_{k=1}^{n} a_{i_k} = a_{i_n}$ и $a \leqslant a_{i_n}$, т.е. $a \in I(a_{i_n})$ и $I(a) < I(a_{i_n})$. Следовательно $I(a) = I(a_{i_n})$, $a = a_{i_n}$ и для всех $m > i_n$, $a_m = a$, $I(a_m) = I(a)$. Но это значит, что цепь (4) и (5) конечны. Теорема доказана.

Следствие. *Если структура главных идеалов L обладает дуальным автоморфизмом θ, то L структура конечной длины.*

Действительно, дуальная структура L' есть структура главных идеалов (т.к дуальные идеалы будут дуально главными), а значит в L' все возрастающие цепи конечны, следовательно в L будут конечны и все убывающие цепи.

3. Пусть o коммутативное кольцо с единицей с условием обрыва цепей делителей и пусть $\mathfrak{J}(o)$ структура идеалов в o упорядоченная следующим овразом. Пусти $\mathfrak{o}$ и b два идеала в o, будем считать $\mathfrak{w} \leqslant b$ если $\mathfrak{w}$ есть делитель b: $b \equiv 0\ (\mathfrak{o})$, т.е. если имеется теоретико-множественное включение $\mathfrak{o} \supset b$. В этом случае структурное объединение в $\mathfrak{J}(o)$ двух идеалов $\mathfrak{o}$, b, есть общее наименьшее кратное

$$\mathfrak{o} \bigcup b = [\mathfrak{o}, b]$$

(теоретико-множественное пересечение $\mathfrak{o}$ и b), а структурное пересечение в $\mathfrak{J}(o)$ есть наибольший общий делитель

$$\mathfrak{o} \bigcup b = (\mathfrak{o}, b)$$

(см. теорию представления идеалов коммутативного кольца в [3]).

Аддитивный базис в $\mathfrak{J}(o)$ состоит из совокупности всех простых и примарных идеалов данного кольца o. Этот базис является финитарным базисом.

Теорема 2. *Если простые и примарные идеалы коммутативного колица $\mathfrak{o}$ являются главными идеалами, то кольцо o является кольцом главных идеалов.*

Доказательство. Достаточно доказать что, в таком случае общее наименьшее кратное двух примарных идеалов является главным идеалом. Пусть $\mathfrak{o}$, b два примарных идеала. Ставим

$$z = [\mathfrak{o}, b] = [(a), (b)]\cdot$$

Если $c \in z$, то $c = r\,a = s\,b$. Рассмотрим множество элементов r из o таких, что $r\,a = s\,b$, т.е. $r\,a \equiv 0\ (b)$. Это есть примарный идеал $\mathfrak{w} \leqslant (b)$. Действительно, пусть $r_1\,a \equiv 0\ (b)$, значит $t\,r\,a \equiv 0\ (b)$. Следовательно $\mathfrak{w}$ — идеал. Пусть $r\,s\,a \equiv 0\ (b)$, т.е. $r\,s \equiv 0\ (\mathfrak{w})$ и $s \not\equiv 0\ (\mathfrak{w})$, т.е. $s\,a \not\equiv 0\ (b)$. Тогда, поскольку (b) примарный идеал, то $r^{\varrho} \equiv 0\ (b)$ и $r^{\varrho} \equiv 0\ (\mathfrak{w})$. Отсюда следует, что $\mathfrak{w}$ является примарным, а значит главным идеалом $\mathfrak{w} = (r)$. Легко доказать, что $[\mathfrak{o}, b] = (r \cdot a)$. Действительно, пусть $r_1\,a \equiv 0\ (z)$, тогда $r_1 \equiv 0\ (\mathfrak{w})$, а значит $r_1 = r_2\,r$, $r_1\,a = r_2 \cdot (r \cdot a)$. Теорема доказана.

Отметим, что теорема остается в силе и в некоммутативном случае.

ЛИТЕРАТУРА

]1] Г. Биркгоф. *Теория структур.* Издательство иностр. лн . Москва 1952 (пер. с английского).
[2[П. Г. Конторокич и Б. И. Плоткин, *Структуры с аддитивным базисом,* Мат. сб. 35 (1954 г.).
[3] Ван-дер-Варден, *Современная алгебра,* (пер. с немецкого) Москва 1947 г.

О ГЛАВНЫХ ИДЕАЛАХ СТРУКТУР

(Краткое содержание)

В заметке изучается структура L идеалов алгебрической системы S, удовлетворяющая условию обрыва увывающих цепей, в частности структура идеалов любой структуры.

Известно, что главные идеалы некоторой структуры S образуют подструктуру L' структуры L всех идеалов в S, Есди S структура конечной длины L и L' совпадают. Методом аддитивного базиса характеризуется класс структур S, для которых L и L' совпадаыт.

В частности получается для колец результат, аналогичный результату, известному в теории групп. Именно, коммутативное кольцо является кольцом главных идеалов тогда и только тогда, когда простые и примарные идеалы, образующие аддитивный базис своей структуры, являются главными.

ON THE PRINCIPAL IDEALS OF THE LATTICES

(Summary)

We aim at studying the L lattice of the ideals of a S algebraic system, satisfying the condition of finitude for chains, particularly of any given lattice.

It is known that the main ideals of a S. lattice form a L' sub-lattice of the L lattice of all its ideals. In the case of the S. lattice of finite length L and L' coincide. By means of the additive basis method, the class of S lattices for which L and L' coincide is characterized.

As a particular case, it is obtained for the rings a similar result to the one known in the theory of groups.

Respectively, a ring is a ring of principal ideals when and only when the prime and primary ideals are principal in which case they form the additive basis of the lattice of ideals.

SUR LES IDÉAUX PRINCIPAUX DES TREILLIS

(Résumé)

Nous nous proposons d'étudier le treillis L des idéaux d'un système algébrique S, qui satisfait à la condition des chaînes finies, en particulier d'un treillis quelconque.

On sait que les idéaux principaux d'un treillis S forment un sous-treillis L' du treillis L de tous ses idéaux. Dans le cas d'un treillis S de longueur finie L et L' coïncident. A l'aide de la méthode de la base additive, on caractérise la classe des treillis S pour laquelle L et L' coincident.

En particulier on obtient pour les anneaux un résultat analogue à celui connu dans la théorie des groupes. Respectivement, un anneau est anneau d'idéaux principaux si et seulement si les ideaux premiers et primaires son principaux. Ils forment dans ce cas la base additive du treillis des idéaux.

ÜBER DIE HAUPTIDEALE DER VERBÄNDE

(Zusammenfassung)

Wir beabsichtigen den Verband L der Ideale eines algebraischen Systems S zu studieren, welcher die Endlichkeitsbedingungen der Ketten befriedigt, in besonderem Falle den eines gervissen Verbandes.

Man weiss, das die Hauptideale eines Verbandes S einen Unterverband L' des Verbandes L aller ihrer Ideale bildet. Im Falle des Verbandes S mit endlicher Länge, stimmen L und L' überein. Mit Hilfe der Methode der additiven Basis wird die Klasse der Verbände S, für welche L und L' übereinstimmen, karakterisiert.

Im besonderem Falle der Ringe wird ein ergebnis erhalten, welches dem der Gruppentheorie entspricht.

Diesbezüglich, ist ein Ring ein Hauptidealring dann und nur dann venn die Prim und Primärideale Hauptideale sind. Sie bilden in diesem Falle die additive Basis des Verbandes der Ideale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

MECANICA

ASUPRA MIȘCĂRII FINITE A RIGIDULUI

ALEXANDRU STOENESCU

Să considerăm deocamdată un rigid în mișcare finită *plan-paralelă* (fig. 1) s-au într-o mișcare finită de *rotație* oarecare (fig. 2).

Fie A și B două puncte oarecare ale rigidului într-o primă poziție și A' și B' aceleași puncte într-o poziție ulterioară.

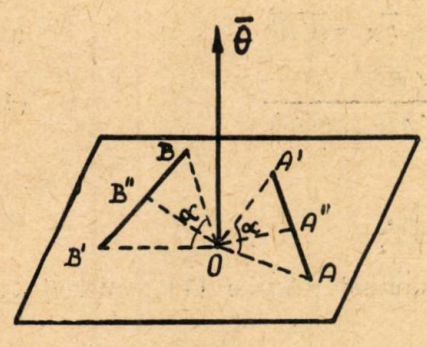


Fig. 1

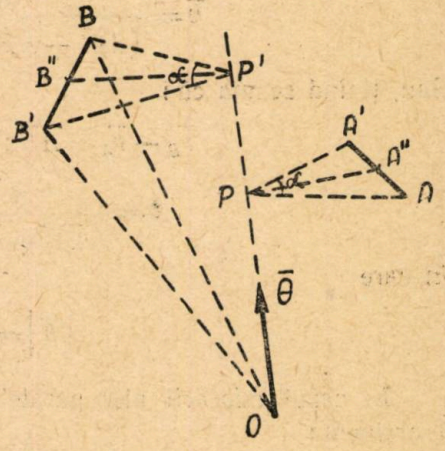


Fig. 2

Din diferitele posibilități de a aduce rigidul din prima poziție în cea de a doua să determinăm elementele aceluia care efectuiază deplasarea printr-o rotație simplă.

Să notăm $\bar{r}_A = \overline{OA}$; $\bar{r}_{A'} = \overline{OA'}$; $\bar{r}_B = \overline{OB}$; $\bar{r}_{B'} = \overline{OB'}$ vectorii de poziție ai punctelor $A,A'B,B'$ în raport cu O (în cazul fig. 1, O este centrul instantaneu de rotație; în cazul fig. 2, O este un punct oarecare situat pe axa rotație) ; fie $\bar{\theta}$ un vector așezat chiar pe axa de rotație pe care o căutăm astfel încît printr-o rotație în jurul ei cu un unghi α rigidul să treacă de la poziția A,B la poziția A',B'.

Deoarece vecorii $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ sînt perpendiculari respectiv pe planele determinate de $\bar{\theta}$ și de mijloacele A'' și B'' ale lui $\overline{AA'}$ și $\overline{BB'}$ putem alege astfel pe $\bar{\theta}$ încît:

$$\bar{\theta}\times\frac{\bar{r}_A+\bar{r}_{A'}}{2}=\overline{AA'};\quad \bar{\theta}\times\frac{\bar{r}_B+\bar{r}_{B'}}{2}=\overline{BB'}. \tag{1}$$

Corpul în mișcare fiind un rigid avem în plus:

$$\left|\bar{r}_A\right|=\left|\bar{r}_{A'}\right|;\quad \left|\bar{r}_B\right|=\left|\bar{r}_{B'}\right|;\quad \left|\overline{AB}\right|=\left|\overline{A'B'}\right|. \tag{2}$$

Înmulțind vectorial între ele ecuațiile (1) obținem:

$$\bar{\theta}=\frac{\overline{AA'}\times\overline{BB'}}{\overline{AA'}\cdot\frac{\bar{r}_B+\bar{r}_{B'}}{2}}=-\frac{\overline{AA'}\times\overline{BB'}}{\overline{BB'}\cdot\frac{\bar{r}_A+\bar{r}_{A'}}{2}}$$

de unde

$$\bar{\theta}=\frac{4\,\overline{AA'}\times\overline{BB'}}{(\overline{AA'}+\overline{BB'})(\bar{r}_B+\bar{r}_{B'}-\bar{r}_A-\bar{r}_{A'})}.$$

Sau, ținînd seama că:

$$\bar{r}_B-\bar{r}_A=\overline{AB};\quad \bar{r}_{B'}-\bar{r}_{A'}=\overline{A'B'} \tag{3}$$

$$\bar{\theta}=\frac{4\,\overline{AA'}\times\overline{BB'}}{(\overline{AA'}+\overline{BB'})(\overline{AB}+\overline{A'B'})} \tag{4}$$

în care

$$\left|\bar{\theta}\right|=2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}. \tag{5}$$

În cazul mișcării plan-paralele, înmulțind relațiile (1) vectorial cu $\bar{\theta}$ obținem:

$$\bar{r}_A+\bar{r}_{A'}=-\frac{2}{\theta^2}(\bar{\theta}\times\overline{AA'});\quad \bar{r}_B+\bar{r}_{B'}=-\frac{2}{\theta^2}(\bar{\theta}\times\overline{BB'}). \tag{6}$$

Avînd în vedere și relațiile $\bar{r}_{A'}-\bar{r}_A=\overline{AA'}$ și $\bar{r}_{B'}-\bar{r}_B=\overline{BB'}$ rezultă:

$$\overline{AO}=\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2}=-\bar{r}_A;\quad \overline{BO}=\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2}=-\bar{r}_B.$$

$$\overline{A'O}=-\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2}=-\bar{r}_{A'};\quad \overline{B'O}=-\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2}=-\bar{r}_{B'} \tag{7}$$

Relațiile (7) determină poziția centrului O de rotație în cazul mișcării plan-paralelă

Procedînd analog și în cazul mișcării de rotație (fig. 2) se pot determina punctele P și P' situate pe axa de rotație căutată prin vectorii:

$$\overline{AP}=\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2};\quad \overline{BP'}=\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2}$$

$$\overline{A'P}=-\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2};\quad \overline{B'P'}=-\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2}. \tag{8}$$

Aceste puncte fixează poziția axei de rotație.

Aplicație la cinematică

Presupunînd că mișcarea se efectuează în timpul Δt, avem:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{AA'}}{\Delta t}=\bar{v}_A;\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{BB'}}{\Delta t}=\bar{v}_B;\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\bar{\theta}}{\Delta t}=\bar{\omega}$$

$\bar{v}_A$ și $\bar{v}_B$ fiind respectiv vitezele punctelor A și B, iar $\bar{\omega}$ viteza unghiulară a rigidului.

Formulele (4), (7) și (8) devin:

$$\bar{\omega}=\frac{2\,\bar{v}_A\times\bar{v}_B}{(\bar{v}_A+\bar{v}_B)\,\overline{AB}}=\frac{\bar{v}_A\times\bar{v}_B}{\bar{v}_A\,\overline{AB}}=\frac{\bar{v}_A\times\bar{v}_B}{\bar{v}_B\,\overline{AB}}$$

$$\overline{AO}=\overline{A'O}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_A}{\omega^2};\quad \overline{BO}=\overline{B'O}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_B}{\omega^2}$$

$$\overline{AP}=\overline{A'P}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_A}{\omega^2};\quad \overline{BP'}=\overline{B'P'}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_B}{\omega^2}.$$

Regăsim astfel anumite relații cunoscute din cinematică.

Prin formulele de mai sus, dacă se dau două puncte A și B precum și vitezele lor $\bar{v}_A$ și $\bar{v}_B$ se pot determina toate elementele cinematice dintr-o mișcare plan paralelă sau de rotație simplă.

(Observăm că între datele problemei $\bar{v}_A$, $\bar{v}_B$, $\overline{AB}$ trebuie să existe legătura $\bar{v}_A\,\overline{AB}=\bar{v}_B\,\overline{AB}$ cerută de rigiditatea corpului în mișcare).

*

Să considerăm acum cazul general al mișcării finite oarecare a unui rigid.

Fie o primă poziție a rigidului dată prin punctele A,B,C și o a doua poziție cînd aceste puncte ocupă pozițiile A',B',C'.

Trecerea de la prima poziție la cea de a doua poziție se poate face printr-o translație $\overline{AA'}$ ce aduce pe A în A', pe B în B'' și pe C în C'' și printr-o rotație θ în jurul unei axe trecînd prin A' care aduce pe B'' în B' și pe C'' în C'.

Avem:

$$\overline{B''B'} = \overline{BB'} - \overline{AA'}\ ;\quad \overline{C''C'} = \overline{CC'} - \overline{AA'}\ .$$

Aplicînd formula (4) pentru rotație obținem:

$$\bar{\theta} = \frac{4\,\overline{B''B'} \times \overline{C''C'}}{(\overline{B''B'} + \overline{C''C'})(\overline{B''C''} + \overline{B'C'})}$$

de unde, după transformări simple de calcul vectorial

$$\bar{\theta} = \frac{4(\overline{AA'} \times \overline{BB'} + \overline{BB'} \times \overline{CC'} + \overline{CC'} \times \overline{AA'})}{k} \tag{9}$$

în care:

$$k = (\overline{BB'} + \overline{CC'} - 2\,\overline{AA'})(\overline{BC} + \overline{B'C'}) = (\overline{CC'} + \overline{AA'} -$$

$$- 2\,\overline{BB'})(\overline{CA} + \overline{C'A'}) = (\overline{AA'} + \overline{BB'} - 2\,\overline{CC'})(\overline{AB} + \overline{A'B'}).$$

S-au simetric:

$$k = (\overline{AA'} + \overline{BB'})(\overline{AB} + \overline{A'B'}) + (\overline{BB'} + \overline{CC'})(\overline{BC} + \overline{B'C'}) + \tag{10}$$

$$+ (\overline{CC'} + \overline{AA'})(\overline{CA} + \overline{C'A'})$$

Forma simetrică a formulei (9) ne arată că $\bar{\theta}$ nu depinde de alegerea punctului pentru translație precum BB' și o rotație în jurul unei axe trecînd prin B' sau printr-o translație $\overline{CC'}$ și o rotație în jurul unei axe trecînd prin C'.

Înmulțind (9) scalar, în mod succesiv, cu $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ și $\overline{CC'}$, obținem:

$$\overline{AA'} \cdot \bar{\theta} = \overline{BB'} \cdot \bar{\theta} = \overline{CC'} \cdot \bar{\theta} = \frac{4(\overline{AA'} \cdot \overline{BB'} \cdot \overline{CC'})}{k} = \theta h = \text{constant}.$$

Aceasta înseamnă că proiecțiile translațiilor finite $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ pe direcția rotației $\bar{\theta}$ sînt egale; în plus, deducem de aici *translația minimă* h

$$k = \frac{4(\overline{AA'} \cdot \overline{BB'} \cdot \overline{CC'})}{k|\bar{\theta}|} = \frac{(\overline{AA'} \cdot \overline{BB'} \cdot \overline{CC'})}{|\overline{AA'} \times \overline{BB'} + \overline{BB'} \times \overline{CC'} \times \overline{CC'} \times \overline{AA'}|} \tag{11}$$

Această translație minimă are direcția axei de rotație dată de $\bar{\theta}$; se ajunge astfel la rezultatul cunoscut că un rigid poate fi deplasat dintr-o poziție în alta printr-o *mișcare finită de șurub* (de translație $\bar{h}$ și rotație θ).

Axa şurubului (axa centrală) se determină cu ajutorul punctelor P,P',P'' date de vectorii de poziţie:

$$\overline{AP}=\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2};\quad \overline{A'P}=-\frac{\overline{AA'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{AA'}}{\theta^2}$$

$$\overline{BP'}=\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2};\quad \overline{B'P'}=-\frac{\overline{BB'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{BB'}}{\theta^2} \qquad (12)$$

$$\overline{CP''}=\frac{\overline{CC'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{CC'}}{\theta^2};\quad \overline{C'P''}=-\frac{\overline{CC'}}{2}+\frac{\bar{\theta}\times\overline{CC'}}{\theta^2}.$$

Observaţie. Este interesant faptul că se poate obţine geometric direcţia comună a lui $\bar{\theta}$ şi $\bar{h}$ şi valoarea lui h printr-o construcţie simplă.

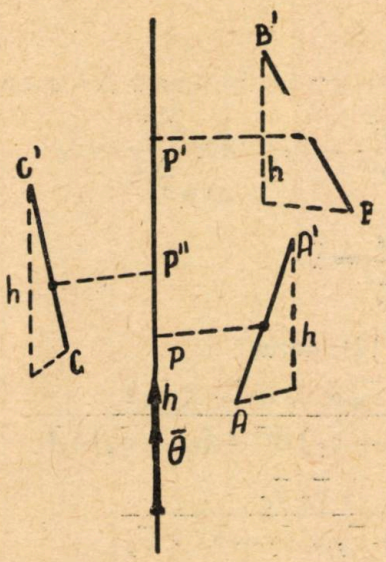


Fig. 3

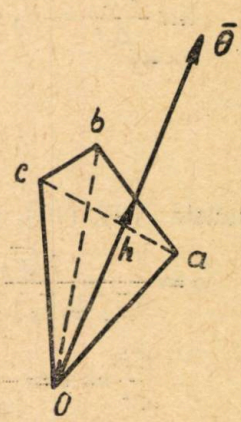


Fig. 4

Astfel luînd dintr-un punct oarecare O (fig. 4) vectorii $\overline{Oa}=\overline{AA'}$, $\overline{Ob}=\overline{BB'}$, $\overline{Oc}=\overline{CC'}$ se determină un tetraedru $Oabc$, a cărui înălţime, reprezintă în direcţie, mărime şi sens translaţia minimă.

In adevăr, avem pentru suprafaţa abc, considerată ca o mărime dirijată $\bar{S}$:

$$2\bar{S}=\overline{ab}\times\overline{ac}=(\overline{BB'}-\overline{AA'})\times(\overline{CC'}-\overline{AA'})$$

$$2\bar{S}=\overline{AA'}\times\overline{BB'}+\overline{BB'}\times\overline{CC'}+\overline{CC'}\times\overline{AA'}$$

Translația minimă și rotația $\bar{\theta}$ fiind de aceiași direcție și sens cu vectorul $\bar{S}$ este prin urmare *perpendiculară* pe suprafața bazei *abc* și deci coincid cu înălțimea tetraedrului coborîtă din O pe *abc*.

Notînd cu V volumul tetraedrului avem:

$$V=\frac{1}{6}(\overline{AA'}\cdot\overline{BB'}\cdot\overline{CC'})=\frac{1}{3}sh.$$

Rezultă:

$$h=\frac{(\overline{AA'}\cdot\overline{BB'}\cdot\overline{CC'})}{2|\bar{S}|}=\frac{\overline{AA'}\cdot\overline{BB'}\cdot\overline{CC'}}{|\overline{AA'}\times\overline{BB'}+\overline{BB'}\times\overline{CC'}+\overline{CC}\times\overline{AA'}|}$$

adică formula (11).

Aplicații în cinematică

Presupunînd că mișcarea rigidului are loc în timpul Δt avem:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{AA'}}{\Delta t}=\bar{v}_A;\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{BB'}}{\Delta t}=\bar{v}_B;\quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{CC'}}{\Delta t}=\bar{v}_C$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\bar{\theta}}{\Delta t}=\bar{\omega}\cdot$$

Formulele: (9), (10), (11) și (12), devin:

$$\bar{\omega}=\frac{2(\bar{v}_A\times\bar{v}_B+\bar{v}_B\times\bar{v}_C+\bar{v}_C\times\bar{v}_A)}{(\bar{v}_A+\bar{v}_B)\overline{AB}+(\bar{v}_B+\bar{v}_C)\overline{BC}+(\bar{v}_C+\bar{v}_A)\overline{CA}} \tag{13}$$

$$\frac{dh}{dt}=u=\frac{\bar{v}_A\,\bar{v}_B\,\bar{v}_C}{|\bar{v}_A\times\bar{v}_B+\bar{v}_B\times\bar{v}_C+\bar{v}_C\times\bar{v}_A|} \tag{14}$$

$$\overline{AP}=\overline{A'P}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_A}{\omega^2};\quad \overline{BP'}=\overline{B'P'}=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_B}{\omega^2};\quad \overline{CP''}=\overline{C'P''}=$$

$$=\frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_C}{\omega^2} \tag{15}$$

Notînd cu M un punct oarecare al axei centrale ecuația acestei axe va fi:

$$\overline{AM}=\overline{AP}+\lambda_1\bar{\theta}$$

sau

$$\overline{BM}=\overline{BP'}+\lambda_2\bar{\theta};\quad \overline{CM}=\overline{CP''}+\lambda_3\bar{\theta}.$$

Presupunînd că punctul C nu are viteză, adică se confundă cu O în mișcarea plan-paralelă sau în mișcarea de rotație, din (13) obținem:

$$\bar{\omega} = \frac{2\,\bar{v}_A \times \bar{v}_B}{(\bar{v}_A + \bar{v}_B)\,\overline{AB}}$$

(deoarece $\bar{v}_A$ și $\bar{v}_B$ sînt perpendiculari pe $\overline{OA}$ și $\overline{BO}$).

Regăsim astfel formula obținută în mișcarea de rotație.

Trecerea la relațiile scalare ale tuturor, formulelor vectoriale obținute se face după metoda clasică.

Astfel din:

$$\overline{AM} = \overline{AP} + \lambda_1 \bar{\theta}$$

deducem în cinematică

$$\overline{AM} = \frac{\bar{\omega} \times \bar{v}_A}{\omega^2} + \lambda \bar{\omega}$$

sau

$$x\bar{\imath} + y\bar{j} + z\bar{k} = \frac{1}{\omega^2}\begin{vmatrix} \bar{\imath} & \bar{j} & \bar{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ v_{Ax} & v_{Ay} & v_{Az} \end{vmatrix} + \lambda(\omega_x\bar{\imath} + \omega_y\bar{j} + \omega_z\bar{k})$$

de unde prin identificare:

$$\lambda = \frac{x - \frac{1}{\omega^2}(\omega_y v_{Az} - \omega_z v_{Ay})}{\omega_x} \equiv \frac{y - \frac{1}{\omega^2}(\omega_z v_{Ax} - \omega_x v_{Az})}{\omega_y} =$$

$$= \frac{z - \frac{1}{\omega^2}(\omega_x v_{Ay} - \omega_y v_{Ax})}{\omega_z}$$

adică ecuația cunoscută a axei centrale într-un sistem de referință $Axyz$.

О ЗАКОНЧЕННОМ ДВИЖЕНИИ ТВЁРНОГО ТЕЛА

(Краткое содержание)

В этой работе изучается законченное движение твёрдого тела. Определяется вектор $\bar{h}$ минимальной трансляции, вектор $\bar{\theta}$ вращательного движения и ось вращения для прохода твёрдого тела из данного начального положения, определённого тремя точками A, B, C, в другое положение, определённоэ позицией $A'B'C'$ одних и тех же точек твёрдого тела.

ON THE FINITE MOTION OF THE RIGID BODY

(Summary)

The work studies the finite motion of the rigid body. The $\bar{h}$ vector of the minimum translation, the rotating vector and the rotation axle for the passing of a rigid body from an initial position given through three points A, B, C to another given position through A, B, C of the same points of the rigid body.

SUR LE MOUVEMENT FINI DU RIGIDE

(Résumé)

On étudie dans cet ouvrage le mouvement fini du rigide. On détermine le vecteur $\bar{h}$ de la translation minime, le vecteur $\bar{\theta}$ de la rotation et l'axe de rotation pour le passage du rigide d'une position initiale donnée par trois points $A.$, $B.$, $C.$, dans une autre position donnée par la situation $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, des mêmes points du rigide.

ÜBER DIE BEGRENZTE BEWEGUNG DES STARREN KÖRPERS

(Zusammenfassung)

In der Arbeit wird die begrenzte Bewegung eines starren Körpers studiert. Man bestimmt den minimalen Translationsvektor $\bar{h}$, den Umdrehungsvektor $\bar{\theta}$ und die Drehachse zwechs des Überganges eines starren Körpers von einer durch drei Punkte $A.$, $B.$, $C.$, bestimmten Initiallage zu einer anderen Lage, die durch den Zustand $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, derselben Punkte des starren Körpers bestimmt ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО СИНТЕТИЗИРОВАНИЮ СТАТИКИ. ЦЕНТР НЕКОТОРЫХ СИЛ. НОВЫЙ МЕТОД ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

АЛЕКС СТОЕНЕСКУ, Д. П. БОЯИДЖИУ

1) В излежении статики констатируется некоторая прерывистость а именне параллельные силы имеют свой центр которого нет у некорых сил в плоскости или в пространстве. Эта прерывистость является впрочем и причиной по которой из общего изучения системы некоторых сил в пространстве нельзя вывести путём простой партикуляризации все свойства параллельных сил.

Для установления единой и общей теории мы испробовали найти и для некоторых сил один центр. Настоящая работа содержит полученные этим исследованием результаты.

2) Начнём с простого наблюдения некоторая единая сила F, момент которой по отношению с некоторым началом O:

$$\overline{\mathfrak{M}} = \overline{r} \times \overline{F} \tag{1}$$

является вектором, точка приложения которого A ($\overline{OA} = \overline{r}$) не может быть определена только через $\overline{F}$ и $\overline{\mathfrak{M}}$. Для определения A придётся ввести новое отношение связи $\overline{r}$ и $\overline{F}$.

Конечно, самым простым является скалярное произведение между $\overline{r}$ и $\overline{F}$. то-есть:

$$\mathfrak{L} = \overline{r} \cdot \overline{F} \tag{2}$$

представляя собой механическую работу силы F произведенную перемещением своей точки приложения из O в A (во всё время перемещения считалось, что сила F сохраняет неизменным численное значение и направление).

Действительно узнав величины $\overline{F}$, $\overline{M}$, и $\mathfrak{L}$ векториальным умножением отношения (1) с $\overline{F}$ и учитывая (2) получим:

$$\overline{F} \times \overline{\mathfrak{M}} = \overline{F} \times (\overline{r} \times \overline{F}) = F^2 \overline{r} - \mathfrak{L} \cdot \overline{F}.$$

Откуда

$$\overline{r} = \overline{OA} = \frac{\overline{F} \times \overline{\mathfrak{M}} + \mathfrak{L} \cdot \overline{F}}{F^2} \tag{3}$$

В дальнейшем констатируем что формула (3) ведёт нас к определению некоторого центра для системы некоторых сил в пространстве а понятие механической работы $\mathfrak{L}$ приведёт нас к ряду интересных отношений и к новому методу для изучения равновесия.

Таким обрвзом в случае пары сил $\overline{F}$ и $(-\overline{F})$ приложенных а точках A и B (предположенных неполвижными) помимо известного вектoриального отношения

$$\overline{\mathfrak{M}} = \overline{r}_A \times \overline{F} + \overline{r}_B \times (-\overline{F}) = \overline{BA} \times \overline{F}$$

представляя собой постоянство суммы двух сил составляющих пару получаем также скалярное отношение формы:

$$\mathfrak{L} = \overline{r}_A \overline{F} + \overline{r}_B (-\overline{F}) = \overline{BA} \cdot \overline{F}$$

представляя собой постоянство механических работ сил, составляю щих пару пронесением их из некоторой точки O соответственно в A и B.

Рассмотрим теперь систему некоторых сил в пространстве отнесенную к реперу O.

Обозначая через $\overline{R}$ равнодействующую сил $\overline{F}$ системы, через M сумму моментов по отношению к O и через $\mathfrak{L}$ сумму механических работ относящихся к той же точке имеем:

$$\begin{aligned} \overline{R} &= \sum \overline{F} \cdot \\ \overline{\mathfrak{M}} &= \sum \overline{r} \times \overline{F} \\ \mathfrak{L} &= \sum \overline{r} \cdot \overline{F} \cdot \end{aligned} \tag{4}$$

Путем изменения репера из O в O_1 равнодействующая $\overline{R}$ остаётся неизменной а M и $\mathfrak{L}$ соответственно становятся M_1 и $\mathfrak{L}_1$ и даны следующими симметрическими выражениями

$$\overline{\mathfrak{M}} \sum \overline{r}_1 \times \overline{F} \sum (\overline{r} + \overline{O_1 O}) \times \overline{F} \; ; \; \mathfrak{L}_1 = \sum \overline{r} \cdot \overline{F} = \sum_1 (\overline{r} + \overline{O_1 O}) \cdot \overline{F} \tag{5}$$

$$\overline{\mathfrak{M}}_1 = \overline{\mathfrak{M}} + \overline{O_1 O} \times \overline{R} \qquad \mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L} + \overline{O O_1} \, \overline{R} \tag{6}$$

Распространением формулы (3) можем определить и в случае некоторых сил в пространстве центр G определённый общим выражением:

$$\overline{r}_c = \overline{OG} = \frac{\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} + \mathfrak{L} \cdot \overline{R}}{R^2} \tag{7}$$

(выражение мезависимое от выбора репера D).

Из нижеследующего сможем констатировать что эта точка G суммирует целый ряд свойств, благодаря которым её можно рассматривать как центр системы сил в рассматриваемом пространстве.

В первую очередь G находится на центральной оси $\triangle$ данной известным уравнением:

$$\overline{r}_\triangle = \frac{\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}}}{R^2} + \lambda \overline{R}$$

а именно для значения

$$\lambda = \frac{\mathfrak{L}}{R^2}.$$

скаляра λ.

С другой стороны рассматривая силы $\overline{F}$ параллельными с направлением, данным версором $\overline{\mu}$, имеем:

$$\overline{F} = \overline{\mu}\, F,\ \overline{R} = \sum \overline{F} = \overline{\mu} \sum F = \overline{\mu} \cdot R$$

$$\overline{\mathfrak{M}} = \sum \overline{r} \times \overline{F} = \sum (\overline{r} \times \overline{\mu}) \cdot F$$

$$\mathfrak{L} = \sum \overline{r} \cdot \overline{F} = \sum (\overline{\mu} \cdot \overline{r})\, \overline{F}$$

Следует:

$$\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} = R \sum \overline{\mu} \times (\overline{r} \times \overline{\mu})\, F = R \sum [F\,\overline{r} - (\overline{\mu} \cdot \overline{r})\, \overline{F}]$$

$$\mathfrak{L} \cdot \overline{R} = R \sum (\overline{\mu} \cdot \overline{r})\, \overline{F}$$

Вводя эти знасения в формулу (7) и упрощая получаем:

$$r_C = \frac{\sum \cdot \overline{F} \cdot \overline{r}}{R}$$

то-есть самый центр параллельных сил.

Применяя формулу (7) в случае плоских сил доходим к следующему результату: если вращать силы в их собетвенной плоскости в

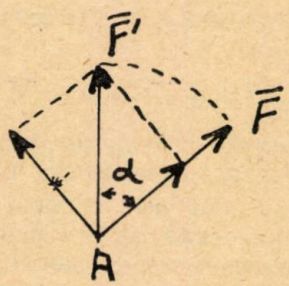


Fig. 1

одном же направлении под одним и тем же углом вокруг их точек приложения и равнодействующая их вращается также вокруг G.

Пусть будут F данные плоские силы и α угол вращения рис. (1). Этим вращением получается новая система сил F' данная выражением:

$$\overline{F} = \overline{F} \cos \alpha + (\overline{K} \times \overline{F}) \sin \alpha$$

$$F' = \overline{F}$$

$\overline{K}$ являясь перпендикулярным единым вектором в общей плоскости сил.

Равнодействующая R новой системы является:

$$\overline{R'} = \sum \overline{F'} = \cos\alpha \sum \overline{F} + \sin\alpha\,(\overline{R} + \sum \overline{F})$$

или

$$\overline{R'} = \overline{R}\cos\alpha + (\overline{K} \times \overline{R})\sin\alpha$$

$$R' = R\cdot$$

которое нам показывает, что вместе с силами $\overline{F}$ вращалась и равнодействующая $\overline{R}$ в то же направление под тем же углом чтобы стать новой равнодействующей $\overline{R'}$.

Продемонстрируем теперь что вращение равнодействующей производится вокруг G: для этого достаточно если показать что положение данное вектором r_G не зависит от угла α.

Имеем: $\overline{\mathfrak{M}'} = \sum \overline{r} \times \overline{F'} = \cos\alpha \sum \overline{r} \times \overline{F} + \sin\alpha \cdot \overline{R} \cdot \sum \overline{r} \cdot \overline{F}\cdot$

Или: $\overline{\mathfrak{M}'} = (\mathfrak{M}\cos\alpha + \mathfrak{L}\sin\alpha)\,\overline{K}$

Имеем также:

$$\mathfrak{L}' = \sum \overline{r} \cdot \overline{F'} = \mathfrak{L}\cos\alpha - \mathfrak{M}\sin\alpha + (\mathfrak{M}\cos\alpha + \mathfrak{L}\sin\alpha)\sin\alpha\,\overline{R}$$

Следует:

$$\overline{R'} \times \overline{\mathfrak{M}'} = (\mathfrak{M}\cos\alpha + \mathfrak{L}\sin\alpha)\cos\alpha\,(\overline{R} \times \overline{K}) +$$

$$\mathfrak{L}' \cdot \overline{R'} = (\mathfrak{L}\cos\alpha - \mathfrak{M}\sin\alpha)\cos\alpha\,\overline{R} + (\mathfrak{L}\cos\alpha - \mathfrak{M}\sin\alpha)\sin\alpha\,(\overline{K} + \overline{R})$$

Откуда

$$\overline{R'} \times \overline{\mathfrak{M}'} + \alpha'\,\overline{R'} = \overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} + \alpha \cdot \overline{R}\cdot$$

которое нам демонстрирует что r_G не зависит от α поскольку, как знаменатель, так и числитель выражения (7) не зависят от α.

Отношение (7) можно получить непосредственно если введём следующую теорему: механическая работа равнодействующей некоторой системы сил произведенная её перемещением от некоторого начала O к её точке приложения G равна сумме механических работ слагаемых сил для перемещений из O к точкам приложения соответствующим этим силам.

Математически теорема выражается следующим образом:

$$\overline{r_G} \cdot \overline{R} = \sum \overline{r} \cdot \overline{F}\cdot = \mathfrak{L}\cdot \qquad (8)$$

Раз принята теорема полагая что O является центральной осью и соответствует G (и следовательно $\overline{OO_1} = \overline{r_G}$) из отношения (5) умноженного векториально на $\overline{R}$ получаем:

$$\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}_1} = 0 = \overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} - \overline{R} \times (\overline{r_G} \times \overline{R})$$

($\overline{M}$ и $\overline{R}$ являются параллельными для точек с центральной осью). Развивая двойное векториальное произведение:

$$\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} - R^2 \overline{r}_G + (\overline{r}_G \cdot \overline{R})\, \overline{R} = 0$$

и учнтывая (8)

$$\overline{r}_G = \frac{\overline{R} \times \overline{\mathfrak{M}} + \mathfrak{L} \overline{R}}{R^2}$$

то-есть именно отношение (7).

Приложение в динамике

Рассмотрим тело в вращательном движении вокруг неподвижной оси O_z (рис. 2) имея в данный момент угловую скорость ω и угловое

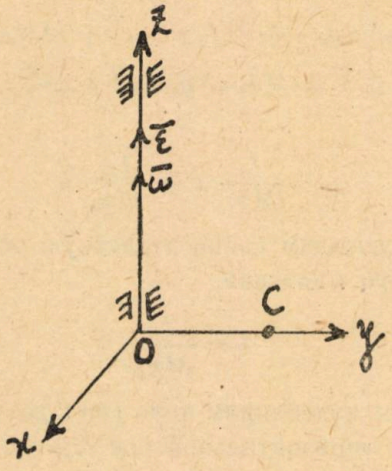


Fig. 2

уйкорение ε. Выбор начала O и оси O_y производим таким образом чтобы центр тяжести тела C находился бы на O_y: ось O_z перпендикулярна на O_{yz}.

Имеем $\overline{\omega} = \omega \overline{k}$; $\overline{\varepsilon} = \varepsilon \overline{k}$; $\overline{r}_G = y_l \overline{j}$.

Для частицы масы m, расположенной в точке M, данной позиционным вектором: $\overline{r} = \overline{OM} = x \overline{\imath} + y \overline{j} + z \overline{k}$

Ускорение в M будет: $\overline{a} = \overline{\varepsilon} \times \overline{r} + \overline{\omega} \times (\overline{\omega} \times \overline{r})$

$$\overline{a} = -(\omega^2 x + \varepsilon y) \overline{\imath} - (\omega^2 y - \varepsilon x) \overline{j}$$

а соответствующая сила инерции будет

$$\overline{F}_l = -m \overline{a} = m(\omega^2 x + \varepsilon y) \overline{\imath}$$

Теперь расчитаем с формулой (7) центр сил инерции $\overline{F_i}$
Имеем:

$$\overline{R} = \sum \overline{F_i} = M \varepsilon y_G \overline{\imath} + M \omega^2 y_G \overline{j}$$

а

$$\overline{R} = M y_G \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

С другой сгороны учитываая что:

$$\sum m_i (x^2 + y^2) = I_z \; ; \; \sum m_i x z = I_{xz} \; ; \; \sum m y z = I_{yz}$$

получаем:

$$\overline{\mathfrak{M}} = \sum \overline{r} \times \overline{F_i} = (- I_{yz} \omega^2 + I_{xz} \varepsilon) \overline{\imath} + (I_{xz} \omega^2 + I_{yz} \varepsilon) \overline{j} - I_z \varepsilon \overline{k} \cdot$$

$$\mathfrak{L} = \sum \overline{r} \cdot \overline{F} = I_z \omega^2$$

Следует:

$$\overline{R} \times \overline{M} = - M I_z \omega^2 \varepsilon y_G \overline{\imath} + M I_z \varepsilon^2 y_G \overline{j} + M (I_{yz} \varepsilon^2 + I_{yz} \omega^4) y_G \overline{k}$$

$$\mathfrak{L} \cdot \overline{R} = M I_z \omega^2 y_G (\varepsilon \overline{I} + \omega^2 \overline{j})$$

Следовательно

$$\overline{r_G} = \frac{I_z}{M y_G} j + \frac{I_{yz}}{M y_G} k$$

Таким образом находим снова известную ось колебания и длину l простого синхронного маятника.

$$l = \frac{I_z}{M y_G}$$

соответственно малым колебаниям тела (под действием только собственного веса) вокруг горизонтальной оси O_x.

Замечания в связи с отношением (8)

В вервую очередь из этого отношения следует что в центре G сумма механических работ всех сил составляющих систему является нулевой.

Рассматриваемое действительным для некоторого начала O, отношение (8) остаётся действительным для другого любого начала O_1 поскольку превращением:

$$\overline{r_G} = \overline{r_{1G}} + \overline{OO_1} \qquad \overline{r} = \overline{r_1} + \overline{OO_1}$$

из (8) доходим к:

$$\overline{r_{1G}} \cdot \overline{R} = \sum \overline{r_1} \; \overline{F} \cdot$$

Другое замечание в связи с отношением (8) состоит в том что оно проверяет выражение (6).

Отношение (8) действительно для любого R отличного от нуля: когда $R = 0$, отношение лишено смысла поскольку в этом случае не существует точки G и следовательно не существует ни позиционного вектора r_G.

Решение задач равновесия при помощи механической работы

Предшествующее исследование ведёт нас к новому методу для изучения равиовесия.

В действительности из (4), для случая равновесия когда $R = 0$ следует:

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1$$

безразлично от положения O_1 по отношению к O.

Следует, что в некоторой системе равновесия сумма механических работ сил $\mathfrak{L}$ отнесенная к любой точке пространства является постоянной.

Отсюда следует что для элементарных перемещений $\delta \overline{r}$ точек приложения сил F, находящихся в равновесии, удовлетворено отношение:

$$\delta \overline{R} = \sum \overline{F} \cdot \delta \overline{r} = 0$$

то-есть известный принцип виртуальных перемещений.

Используя раньше полученные результаты замечаем что мы можем выразить при помощи механической конечной работы обыкновениые условия равновесия (условия проекций и условия моментов).

Написав таким образом что механическая работа $\mathfrak{L}$ соответствующая некоторой точке O равна механической работе α_1, соответствующей другой произвольной точке O_1, получим эквивалентное отношение с условием проекции на OO_1.

Действительно из (4) имеем отметив через Δ прямую OO_1

$$\overline{O_1O} \cdot \overline{R} = (O_1O)\,\mathrm{pr}\,\overline{R} = \mathfrak{L}_1 - \mathfrak{L}$$

Но будучи случай равновесия:

$$\mathrm{pr}_\Delta \overline{R} = \sum \mathrm{pr}_\Delta \overline{F} = 0$$

И следовательно

$$\sum \mathrm{pr}_\Delta \overline{F} = \frac{\mathfrak{L}_1 - \mathfrak{L}}{O_1O} = 0 \quad ; \quad \mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1$$

Будем предполагать что вместо системы сил в равновесии F рассматриваем другую систему сил а именно систему $(\overline{u} \times \overline{F})$ в которой $\overline{u}$ является единным постоянным вектором избранным произвольно.

Механическая работа $\mathfrak{L}_u$ соответствующая реперу O для новой системы сил является:

$$\mathfrak{L}_u = \sum \overline{r}\,(\overline{u} \times \overline{F})$$

Следует:

$$\mathfrak{L}_u = \bar{u} \sum (\bar{F} \times \bar{r}) = -\bar{u} \sum (\bar{r} \times \bar{F})$$

Но:

$$\sum \bar{r} \times \bar{F} = \bar{M}$$

а:

$$\bar{u} \cdot \bar{M} = M_\Delta$$

в котором M_Δ представляет собой сумму моментов сил F по отношению к некоторой оси Δ проходя через O и направления u ($\bar{u} \cdot \bar{M}$ является проекцией M на оси Δ).

Следовательно:

$$\mathfrak{L}_u = -M_\Delta$$

Итак, в случае равновесия условие момента $M_\Delta = 0$ является эквивалентным с условием $\mathfrak{L}_u = 0$, то-есть с условием чтобы механическая работа системы сил $(\bar{u} \times \bar{F})$ была бы нулевой.

Следовательно мы можем изучать равновесие тела написав что механические работы (системы сил F действующих на него) по отношению к четырём точкам полученным O, A, B и C (не расположенным в одной плоскости) являются равными и что механичеекие работы в некоторой точке O для трёх систем сил $(\bar{u} \times \bar{F})$, $(\bar{v} \times \bar{F})$, $\bar{W} \times \bar{F})$ являются нулевыми ($\bar{u}$, $\bar{v}$, w — это три единые вектора не расположенные в одной плоскости).

Следует также что мы можем решить задачу равновесия некоторого тела подверженного килам в пространстве следующими шестью условирми равнрвесия:

$$\mathfrak{L}_o = \mathfrak{L}_A = \mathfrak{L}_B = \mathfrak{L}_c$$

$$\mathfrak{L}_u = 0 \quad \mathfrak{L}_v = 0 \quad \mathfrak{L}_w = 0$$

В случае равновесия системы плоских сил условия сводятся к трём. Условия проекций получаются написав равность механических работ отнесенных к трём неколинейным точкам O, A и B, то-есть:

$$\mathfrak{L}_o = \mathfrak{L}_A = \mathfrak{L}_B$$

Условие момента соответствует нулевой механической работе в O для системы сил $(\bar{u} \times \bar{F})$, в которой $\bar{u}$ является вектором, перпендикулярным на общую плоскость сил.

Практически новая система сил $(\bar{u} \times \bar{F})$ получается вращая силы $\bar{F}$ вокруг их точек приложения в то же направление на 90°. Условие момента будет, следовательно, соответствовать уравнению:

$$\mathfrak{L}_u = 0$$

Для плоских сил вопрос равновесия можно трактовать о иначе а именно написав что сумма механических работ в трёх неколинейных точках является нулевой для системы сил $(\bar{u} \times \bar{F})$.

Такие изменения что касается выражения условия рановесия можно вывести и для системы спл, как угодно расположенных в пространсве: к этому вопросу мы ещё, может быть, вернёмся по другому поводу.

Приложение

Для иллюстрирования раньше сказанного мы предлагаем исследовать новым методом известную задачу, т именно равновесие в вертикальной плоскости однородного бруска OA с длиней l и тяжестью P который опирается в O на вертикальную стену и в C на угол стены (рис. 3).

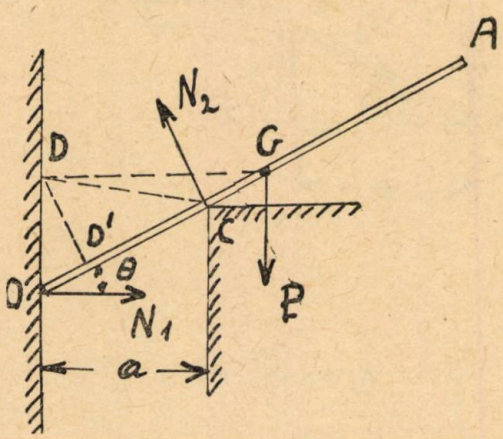


Fig. 3

Дано расстояние o от C к вертикальной стене.

Силы, устанавливающие равновесие суть: тяжесть P и реакции N_1 и N_2 из O и C.

Обозначив через θ неизвестный угол бруска с горизонталью в положение равновесия, расчитывая механические работы в O, G, D, имеем:

$$\mathfrak{L}_1 = -P\frac{l}{2}\sin\theta \;;\; \mathfrak{L}_G = -N\frac{l}{2}\cos\theta \;;\; \mathfrak{L}_D = \overline{DC}\cdot\overline{N}_2 = \overline{DD}_1 N_2 = -$$

$$= -N_2\frac{l}{2}\sin\theta\cos\theta$$

Поскольку $\mathfrak{L}_o = \mathfrak{L}_G = \mathfrak{L}_D$ следует

$$N_1 = P\cdot\operatorname{tg}\theta \;;\; N_2 = \frac{P}{\cos\theta} \qquad (9)$$

Поворачиваем три силы N_1, N_2 и P на 90° соответственно в N_1', N_2' и P согласно рис. 4 и потом расчитываем механическую работу в O и уравниваем ёе с нулём.

$$\mathfrak{L}_o = -N_2' \frac{a}{\cos\theta} + P' \frac{l}{2}\cos\theta = 0 \qquad (10)$$

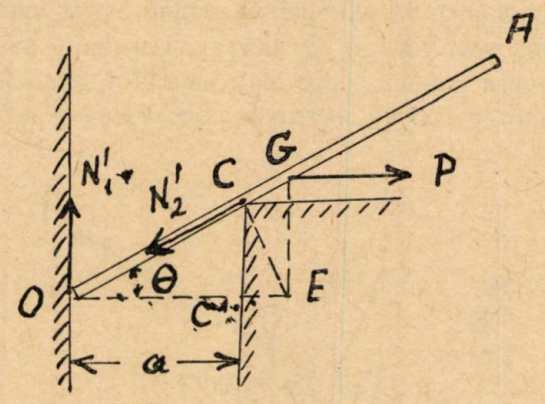


Fig. 4

Следует:

$$N_2 = \frac{Pl}{2}\cos^2\theta \cdot$$

т так как $N_2' = N_2$ и $P' = P$

Уьитывая также и (9).

$$\cos\theta = \sqrt[3]{\frac{2a}{l}}$$

Задачу можно решить интегрально только при помощи вращённых сил из рис. 4.

Действительно кроме отношения (10) можем написать ещё два аналогичных отношения, рассчитывая механические равоты в G и E:

$$\mathfrak{L}_G = -N\frac{l}{2}\sin\theta + N_2\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{\cos\theta}\right) = 0$$

$$\mathfrak{L}_B = \overline{EC}\cdot N_2 = (\overline{EC'} + C'C)\,\overline{N}_2$$

$$\mathfrak{Z}_E = \cdot - N_2\, a\,\mathrm{tg}\,\theta\sin\theta + N_2\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{\cos\theta}\right)\cos^2\theta \qquad (12)$$

Из (12) находим опять значение угла θ данное своим косинусом, а из (10) и (11) значения N_1 и N_2.

$$N_1 = P\left(\frac{l}{2a}\cos\theta - 1\right)\operatorname{cotg}\theta - P\operatorname{tg}\theta$$

$$N_2 = \frac{P\cdot l}{2a}\cos^2\theta = \frac{P}{\cos\theta}$$

Примечание

а) центр некоторыых сил сил является спределённым предполагая, что силы являются векторами, связанными с их точками приложения (как и в случае параллельных сил); искоть центр для скользящего вектора является действием лишённым смыкла, так как в этом случае и результирующая является ккользящим вектором.

б) интересные результаты получаются применяя (главную) основную формулу (7) в случае импульсов $m\overline{V}$, а также и инерциальных сил $m\overline{a}$ в общем движении твёрдого тела.

в) при расчёте механической работы £ оилы системы предполагались постоянными (в численном значении, стороне и направлении) в их перемощении из начала о до соответствующих их точек приложения; ото предположение объясняет почему путём произведеная £ не появляются дифференциалы сил.

Кафвдра Механики
Бухарестского Политехнического Института

ИСРЛЕДОВАНИЯ ПО СИНТЕТИЗАЦИИ РТАТИКИ. ЦЕНГР НЕКОТОРЫХ СИЛ. НОВЫИ МЕТОД ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

(Краткое содержание)

В существующих научных трудах наблюдается некоторая непоследовательность в исложении статики. а именно:

Параллельные силы имеют свой центр, подобный центр отсутствует некоторым силам в плоскости илл в пространстве. Эта непоследовательность становится тем очевиднсе, поскольку из общего изучения системы некототых сил в пространстве невозможно сделать вывод посредством простой партикуляризации всех свойств параллельных сил.

Настоящая работа ставит себе задачей найки подобный центр для системы некоторых сил, а также результатами, вытекающими из нахождения тагого центра.

Для определения центра можно исходить из простого наблюдения одиная сила $\overline{F}$, момент которой относительно начала о представляет

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}$$

является вектором, точку приложения которого A ($\overline{OA} = \overline{r}$) нельзя определить лишь посредством знания векторов $\overline{F}$ и $\overline{M}$. Для определения точки A (соответствено векторапоположения $\overline{r}$) необходимо ввести новое отношение свяйи между $\overline{r}$ и $\overline{F}$. Такое соотношение представдяет собой скалярное произведение между $\overline{r}$ и $\overline{F}$ то-есть:

$$\mathfrak{L} = \overline{r}.\ \overline{F}.$$

представляя собой механическрю работу силы $\overline{F}$, произведенную смешением своей точки приложения из O в A (во время перемещения сила F сохраняет неизменной свою величину, направление и направленность).

Если известны три величины F, M и $\mathfrak{L}$, то можно определить вектор положения $\overline{r}$.

Можно написат: $\overline{F} \times \overline{M} = \overline{F} \times (\overline{r} \times \overline{F}) = F^2 \overline{r} - \mathfrak{L}.\ \overline{F}.$

откута: $$\frac{\overline{F} \times \overline{M} + \mathfrak{L}.\ \overline{F}}{F^2}$$

В случае системы некоторых сил это соотношение приводит нас к определению подобного центра, а понятие механической работы $\mathfrak{L}$, дёт нас к ряду интересных соотношений и к установлению метода нового центра для изучения равновесия.

Для некоторой системы сил в пространстве имеем:

$$\overline{R} = \sum \overline{F}$$

$$\overline{M} = \sum \overline{r} \times \overline{F}$$

$$\mathfrak{L} = \sum \overline{r}.\ \overline{F}.$$

можно вывести: $\overline{r_G} = \overline{OG}. = \dfrac{\overline{R} \times \overline{M} + \mathfrak{L}.\ \overline{R}}{R^2}$

Точка хахооится на центральной оси системы, данной уравнением: $r_\Delta = \dfrac{\overline{R} \times \overline{M}}{R^2} + \lambda \overline{R}$ а именно для значения $\lambda = \dfrac{\mathfrak{L}}{R^2}$ путём партикуляризации можно проверить, что в случае параллельных сил точка G является именно центром параллельных сил.

Для решения задач равновесия можно указать, что мы имеем соотношение:

$$\mathfrak{L}, = \mathfrak{L} + \overline{O,O}.\ \overline{R}$$

Отсюда вытекает, что в случае равновесия если $\overline{R} = 0$ имеем независимо от положения O новое начало по отношению к старому насалу O_1. $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}$,

Следует, что в системе равновесия сумма механических работ сил $\mathfrak{L}$ относенная к любой точки пространства, является постоянной. На основе этого замечания приходим к условиям обычного равновеся.

INEVSTIGATIONS FOR SYNTHESIZING STATICS. THE CENTER OF ANY FORCES. A NEW METHOD FOR STUDYING THE EQUILIBRIUM

(Summary)

In the existing treaties there is a discontiniuty when dealing with statics and that is the following:

The parallel forces have a center of their own, but there is no such center for the any forces în plane or in space.

This discontinuity becomes mor evident when, from the general study of the system of any forces in space one cannot deduce by a simple particularization all thep roperties of the paralell forces.

The present paper deals especially with the problem of finding a center for a system of any forces as well as with the results obtained from establishing this center.

In order to determine the center one may start from a simple observation: a united force F whose moment in relation to an origin O is:

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}.$$

a vector whose point af application A ($\overline{QA} = r$) cannot be determined only by knowing the vector F and M. For determining the point A (respectively that of the position vector) the introduction of a new conneting relation between $\overline{F}$ and $\overline{M}$ is necessary.

Such a relation is the scalar produdt between r and $\overline{F}$ that is:

$$\mathfrak{L} = \overline{r}.\overline{F}.$$

representing the mechaniral worh of the force F produced by the transfer of its application point from O to A (all throngh this transfer the force maintains unchanged its magnitude, direction ans sense.

If these three magnitudes $\overline{F}$, $\overline{M}$ and $\mathfrak{L}$ are known, the positicn vector $\overline{r}$ can be determined.

we may write: $\overline{F} \times \overline{M} = \overline{F} \times (\overline{r} \times \overline{F}) = F^2 \overline{r} - \mathfrak{L}.\overline{F}$

hence: $\overline{r} = \overline{OA} = \dfrac{\overline{F} \times \overline{M} + \mathfrak{L}.\overline{F}}{F^2}.$

In the case of a system of any forces, this relation leads to determining such a center while the notion of the mechanical work will lead to a series of interesting relation as well as establishing a new method for the study of the equilibrium.

We have for a system of any forces in space:

$$\overline{R} = \Sigma \overline{F}$$

$$\overline{M} = \Sigma \overline{r} \times \overline{F}$$

$$\mathfrak{L} = \Sigma \overline{r}. \overline{F}$$

we may deduce $\overline{r}_G = \overline{OG} = \dfrac{\overline{R} \times \overline{M} + \mathfrak{L}\overline{R}}{R^2}$

The point G is on the central axle of the system given by the equation: $r_\Delta = \dfrac{\overline{R} \times \overline{M}}{R^2} + \lambda \overline{R}$

namely for the value $\lambda = \dfrac{\mathfrak{L}}{R^2}$; by particularizind we may verify the fact that in the case of paralell forces the point G is very center of the paralell forces.

For solving the problems of equilibrium we may obsarve that we have the relation:

$$\mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L} + \overline{O_1O}. \overline{R}$$

Hance we deduce that in the case of equilibrium if $R = 0$ we have: $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1$ irrespective of its position O, the new origin compared to its old origin O.

It results that in a system in equilibrium the sum of the mechanical works of the forces $\mathfrak{L}$ referred to any point in the space is constant.

On the bases of this observation we reach the usual conditions of equilibrium.

RECHERCHES POUR LA SYNTHÈSE DE LA STATIQUE. CENTRE DES FORCES QUELCONQUES. UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR L'ÉTUDE DE L'ÉQUILIBRE

(Résumé)

On peut constater une discontinuité dans les traités existants en ce qui concerne la présentation de la statique.

Les forces paralèlles ont un centre propre ; un tel centre manque aux forces quelconques contenues dans un plan et dans l'espace.

Cette discontinuité reste encore plus évidente par le fait que de l'étude générale du système des forces quelconques dans les proprietés des forces parallèles, spécialment le centre des forces paralèlle.

Cette étude traite spécialement la question de trouver un centre pour un système des forces quelconques et en même temps d'établir les propriétés de ce centre.

Pour determiner le centre on peut utiliser une observation très simple : une force unique $\overline{F}$ dont le moment au rapport avec une origine O est :

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}$$

est un vector dont le point d'application A $(\overline{OA} = \overline{r})$ ne peut être déterminé seulement par la connaissance des vecteurs F et M. Pour déterminer le point A (respectivement le vecteur de position $\overline{r}$) il est nécessaire l'introduction d'une nouvelle relation entre $\overline{r}$ et $\overline{F}$.

Un telle relation est le produit scalaire entre $\overline{r}$ et $\overline{F}$:

$$\mathfrak{L} = \overline{r}.\,\overline{F}$$

qui représente le travail mécanique de la force $\overline{F}$ produit par le déplacement de son point d'application de O en A. (pendant ce déplacement la force F garde nonmodifié sa grandeur, sa direction et son sens).

Si l'on connaît ces trois grandeurs F, M, et $\mathfrak{L}$ on peut déterminer le vecteur de position $\overline{r}$.

On peut écriere : $\overline{F} \times \overline{M} = \overline{F} \times (\overline{r} \times \overline{F}) = F^2 \overline{r} - \mathfrak{L}\,\overline{F}$.

d' ou $\overline{r} = OA = \dfrac{\overline{F} = \overline{M} + \mathfrak{L}\,\overline{F}}{F^2}$

Au cas d'un système de forces quelconques cette relation nous conduit à déterminer un tel centre et la notion du travail mécanique va nous conduire à une série de relations intéressantes et à établir une nouvelle méthode pour l'étude de l'équilibre.

On a pour un système de forces quelconques dans l'espace :

$$\overline{R} = \Sigma \overline{F}$$

$$\overline{M} = \Sigma \overline{r} \times \overline{F}$$

$$\mathfrak{L} = \Sigma \overline{r}.\,\overline{F}.$$

d'où l'on peut déduire $\overline{r}_G = \overline{OG} = \dfrac{\overline{R} \times \overline{M} + \mathfrak{L}\,\overline{R}}{R^2}$

Le point G se trouve sur l'axe central du système donné par l'équation :

$$r_\Delta = \frac{\overline{R} \times \overline{M}}{R^2} + \lambda \overline{R}$$

notamment pour la valeur $\lambda = \dfrac{\mathfrak{L}}{R^2}$;

En particularisant, on peut vérifier le fait qu'au cas des forces parallèles, le point G est justement le centre des forces parallèles.

Pour résoudre les problèmes d'équilibre on peut observer qu'on peut employer la relation :

$$\mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L} + \overline{O_1 O}.\ \bar{R}.$$

Par là, on déduit que dans le cas de l'équilibre si $\bar{R} = 0$ l'on a :

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_1$$

indifféremment de la position de O_1 (la nouvelle origine) par a rapport à l'ancienne origine O.

Il résulte que dans un système en équilibre la somme des travaus mécaniques des forces $\mathfrak{L}$ rapporté á tout point dans l'espace este constante. Basé sur cette observation, on arrive aux conditions ordinaires d'équilibre.

FORSCHUNGEN ZUR SYNTETISIERUNG DER STATIK. DAS ZENTRUM IRGENDWELCHER KRÄFTE. EINE NEUE METHODE ZUM STUDIUM DES GLEICHGEWICHTS

(Zusammenfassung)

In den vorhandenen Abhandlungen stellt man eine Diskontinuität in der Darlegung der Statik fest, und zwar :
din parallelen Kräfte haben ihr Zentrum ; ein solches Zentrum fehlt den Irgendwelchen Kräften in Fläche und Raum. Diese Diskontinuität tritt dadurch stärker hervor das aus dem allgemeinen Studium des Systems irgendwelchen Kräfte im Raum man nicht durch eine einfache Partikulariserung aller igenschaften der parallelen Kräfte folgern kaun.

Die vorliegende Arbeit behandelt eben das Problem, ein Zentrum für ein System irgendwelcher Kräfte zü finden und ebenfalls die Ergebnisse welche sich durch Feststellung dieses Zentrums ergeben. Zur Feststellung des Zentrums kann man von einer einfachen Beobachtung ausgehen : eine einheitliche Kraft $P \ldots$, deren Moment in Verhältnis zu einem Ausgangspunkt O ist $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$ ein Vektor desen Angriffspunkt A $(\overline{OA} = \bar{r})$ nicht nur durch die Kenntnis der Vektoren F, M, festgesetzt werden kann. Zur Feststellung des Punktes A (bzw. des Stellungsvektors $\bar{r}$) ist es nötig ein neues Verhältnis zwischen $\bar{r}$ und F einzuführen.

Ein solches Verhältnis ist das skalische Ergebnis zwischen $\bar{r}$ und $\bar{F}$ u.z. : $\mathfrak{L} = \bar{r}.\ \bar{F}$ die mechanische Arbeit der Kraft F darstellend, ergeben durch die Verschiebung ihres Angriffsunktes von O zu A (im Zeitraum der Verschiebung behällt die Kraft F ihre direkte Grösse und Richtung unverändert.

Wenn man diese drei Grössen F. M und $\mathfrak{L}$ kennt, kann man den Stellungsvektor feststellen : $\bar{F} \times \bar{M} = \bar{F} \times (\bar{r} \times \bar{F}) = F^2 r - \mathfrak{L}\bar{F}$

Man schreibt woraus : $\bar{r} = \overline{OA} = \dfrac{\bar{F} \times \bar{M} + \mathfrak{L}\bar{F}}{F^2}$

Im Falle eines Systems von irgendwelchen Kräften führt uns dieses Verhältnis zur Feststellung eines solchen Zentrums und der Begriff der mechanischen Arbeit $\mathfrak{L}$ wird uns zu einer Anzahl interessanter Verhältnisse führen und zur Feststellung einer neuen Methode zum Studium des Gleichgewichts.

Wir haben für ein System von irgendwelchn Kräften im Raum.

$$\bar{R}\,\Sigma\bar{F}_i\,;\ \bar{M}=\Sigma\bar{r}_i\times F_i\,;\ \mathfrak{L}\,\Sigma\,\bar{r}_i\bar{F}_i$$

Man kann daraus folgern: $r_G=\overline{OG}=\dfrac{\bar{R}\times\bar{M}+\mathfrak{L}.\bar{R}}{R^2}$

Der Punkt G befindet sich auf der zentralen Achse des Systems gegeben durch die Gleichung $r_\Delta=\dfrac{\bar{R}\times\bar{M}}{R^2}\bar{\lambda}$ u. z. für den Wert $\lambda=\dfrac{\mathfrak{L}}{R^2}$.

Anwendend kann man die Tatsache prüfen dass im Falle der parallelen Kräfte der Punkt G eben das Zentrum der parallelen Kräfte ist.

Zur Lösung der Gleichgewichtsprobleme sieht man dass wor das Verhältnis: $\mathfrak{L}_1=\mathfrak{L}+\overline{OO}.\bar{R}$ haben.

Hieraus folgert dass im Fall des Gleichgewichts wenn $R=0$ ist vir erhall ten: $\mathfrak{L}=\mathfrak{L}_1$ gleichgültig welche Lage O hat, der neue Ursprung von dem alten Ursprung des O.

Es ergibt sich dass im System des Gleichgewichts die Summe der mechanischen Arbeiten aller Kräfte $\mathfrak{L}$ sich auf jedweden Punkt im Raume beziehend, konstant ist.

Auf Grund dieser Beobachtungen kommt man zu den gewöhnlichen Bedingungen des Gleichgewichts.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

EXPRESII NOI ALE RANDAMENTULUI ROȚILOR DINȚATE CILINDRICE

de conf. ing. N. I. MANOLESCU

1. Deși din punct de vedere teoretic aflarea randamentului unui angrenaj nu prezintă o însemnătate deosebită, deoarece precizia care rezultă din calcul după simplificările justificate sau nejustificate ce se fac este suficientă pentru orice calcul cinetostatic sau dinamic, este totuși, credem util să arătăm metoda corectă de calcul care duce la o formulă mai exactă, decît cele cunoscute de noi pînă în prezent.

Din tratatele care ne-au stat la dispoziție am constatat că fiecare autor a căutat să dea o metodă aparte de determinare a expresiei analitice a randamentului angrenajului.

În fiecare metodă de calcul s-au făcut însă aproximații sau ipoteze mai mult sau mai puțin reale, care au avut ca rezultat expresii cu totul diferite unele de altele.

În cele ce urmează se va face o privire critică a acestor ipoteze și apoi se va determina expresia exactă a randamentului din care prin simplificări rezultă formulele cunoscute în mod curent în tehnică. Toate formulele se vor referi la angrenajele cilindrice cu dinți cu profil în evolventă.

La urmă se va căuta ca expresiile găsite pentru randamentul datorit pierderilor prin frecarea de alunecare dintre dinți să se pună sub o formă care să permită exprimarea imediată a randamentului angrenajului în mișcarea inversă.

2. Privire critică asupra diferitelor metode de calcul a randamentului angrenajului cilindric

2.1. *Metoda lui V.V. Dobrovolschi* [1]. În angrenarea a două roți dințate cilindrice cu dinți drepți, autorul consideră o poziție oarecare a celor două profile în angrenare în punctul M (fig. 1) și scrie echilibrul fiecărei roți în parte.

Consideră apoi că forțele care acționează asupra roții sînt: forța motoare T_{12} tangentă la cercul primitiv în polul I al angrenării, reacțiunea

R_{21} a roții 2 asupra roții motoare 1 și reacțiunea Z_{31} a lagărului care (în lipsa frecării) trece prin centrul de rotație al cuplei cinematice de rotație O_1. Aceste trei forțe fiind concurente în S se construește poligonul forțelor (fig. 1, *c*) din care se calculează valoarea forței tangențiale T_{12}.

$$\overline{T}_{12} + \overline{Z}_{31} + \overline{R}_{21} = 0 .$$

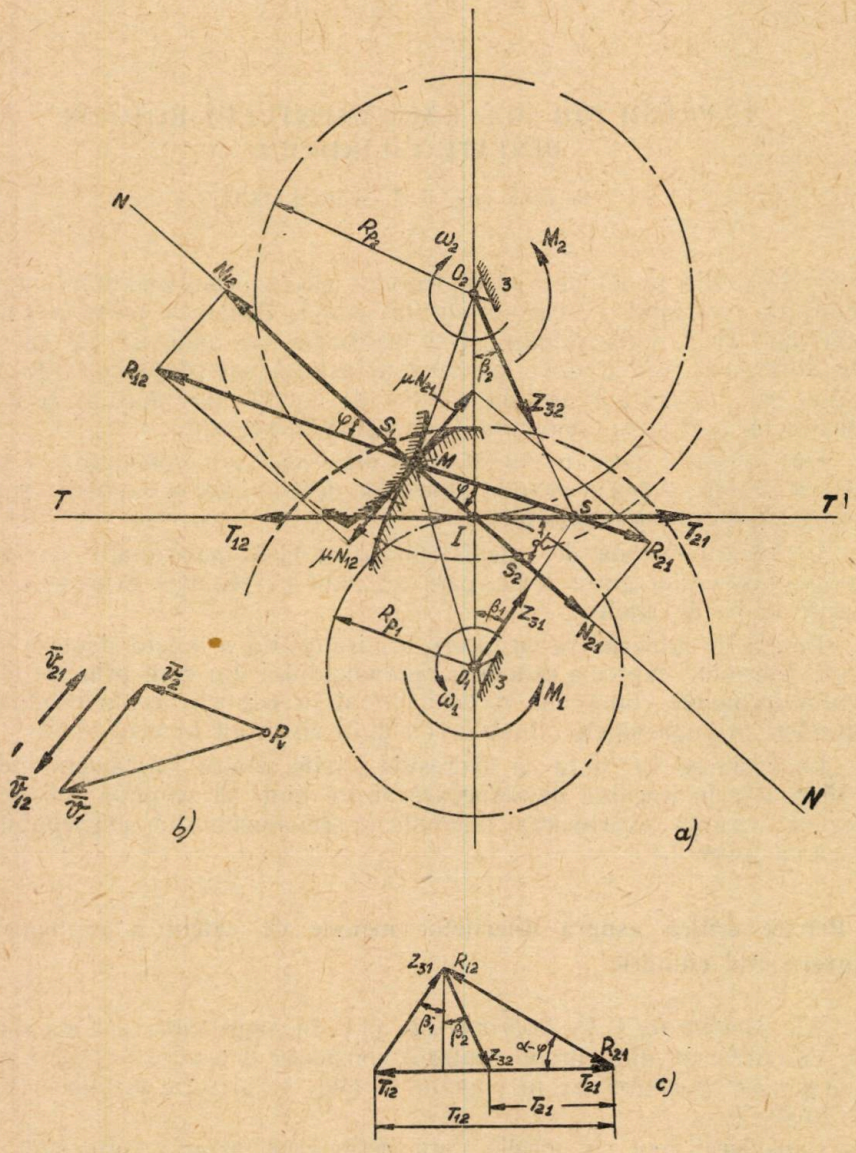


Fig. 1

Proiectată pe direcția lui T_{12} (punînd $\overline{IM} = x$) se obține cu notațiile obișnuite :

$$T_{12} = R_{21}\left[\cos(\alpha \pm \varphi) + \frac{x}{R_{p_1}} \sin\varphi\right] \tag{1}$$

În mod analog pentru roata condusă rezultă :

$$\overline{T}_{21} + \overline{Z}_{32} + \overline{R}_{12} = 0$$

de unde se obține :

$$T_{21} = R_{12}\left[\cos(\alpha \pm \varphi) - \frac{x}{R_{p_2}} \sin\varphi\right]. \tag{2}$$

Randamentul este considerat ca raportul dintre T_{21} și T_{12} adică

$$\eta = \frac{\cos(\alpha \pm \varphi) - \dfrac{x}{R_{p_2}} \sin\varphi}{\cos(\alpha \pm \varphi) + \dfrac{x}{R_{p_1}} \sin\varphi}. \tag{3}$$

În formulele de mai sus semnul + corespunde porțiunii l_1 de intrare în angrenare iar semnul — porțiunii l_2 de ieșire din agrenare. În fig. 1 punctul M se află pe porțiunea ieșirii din angrenare.

Se fac apoi aproximațiile :

$$\cos(\alpha \pm \varphi) \cong \cos\alpha \quad (\alpha = \text{unghiul de angrenare})$$

$$\sin\varphi \cong \operatorname{tg}\varphi = \mu \quad (\varphi = \text{unghiul frecării de alunecare între profilele dinților})$$

$$\frac{x}{\cos\alpha} \cong \frac{1}{2}\pi m$$

din care rezultă :

$$\eta = \frac{1 - \dfrac{\mu\pi}{Z_2}}{1 + \dfrac{\mu\pi}{Z_1}}. \tag{4}$$

Făcîndu-se împărțirea și neglijînd termenii de forma $\dfrac{\mu\pi^{n-1}}{z_1^{n-1}}\left(\dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2}\right)$ pentru $(n \geqslant 2)$ se obține :

$$\eta = 1 - \mu\pi\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) \tag{5}$$

Ipoteza făcută la început nu corespunde realității, deoarece expresia randamentului trebuie să fie dată de raportul energiilor consumată și produsă într-un ciclu energetic sau a puterilor medii consumată și produsă în același interval și nu de forțele tangențiale în general variabile.

Formula nu pune în evidență valoarea gradului de acoperire $\varepsilon = \frac{s}{p \cos \alpha}$ care are o însemnătate deosebită în cazul cînd $\varepsilon > 1{,}5$.

Este însă interesantă forma simetrică a formulei (4) care permite scrierea imediată a randamentului cînd se schimbă elementul conducător (prin schimbarea lui z_1 cu z_2).

Formula (4) nu face însă diferență între o angrenare exterioară și alta interioară, decît numai dacă se analizează formula (5) [a se vedea mai departe formulele (55') și (56')].

2.2 *Metoda expusă de Koreniako și Kremenstein* [2]. Autorii exprimă coeficientul de pierdere prin raportul puterilor instantanee ale frecării de alunecare ($\mu N_{21}\ v_{21}$) respectiv motoare ($M_1\ \omega_1$) unde: $v_{21} = x\ (\omega_1 + \omega_2)$ și $x = \overline{IM}$ (fig. 2).

$$\varphi = \frac{\mu N_{21} \cdot x}{M_1} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right).$$

Valoarea lui M_1 o calculează din echilibrul roții motoare:

$$M_1 - N_{21} \cdot R_{b1} - \mu N_{21} \cdot MK = 0. \tag{6}$$

Înlocuind valoarea lui MK dedusă din figură și ducînd apoi valoarea lui M_1 în expresia lui φ se obține expresia randamentului

$$\eta = 1 - \varphi = 1 - \frac{\mu x \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)}{R_{p1} \cos \alpha + \mu (R_{p1} \sin \alpha + x)}. \tag{7}$$

Autorii admit că valoarea medie (η_{med}) a randamentului în timpul angrenării se obține din (7) dacă se pune (la fel cum face de altfel și V. V. Dobrovolski):

$$x = \frac{1}{2} \pi m \cos \alpha \text{ în care caz:}$$

$$\eta_{med} = 1 - \frac{\mu \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha + \frac{\mu \pi}{z_1}}. \tag{8}$$

Considerînd că $\left(\mu \operatorname{tg} \alpha + \frac{\mu \pi}{z_1}\right)$ este mic în comparație cu 1 îl neglijează și ajunge astfel la aceiași formulă (5) care a fost prima dată stabilită de Poncelet.

Trebuie să scoatem în evidență că echilibrul roții l așa cum a fost scris de autori nu este corect, deoarece sensul forței de frecare μN_{21} trebuie să fie invers vitezii relative v_{12} care rezultă din poligonul vitezelor (fig. 2, *b*).

În acest caz ecuația de momente (6) scrisă corect este:

$$M_1 - N_{21} \cdot R_{b1} + \mu N_{21} \cdot MK = 0 \qquad (6')$$

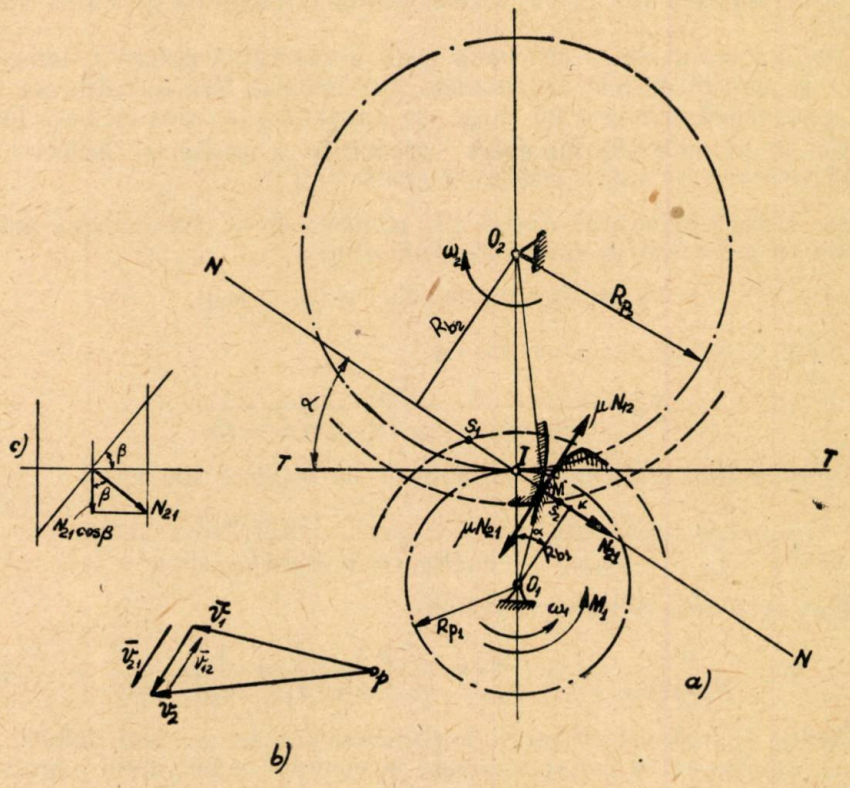


Fig. 2

din care scoțînd pe N_{21} și introducîndu-l în formula lui η rezultă:

$$\eta_{med} = 1 - \frac{\mu\pi\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)}{1 - \mu \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{\mu\pi}{z_1}} \qquad (8')$$

unde avem:

$+$ cînd punctul M se află între S_2 și I
$-$ cînd punctul M se află între I și S_1

Se constată din cele de mai sus că nu este indiferent în ce poziție trebuie să se considere punctul de angrenare M cînd se determină formula (8) sau corect (8').

Admițînd punctul M între S_2 și I apare mai justificată neglijarea lui $\left(\mu \operatorname{tg}\alpha - \frac{\mu\pi}{z_1}\right)$ în comparație cu 1, pentru a se ajunge la formula (5).

Între formulele (4) și (8′) există deosebiri esențiale ca formă structurală.

Deși s-a pornit de la concepția justă a raportului puterilor, totuși se face uz și aici tot de cele instantanee, apreciindu-se fără o justificare teoretică acceptabilă, expresia lui η_{med} în funcție de valoarea medie a lui x.

Nici în formula (8) nu apare gradul de acoperire ε, deducînd de aici că valoarea lui este considerată egală cu 1.

2.3. *Metoda expusă de Kolcin* [3] pornește de la determinarea puterii instantanee a frecării de alunecare între dinți:

$$P_{f_a} = F_{21} \cdot v_{21} = \mu N_{21} \cdot x\,(\omega_1 + \omega_2)$$

iar din fig. 3 deduce valoarea lui N_{21}

$$N_{21} = \frac{M_1}{R_{p_1}\cos\alpha + \mu\,(R_{p_1}\sin\alpha - x)}. \tag{9}$$

Exprimă apoi coeficientul instantaneu de pierdere sub forma:

$$\varphi = \frac{P_{fa}}{P_1} = \frac{F_{21}\,v_{21}}{M_1\,\omega_1} = \frac{\mu\,x\,(\omega_1+\omega_2)}{\omega_1\,[R_{p_1}\cos\alpha + \mu\,(R_{p_1}\sin\alpha - x)]}$$

neglijînd pe $\mu\,(R_{p_1}\sin\alpha - x)$ rezultă:

$$\varphi = \frac{\mu\,x}{R_{p_1}\cos\alpha}\left(1+\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = \frac{2\mu\,x}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right). \tag{10}$$

Pentru aflarea valorii medii a coeficientului de pierdere autorul determină valorile lui φ corespunzătoare începutului și sfîrșitului angrenării (fig. 3, *b*)

$$\varphi_{s2} = \overline{ab} = \frac{2\mu\,l_1}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)$$

$$\varphi_{s1} = \overline{cd} = \frac{2\mu\,l_2}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)$$

$$\varphi_I = 0$$

Apoi scrie:

$$\varphi_{med} = \frac{\frac{l_1}{2}\overline{ab} + \frac{l_2}{2}\overline{cd}}{l_1 + l_2}$$

unde după ce face înlocuirile și simplificările găsește:

$$\varphi_{med} = \frac{\mu}{\pi\,m^2\,\varepsilon\cos^2\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)(l_1^2 + l_2^2) \tag{11}$$

Punînd $l_1 \cong l_2 = \frac{l}{2} = p \cdot \frac{\varepsilon \cos \alpha}{2}$ găsește expresia randamentului

$$\eta = 1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2}\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right). \qquad (12)$$

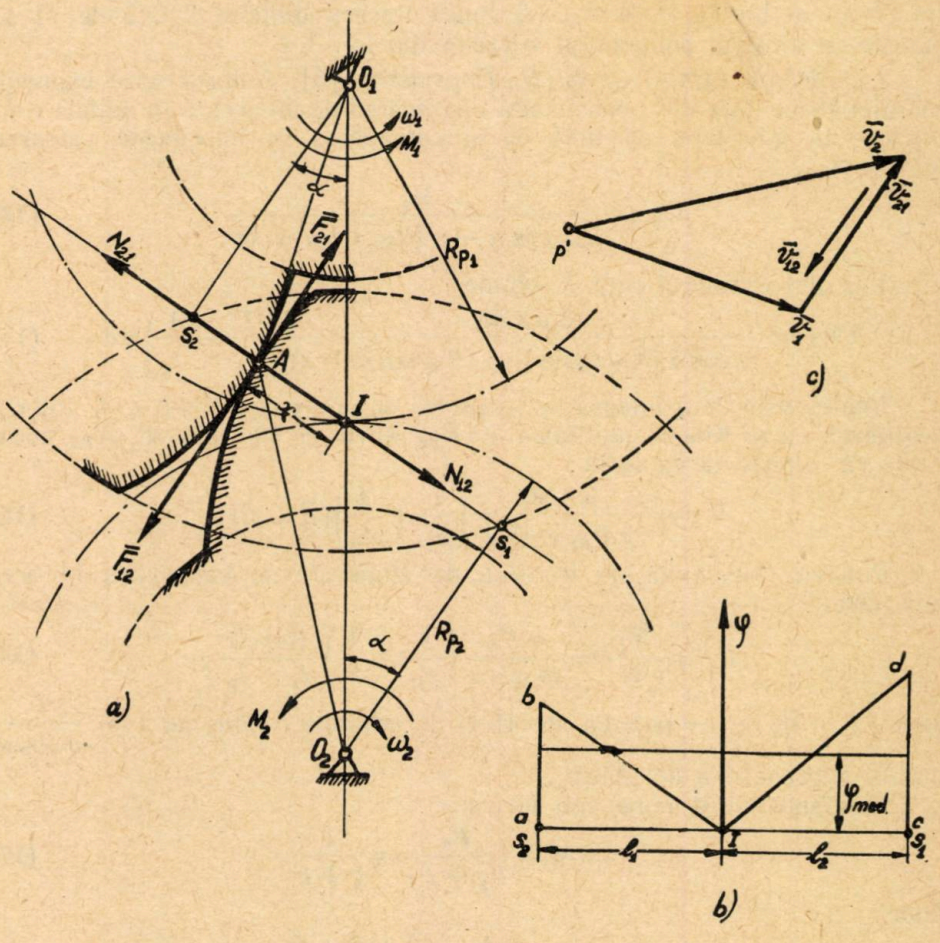


Fig. 3

Pentru angrenarea interioară se pune — (minus) înaintea lui $\frac{1}{z_2}$

Formula (12) are la bază aproximația făcută prin neglijarea termenului $\mu (R_{p1} \cos \alpha - x)$ înainte de aflarea valorii medii a lui φ fapt ce a îndreptățit ipoteza variației liniare a lui φ cu x.

Din această cauză nu a fost posibilă scoaterea în evidență a faptului că valoarea corectă a lui N_{21} (reacțiunea normală a dintelui roții 2 față de 1) este:

$$N_{21} = \frac{M_1}{R_{p_1}\cos\alpha - \mu\,(R_{p_1}\sin\alpha - x)}. \qquad (9')$$

Această valoare rezultă din ecuația de echilibru a roții (1) unde sensul corect al lui $F_{21} = \mu N_{21}$ (acțiunea frecării dintelui 2 față de 1) se găsește cu ajutorul poligonului vitezelor din fig. 3, *c*.

2.4. *Metoda expusă de S. N. Kojevnikov* [5]. Autorul scrie expresia energiei elementare dW consumată de frecarea de alunecare la dintele roții conduse în intervalul de timp dt în care, după ce înlocuiește valoarea lui N_{12} cu:

$$N_{12} = \frac{M_2}{R_{p_2}\cos\alpha - \mu\,(R_{p_2}\sin\alpha + x)} \qquad (13)$$

rezultată din echilibrul roții 2, obține:

$$dW_f = \frac{2\mu\pi M_2}{p\cos\alpha\,[R_{p_2}\cos\alpha - \mu\,(R_{p_2}\sin\alpha + x)]}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)x\,dx. \qquad (14)$$

Înainte însă de a integra pe lungimea de angrenare $l = l_1 + l_2$ autorul neglijează ca și Kolcin cantitatea $\mu\,(R_{p_2}\sin\alpha + x)$ față de $R_{p_2}\cos\alpha$ astfel că ajunge la expresia:

$$W_f = \frac{\mu\pi M_2}{p\,R_{p_2}\cos^2\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)(l_1^2 + l_2^2). \qquad (15)$$

Puterea consumată de frecarea de alunecare se calculează în același mod:

$$P_f = \frac{W_f}{t} = \frac{\mu P_2}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\frac{l_1^2+l_2^2}{l_1+l_2}, \qquad (16)$$

unde $P_2 = M_2\,\omega_2$ — puterea absorbită de arborele condus iar $t = \dfrac{l}{v\cos\alpha}$ durata angrenării a doi dinți.

Randamentul îl pune sub forma:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_f} = \frac{1}{1+k} \qquad (17)$$

unde

$$k = \frac{\mu}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\frac{l_1^2+l_2^2}{l_1+l_2}. \qquad (18)$$

Se putea ajunge la o formulă de forma (12) dacă se scria expresia (14) în funcție de M_1 unde:

$$N_{21} = \frac{M_1}{R_{p_1}\cos\alpha - \mu\,(R_{p_1}\sin\alpha - x)} \qquad (19)$$

rezultă din echilibrul roții 1.

În acest caz s-ar fi obținut:

$$W_f = \frac{\mu \pi M_1}{p R_{p_1} \cos^2 \alpha} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) (l_1^2 + l_2^2) \tag{20}$$

și din expresia clasică:

$$\eta = 1 - \frac{P_t}{P_1} = 1 - \frac{\mu \pi}{p \cos \alpha} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \left(\frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \right) \tag{21}$$

sau

$$\eta = 1 - k \tag{21'}$$

Observații: În calculul formulei (16) autorul cărții a înlocuit pe M_2 în funcție de P_2 exprimat în CP dedus din relația $P_2 = \frac{M_2 \omega_2}{75}$; în felul acesta P_f apare în formulă exprimat tot în $kgms^{-1}$.

Cînd se scrie însă expresia (17) a randamentului se introduc P_2 în CP în loc de $kgms^{-1}$, așa cum apare P_f, astfel că după ce face simplificarea lui P_2 rezultă pentru k valoarea:

$$k = \frac{75 \mu \pi}{p \cos \alpha} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2}$$

Utilizarea formulei sub această formă ar da rezultate eronate.

2.5. *Expersia randamentului după Mașinostroienie* [6]. În acest volum se indică formula:

$$\eta = 1 - \frac{\mu \pi}{p \cos \alpha \cos \beta} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{22}$$

unde β — unghiul de înclinare a flancului dinților pe cilindrul primitiv.

Se vede că nu diferă de (21) decît prin $\cos \beta$ deoarece în (21) $\beta = 0$.

Mai departe se dă însă formula aproximativă.

$$\eta = 1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{(2 \ldots 5) \cos \beta} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \tag{23}$$

care nu diferă de (12) decît prin $\cos \beta$ și variația coeficientului acestuia (2...5); 2 — pentru roți cilindrice cu dinți drepți, înclinați sau în săgeată; 5 —pentru același fel de roți însă cu dinții prelucrați și mers încet; 3—4 pentru roți cu mers repede. La roțile cu dinții corijați coeficientul de pierdere din formula (23) crește de 3 pînă la 4 ori.

În consecință această formulă capătă un caracter experimental.

3. Determinarea unei expresii mai exacte a randamentului unui angrenaj cilindric cu dinți înclinați

3.1. *Randamentul corespunzător frecării de alunecare.* La înclinarea cu β a flancului dintelui față de generatoarea cilindrului primitiv relația (19) de echilibru a roții 1 devine (fig. 2, *c*).

$$M_{21} = \frac{M_1}{R_{p_1} \cos\alpha \cos\beta - \mu (R_{p_1} \sin\alpha - x)}. \tag{24}$$

Expresia energiei elementare consumată de frecarea de alunecare dintre dinți în timpul dt va fi:

$$dW_f = \frac{2\mu M_1}{m \cos\alpha [R_{p_1} \cos\beta - \mu (R_{p_1} \sin\alpha - x)]} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) x\, dx \tag{25}$$

care se poate pune sub forma simplă:

$$dW_f = \frac{k x\, dx}{a + x} \tag{26}$$

unde

$$k = \frac{2 M_1}{m \cos\alpha} \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) \tag{27}$$

și

$$a = R_{p_1} \left(\frac{\cos\alpha \cos\beta}{\mu} - \sin\alpha\right). \tag{28}$$

Energia consumată de frecarea de alunecare în timpul angrenării va fi:

$$W_f = \int_0^{\frac{l_1}{a}} dW_f + \int_0^{\frac{l_2}{a}} dW_f$$

unde s-a făcut o schimbare de variabilă:

$$dW_f = ak \frac{\left(\frac{x}{a}\right)}{1 + \frac{x}{a}} d\left(\frac{x}{a}\right) = ak \frac{y}{1+y} dy = ak (y - y^2 + y^3)\, dy$$

deoarece

$$y = \frac{x}{a} \ll 1.$$

Prin integrare rezultă:

$$W_f = ak \left(\frac{l_1^2 + l_2^2}{2 a^2} - \frac{l_1^3 + l_2^3}{3 a^3} + \frac{l_1^4 + l_2^4}{4 a^4}\right). \tag{29}$$

Știind că:

$P_f = \frac{W_f}{t} = \frac{W_f R_{p_1} \omega_1}{\varepsilon p}$, neglijînd pe l_1^3; l_2^3 etc, și înlocuind pe a și k se obține expresia puterii medii consumată de frecarea de alunecare dintre dinți în timpul angrenării:

$$P_f = \frac{\mu P_1}{m \cos \alpha (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{30}$$

și expresia randamentului:

$$\eta_a = 1 - \frac{\mu}{m \cos \alpha (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2}. \tag{31}$$

Dacă se admite $l_1 \cong l_2 = \frac{l}{2} = \frac{\varepsilon p \cos \alpha}{2}$ atunci (31) devine

$$\eta_a = 1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right). \tag{32}$$

Considerăm că expresiile (31) și (32) sînt mai exacte, deoarece calculul matematic a fost dus mai departe decît cele precedente.

La roțile cilindrice cu dinți drepți $\beta = 0$ și formulele (31) și (32) devin:

$$\eta_a = 1 - \frac{\mu}{m \cos \alpha (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{31'}$$

$$\eta_a = 1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right). \tag{32'}$$

Dacă se neglijează $\mu \operatorname{tg} \alpha$ față de (1) rezultă formula (12).

3.2. *Randamentul corespunzător frecării de rostogolire.* Calculul se poate face în același mod și pentru aflarea randamentului datorit frecării de rostogolire dintre dinți în timpul angrenării.

Energia consumată în intervalul dt este:

$$dW_{fr} = N_{21} f (\omega_1 + \omega_2) dt$$

unde f — brațul frecării de rostogolire

Cu înlocuirile cunoscute se obține:

$$dW_{fr} = \frac{2 M_1 f}{m \cos \alpha [R_{p_1} \cos \alpha \cos \beta - \mu (R_{p_1} \sin \alpha - x)]} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) dx \tag{33}$$

dacă se notează:

$$k' = \frac{2 M_1 f}{m \mu \cos \alpha} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$$

se obține (34)

$$dW_{fr} = k' \cdot \frac{dx}{a+x}$$

unde a e dat în formula (28).

Integrată în lungul liniei de angrenare și neglijînd termenii în l_1^3, l_2^3... rezultă:

$$W_{rf} = \frac{k'}{a}\left(l - \frac{l_1^2 + l_2^2}{2a}\right). \tag{35}$$

Puterea medie, după înlocuirea lui t, k' și a devine:

$$P_{fr} = \frac{W_{rf}}{t} = \frac{2P_1 f}{m(\cos\alpha\cos\beta - \mu\sin\alpha)}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\left[1 - \right.$$

$$\left. - \frac{\mu\pi(l_1^2+l_2^2)}{z_1 \varepsilon p^2 \cos^2\alpha(\cos\beta - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}\right] \tag{36}$$

admițînd și aici că:

$$l_1 \cong l_2 = \frac{l}{2} = \frac{\varepsilon p\cos\alpha}{2},$$

expresia devine:

$$P_{fr} = \frac{2fP_1}{m\cos\alpha(\cos\beta - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\left[1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2z_1(\cos\beta - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}\right] \tag{37}$$

iar randamentul frecării de rostogolire:

$$\eta_r = 1 - \frac{2f}{m\cos\alpha(\cos\beta - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\left[1 - \right.$$

$$\left. - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2z_1(\cos\beta - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}\right]. \tag{38}$$

3.3. *Randamentul corespunzător frecării din lagărele angrenajului* Calculul se poate duce mai departe prin căutarea expresiei analitice și a randamentului datorit acestor frecări.

Din punct de vedere practic expresiile ce se vor deduce nu prezintă o însemnătate deosebită, mai ales că la majoritatea angrenajelor axele roților sînt montate în lagăre cu ungere sau în lagăre cu rulmenți unde μ este foarte mic.

Totuși pentru interesul teoretic al problemei considerăm util să stabilim și această expresie.

3.3.1. *Frecarea în lagărul roții motoare* (1). Schema angrenajului se prezintă ca în fig. 4.

Presiunea în lagărele roții motoare *1* este

$$Q_1 = N_{21}\cos\beta\sin\alpha$$

iar momentul frecării de alunecare :

$$M_{f_1} = \mu' r_1 N_{21} \cos\beta \sin\alpha \tag{39}$$

unde :

μ' — coeficientul frecării din lagăr ;

r_1 — raza fusului motor.

Energia elementară consumată în timpul dt este

$$dW_{f_1} = M_{f_1} \omega_1 \, dt = \mu' r_1 \omega_1 \sin\alpha \cos\beta \, dt . \tag{40}$$

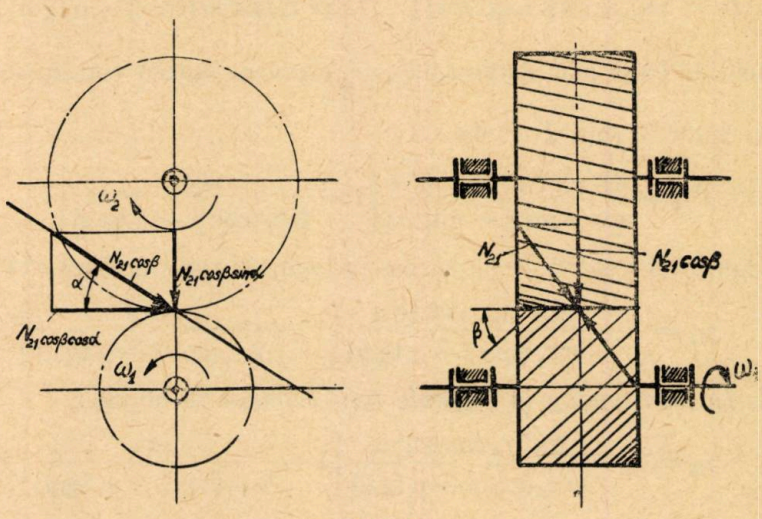


Fig. 4

Înlocuind valoarea lui N_{21} din (24) și a lui dt se obține :

$$dW_{fr} = \frac{\mu' r_1 M_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{\mu R_{p_1}\left[R_{p_1}\left(\dfrac{\cos\alpha\cos\beta}{\mu} - \sin\alpha\right) + x\right]} dx \tag{41}$$

sau

$$dW_{f_1} = k'' \frac{dx}{a + x} \tag{41'}$$

unde s-a pus :

$$k'' = \frac{\mu' r_1 M_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{\mu R_{p1}}$$

și

$$a = R_{p1}\left(\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\mu} - \sin\alpha\right).$$

Energia pierdută în timpul angrenării va fi integrala (41') în lungul liniei de angrenare.

Integrala este (cu diferența lui k'') la fel cu (35) adică:

$$W_{f_1} = \frac{k''}{a}\left(l - \frac{l_1^2 + l_2^2}{2a}\right). \tag{42}$$

Puterea medie, după înlocuirea lui t, k'' și a, devine:

$$P_{f_1} = \frac{W_{fr}}{t} = \frac{2\mu r_1 P_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi(l_1^2 + l_2^2)}{\varepsilon p^2 z_1 \cos^2\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{43}$$

Admițînd ca și mai înainte $l_1 \cong l_2 = \frac{l}{2}$ expresia puterii consumate de frecare din lagărele roții 1 devine:

$$P_{f_1} = \frac{2\mu' r_1 P_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2 z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{44}$$

iar randamentul frecării de alunecare în lagărele roții motoare (1):

$$\eta_1 = 1 - \frac{2\mu' r_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2 z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{45}$$

3.4. *În mod analog în lagărele roții conduse* se obține:

$$\eta_2 = 1 - \frac{2\mu'' r_2 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_2 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2 z_2 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{46}$$

3.5. *Randamentul total al angrenajului* este

$$\eta_t = \eta_a \cdot \eta_r \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \tag{47}$$

care se mai poate scrie

$$\eta_t = 1 - (\varphi_a + \varphi_r + \varphi_1 + \varphi_2) \tag{47}$$

unde:

$$\varphi_a = \frac{\mu}{m \cos\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)\frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{48}$$

$$\varphi_r = \frac{2f}{m \cos\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)\left[1 - \frac{\mu\pi(l_1^2 + l_2^2)}{z_1 \varepsilon p^2 \cos^2\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right] \tag{49}$$

$$\varphi_1 = \frac{2\mu' r_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi(l_1^2 + l_2^2)}{z_1 \varepsilon p^2 \cos^2\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right] \tag{50}$$

$$\varphi_2 = \frac{2\mu'' r_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_2 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\left[1 - \frac{\mu\pi(l_1^2 + l_2^2)}{z_2 \varepsilon p^2 \cos^2\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{51}$$

În cazul cînd se consideră $l_1 \cong l_2 = \frac{l}{2}$ atunci randamentul este

$$\eta = 1 - (\varphi'_a + \varphi'_r + \varphi'_1 + \varphi'_2) \tag{47''}$$

unde:

$$\varphi'_a = \frac{\mu \pi \varepsilon}{2(\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)} \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right) \tag{48'}$$

$$\varphi'_r = \frac{2f}{m \cos\alpha (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)} \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right) 1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)} \tag{49'}$$

$$\varphi'_1 = \frac{2\mu' r_1 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)} \left[1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_1 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right] \tag{50'}$$

$$\varphi'' = \frac{2\mu'' r_2 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha}{m z_2 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)} \left[1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_2 (\cos\beta - \mu \operatorname{tg}\alpha)}\right]. \tag{51'}$$

Utilizarea formulei (47') sau 47'') nu ar produce decît mari dificultăți de calcul, fără a justifica precizia realizată. Dacă se ține seama că la majoritatea angrenajelor lagărele sînt foarte bine unse atunci μ' și μ'' sînt date de formula lui Petrov:

$$\mu' = \mu'' = \eta \frac{v}{k p_m} = 0{,}001 \cdots 00{,}1 \tag{52}$$

unde literile au semnificațiile cunoscute.

4. Stabilirea unei formule a randamentului angrenajului cilindric sub o formă simetrică

După cum s-a precizat la § 2.1, punerea expresiei randamentului sub o formă simetrică are avantajul că ne permite determinarea imediată a acestuia în cazul mișcării inverse.

Forma simetrică se poate realiza pentru pierderea datorită frecării de alunecare.

4.1. *Forma simetrică a randamentului datorită frecării de alunecare dintre dinți.* Pentru simplicare se va considera angrenajul cu dinți drepți ($\beta = 0$; $\cos\beta = 1$).

Dacă în formula (31') se notează

$$k_1 = \frac{\mu}{m \cos\alpha (1 - \mu \operatorname{tg}\alpha) z_2} \cdot \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{53}$$

și

$$k_1 i = \frac{\mu}{m \cos\alpha (1 - \mu \operatorname{tg}\alpha) z_1} \cdot \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{54}$$

unde

$$i = \frac{z_2}{z_1}$$

atunci expresia randamentului datorit frecării de alunecare în mișcarea directă (roata *1* conducătoare) devine:

$$\eta_{ad} = 1 - (k_1 + k_1 i) \tag{55}$$

Deoarece $k_1 \leqslant k_1 i \ll 1$

expresia de mai sus se poate scrie

$$\eta_{ad} = \frac{1 - k_1}{1 + k_1 i} \tag{56}$$

deoarece dacă se dezvoltă binomul $(1+k_1 i)^{-1}$ și se neglijează termenii $k_1^2 i$; $k_1^3 i^2$ etc. după ce s-a înmulțit cu $(1-k_1)$ se ajunge la formula (55).

Valorile cele mai exacte pentru k_1 și $k_1 i$ sînt cele date de formulele (53) și (54).

Sub forma (56) poate fi pusă și formula (12) în care caz însă

$$k_1 = \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_2} \quad \text{și} \quad k_1 i = \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_1}. \tag{57}$$

Tot sub forma (56) poate fi pusă și expresia randamentului frecării de rostogolire dată de formula (38) în care se consideră:

$$1 - \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 z_1 (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \cong 1$$

și se notează:

$$k_1 = \frac{2f}{z_2 m \cos \alpha (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \text{ și } k_1 i = \frac{2f}{z_1 m \cos \alpha (\cos \beta - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \tag{57'}$$

În tabela de mai jos s-au dat cîteva valori comparative ale randamentului unui angrenaj cilindric cu dinți drepți cu următoarele caracteristici:

$$i = 1 \; ; \; z_1 = z_2 = 20 \; ; \; m = 10 \; ; \; \alpha = 20^\circ$$

și pentru diferite valori ale lui μ (de la 0,2 ... 0,01).

Se poate vedea din această tabelă că valorile date de formulele (31') și (56) sînt cuprinse între toate celelalte stabilite de diferiți autori.

Se constată de asemenea că diferențele dintre valorile date de formulele simetrice sînt cu atît mai mici cu cît μ este mai mic.

Se poate deci utilza aproape fără nici o eroare, formula (56) — unde k_1 și $k_1 i$ sînt dați de (53) și (54) — în locul formulei (31').

4.2. *Determinarea directă a formulei* (56). Se convine a se defini ca mecanisme lineare [7] acele mecanisme în care pierderile de putere datorite frecării sînt proporționale atît cu viteza elementului conducător ω, cît

și cu o funcție lineară de puterile datorite forțelor exterioare (motoare și rezistențe tehnologice).

Pornind de la această definiție, dacă se notează:

M_1 — Momentul motor al mecanismului;
M_2 — Momentul rezistenței tehnologice;
ω_1 — viteza unghiulară a arborelui motor;
ω_2 — viteza unghiulară a arborelui condus
$M_1\omega_1$ — puterea medie la arborele motor;
$M_2\omega_2$ — puterea medie la arborele condus;
$k_1\omega_1(M_1 + k_1' M_2)$ — puterea medie absorbită de frecare;
atunci pentru mișcarea directă se poate scrie:

$$M_1\omega_1 - M_2\omega_2 = k_1\omega_1 (M_1 + k_1' M_2) \tag{58}$$

înlocuind $\omega_1 = i\,\omega_2$ și scriind expresia randamentului se obține:

$$\eta_d = \frac{M_2\,\omega_2}{M_1\,\omega_1} = \frac{1 - k_1}{1 + k_1 k_1' i}. \tag{59}$$

Identificînd-o cu formula (56) se vede că în cazul angrenajului cilindric avem $k'_1 = 1$ deci:

$$\eta_d = \eta_{ad} = \frac{1 - k_1}{1 + k_1 i} \text{ deci formula (56)}$$

Pentru mișcarea inversă ecuația (58) devine:

$$M_2\,\omega_2 - M_1\,\omega_1 = k_1\,\omega_1\,(M_1 + M_2)$$

de unde randamentul în mișcarea inversă este:

$$\eta_i = \frac{M_1\,\omega_1}{M_2\,\omega_2} = \frac{1 - k_1 i}{1 + k_1}. \tag{61}$$

În cazul cînd se ia în considerație numai frecarea de alunecare dintre dinți atunci valorile lui k_1 și $k_1 i$ sînt date de (53) și (54) în care caz (61) devine:

$$\eta_i = \eta_{a\cdot i} = \frac{1 - k_1 i}{1 + k_1}. \tag{61'}$$

Angrenajul este în consecință un mecanism linear simetric deoarece pentru $i = 1$ *rezultă*

$$\eta_{ad} = \eta_{a\cdot i} = \frac{1 - k_1}{1 + k_1} = \eta_e. \tag{62}$$

Formula simetrică a randamentelor angrenajelor permite să se demonstreze matematic că angrenajele cu roți dințate nu se pot bloca niciodată și nici nu se autofrinează.

Să luăm cazul limită, pinion — cremalieră unde pinionul fiind element motor vom avea :

$$z_1 \neq 0 \; ; \; z_2 = \infty \; ; \; i = \infty$$

În acest caz $k_1 = 0$ și (56) devine :

$$\eta_d = \frac{1}{1 + k_1 i} \tag{63}$$

iar (61) :

$$\eta_i = 1 - k_1 i \; . \tag{64}$$

Ca un mecanism să devină nereversibil trebuie ca valoarea randamentului în mișcare inversă să fie negativă, adică în cazul de față :

$$1 - k_1 i < 0 \tag{65}$$

de unde înlocuind valoarea lui $k_1 i$ din (54) rezultă :

$$z_1 < \frac{\mu}{m \cos \alpha \, (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \cdot \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2} \tag{66}$$

cu aproximația menționată mai înainte se poate scrie

$$z_1 < \frac{\mu \pi \varepsilon}{2 \, (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)} \; . \tag{67}$$

Dacă de exemplu se admit următoarele date pentru mecanismul pinion-cremalieră :

$$\mu = 0{,}2 \; ; \quad \varepsilon \cong 1{,}78 \quad 1 - \mu \operatorname{tg} \alpha = 0{,}9272$$

atunci acest mecanism se va autofrîna cînd

$$z_1 < \sim 0{,}6 \text{ dinți} \; .$$

În concluzie acest mecanism nu se poate autofrîna niciodată, de aceea toate aparatele de ridicat prevăzute cu astfel de mecanisme trebuie să fie prevăzute cu roți cu clichet.

Această imposibilitate rezultă de altfel imediat și din compararea directă a formulelor (63) și (64) din care se vede că $0 < (1 + k_1 i)^{-1} = 1 \simeq \simeq k_1 i = \eta_d$ care reiese și din (56) unde se face $k_1 = 0$.

Cazul angrenării interioare. În acest caz termenul k dat de (53) schimbă de semn, astfel că expresiile randamentelor scrise sub formele date de (55) și (56) devin :

$$\eta_{ad} = 1 - (k_1 i - k_1) \tag{68}$$

respectiv

$$\eta_{ad} = \frac{1 + k_1}{1 + k_1 i} \tag{69}$$

VALORILE RANDAMENTELOR DATORITE ALUNECARII LA ROȚILE DINȚATE CILINDRICE CU DINȚI DREPȚI DUPĂ FORMULELE DIFERIȚILOR AUTORI

(profil evolventă $\alpha = 20°$)

η	Z_1	Z_2	m	Arcul de angrenare adus de cremalieră $a_0 = \frac{2\,m}{\sin 2\alpha}$	Coeficienții arcului de angrenare		Lungimile de angrenare pe cercul de bază		$\varepsilon_0 = \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} = 0{,}9904$	$\frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2}$	η (Poncelet)	Dobrovolski	Koreniako	Kolcin	Kojevnikov (modificată de autor)	Formula exactă (Manolescu N)	Formula aprox. ((Manolescu N.)	Formula simetrică (Manolescu N.)	Formula simetrică (Kolcin)
					ψ_1	ψ_2	$l_1 = \psi_1 a_0 \cos\alpha$	$l_2 = \psi_2 a_0 \cos\alpha$	$\varepsilon = (\psi_1 + \psi_2)\,\varepsilon_0$		$1 - \mu\pi\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)$	$\frac{1 - \frac{\mu\pi}{Z_2}}{1 + \frac{\mu\pi}{Z_1}}$	$1 - \frac{\pi\mu\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\alpha + \frac{\mu\pi}{Z_1}}$	$1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2}\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)$	$\frac{1}{1 + \frac{\mu}{m\cos\alpha}\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)\frac{l_1^2 + l_2^2}{l_1 + l_2}}$	$1 - \frac{\mu\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)(l_1^2 + l_2^2)}{m\cos\alpha\,(1 - \mu\,\mathrm{tg}\alpha)\,(l_1 + l_2)}$	$1 - \frac{\mu\pi\varepsilon\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)}{2\,(1 - \mu\,\mathrm{tg}\alpha)}$	$1 - \frac{\mu(l_1^2 + l_2^2)}{m\cos\alpha\,(1 - \mu\,\mathrm{tg}\alpha)\,Z_2\,(l_1 + l_2)}$ $1 + \frac{\mu\,(l_2^2 + l_2^2)}{m\cos\alpha\,(1 - \mu\,\mathrm{tg}\alpha)\,Z_2\,(l_1 + l_2)}$	$1 - \frac{\mu\pi\varepsilon}{2Z_2}$ $1 + \frac{\mu\pi\varepsilon}{2Z_1}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0,2	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,93717	0,93908	0,94309	0,95109	0,95337	0,94725	0,94725	0,95050	0,95226
0,15	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,95287	0,95396	0,95629	0,96332	0,96462	0,96120	0,96120	0,96194	0,96398
0,1	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,96858	0,96906	0,97014	0,97554	0,97613	0,97462	0,97462	0,97494	0,97584
0,05	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,67978	0,98429	0,98441	0,98511	0,98777	0,98792	0,98754	0,98754	0,98762	0,98784
0,04	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,98743	0,98751	0,98769	0,99022	0,99031	0,99007	0,99007	0,99012	0,92026
0,03	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,99057	0,99032	0,99079	0,99266	0,99272	0,99258	0,99258	0,99261	0,99269
0,02	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,99372	0,99374	0,99378	0,99511	0,99513	0,99507	0,99507	0,99508	0,99512
0,01	20	20	10	31,11436	0,78596	0,78596	22,97978	22,97978	1,55683	22,97978	0,996858	0,996863	0,996874	0,997554	0,997560	0,997546	0,997546	0,997548	0,997557

Se vede că în acest caz pentru $i = 1$ avem $\eta_{ad} = 1$, deoarece cele două roți devin una singură.

De asemenea dacă $z_2 = \infty$ atunci $k_1 = 0$ și rezultă formulele date de (63) și (64), valabile și pentru mișcarea directă și pentru cea inversă.

Concluzii

1. Formulele (53), (54) combinate cu: (55), (56) și 61') pentru angrenare exterioară și cu (68) și (69) pentru angrenare interioară, calculate numai prin luarea în considerație a frecărilor de alunecare dintre dinți sînt fundamentale pentru calculul randamentelor angrenajelor dințate cilindrice cu dinți drepți.

2. Ele permit calculul randamentelor și în mișcarea inversă și demonstrarea matematică a imposibilității autofrînării acestor feluri de mecanisme (imposibilitatea existenței inegalității (65).

3. Expresiile date de (53) și (54) sînt deduse din formula (31') calculată mai exact de autor. Ele pot fi completate cu factorul cos β atunci cînd se lucrează cu roți cilindrice cu dinți înclinați.

4. Expresiile randamentelor totale ale angrenajelor cilindrice, date de formulele (47'), (48), (49), (50) și (51) sau (47"), (48'), (49') (50') și (51') în care s-a ținut seama și de pierderile datorite frecărilor de rostogolire a dinților și a frecărilor din lagăre, nu prezintă decît o importanță teoretică, deoarece în practică utilizarea lor ar da naștere la calcule, fără a justifica precizia realizată.

5. Comparația dintre valorile randamentelor angrenajelor cilindrice cu dinți drepți pentru cazul $i = 1$, cu ajutorul diferitelor formule analizate. [(4), (5), (8), (12), (17) + (18); (56) + (57); (31') și (56) + (56) și (45)] au arătat că valorile date de formulele (31') și (56) stabilite de autor sînt cuprinse între toate celelalte valori date de formulele citate. Diferențele dintre diferitele valori se micșorează cu cît μ scade și numărul dinților crește.

BIBLIOGRAFIE

[1] Dobrovolski V. V.: *Teoria mehanismov* (rusă) Mașghiz 1953, pag. 214—216.
[2] Koreniako și Kremenștein: *Teoria nehanizmov i mașin* (rusă) Gosudarstvenie izdatelstvo tehniceskoi literaturî U.R.S.S. Kiev 1956, pag. 453.
[3] Kolcin: *Mehanika mașin* (rusă) Mașghiz 1950, pag. 60.
[4] I. I. Artobolovski: *Teoria mecanismelor și a mașinilor.* Editura tehnică 1955, pag. 511.
[5] Kojevnikov S. N.: *Teoria mehanizmov i mașin* (rusă) Kiev 1954, pag. 517—520.
[6] Masinostroenie, vol. I partea II (rusă) Mașinostroenie literatur Mosckva 1948, pag. 294, 295.
[7] Macmillan R. H.: *Efficiency of linear mechanisms, conditions for irreversibility.* „Engineering" February 15/1957.

НОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

(Краткое содержание)

После представления образцов установленной к.п.д. разными авторами, устанавливается новое, более точное выражение к.п.д. цилиндрических зубчатых передач, благодаря трению скольжения между зубцами (3_1 и 3_2), скатывающее трение 38 как и трению из подшипников (45 и 46) получая впоследствии выражение общей к.п.д. (47).

Впоследствии, устанавливается симетричная форма благодаря трению скольжения (56, 53 и 54) также и скатывающему трению (56, 57 или 57').

Указывается преимущество симетрических формул и демонстрируются при помощи обратимости ординарных зубчатых передач.

NEW EXPRESSIONS FOR THE EFFICIENCY OF CYLINDRICAL TOOTHED WHEELS

(Summary)

After showing the efficiency formulas established by different authors, a new and more accurate expression is established for the cylindrical gear efficiency, due to the sliding friction between the teeth (31 and 32) to the rolling friction (38) and the friction at the bearigns (45 and 46). It results an expression for the total efficiency (47). It follows the determination of the symmetrical formula for the efficiency due to the sliding friction (56, 53 and 54) as well as to the rolling friction (56, 57 or 57').

The advantage of the symmetrical formulas is illustrated and by their means the reversibility of the simple gearing is demonstrated.

NOLVELLES EXPRESSIONS DU RENDEMENT DES ROUES DENTÉES CYLINDRIQUES

(Résumé)

Après avoir présenté les formules des rendements établies par divers auteurs, on donne une nouvelle expression plus exacte des rendements de l'engrenage cylindrique, dus au frottement de glissement entre les dents (31 et 32), au frottement de roulement (38) ainsi qu'au frottement aux paliers (45 et 46), puis on donne l'expression du rendement total (47).

Ensuite, on établit la forme symétrique du rendement du au frottement de glissement (56, 53 et 54) ainsi qu'au frottement de roulement (56, 57 ou 57').

On montre l'avantage des formules symétriques et on démontre avec leur aide la réversibilité des angrenages simples.

NEUE AUSDRÜCKE FÜR DEN WIRKUNGSGRAD ZYLINDRISCHER ZAHNRÄDER

(Zusammenfassung)

Nach dem man, die von verschiedenen Autoren festzesetzten Wirkungsgrad formeln zeigt, wird ein neuer, genauerer Ausdruck für die Wirkungsgraden des Stirnradgetriebes festgelegt, welche man der Gleitreibung zwischen den Zähnen (31 und 32), der Rollreibung (38), wie auch der Lagerreibung (45 und 46) verdankt, und denn wird der Ausdruck für den Gesamturikungsgrad (47) gegeben.

In Fortsetzung wird dann die symetrische Form dem Wirkungsgrad festgestellt, die sich aus der Gleitreibung (56, 53 und 54), wie auch aus der Rollreibung, ergibt.

Es wird der Vorteil der symetrischen formeln gezeigt, mit deren Hilfe man die Rückfälligkeit der einfachen Getriebe beweist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

CONTRIBUȚII LA CALCULUL FLANȘELOR * (IV)

de MIHAIL RENERT și MATTY BLUMENFELD

1. Probleme de similitudine

În lucrări precedente au fost stabilite relații pentru calculul de rezistență a flanșelor inelare sudate și a celor cu gît, avîndu-se în vedere, îndeosebi, recipienții sub presiune din industria chimică și din industriile înrudite [1, 2]. Totodată au fost stabilite relații pentru calculul deformațiilor acestor elemente de construcție, sub sarcină.

Verificarea experimentală a relațiilor de calcul de acest fel, la stabilirea cărora se fac unele ipoteze simplificatoare, se impune. Deoarece efectuarea încercărilor pe piese de mărime industrială nu este întotdeauna posibilă, rezultă necesitatea efectuării unor măsurători sub sarcină, pe modele de proporții reduse, Este important ca, sub aspectul rezistenței (eforturi unitare) și sub aspectul deformațiilor (rotații), aceste modele să fie analoge originalului, adică mai precis

— eforturile unitare în flanșă și

— rotațiile mantalei în zona ei de îmbinare cu flanșa să fie egale, la model și la original.

Rotațiile mantalei, în zona de îmbinare, caracterizează satisfăcător comportarea elastică a îmbinării; se constată că, în raport cu săgeata măsurată pe circumferința de rază a (fig. 1), datorită rotației, săgeata datorită încovoierii talerului flanșei sub sarcină, este sub 6% la construcțiile studiate[1].

Determinarea *criteriilor de similitudine,* astfel încît cele două condiții enunțate să fie îndeplinite, este utilă nu numai în scopul modelării pieselor de mărime industrială, în vederea unor măsurători de laborator. Pe baza criteriilor de similitudine se poate trece, la proiectare, de la o con-

* Lucrare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București, (31 octombrie 1959).

1. În acest mod, comportarea elastică a întregii îmbinări, sub sarcină, așa cum ea este definită într-o lucrare recentă a NIIHIMMAȘ [3], rămîne și ea neschimbată, în esență.

strucție care s-a dovedit corespunzătoare, la o construcție de alte dimensiuni, stabilite deci astfel, încît noua construcție să se comporte la fel cu prima. Criteriile de similitudine pot fi utile, de asemenea, la stabilirea dimensiunilor seriilor tipizate sau standardizate [2].

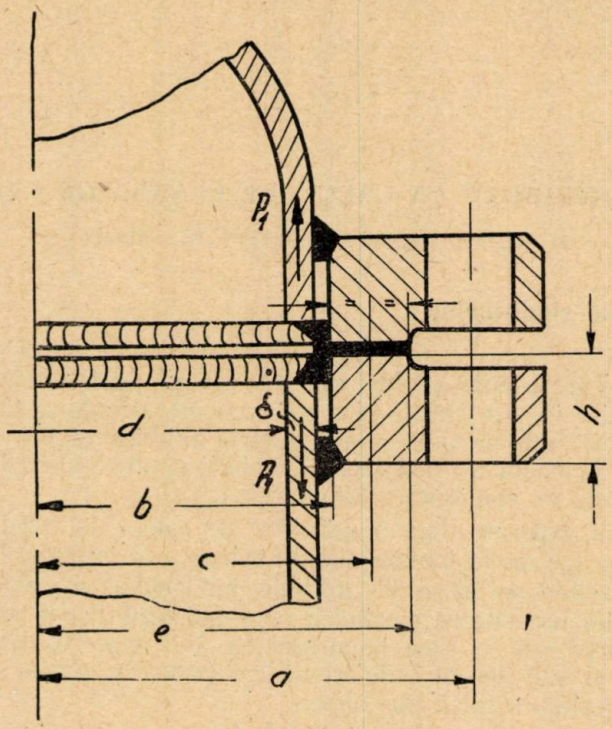


Fig. 1

1. 1. *Flanșe inelare sudate* (fig. 1).

1. 1. 1. *Eforturile unitare inelare în flanșă* se exprimă sub forma [1]

$$\sigma_t = \sigma_t^{(P_1)} + \sigma_t^{(M_1)} \tag{1}$$

unde $\sigma_t^{(P_1)}$ se datoresc forței de desfacere P_1 iar $\sigma_t^{(M_1)}$ momentului din îmbinarea flanșă-manta, toate acestea considerate la valoarea lor *maximă*, adică pe suprafața interioară, de rază b, a flanșei.

În general, pentru flanșă, relația dintre efort unitar și moment este cea cunoscută din teoria plăcilor

$$\sigma = \frac{6M}{h^2}, \tag{2}$$

2. Cu privire la problemele de similitudine în construcția generală de mașini, a se vedea lucrarea [4]. Condițiile similitudinii elastice au fost enunțate de V. L. Kirpicev, în Rusia, încă în anul 1874.

unde h este grosimea flanșei. Potrivit relației (2), eforturile unitare inelare din relația (1) pot fi reprezentate tot atît de bine — pînă la factorul de proporționalitate $6/h^2$ — prin momentul inelar

$$M_t = M_t^{(P_1)} + M_t^{(M_1)}. \tag{3}$$

În lucrarea [1] au fost stabilite relațiile[1]

$$M_t^{(P_1)} = \frac{3(1-\mu)}{2\pi h^2} \cdot \frac{h^2}{6} P_1 = \frac{1-\mu}{4\pi} P_1, \tag{4}$$

iar pentru momentele radiale

$$M_t^{(M_1)} = M_1 = \frac{\dfrac{A\pi\gamma^2 b^2}{8\pi D} - \dfrac{(2-\mu)\,k\,b}{2\delta E}}{\dfrac{2k^3 b}{\delta E} + \dfrac{B}{D(\beta^2-1)}}\, p, \tag{5}$$

unde

$$k = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{b\,\delta}}\,;\quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\,;\quad \gamma = \frac{c}{b}\,, \tag{6}$$

E fiind modulul de elasticitate al materialului flanșei și corpului (în general oțel[2]), μ — coeficientul de contracție transversală, $\beta = \dfrac{a}{b}$ (fig. 1), p — presiunea interioară.

În lucrarea [1] s-a arătat că, pentru coeficienții A și B, care depind de constanta de material μ și de raportul $\beta = \dfrac{a}{b}$, pentru construcțiile studiate, pot fi luate valori medii

$$A = 4,\ 6\,;\quad B = 3,\ 2, \tag{6 bis}$$

abaterile menținîndu-se în limitele $\pm$ 2,5% pentru A și $\pm$ 4% pentru B, valorile β fiind cuprinse în intervalul 1,040... 1,125, iar $\mu = 0{,}3$ (oțel).

Se notează:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{12(1-\mu^2)A}{8}\,; \qquad C_3 = 2\left[\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\right]^3\,; \\ C_2 &= \frac{(1-\mu)\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{2}\,; \quad C_4 = 12(1-\mu^2)B\,. \end{aligned}\right| \tag{7}$$

1. Valori maxime, la suprafața interioară a flanșei.
2. Recent se întîlnesc recipienți avînd construcția conform fig. 1, executați *în întregime* din material macromolecular, de exemplu policlorură de vinil.

Rezultă că, luînd pentru A și B valorile lor medii, conform celor de mai sus, $C_1 \ldots C_4$ sînt simpli coeficienți, independenți de geometria îmbinării:

$$C_1 = 7{,}03\,;\quad C_2 = 1{,}09\,;\quad C_3 = 4{,}02\,;\quad C_4 = 35{,}0. \qquad \text{(7 bis)}$$

Mărimile k și D se înlocuiesc în (5) conform (6). Dară se ține seama și de (7), se obține

$$M_1 = \frac{\dfrac{C_1 \tau^2 b^2}{h^3} - \dfrac{C_2 b}{\delta\sqrt{b\delta}}}{\dfrac{C_3 b}{\delta (b\delta)^{3/2}} + \dfrac{C_4}{h^3(\beta^2-1)}}\, p. \qquad (8)$$

În loc de p se introduce forța de desfacere, conform relației [1]

$$P_1 = \pi \gamma^2 b^2 p. \qquad (9)$$

Se introduc mărimile adimensionale

$m_1 = \dfrac{\delta}{b}$ — grosimea relativă a mantalei cilindrice, (10 a)

$m_2 = \dfrac{h}{b}$ — grosimea relativă a flanșei, (10 b)

$\tau = \dfrac{c}{b}$ raza medie relativă a suprafeței de etanșare, conform ultimei din relațiile (6), (10 c)

pe baza cărora se fac în (8) înlocuirile

$$\delta = b m_1\,;\quad h = b m_2,$$

ceea ce dă

$$M_1 = \frac{1}{\pi}\frac{\beta^2-1}{\gamma^2}\, m_1 \cdot \frac{C_1 \gamma^2 m_1^{3/2} - C_2 m^3}{C_3 m_2^3 (\beta^2-1) + C_4 m_1^{5/2}}\, P_1. \qquad (11)$$

Această expresie se poate pune sub forma simplă

$$M_1 = \mathfrak{M} P_1 \qquad (11 \text{ bis})$$

unde

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{\pi}\frac{\beta^2-1}{\gamma^2}\, m_1 \cdot \frac{C_1 \tau_1^2 - C_2 m_2^3}{C_3 m_2^3(\beta^2-1) + C_4 m_1^{5/2}}, \qquad (12)$$

are semnificația momentului pe care îl dă, în flanșă, forța de desfacere egală cu unitatea[1]. Se observă că, pentru β, τ, m_1, m_2, *neschimbate*, adică pentru cazul similitudinii geometrice depline, $\mathfrak{M}$ *rămîne de asemenea neschimbat*.

Cu M_1 cunoscut, $M_t^{(M_1)}$ rezultă la [1]

$$M_t = -\frac{\beta^2+1}{\beta^2-1}\, M_1. \qquad (13)$$

1. M_1 măsurat în $\dfrac{\text{kgf cm}}{\text{cm}}$ iar $\mathfrak{M}$ adimensional.

După efectuarea înlocuirilor conform (4) și (13), în (3), se obține

$$M_t = \left[\frac{1-\mu}{4\pi} - \frac{\beta^2+1}{\beta^2-1}\mathfrak{M}\right] P_1 . \tag{14}$$

Trecînd acum din nou la eforturi unitare, rezultă conform formulei (2)

$$\sigma_t = 6\left[\frac{1-\mu}{4\pi} - \frac{\beta^2+1}{\beta^2-1}\mathfrak{M}\right]\frac{P_1}{b^2 m_2^2} . \tag{15}$$

Expresia din paranteză rămîne neschimbată, dacă β, γ, m_1, m_2 nu se schimbă. Cu această condiție se obține din (15)

$$\frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_t} = \frac{\bar{P}_1}{P_1}\left(\frac{b}{\bar{b}}\right)^2 , \tag{16}$$

unde mărimile barate se consideră a fi aferente modelului, iar cele nebarate — originalului.

1. 1. 2. *Rotațiile flanșei,* pe conturul ei interior, egale cu rotațiile mantalei cilindrice, conform celor arătate la începutul lucrării, se exprimă prin relația [1]

$$\varphi = \frac{A\,b\,P_1}{8\pi D} - \frac{B\,b\,M_1}{D(\beta^2-1)} . \tag{17}$$

Înlocuirea mărimii D conform (6), apoi a grosimii h prin bm_2 conform (10 b) dă, ținînd seama și de (11 bis)

$$\varphi = \frac{12(1-\mu^2)}{E}\cdot\frac{1}{m_2^3}\left(\frac{A}{8\pi} - \frac{B\mathfrak{M}}{\beta^2-1}\right)\frac{P_1}{b^2} . \tag{18}$$

Dacă se notează acum

$$\Phi = \frac{12(1-\mu^2)}{E}\cdot\frac{1}{m_2^3}\left(\frac{A}{8\pi} - \frac{B\mathfrak{M}}{\beta^2-1}\right) , \tag{19}$$

relația (18) ia forma

$$\varphi = \Phi\frac{P_1}{b^2} , \tag{20}$$

unde Φ nu se schimbă, dacă mărimile β, γ, m_1, n_2 nu se schimbă. Barînd, ca și mai înainte, mărimile aferente modelului, rezultă

$$\frac{\bar{\varphi}}{\varphi} = \left(\frac{b}{\bar{b}}\right)^2\cdot\frac{\bar{P}_1}{P_1} . \tag{21}$$

1. 1. 3. *Condiții de similitudine.* Pentru ca similitudinea, în sensul definit la începutul lucrării, să fie realizată, trebuie ca

$$\frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_t} = 1 ; \quad \frac{\bar{\varphi}}{\varphi} = 1. \tag{22}$$

Ambele condiții sînt îndeplinite dacă, așa cum rezultă din (16) și din (21)

$$\frac{\bar{P}_1}{P_1}\left(\frac{b}{\bar{b}}\right)^2 = 1. \tag{23}$$

Forța de desfacere P_1 fiind dată de relația (9) rezultă că, de fapt, condiția (23) se reduce la

$$\frac{\bar{p}}{p} = 1. \tag{23 bis}$$

S-a arătat deci, că eforturile unitare și deformațiile (rotațiile) vor fi egale la piesa originală și la model, dacă

— mărimile caracteristice β, γ, m_1, n_1 și coeficientul μ se mențin neschimbate, adică dacă se păstrează atît similitudinea geometrică cît și identitatea de material;

— presiunile satisfac condiția $\bar{p} = p$, adică se mențin neschimbate.

Pentru cazul general al efectuării unor calcule pentru serii tipizate de recipienți, respectiv de îmbinări cu flanșe, se utilizează condițiile (22), împreună cu relațiile (15) și (20).

1. 1. 4. *Coeficientul de concentrare a eforturilor unitare,* în manta, în zona flanșei, α_k, calculat în lucrarea [1], transformat în mod analog, ia forma

$$\alpha_k = 6\frac{m_1}{m_2^2}\left[\frac{A}{8}\gamma^2 - B\,m_1\,\frac{C_1\gamma^2\,m_1^{3/2} - C_2\,m_2^3}{C_3\,m_2^3(\beta^2-1)+C_4\,m_1^{5/2}}\right], \tag{24}$$

care arată că α_k rămîne neschimbat, dacă mărimile caracteristice își păstrează valoarea.

1. 2. *Flanșe cu gît.*

În lucrarea [2] au fost stabilite relații de calcul pentru flanșele cu gît („rigide"), conform fig. 2. Raționamente analoge celor de mai sus, conduc la relațiile

$$\frac{\bar{\sigma}_{ech,\ mn}}{\sigma_{ech,\ mn}} = \frac{\bar{\sigma}_{ech,\ no}}{\sigma_{ech,\ no}} = \varkappa^2\frac{\bar{P}}{P} \tag{25}$$

pentru eforturile unitare echivalente în secțiunile *mn* și *no*, și

$$\frac{\bar{\varphi}}{\varphi} = \varkappa^2\frac{\bar{P}}{P}, \tag{26}$$

pentru rotațiile în planul *mn*, unde mărimile barate se referă la model, P este încărcarea totală a șuruburilor, iar $K = \frac{b}{\bar{b}}$ este coeficientul de scară.

Relațiile (25) și (26) sînt valabile cu condiția ca

$$\sqrt{\frac{x_1}{b}} = \text{const.}, \quad \frac{c}{b} = \text{const.}; \quad \frac{a}{c} = \text{const.}; \quad \frac{h}{b} = \text{const.}, \quad \sphericalangle\, \Theta = \text{const.};$$

μ neschimbat,

notațiile fiind cele din fig. 2.

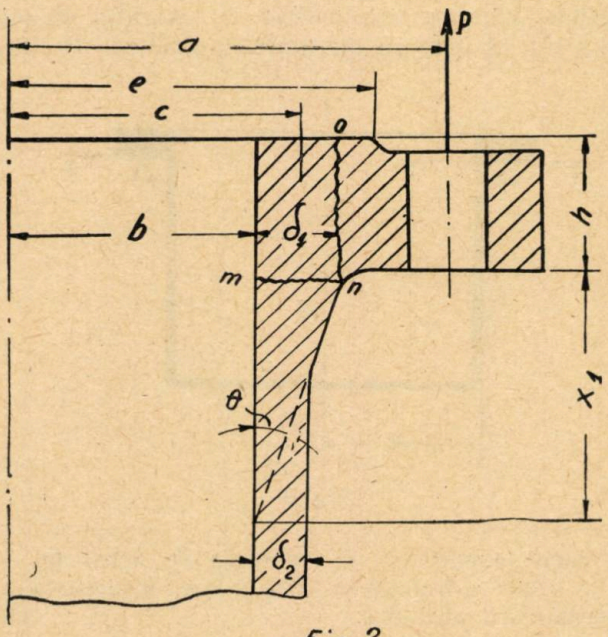


Fig. 2

2. Măsurători sub sarcină, efectuate pe model

În cele ce urmează, se examinează unele aspecte particulare ale experimentărilor pe model, de asemenea rezultatele obținute prin modelarea, conform celor de mai sus, a unei îmbinări cu flanșe inelare sudate.

2. 1. *Dispozitivul experimental.*

Mărimea, de care depind atît eforturile unitare în îmbinare, cît și deformațiile acesteia, este *momentul de încovoiere,* raportat la unitatea de lungime a circumferinței pe care acționează. Este comod să se urmărească verificarea *coeficientului de concentrare* a eforturilor unitare, în zona flanșei, prin măsurarea deformațiilor, care apar sub sarcină în virola cilindrică, utilizîndu-se în acest scop tensometrele rezistive. Este necesar ca mărcile tensometrice să fie aplicate pe suprafața *interioară* a virolei : eforturile unitare din virolă, în zona îmbinării, variază după o funcție oscila-

torie-amortizată, în conformitate cu teoria învelişurilor, de unde rezultă că, pentru determinarea deformaţiei maxime, trebuie trasată curba deformaţiilor în lungul generatoarei, începînd de la capătul virolei (a se compara cu fig. 1). În mod normal, deci, mărcile tensometrice se vor afla în contact nemijlocit cu lichidul, care umple recipientul-model şi permite punerea acestuia sub presiune. Rezultă astfel necesitatea utilizării unui lichid electroizolant, cum ar fi uleiul de transformator. Trecerea prin capac a firelor, care leagă capetele mărcilor tensometrice cu aparatul de măsură, trebuie realizată astfel încît să asigure etanşeitatea deplină. În ţara noastră au

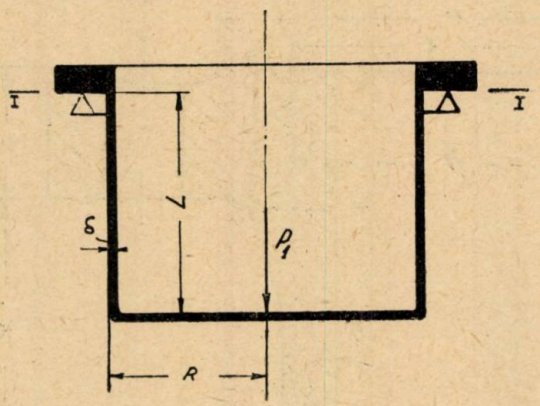


Fig. 3

fost efectuate recent măsurători cu montaje de acest fel [5]. În cazul de faţă, însă, se poate introduce o simplificare însemnată prin aplicarea principiului suprapunerii efectelor.

Pentru aceasta trebuie observat că solicitările de încovoiere în flanşă şi mantaua cilindrică se datoresc *în esenţă* forţei de desfacere P_1 (fig. 1); peste eforturile unitare de încovoiere se suprapun, în manta, eforturile unitare inelare şi cele axiale, datorite presiunii interioare [1]. Se poate deci utiliza un recipient *deschis*, încărcat ca în schema din fig. 3, cu forţa de desfacere P_1 rezemat pe flanşă, urmînd ca, la calculul coeficientului de concentrare, să se ţină seamă de toate eforturile unitare, care încarcă virola.

Potrivit teoriei, eforturile unitare cele mai mari, apar în planul *I—I* (fig. 3). Pentru ca eforturile unitare, care iau naştere în îmbinarea dintre fund şi manta să nu influenţeze starea de eforturi unitare din zona *I—I*, este necesar ca cilindrul să fie *lung*, în sensul teoriei învelişurilor adică [6]

$$L > \frac{\pi \sqrt{R\delta}}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}, \tag{27}$$

1. S-a arătat în lucrarea anterioară [1] că, din punct de vedere al solicitărilor la încovoiere, efectul forţei de etanşare din îmbinare, este neglijabil.

unde μ este coeficientul de contracție transversală, iar cotele L, R și δ sînt notate în fig. 3.

Realizarea constructivă a schemei din fig. 3 rezultă din fig. 4, unde *1* reprezintă recipientul-modei, *2* — suportul pe care acesta reazemă prin intermediul pieselor *3*, care reprezintă șuruburile, *4* — tija cu capăt sferic, cu pastila *5* așezată liber în placa de fund, *6* — placa pe care reazemă

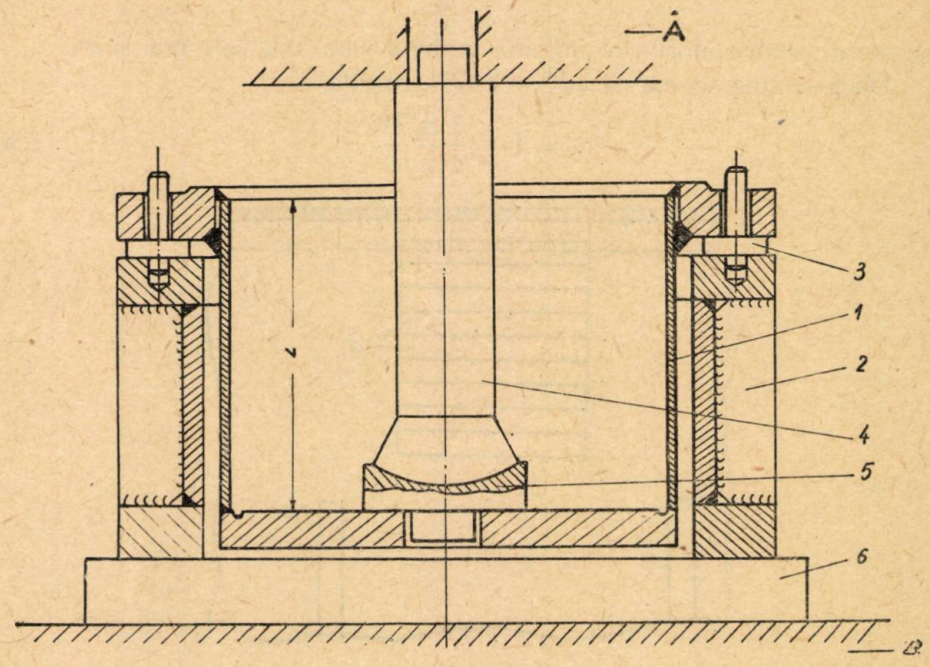


Fig. 4

suportul 2. Placa *6* se așază pe masa *B* a unei mașini de încercat, universael, iar tija *4* este apăsată de capul mobil, *A*, al mașinii de încercat.

Suportul *2* se execută în construcție nervurată, astfel încît să fie suficient de rigid. Piesele *3* se introduc cu scopul de a reproduce, cît mai apropiat, condițiile reale de lucru a flanșei, care nu este rezemată continuu, ci pe un număr de porțiuni egal cu numărul șuruburilor.

Mărcile tensometrice [1] se lipesc unele sub altele, pe suprafața interioară a mantalei, așa cum se arată în fig. 5 (mantaua desfășurată, unde mărcile, care măsoară deformațiile inelare, sînt notate cu *a*, iar cele care măsoară deformațiile axiale, cu b).

[1] Se utilizează mărci tensometrice *înguste*.

2. 2. *Relații de calcul.*

Fie $\sigma_2^{(p)}$ eforturile unitare inelare în manta, iar $\sigma_1^{(p)}$ cele axiale, ambele datorite presiunii interioare; $\sigma_2^{(M_1)}$ eforturile unitare inelare datorite încovoierii. Coeficientul de concentrare dat de relația (24) poate fi exprimat sub forma

$$\alpha_k = \frac{\sigma_2^{(p)} + \sigma_2^{(M_1)}}{\sigma_2^{(p)}}$$

considerat pentru eforturile unitare, inelare, care sînt cele mai mari.

Dacă se ține seama că $\sigma_2^{(p)} = 2\,\sigma_1^{(p)}$, rezultă

$$\alpha_k = 1 + \frac{1}{2}\frac{\sigma_2^{(M_1)}}{\sigma_1^{(p)}}. \tag{28}$$

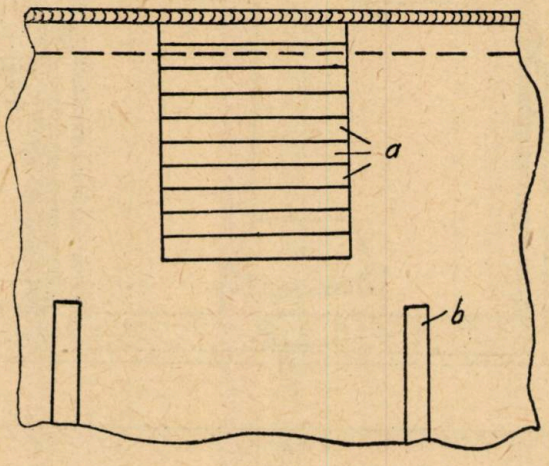


Fig. 5

Din relația (28) reiese, în sensul celor arătate la punctul precedent 2.1., că este suficient a măsura mărimea eforturilor unitare $\sigma_2^{(M_1)}$ datorite încovoierii provocate de aplicarea sarcinii axiale, corespunzînd eforturilor unitare $\sigma_1^{(p)}$, pentru a determina coeficientul de concentrare.

În fapt, nu se măsoară eforturile unitare, ci lungirile relative ε_1 (axial) și ε_2 (inelar), la încărcarea modelului. Potrivit legii generalizate a lui Hooke

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 - \mu\,\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\,\varepsilon_1). \tag{29}$$

Înlocuind în (28) eforturile unitare conform (29) rezultă

$$\alpha_k = 1 + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_2 + \mu\,\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \mu\,\varepsilon_2} \tag{30}$$

Lungirea relativă poate fi exprimată, în general, sub forma

$$\varepsilon = Cn, \tag{31}$$

unde n este numărul de diviziuni citite pe cadranul galvanometrului, iar C constanta aparatului. Dacă se notează cu n_1 citirea pentru lungirea axială și cu n_2 citirea pentru lungirea inelară, *la aceeași sarcină axială* P_1 (fig. 2) și *la același tip de mărci tensometrice,* (30) trece în

$$\alpha_k' = 1 + \frac{1}{2}\frac{n_2 + \mu n_1}{n_1 + \mu n_2} \tag{32}$$

unde în loc de α_k s-a scris α_k' pentru a se preciza că, prin măsurare, se obține coeficientul de concentrare *real.* Relația (32) arată că, în cazul de față, nu este necesară nici un fel de etalonare sau determinare de constantă a mărcilor tensometrice utilizate, dacă sînt îndeplinite condițiile enunțate.

2. 2. *Dimensionarea modelului.*

Pentru un recipient cu flanșe inelare sudate, de diametru interior 1000 mm, presiunea de lucru 6 kgf/cm², reducerea dimensiunilor se face la scara 1 : 5, astfel încît rezultă cotele notate în fig. 6[1]. Placa, care cons-

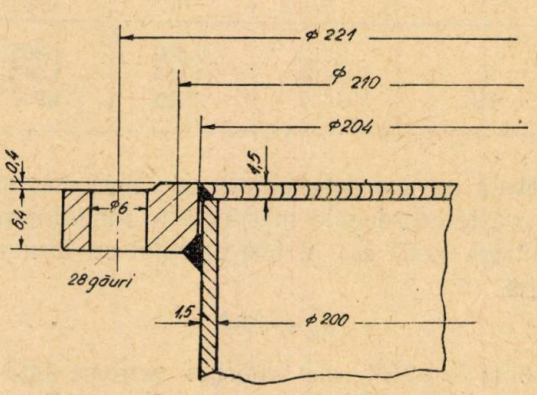


Fig. 6

tituie fundul, se face destul de groasă pentru ca să nu se încovoaie sensibil sub sarcină. Lungimea L=165 mm (fig. 3 și 4) corespunde condiției (27).

Se calculează acum (v § 1.1. de mai sus)

— grosimea relativă a mantalei cilindrice,

$$m_1 = \frac{\delta}{b} = \frac{15}{102} = \frac{1{,}47}{100};$$

[1] Grosimii tipizate a mantalei, de 6 mm, îi corespunde grosimea δ =1,25 a mantalei modelului. Pentru motive de execuție s-a luat δ =1,5 mm.

— grosimea relativă a flanșei, $m_2 = \frac{h}{b} = \frac{6{,}40}{102} = \frac{6{,}28}{100}$;

— raza relativă a circumferinței de rezemare,

$$\beta = \frac{a}{b} = \frac{110{,}5}{102} = 1{,}085 .$$

Cu aceste valori, coeficientul *teoretic* de concentrare rezultă la [formula (24)]

$$\alpha_k = 1{,}85.$$

2. 3. *Rezultatele măsurătorilor.*

Tabela 1 redă rezultatele a trei serii de măsurători. Citirile n_1 și n_2 sînt recalculate pentru aceeași sarcină axială. De fiecare dată s-au făcut cîte trei citiri pentru aceeași sarcină, cu descărcare completă între citiri.

Tabela 1

Incercarea	Măsurat		Calculat
	n_1	n_2	α'_k
I	0,122	0,310	1,805
II	0,108	0,310	1,850
III	0,117	0,425	1,930

Valorile n_2 din tabelă au fost determinate ca valori maxime ale diagramei $n_2 = n_2(x)$, unde x este coordonata măsurată în lungul generatoarei. Coeficientul de concentrare real, α'_k, a fost calculat cu formula (32). Ca valoare medie rezultă

$$\alpha'_k = 1{,}86$$

cu abateri de —3 și +3,75% ale valorilor extreme față de medie, ceea ce arată concordanța satisfăcătoare a măsurătorilor între ele.

Se constată, de asemenea, concordanță între rezultatele teoretice și măsurătoare. Evident că urmează ca, prin măsurători pe modele de altă dimensiune și pe recipienți, sub presiune, să fie înmulțit numărul „punctelor" de verificare a teoriei.

★

Se subliniază că, la construcții de felul celor examinate, concentrarea de eforturi unitare este însemnată și trebuie luată în considerație îndeosebi atunci cînd presiunea variază periodic — ceea ce se poate întîmpla în anumite condiții de exploatare — sau, în general, atunci cînd îmbinarea este solicitată la oboseală.

Este evident că realizarea unor treceri line de la cordonul de sudură la virolă, este un mijloc de micșorare a acestor concentrări. Micșorarea coeficientului de concentrare se poate realiza și prin *mărirea raportului* δ/h, ceea ce rezultă din expresia pentru coeficientul α_k Măsura în care asemenea mărire a grosimii este justificată, în cazuri de solicitare la oboseală, trebuie să rezulte dintr-un calcul tehnico-economic.

Catedrele de Organe de mașini
și Rezistența materialelor
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] Renert, M.: *Contribuții la calculul flanșelor (calculul flanșelor inelare sudate).* In Metalurgia și construcția de mașini, 8 (1956), nr. 11, pp. 10—17.
[2] Renert, M. și Tănase G.: *Contribuții la calculul flanșelor (calculul flanșelor rigide).* In Bulet. I.P.B. Tom XIX (1957), fasc. 3—4, pp. 357—367.
[3] Karasev, L. I.: *Analiz raboti flantevogo soedneniia s pomoșciu kriteriia jestkosti.* In NIIHIMMAȘ, Voprosî procnosti v himiceskom mașinostroenii, Nr. 21, Moscova, 1958.
[4] Findeisen, F.: *Neuzeitliche Maschinenelemente,* vol. I, Zürich, 1950.
[5] Buzdugan Gh. și colab.: *Mesures tensométriques sous l'eau à l'intérieur d'une conduite sous pression.* Bull. I.P.B., Tom XX (1958) Fasc. 1.
[6] Kantorovici, Z. B.: *Osnovi rasceta himiceskih mașin i apparatov,* Moscova, 1952.

К ВОПРОСУ О РАСЧЁТЕ ФЛАНЦЕВ (IV)

(Краткое содержание)

На основе зависимостей, указанных в прежних работах, для расчёта сопротивления фланцев, определяются критерии подобия ввиду моделирования изделий промышленного масштаба.

Показано экспериментальное приспособление, результаты измерений, проведенных прямо по модели, сравниваются с результатами теоретического расчёта. Существует удовлетворительное совпадение между этими результатами.

ON THE DESIGN OF FLANGED JOINTS (IV)

(Summary)

Basing upon previously developed equations for the design of flanges, in the present paper similarity criteria for flanged joints are established, with the aim of experimenting upon laboratory scale models of industrial equipment. After description of the apparatus and experimental procedure, the results are compared to those of theoretical calculus. Agreement is satisfactory.

CONTRIBUTIONS AUX MÉTHODES DE CALCUL DES JOINTS Á BRIDES (IV)

(Résumé)

En partant des relations pour le calcul de résistance des brides, développées dans des travaux antérieurs, l'on établit des conditions de similitude, dans le but d'utiliser des modéles à échelle réduite pour l'étude expérimentale, sous charge, des joints de grandeur industrielle.

Après description du dispositif expérimental, les résultats obtenus sur modèle sont comparés à ceux du calcul théorique. La concordance des résultats est satisfaisante.

BEITRÄGE ZUR BERECHNUNG VON FLANSCHVERBINDUNGEN (IV)

(Zusammenfassung)

Ausgehend von früher aufgestellten Beziehungen für die Festigkeitsberechnung von Flanschen, werden Ähntichkeitsbedingungen ermittelt, zwecks Modellierung von Flanschverbindungen industrieller Grösse.

Es wird eine Versuchseinrichtung beschrieben. Die an einem Modell ermittelten Werte werden mit den theoretisch berechneten verglichen, wobei befriedigende Übereinstimmung festzustellen ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

TEHNOLOGIA CHIMICĂ

PURIFICAREA COLOIZILOR DE ACID SILICIC PRIN ELECTRODIALIZĂ

de ION ATANASIU, LYA BLUM LAZAR și MARIA VERMEȘEANU

Purificarea coloizilor organici și anorganici prin electrodializă se aplică pe scară mare alături de purificarea apei și a substanțelor neconducătoare cu moleculă mare: seruri, clei, gelatină, zahăr, glicerină.

Electrodializa cu electrodializorul clasic este de multe ori însoțită de fenomene secundare ca: a) apariția unei forțe electromotoare de concentrație datorită faptului că anionii și cationii din spațiul central migrează în spațiile laterale cu viteze diferite, b) tendința apei de a trece din spațiul anodic în spațiul catodic prin electroosmoză. Pentru a împiedica apariția polarizației de concentrație și a fenomenului de electroosmoză se folosesc membrane cu sarcini electrice și potențiale corespunzătoare; acestea trebuie să permită trecerea ionilor spre electrozi, dar să oprească difuziunea înapoi în spațiul central a produselor de descompunere electrolitică.

Urmărind a evita difuziunea în compartimentul central a produselor acumulate în compartimentele laterale, atunci cînd concentrația acestora devine excesivă, cu scopul de a realiza o demineralizare avansată a soluțiilor coloidale de acid silicic, am utilizat în cercetările noastre o celulă de electrodializă cu electrozi de mercur folosită de Norman R. Joseph la purificarea altor substanțe [1] și al cărui principiu a fost sugerat de metoda Adair-Keys [2] pentru determinarea bazicității totale. În această celulă ionii din spațiul central migrează prin membranele semipermeabile în spațiile laterale, unde sînt fixați de mercur (sulfat de mercur, calomel, etc.), iar cationii (Na, K) formează în spațiul catodic amalgamele respective.

Pentru purificarea prin electrodializă a soluțiilor coloidale de acid silicic literatura de specialitate indică celula clasică de electrodializă. Obținerea silicei coloidale direct din silicat de sodiu necesită conducerea procesului în două etape: soluția de silicat de sodiu este electrodializată la tensiuni joase în compartimentul anodic separat în două printr-o diafragmă îndepărtîndu-se astfel cea mai mare parte din alcalii, iar în etapa a doua se introduce în spațiul central al unui electrodializor cu trei compartimente, unde sub acțiunea unei tensiuni mai ridicate se îndepărtează ultimele urme de electrolit [3]. Solul de acid silicic cu un potențial ξ mic, stabil ani de

zile, necesită pentru prepararea lui un consum de energie de 0,3—0,6 kWh/l 4% elmosol.

În cercetările noastre am urmărit desfășurarea procesului de purificare a coloizilor de acid silicic printr-un studiu comparativ între celula obișnuită de electrodializă și celula cu electrozi de mercur.

În lucrarea de față ne propunem:

I. Stabilirea condițiilor optime de purificare prin electrodializă a soluțiilor coloidale de acid silicic în funcție de diferiți parametri (tensiunea aplicată, natura diafragmei, puritatea inițială a coloidului) și de tipul de celulă folosit.

II. Studiu comparativ între cele două tipuri de celulă la obținerea solului de acid silicic pur direct din silicat de sodiu.

Partea experimentală

S-au utilizat următoarele tipuri de celule:

A. Celula clasică de electrodializă alcătuită dintr-un vas de sticlă în care sînt introduse două diafragme poroase, care delimitează spațiul anodic și cel catodic. În aceste spații se introduc electrozii

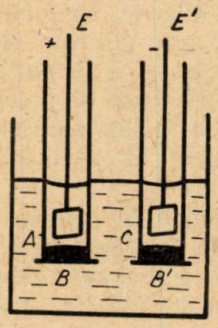


Fig. 1. Celulă de electrodializă cu electrozi de mercur:
A — anod de Hg; *C* — catod pe Hg; *BB'* — membrane semipermeabile; *EE'* — electrozi de Pt.

de platin și apă distilată, iar în compartimentul central acidul silicic coloidal, ce urmează a fi purificat. Impuritățile predominante sînt NaCl, Na_2SiO_3,HCl, rezultate fie din reacția de obținere a acidului silicic coloidal, fie din reactivii aflați în exces.

B. Celula cu electrozi de mercur (fig. 1) formată dintr-un vas de sticlă, care conține coloidul ce urmează a fi purificat, în care se introduc două tuburi de sticlă obturate la partea inferioară prin membrane

de celofan; acestea pot fi înlocuite prin membrane de porțelan poros, ambele tipuri de membrană avînd potențiale de același semn. În interiorul lor se introduce mercur, apă distilată și cîte un electrod de platin. În spațiul anodic ionul clor formează cu mercurul săruri insolubile, iar în spațiul catodic ionul sodiu formează amalgamul respectiv, care reacționează cu apa deplasînd hidrogenul.

Celulele descrise mai sus au fost introduse într-un montaj obișnuit de electroliză. Drept sursă de curent s-a folosit un redresor care furniza o tensiune pînă la 200V. S-a asigurat o primenire continuă a electrolitului din spațiile laterale.

Metoda de analiză

S-a urmărit purificarea în timp a coloidului prin determinări de conductibilitate efectuate cu o punte Kohlrausch. Măsurătorile s-au executat la intervale de o oră, după întreruperea electrodializei și omogenizarea perfectă a soluției coloidale. După determinare, proba luată spre analiză a fost introdusă din nou în celula de electrodializă. Procesul de purificare a fost condus pînă ce valorile obținute rămîneau constante; de asemenea calitativ n-au mai fost decelați ionii respectivi. În aceste condiții s-a obținut un sol stabil de acid silicic.

I. Stabilirea condițiilor optime de purificare prin electrodializă a coloizilor de acid silicic.

Criteriile de apreciere în vederea stabilirii condițiilor optime au fost: viteza de purificare, gradul de purificare și consumul de energie.

1. *Natura diafragmei.* Pentru a se urmări influența naturii diafragmei asupra gradului și vitezei de purificare s-au efectuat o serie de determinări cu celula cu electrozi de mercur (tip B) construită cu membrane de celofan, conform indicațiilor de literatură. La aplicarea unor tensiuni sub 100V viteza de purificare era redusă; pentru a obține viteze de purificare mai mari am lucrat la o tensiune de 150V. La această valoare a tensiunii diafragma spațiului anodic a fost străpunsă; aceste observații ne-au condus la schimbarea diafragmei și înlocuirea ei cu diafragme de porțelan poros.

2. *Influența tensiunii.* Acidul silicic a fost obținut prin reacția de dublu schimb dintre silicatul de sodiu și acidul clorhidric. Din acest coloid, spălat în prealabil cu apă distilată, s-a pregătit o probă de o anumită compoziție, a cărei conductibilitate inițială era $\lambda = 816.10^{-6}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$. În vederea studierii influenței tensiunii asupra procesului de purificare s-a introdus proba menționată într-o celulă cu electrozi de mercur (tip B). Urmărindu-se variația conductivității în timp, se constată la începutul electrodializei o scădere accentuată a conductivității și apoi atingerea unui palier constant. Din compararea rezultatelor la cele două tensiuni de lucru

de 98V, respectiv 150V (tab. 1, tab. 2, fig. 2) rezultă o reducere a timpului necesar operaţiei de purificare de la 29 ore la 13 ore ; mărirea considerabilă a vitezei de purificare cu ridicarea tensiunii are loc fără nici o influenţă asupra gradului de puritate, palierul constant fiind atins la aceeaşi valoare a conductivităţii $\lambda = 17.10^{-6}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$. Această valoare menţinîndu-se constantă timp de cîteva ore s-a considerat operaţia de purificare terminată ; de asemenea încercări calitative n-au mai pus în evidenţă prezenţa ionilor respectivi.

Tabela 1

Tensiunea = 98 V Temp. = 22°C
Intensitatea = 2,3 — 0,7 mA

Timp ore	Conductivitatea $\lambda\ 10^6\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$
0	816
1	782
2	750
3	721
4	695
5	660
6	645
7	605
8	588
9	568
10	530
11	507
12	481
13	457
14	412
15	335
16	312
17	268
18	223
19	187
20	165
21	142
22	117
23	93
24	72
25	49
26	35
27	25
28	19
29	17
30	17
31	17

Tabela 2

Tensiunea = 150 V Temp. = 22°C
Intensitatea = 3,3 — 1 mA

Timp ore	Conductivitatea $\lambda\ 10^6\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$
0	1042
1	938
2	844
3	752
4	694
5	615
6	582
7	516
8	440
9	347
10	244
11	188
12	115
13	53
14	22
15	17
16	17

3. *Influenţa purităţii iniţiale a coloidului.* Electrodializa este indicată, în general, ca o metodă de îndepărtare a urmelor de impurităţi ; spălarea coloidului înainte de efectuarea electrodializei are o influenţă considerabilă

asupra mersului purificării. Concluzii similare se desprind și din cercetările efectuate cu celula cu electrozi de mercur (tip B) asupra probelor care prezentau conductivități inițiale diferite (tab. 1, tab. 3, tab. 4).

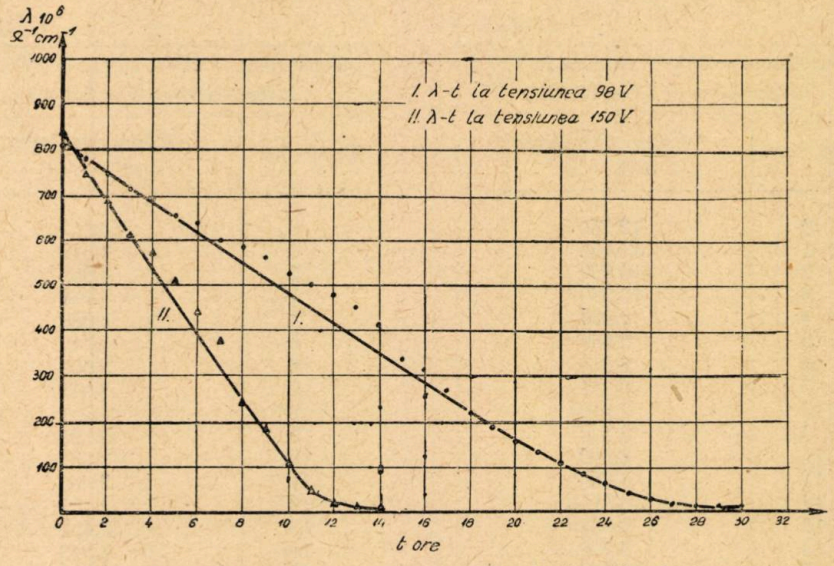


Fig. 2. Variația în timp a conductivității în funcție de tensiune:
I — la tensiunea de 98 V; *II* — la tensiunea de 150 V.

Soluțiile coloidale de o puritate redusă, cu o conductivitate inițială mare, necesită pentru purificarea lor un consum ridicat de energie electrică, ceea ce nu justifică aplicarea procedeului prin electrodializă; după

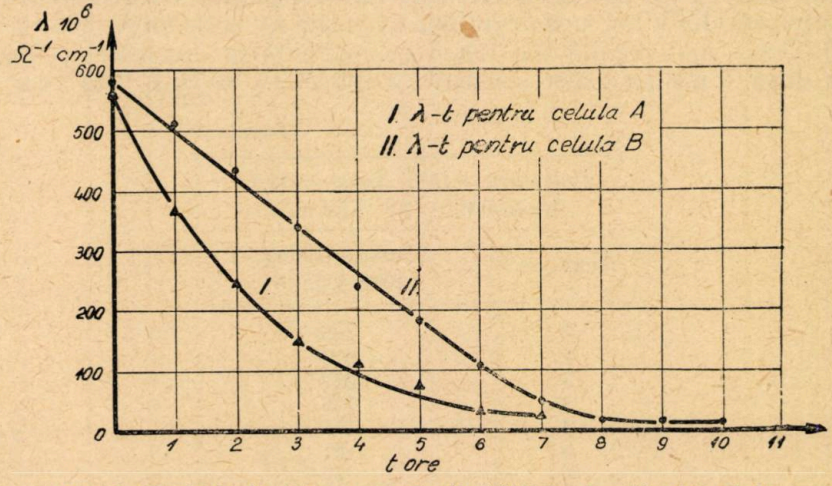


Fig. 3. Variația în timp a conductivității în funcție de celula de electrodializă:
I — pentru celula A; *II* — pentru celula B.

o spălare prealabilă, de la un grad de puritate relativ înaintat ($\lambda \cong 1000.10^{-6}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$) electrodializa se impune pentru a se obține o demineralizare aproape completă.

Tabela 3

Tensiunea = 98V Temp. = 22°C Intensitatea = 15 — 11 mA	
Timp ore	Conductivitatea $\lambda\ 10^{6}\Omega^{-1}\ cm^{-1}$
0	12.370
1	11.660
2	10 900
3	10.580
4	9.860
5	8 629
6	8.371
7	8.251
8	7.310
9	6 740
10	6.360
11	6.090
12	5.810
13	5.318
14	5.290
15	5.040

Tabela 4

Tensiunea = 98V Temp. = 22°C Intensitatea = 6 — 2,8 mA	
Timp ore	Conductivitatea $\lambda\ 10^{6}\Omega^{-1}\ cm^{-1}$
0	4.692
1	4.578
2	4.365
3	4.266
4	4.080
5	3.910
6	3 609
7	3.541
8	3.351
9	3.181
10	3.027
11	2.996
12	2 551
13	2.451
14	2.348
15	2.263

4. *Electrodializa cu celula clasică* (tip. A). S-a urmărit procesul de purificare cu celula obișnuită de electrodializă (tip A) în condițiile obtime stabilite anterior cu celula cu electrozi de mercur (tip B) și anume: tensiune ridicată (150V) și puritate inițială avansată a coloidului ($\lambda = 565.10^{-6}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$) După cum rezultă din tab. 5 conductivitatea descrește în timp și atinge după 6 ore un palier constant la valoarea $\lambda = 36.10^{-6}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$.

Tabela 5

Tensiunea = 150V Temp. = 22°C Intensitate = 3,8 — 1.4 mA	
Timp ore	Conductivitatea $\lambda 10^{6}\Omega^{-1}\ cm^{-1}$
0	565
1	372
2	252
3	155
4	113
5	81
6	36
7	36
8	36

Din compararea rezultatelor obținute cu cele două celule de electrodializă (tab. 2, tab. 5, fig. 3) se constată că viteza de purificare este puțin superioară la celulă clasică de electrodializă (6 ore față de cca. 7 ore),

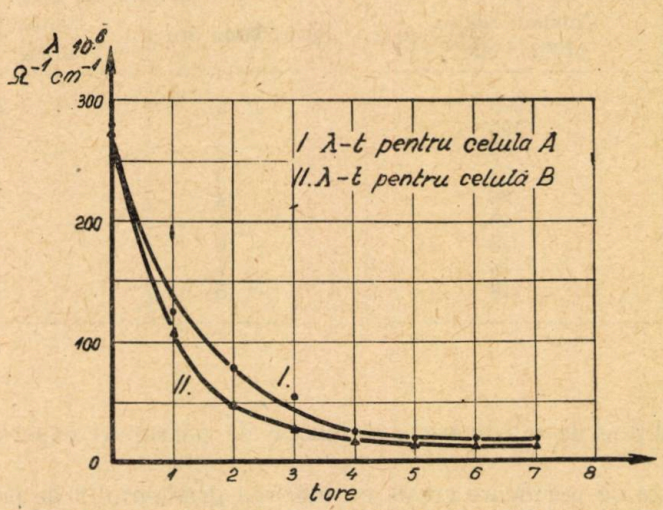


Fig. 4. Variația în timp a conductivității la electrodializa directă a silicatului de sodiu în funcție de celula de electrodializă:
I — pentru celula A; *II* — pentru celula B.

dar nu se realizează un grad de demineralizare a coloidului atît de avansat ca la celula cu electrozi de mercur($\lambda = 36.10^{-6}\Omega^{-1}cm^{-1}$ față de $\lambda = 17.10^{-6}\Omega^{-1}cm^{-1}$); deasemenea consumul de energie este mai ridicat.

II. Obținerea soluțiilor coloidale de acid silicic pur direct din silicat de sodiu

Preparea coloidului de acid silicic pur direct din silicat de sodiu se poate realiza prin electrodializă, deoarece ionul sodiu migrează în spațiul catodic unde formează hidroxidul respectiv; în același timp are loc și îndepărtarea urmelor de impurități pe care le-ar putea conține silicatul de sodiu.

S-au utilizat celulele descrise și s-au aplicat condițiile de lucru optime stabilite anterior.

Din determinările experimentale rezultă (tab. 6, tab. 7, fig. 4) o viteză de purificare egală la ambele tipuri de celulă; gradul de purificare este însă deosebit, fiind mai avansat la celula cu electrolizi de mercur ($\lambda = 15.10^{-6}\Omega^{-1}cm^{-1}$ față de $\lambda = 18.10^{-6}\Omega^{-1}cm^{-1}$), la care și consumul de energie este puțin mai scăzut.

Tabela 6

Tensiunea = 150V Temp. = 22°C Intensitatea = 5 — 1,2 mA	
Timp ore	Conductivitatea $\lambda 10^6 \Omega^{-1}$ cm^{-1}
0	270
1	126
2	79
3	54
4	26
5	18
6	18
7	18
8	18

Tabela 7

Tensiunea = 150V Temp. = 22°C Intensîtatea = 4 — 1 mA	
Timp ore	Conductivitatea $\lambda 10^6 \Omega^{-1}$ cm^{-1}
0	278
1	111
2	48
3	30
4	24
5	18
6	15
7	15
8	15

Concluzii

1. Condițiile de purificare sînt funcție de parametri experimentali utilizați :

a) viteza de purificare crește cu mărirea gradientului de potențial fără a influența gradul de puritate maxim atins

b) celula cu electrozi de mercur permite realizarea unui grad de demineralizare mai înaintat decît celula clasică de electrodializă la o viteză de purificare aproape egală și cu un consum de energie mai mic.

c) spălarea prealabilă a coloidului, urmată apoi de electrodializă ca o metodă de îndepărtare a urmelor de impurități, aduce o importanță economie de curent.

2. Utilizarea celulei de electrodializă cu electrozi de mercur la prepararea coloidului de acid silicid pur, direct din silicat de sodiu conduce la concluzii similare : atingerea unui grad de puritate mai înaintat, viteza de purificare egală și consum de energie inferior față de celula clasică.

3. Curba variației conductivității în funcție de timp prezintă un palier constant timp de cîteva ore cînd purificarea atinge valoarea maximă ; la acest maxim încercările calitative nu mai indică prezența ionilor respectivi.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *Norman R. Joseph*, J. Biol. Chem. *126*, 403—5, 1938
[2] *G. S. Adair, A. B. Keys*, J. Physiol. *81*, *162*—6, 1934
[3] *Siemens § Halske A. G. Berlin* : E. P. 9237

ОЧИСТКА КОЛЛОИДОВ КРЕМНЕВОЙ КИСЛОТЫ ПУТЁМ ЭЛЕКТРОДИАЛИЗА

(Краткое содержание)

В работе устанавливаются наиболее благоприятные условия электродиалитической очистки коллоидных растворов кремневой кислоты, при помощи ячейки с ртутными электродами.

Эта ячейка даёт возможность получить — в сравнении с обычным электродиализатором — более высокую степень очистки коллоида, при почти одинаковой скорости и меньшем расходе энергии.

К таким же выводам приводит и прямое получение коллоидных растворов чистой кремневой кислоты из силиката натрия.

PURIFICATION OF ACID SILICIC COLLOIDS BY ELECTRODIALYSIS

(Summary)

The paper deals with the best conditions of purifying by electrodialysis the acid silicic colloids solutions by means of a cell with Hg electrodes. This cell, in comparison with the classic electrodialyzer, allows to obtain a higher degree of purification at on almost equal purification velocity and with a smaller quantity of energy. Similar conclusions are drawn as to the direct preparation from sodium silicate of the pure acid silicic colloid.

LA PURIFICATION DES COLLOIDES D'ACIDE SILICIQUE PAR ÉLECTRODIALYSE

(Résumé)

On a établi les conditions optima de purification par électrodialyse des solutions colloïdales d'acide silicique à l'aide d'une cellule à électrodes de Hg. Par comparaison avec l'électrodialyseur classique cette cellule permet l'obtention d'un meilleur degré de purification avec une vitesse presque égale et une dépense d'énergie plus faible. Aux mêmes conclusions on arrive dans la préparation directe des colloïdes purs d'acide silicique de sodium silicate.

REINIGUNG DER SILICIUMSÄUREKOLLOIDE DURCH ELEKTRODIALYSE

(Zusammenfassung)

Es werden die besten Reinigungsbedingungen der kolloidalen Siliciumsäurelösungen durch Elektrodialyse mittels der mit Hg Elektroden versehenen Zellen bestimmt. Im Vergleich mit dem klassischen Elektrodialysator gestattet diese Zelle eine vollkommenere Reinigung bei einer fast gleichen Geschwindigkeit und geringeren Energieverbrauch. Ähnliche Schlussfolgerungen lassen sich bei der direkten Herstellungsmethode des reinen Siliciumsäurekolloids aus Natriumsilicat feststellen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

COPOLIMERIZAREA SISTEMULUI TERNAR: ACETAT DE VINIL, ACRILONITRIL, STIREN

Nota III-a — Copolimerizarea în emulsie și suspensie

OZIAS SOLOMON, MARGARETA TOMESCU, NELI DEMIAN, MIHAI DIMONIE

În nota anterioară intitulată „Copolimerizarea în bloc a sistemului ternar: acetat de vinil, acrilonitril, stiren — noi am arătat că prin copolimerizarea sistemului de monomeri, mai sus indicați, se obține un amestec de copolimeri ternar și binar [1].

Pentru calcularea compoziției catenei am aplicat o metodă de însumare succesivă [2].

Compoziția copolimerului determinată experimental prin analize de azot, grupe acetil și prin punerea în evidență a stirenului spectral a corespuns cu cea găsită prin calcul ceea ce denotă justețea calculului efectuat [3].

În nota de față expunem rezultatele obținute în cazul copolimerizării în emulsie și suspensie.

Deoarece literatura de specialitate lipsește complet în această problemă am început studiile noastre cu cercetarea cineticii de reacție, cercetarea compoziției copolimerului obținut și cercetarea posibilității menținerii compoziției constante a catenei copolimere.

I. Partea experimentală

Materia primă

Acetat de vinil — monomer tehnic — a fost purificat prin distilare pe o coloană de fracționare ($Pf_{760\ mm}$: 72,8°C; n_D^{20}: 1.3956; d_4^{20}: 0,9314). Activitatea la polimerizare a fost verificată conform indicațiilor din literatură.

Acrilonitril — monomer tehnic — a fost purificat prin distilare pe o coloană de fracționare ($Pf_{760\ mm}$: 77,3°C, n_D^{20}: 1.3914; d_4^{20}: 0,8052).

Stiren — monomer chimic pur — a fost distilat în vid înainte de folosire ($Pf_{20\ mm}$: 44,6°C; n_D^{20}: 1.5465; d_4^{20}: 0.9067).

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

Peroxid de benzoil — chimic pur a fost uscat în vid și păstrat apoi în exicator pe $CaCl_2$.

Persulfat de potasiu — chimic pur a fost uscat în vid și păstrat în exicator.

Tiloză — substanță pură.

Alaun de potasiu — substanță chimic pură. Soluție suprasaturată.

Apa folosită la polimerizare a fost bidistilată. Analizele au indicat lipsa ionilor metalici. Duritatea a fost determinată conform indicațiilor existente și dată în grade germane. $\Delta_t = 0{,}14$; $\Delta_p = 0{,}7$; $\Delta_T = 0{,}84$.

S-a studiat comportarea sistemului ternar respectiv în cazul copolimerizării în emulsie și suspensie.

Copolimerizările au fost efectuate în balon cu trei gîturi cu șlif, prevăzut cu termometru, refrigerent ascendent și agitator.

Copolimerizarea în emulsie

S-a ales una din compozițiile amestecurilor de monomeri studiate în nota II-a și anume aceea care în cazul copolimerizării în bloc a dus la conversia cea mai mare (98% după 16 h).

$$X_{AcV} = 0{,}4\,;\quad X_{AN} = 0{,}5\,;\quad X_S = 0{,}1$$

X — reprezintă fracții molare.

Copolimerizarea în emulsie s-a efectuat în următoarele condiții stabilite experimental:

Raport apă: monomer = 5 : 1

Emulgator: mersolat de sodiu: 0,5% (față de mediul de dispersie).

Inițiator: persulfat de potasiu: 0,5% (față de amestecul de monomeri).

Temperatura de copolimerizare: 65°C.

Variația conversiei în timp a fost urmărită prin metoda gravimetrică.

La intervale de timp alese în prealabil prin determinări preliminare s-au luat probe de latex care apoi au fost precipitate prin adăugare de soluție suprasaturată de alaun.

Precipitatele au fost spălate bine cu apă caldă și metanol pînă la absența ionului sulfat în filtrat, controlată cu soluție de $BaCl_2$.

După filtrare pe Gooch au fost uscate pînă la greutate constantă.

S-au determinat curbele conversie funcție de timp, pentru cazul folosirii la copolimerizare a 0,5%; 1% și 1,5% inițiator (fig. 1; 2; 3).

Copolimerizarea în suspensie

S-a studiat cazul folosirii aceluiași amestec de monomeri ca la copolimerizarea în emulsie, precum și $X_{AcV} = 0{,}4$; $X_{AN} = 0{,}4$; $X_S = 0{,}2$, compoziție de asemenea studiată în nota I-a.

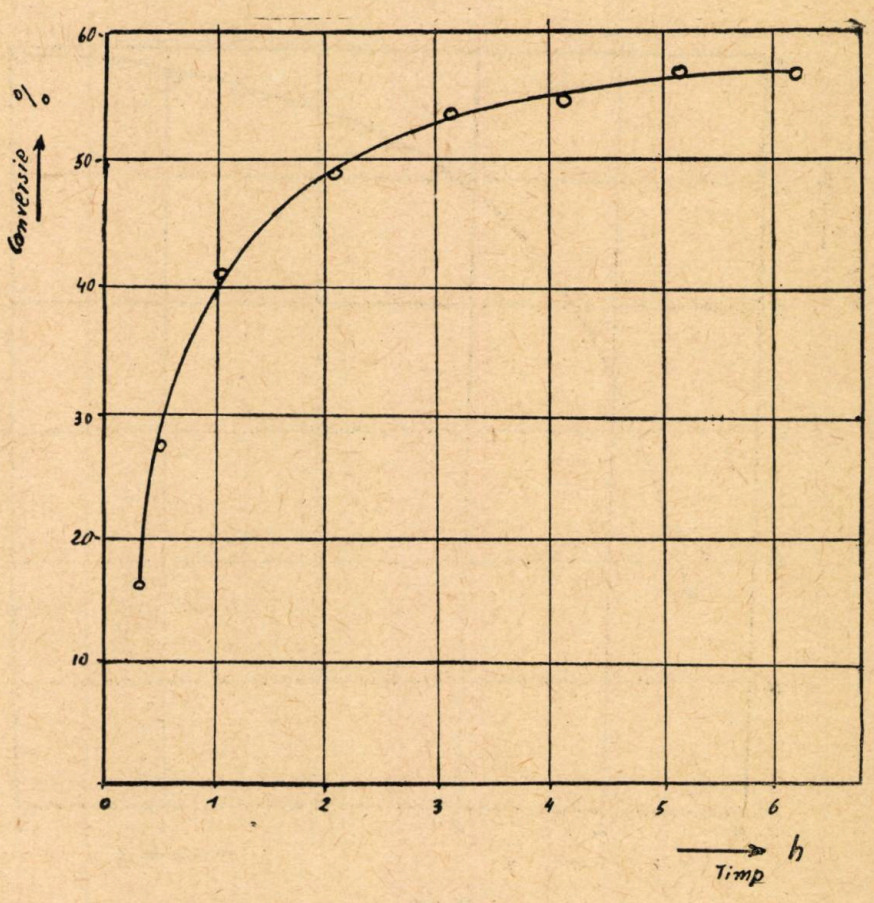


Fig. 1
Copolimerizare în emulsie; 0.5% inițiator

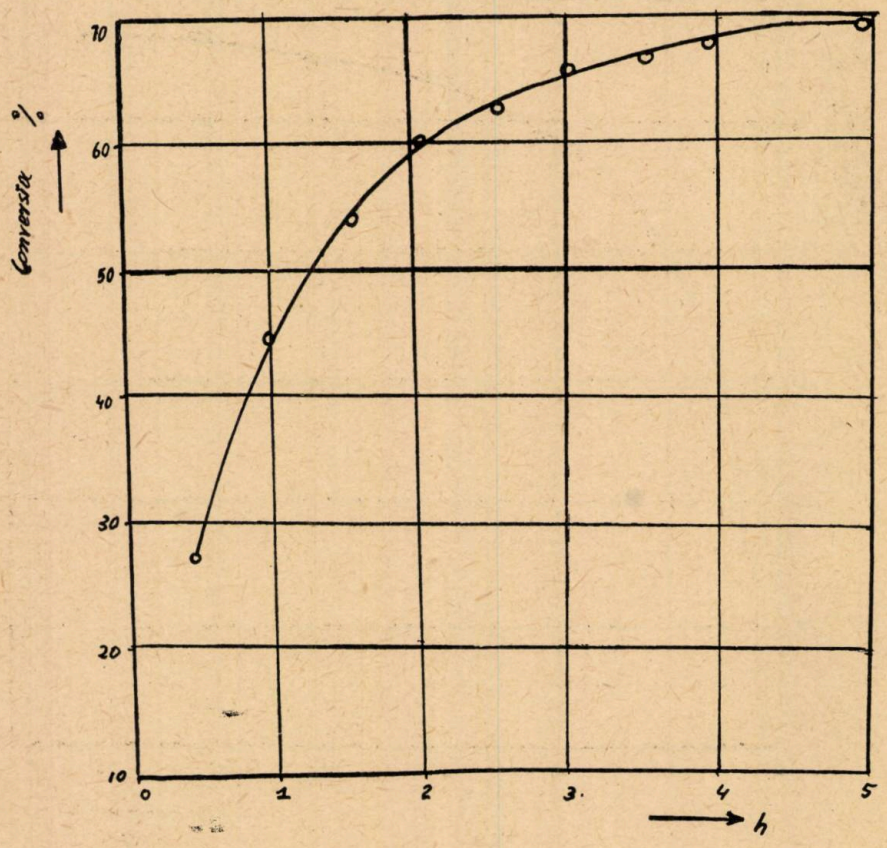


Fig. 2
Copolimerizare în emulsie; 1.0% inițiator

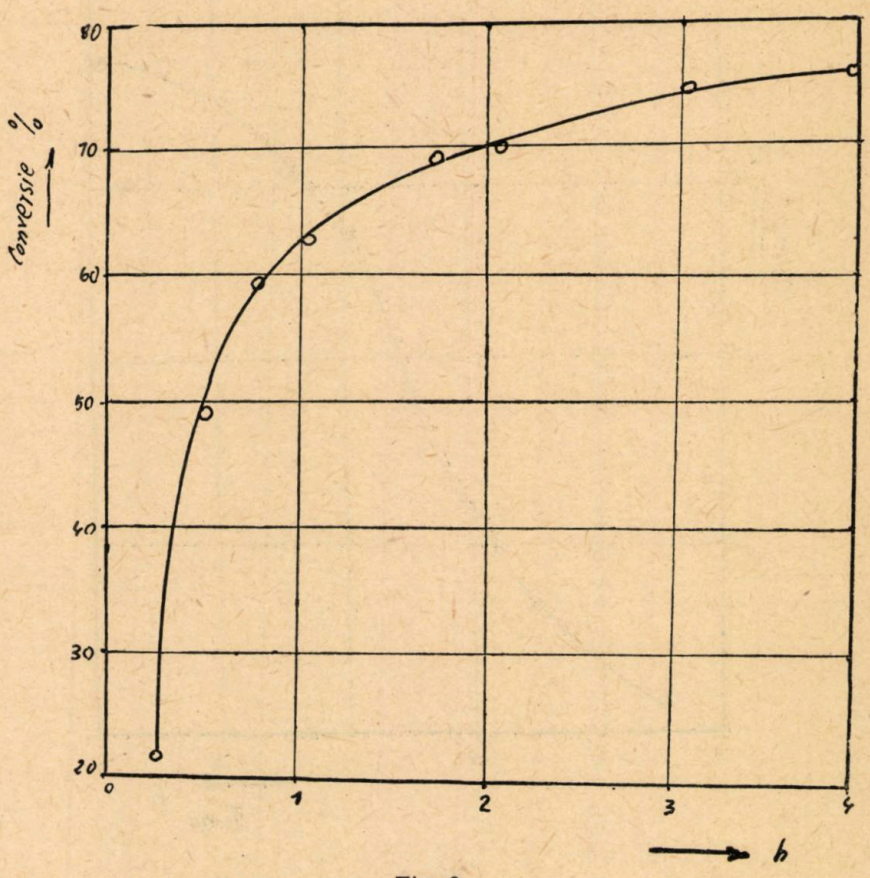


Fig. 3
Copolimerizare în emulsie; 1.5% inițiator

Copolimerizarea în suspensie s-a efectuat în următoarele condiții stabilite experimental:

Raport apă: monomer 5 : 1
Stabilizator: tiloza 0,1% (față de mediul de dispersie).
Inițiator: peroxid de benzoil 0,5% (față de amestecul de monomeri).

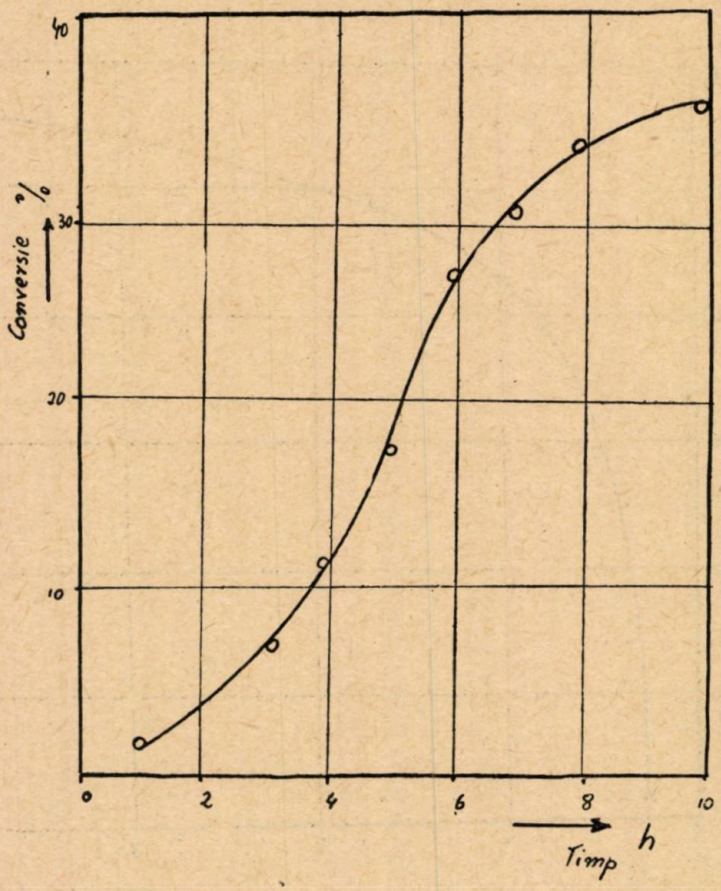


Fig. 4
Copolimerizare în suspensie. Compoziția I-a

Temperatura de lucru: 65°C.
Agitare intensă 1600 t/min.

S-a ținut seama de solubilitatea monomerilor în apă, la 65°C determinată experimental.
$S_{AcV} = 3\ \%$; $S_{AN} = 12\%$; unde S reprezintă solubilitatea în procente în greutate.

Timpii de copolimerizare s-au determinat prin încercări preliminare.

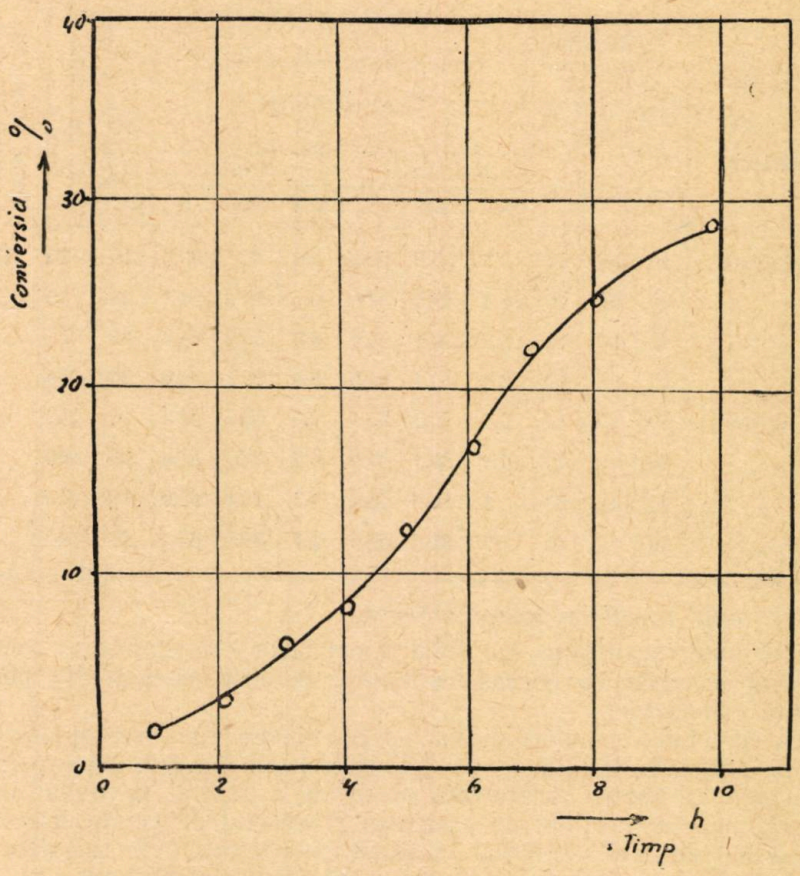


Fig. 5
Copolimerizare în suspensie Compoziţia II-a

Conținutul de azot în copolimer a fost determinat prin metoda Kjelhadl.

Procentul de grupe acetil în copolimer a fost obținut prin diferența între totalul grupelor nitril și acetil determinat prin hidroliza completă la grupe carboxil și conținutul de grupe nitril determinat anterior.

Compoziția determinată experimental se verifică cu cea calculată (tabela 1).

Tabela 1

Nr. crt. al comp.	Procedeul de polimerizare	Compoziția amestecului inițial de monomeri % molare			Compoziția copolimerului % în greutate						Conversie % în greutate	Timp de polimerizare h	Temp. de polimerizare °C	Cantit. de inițiator % în greutate
					Calculată			Găsită						
		AcV	AN	S	AcV	AN	S	AcV	AN	S				
1	Emulsie	40	50	10	3.7	35.8	60.5	3.4	36	60.6	19	20	65	0,5
2	„	40	50	10	6.3	39.1	54.6	6.1	39.8	54.1	26	30	„	0,5
3	„	40	50	10	6.3	39.1	54.6	6.8	39.2	54.0	26	20	„	1,0
4	„	40	50	10	6.3	39.1	54.6	6.0	39 1	54.9	26	15	„	1,5
5	Suspensie	40	50	10	2.3	35.7	62.0	2.0	35.6	62.4	10	240	„	0,5
6	„	40	50	10	6.3	39.1	54.6	6.5	38.7	54.8	26	360	„	0,5
7	„	40	40	20	1	31.0	68.0	0.7	31.4	67.9	10	255	„	0,5
8	„	40	40	20	1.5	31.0	67.5	1.1	30.5	68.4	27	540	„	0,5

Obținerea unui copolimer ternar omogen

Dată fiind importanța deosebită a catenelor cu compoziție constantă, s-au făcut încercări de obținere a unui copolimer omogen din punct de vedere al compoziției.

Din cercetarea compoziției catenei copolimere s-a observat un consum rapid de stiren în timpul procesului de reacție. Aceasta ne-a permis să presupunem că pentru menținerea omogenă a catenei ar trebui introdus acest monomer în porțiuni pe parcursul procesului de polimerizare.

Acetatul de vinil rămînînd în exces, monomerii care trebuiesc introduși pe parcursul copolimerizării sînt acrilonitrilul și stirenul.

Pornind de la faptul că, compoziția catenei se menține practic aceeași pe un interval de timp corespunzător unei conversii de 10%, cantitățile de monomeri consumate, deci care trebuiesc adăugate se introduc după atingerea 10% conversie, calculîndu-se necesarul de monomeri conform ecuației de compoziție a catenei copolimere a lui Alfrey și Goldfinger și ținînd seama de valoarea fracțiilor molare a amestecului de monomeri inițial care trebuie să rămînă constantă [3].

Pentru realizarea acestui fapt copolimerizările au fost efectuate în emulsie în următoarele condiții :

La sfîrșitul copolimerizării s-a oprit agitarea, s-a antrenat cu vapori de apă monomerul nereacționat.

După precipitarea totală s-a separat precipitatul și s-a uscat.

Cu datele obținute s-au trasat curbele de conversie (fig. 4, 5).

Experimental compoziția copolimerului a fost determinată prin analiza de grupe nitril (pentru analiza acrilonitrilului) și grupe acetil (analiza acetatului de vinil).

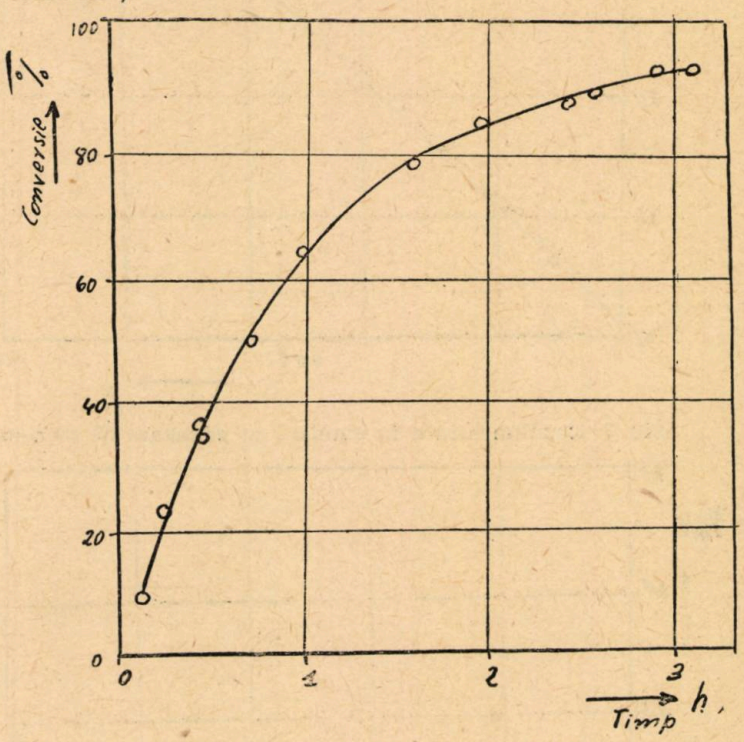


Fig. 6
Copolimerizare în emulsie cu adăugare de monomeri pe parcurs

Raport apă : monomer 5 : 1.

Emulgator : mersolat de sodiu 0,5% (față de mediul de dispersie).

Inițiator : persulfat de potasiu 0,5% (față de amestecul de monomeri).

Temperatura de copolimerizare 65°C.

S-a trasat curba conversiei în funcție de timp (fig. 6) și s-a determinat expermintal compoziția copolimerului obținut, prin analiza grupelor nitril și a grupelor acetil.

Determinarea vîscozității intrinsece

Măsurătorile de viscozitate a soluțiilor diluate de copolimer au fost realizate cu un viscozimetru tip Ostwald termostat.

Viscozitățile relative au fost determinate la 25°C în acetonă pură, pentru copolimerii purificați în prealabil.

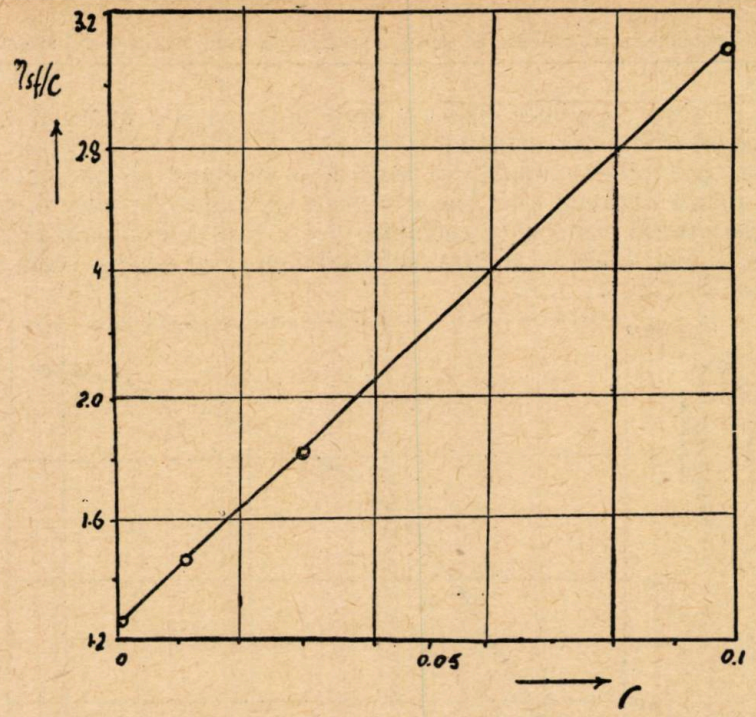


Fig. 7. Copolimerizare în emulsie cu adăugare de monomer

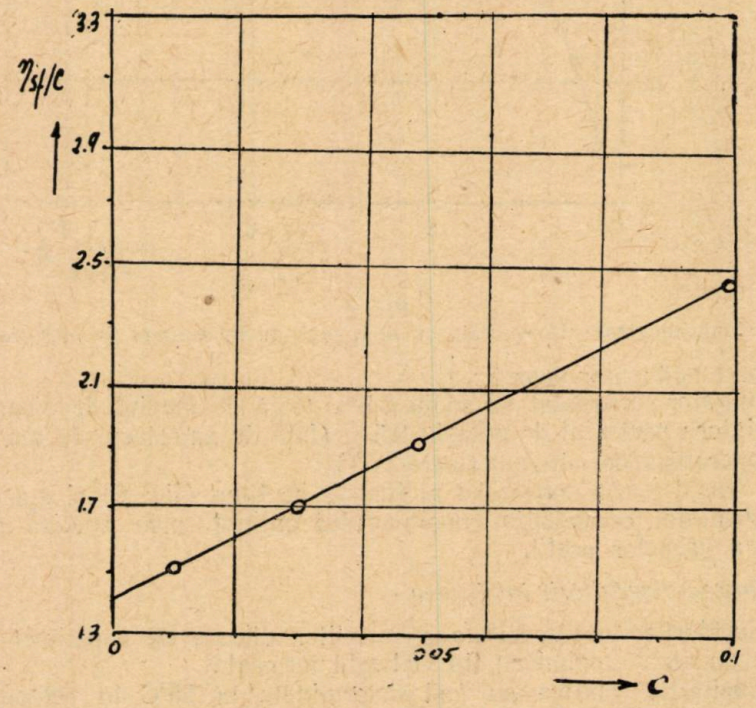


Fig. 8. Copolimerizare în emulsie

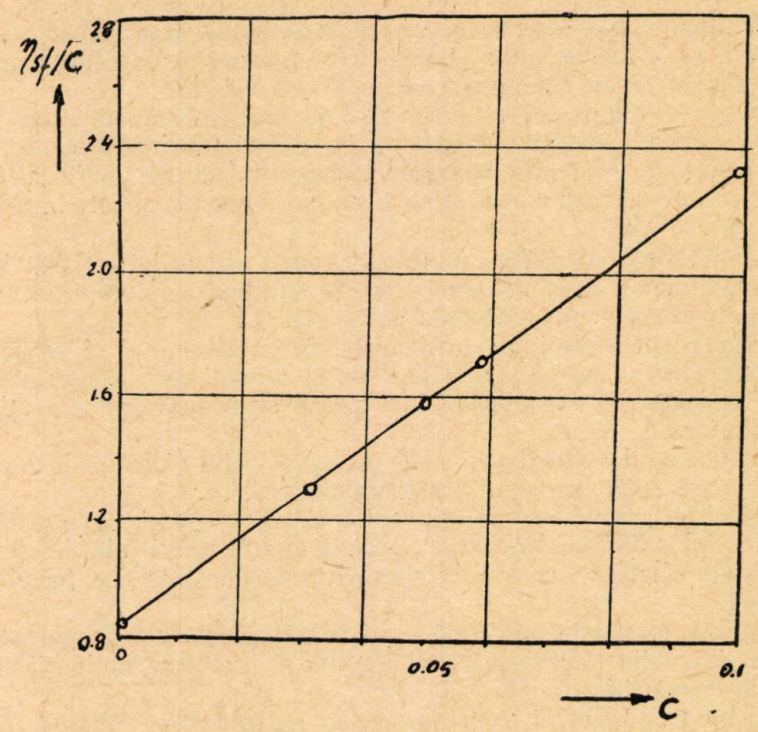


Fig. 9
Copolimerizare în suspensie

S-a reprezentat η_{sp}/c pentru diferite concentrații de copolimer (fig. 7, 8, 9).

III. Discuții

Cinetica de reacție a fost studiată pentru copolimerizarea în emulsie și suspensie.

Aliura curbelor $C=f$ (timp) corespunzător unui proces de polimerizare în emulsie se caracterizează prin perioadă de inducție foarte mică, urmată de perioada creșterii catenei cu viteză mare și de perioada încetării reacției.

După cum e și normal cu cît procentul de inițiator e mai mare cu atît viteza de copolimerizare crește (fig. 1, 2, 3).

Caracteristic sistemului respectiv apare faptul că procesul atinge o conversie maximă de valoare mică în cazul folosirii a 0,5% inițiator (56% după 6 h), care nu crește însă mult nici la mărirea procentului de inițiator la 1% (69% după 5 h) și la 1,5% (78% după 4 h).

Studiul compoziției copolimerului indică existența unui amestec de copolimer ternar și copolimer binar.

La început copolimerizarea are loc în sistem ternar, pînă la epuizarea stirenului, iar compoziția copolimerului ternar obținut e aproximativ con-

stantă. Această etapă se caracterizează prin stiren mult (54,6 — 62%) și acetat de vinil foarte puțin (1,5 — 6,3%). Ulterior copolimerizarea decurge în sistem binar acrilonitril — acetat de vinil.

Reiese că stirenul se consumă rapid în procesul copolimerizării, dînd naștere la radicali copolimeri puțin activi datorită conjugării electronului liber cu electronii nucleului benzenic. Radicalii formați, puțin activi, frînează procesul de copolimerizare, care se oprește astfel la conversii scăzute.

Consumul rapid de stiren în timpul copolimerizării ne-a dus la ideia că pentru obținerea unei catene omogene, stirenul ar trebui introdus în porțiuni pe parcursul procesului de polimerizare.

Copolimerizările efectuate prin introducerea stirenului și acrilonitrilului, monomeri activi pe parcursul procesului de polimerizare, au condus la conversie ridicată (92,8% după 3 h 8′) ceea ce denotă justețea afirmației făcută anterior.

Curba conversiei funcție de timp indică o vizită ridicată de reacție — mult mai mare decît în cazurile prezentate anterior.

Compoziția catenei s-a menținut tot timpul aceeași ca la 10% conversie (2,3 *AcV*; 35,7% *AN*; 62% *S*) după cum a reieșit din determinările experimentale efectuate, care au corespuns valorilor teoretice (erorile fiind neglijabile).

Lămurirea problemei obținerii unui copolimer de compoziție omogenă prezintă o deosebită importanță căci rezolvă și problema obținerii unui copolimer de compoziție dorită.

În cazul copolimerizării în suspensie, curbele $C=f$ (timp), prezintă cele trei etape cunoscute: inițierea, creșterea catenei și încetarea lanțului de reacție.

Conversia maximă atinsă în cazul copolimerizării unui amestec de monomeri de compoziție $X_{AcV}=0{,}4$; $X_{AN}=0{,}5$; $X_S=0{,}1$ este de 36% după 10 h, iar în cazul copolimerizării unui amestec de monomeri de compoziție $X_{AcV}=0{,}4$; $X_{AN}=0{,}4$; $X_S=0{,}2$ este de 28,5% după 10 h.

După cum am arătat și în nota I-a, scăderea cantității de acrilonitril în amestecul de monomeri duce la scăderea conversiei (28,5% față de 36%).

Ambele observații duc la concluzia că stirenul este acela care împiedică procesul de copolimerizare.

Copolimerul obținut în suspensie este omogen. E un copolimer ternar de compoziție aproximativ constantă cu un conținut ridicat de stiren și scăzut de acetat de vinil.

Laboratorul de Chimia compușilor macromoleculari
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *O. F. Solomon, M. Tomescu, M. Dimonie, D. Drăgan.* Buletinul I.P.B. T. XXI. 4. 101. 1959.
[2] *I. Skeist,* J. AM. Chem. Soc., *68,* 1781, 1946.
[3] *O. F. Solomon, M. Dimonie, M. Tomescu,* Revista de Chimie 4, 204, 1960.

СОПОЛИМЕРИЗАЧИЯ ТЕРНАРНОГО СИСТЕМА: ВИНИЛ АЦЕТАТ, АКРИЛОНИТРИЛ, СТИРОЛ

(Краткое содержание)

Сополимеризована система мономеров: винил ацетат, акрилонитрил и стирол в эмульсии и в суспенсии, изучая кинетику реакции.

Сополимеризация вела к смесу бинарного и тернарного сополимеров.

Был найден новый метод для получения гомогенного, тернарного сополимера.

DIE COPOLYMERISATION DES TERNÄREN SYSTEMS: VINYLACETAT, ACRYLONITRIL, STYROL

IV. DIE EMULSIONS-UND SUSPENSIONS POLYMERISATION

(Zusammenfassung)

Man copolymerisierte das Monomerensystem: Vinylacetat, Acrylo nitril, Styrol, in Emulsion und Suspension, indem man die Reaktionskinetik verfolgte. Die Copolymerisation fürte zu einer Mischung ternärer und binärer Copolymerisaten, die analytisch untersucht wurde.

Man erhielt ein homogenes, ternäres Copolymerisat, indem man eine neue Errechnungsmethode anwendete.

LA COPOLYMÉRISATION DU SYSTÈME TERNARE: VINYLE, ACETATE, ACRYLONITRILE, STYRENE

(Résumé)

La copolymérisation du système des monomères: vinyle acétate, acrylonitrile, styrène, a été réalisée en emulsion et suspension, suivant la cinétique de copolymérisation.

La copolymérisation conduit à un mélange des copolymères binare et ternare, qui a été analisée experimentalement. On a obtenu également un copolymère ternare homogen.

THE COPOLYMERISATION OF THE TERNARY SYSTEM: VINYL ACETATE, ACRYLONITRILE, STYRENE

(Summary)

The copolymerisation of the system of monomers: vinyl acetate, acrylonitrile, styrene was carried out in emulsion and suspension. The kinetic of copolymerisation was investigated.

The copolymerisation conducted to a mixture of ternary and binary copolymers. This mixture was analysed.

There was also obtained a ternary, homogenous copolymer, using a new method of calculation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

METALURGIE

CONTRIBUŢIE PRIVIND POSIBILITĂŢILE DE ÎMBUNĂTĂŢIRE A INDICILOR TEHNICO-ECONOMICI AI CUBILOULUI

Conf ing. AL. C. VISSARION

1. Generalităţi

1.1. *Procesul de ardere şi schimb de căldură în cubilou*

Bunul mers al unui cubilou este determinat de două procese de bază: *a*) arderea cocsului în patul de fuziune; *b*) schimbul de căldură dintre gazele de ardere şi încărcătura solidă.

a) *Arderea carbonului* din cocs în patul de fuziune se petrece după reacţiile (exotermice) cunoscute de ardere a carbonului, care se dezvoltă în domeniul difuziunii şi depind în întregime de factorii cu caracter hidrodinamic (viteza curentului de gaze, dimensiunile şi forma bucăţilor de cocs etc.). Viteza acestor reacţii — limitată de difuzia oxigenului spre suprafaţa bucăţilor de cocs — creşte cu cantitatea de cocs şi cu cantitatea de aer suflat.

Bioxidul de carbon format în zona oxidantă este redus, începînd din straturile superioare ale patului de fuziune, după reacţia endotermică:

$$CO_2 + C = 2\ CO \cdot \tag{1}$$

Viteza de formare a oxidului de carbon v_Σ (care poate fi definită prin cantitatea de bioxid de carbon, în m^3, care se reduce în timp de o oră, pe metrul pătrat de suprafaţă a cocsului), se determină prin formula:

$$v_\Sigma = \frac{[CO_2]}{r_c + r_d}\ , \tag{2}$$

în care:

r_c este rezistenţa chimică la suprafaţa bucăţilor de cocs;

r_d — rezistenţa la difuzie.

Rezistenţa la difuzie r_d rezultă din relaţia:

$$r_d = \frac{C_\gamma}{\alpha_v}\ , \tag{3}$$

unde:

C_γ este căldura specifică a gazelor la unitatea de volum;

α_v — coeficientul volumetric de transmitere a căldurii, în kcal/m³h°C. Cînd bucăţile din şarjă au dimensiuni aproximativ egale, coeficientul α_v, raportat la 1 m³ material de şarjă, se determină cu formula:

$$\alpha_v = \frac{160 \cdot v_\sigma^{0,9} \cdot T_g^{0,3}}{d^{0,75}} \cdot 10^{1,6f - 3,56f^2}, \tag{4}$$

în care:

v_σ este viteza gazelor, raportată la secţiunea transversală totală a materialului din cuvă, la 0°C şi 760 mm col. mercur;

T_g — temperatura medie a gazelor, în °K;

d — diametrul echivalent al bucăţilor de cocs, în m;

f — porozitatea stratului, în fracţiuni de unitate.

Cînd $f = 0,5$, valoarea lui α_v este:

$$\alpha_v = \frac{160 \cdot v_0^{0,9} \cdot T_g^{0,3}}{d^{0,75}} \cdot \text{k cal/m}^3\text{h°C} \cdot \tag{5}$$

În cazul cînd rezistenţa la difuziune este foarte mică în raport cu rezistenţa chimică, formula (2) devine:

$$v_\Sigma = \frac{[CO_2]}{r_c}, \tag{6}$$

iar reacţia (1) se desfăşoară în zona cinetică a procesului eterogen (aceasta are loc la temperaturi scăzute).

La temperaturi mari, rezistenţa chimică devine foarte mică, în care caz formula (2) devine:

$$v_\Sigma = \frac{[CO_2]}{r_d}, \tag{7}$$

şi reacţia (1) are loc în zona de difuziune a procesului eterogen.

Procentul de oxid de carbon care rezultă din reducerea bioxidului de carbon, se determină prin formula:

$$\%_0 CO = \frac{v_\Sigma \cdot F}{S \cdot v_g} \cdot 100, \tag{8}$$

unde:

F este suprafaţa de cocs, în m²;

v_g — viteza gazelor, în m/h;

S — secţiunea activă a cubiloului, în m².

Repartizarea concentraţiei medii de oxigen pe înălţimea patului de fuziune, repartizare de care depinde modul de desfăşurare a reacţiilor de ardere a carbonului din cocs, se exprimă prin relaţia:

$$c = c_0 \cdot e^{-\frac{K'}{v_g} \cdot s \cdot x} \tag{9}$$

în care:

c_o este concentrația oxigenului la axa gurilor de vînt (adică 21%);
c — concentrația de oxigen în masa de gaze la înălțimea x, în kg/m³;
x — distanța de la axa gurilor de vînt, în m;
s — suprafața bucăților de cocs raportată la unitatea de volum, în m²/m³;
v_g — viteza gazelor, în m/s;
K' — constanta vitezei de ardere a oxigenului.

Deoarece constanta K' *este proporțională cu viteza gazelor,* adică $\frac{K'}{v_g} =$ = constant, rezultă din relația (9) că repartizarea concentrației de oxigen pe înălțimea patului de fuziune, depinde numai de valoarea lui s, adică de dimensiunile bucăților de cocs, nu și de viteza gazelor.

Printr-o relație analoagă cu (9) se determină și *concentrația de bioxid de carbon,* care crește atîta timp cît există oxigen în patul de fuziune, apoi descrește prin reducere conform relației (1).

b) În ceea ce privește *schimbul de căldură* dintre gazele ascendente și materialele din încărcătură, datorită căruia materialele sînt preîncălzite, topite și supraîncălzite în zonele caracteristice ale cubiloului, se poate considera că în condițiile din cubilou acest schimb corespunde cazului contracurent. Notînd cu:

w_g — căldura specifică sau echivalentul în apă al gazelor,
w_s — căldura specifică sau echivalentul în apă al încărcăturii,

se pot deosebi următoarele cazuri, în diferitele zone ale cubiloului:

În zona de preîncălzire din cuvă, căldura specifică a gazelor este mai mare decît aceea a încărcăturii, deci $w_g > w_s$: gazele cedează căldură încărcăturii, răcindu-se de la temperatura inițială t_o, pînă la temperatura t_k (aceasta fiind temperatura gazelor la nivelul gurii de încărcare); șarja se încălzește de la temperatura inițială pe care o are la gură de încărcare pînă la temperatura de topire.

În zona de topire, $w_g < w_s$: apar picăturile de metal, care încep să se supraîncălzească.

În zona de supraîncălzire, $w_g > w_s$: materialul topit se încălzește, pe măsură ce coboară, de la temperatura de topire pînă la o anumită temperatură de supraîncălzire (care este cu atît mai mare cu cît temperatura maximă a gazelor este mai mare și cu cît parcursul picăturilor în această zonă este mai lung). Cînd cantitatea de gaze ce revine unității de greutate a șarjei este mică, w_g se micșorează iar metalul și zgura nu se mai supraîncălzesc suficient.

În creuzet nu există schimb de căldură, iar temperatura metalului topit scade (cedînd căldură zgurii, cocsului și căptușelii).

Căldura produsă în cubilou rezultă, procentual, astfel:

din arderea cocsului	90 . . . 95 %
din arderea diferitelor elemente	9 . . . 4,5%
prin formarea zgurii	1 . . . 0,5%
	100%

Această căldură se consumă astfel:

în zona de preîncălzire	60 . . . 65%
în zona de topire	17 . . . 15%
în zona de supraîncălzire	23 . . . 20%
	100%

Deci, *zona de preîncălzire are un rol conducător în problema schimbului de căldură în cubilou*, cu atît mai mult cu cît și procesele din zonele inferioare sînt mult influențate de procesele din această zonă.

Schimbul de căldură în zona de preîncălzire are loc în *contracurent*. Schimbul de căldură la suprafața șarjei se exprimă prin relația:

$$G_s \cdot C_s \cdot \mathrm{d}t_s = \alpha_\Sigma (t_g - t_s) \cdot F_s \cdot \mathrm{d}\tau \,, \qquad (10)$$

unde:

G_s, C_s și t_s sînt greutatea, căldura specifică și temperatura materialelor șarjei;

α_Σ — coeficientul total de transmiteri a căldurii;

t_g — temperatura gazelor;

F_s — suprafața unității de greutate a șarjei;

τ — timpul.

Scriind relația care arată că diferența dintre conținutul de căldură din gaze și conținutul de căldură din materialul încălzit este egală cu conținutul de căldură al gazelor la ieșirea din cuvă, și rezolvînd ecuația (10) ținînd seamă de această egalitate, se obțin următoarele relații care dau variațiile temperaturii gazelor t_g și temperaturii șarjei t_s cu înălțimea, în funcție de temperatura t_0 a gazelor la ieșirea din patul de fuziune și de celelalte elemente amintite:

$$t_g = t_k + t_s \cdot \frac{w_s}{w_g} \,. \qquad (11)$$

Considerînd că la sfîrșitul schimbului de căldură, avem $t_g = t_k = t_o$, din relația (11) rezultă valoarea lui t_k (temperatura gazelor la nivelul gurii de încărcare):

$$t_k = t_o \left(1 - \frac{w_s}{w_g} \right) . \qquad (12)$$

Variația temperaturii medii a bucăților de fontă, pe măsura coborîrii lor în cuvă, este dată de relația (B. I. Kitaev):

$$t_s = t_o \cdot \left[1 - e^{\frac{-\alpha_\Sigma F_s \left(1 - \frac{\omega_s}{\omega_g} \right) \cdot \tau}{\frac{\omega_s}{\omega_g} \left(1 + \frac{1}{5} Bi \right)}} \right] . \qquad (13)$$

Această relație este valabilă cînd α_Σ este dat prin:

$$\frac{1}{\alpha_\Sigma} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{5} \cdot \frac{R}{\lambda} \,. \qquad (14)$$

În aceste formule:

α este coeficient extern de transmitere a căldurii, în kcal/m²h°C;

R — raza echivalentă a bucăților de metal, în m;

λ — conductivitatea termică a fontei, în kcal/m²h°C;

Bi = criteriul Biot, egal cu $\frac{\alpha R}{\lambda}$.

Valoarea coeficientului extern α este dată de relația:

$$\alpha = \alpha_v \cdot \frac{d}{7{,}5\,(1 - f)}, \tag{15}$$

în care α_v are semnificația și valorile indicate în formulele (4) și (5), iar d diametrul echivalent al bucăților de metal (în metri) egal cu $2R$.

O formulă asemănătoare cu (13) dă *temperatura picăturilor de fontă* în zona oxidantă a patului de fuziune, deci *temperatura de supraîncălzire* (în acest caz, însă, t_o din formulă este temperatura maximă a gazelor, care se găsește aproximativ la nivelul în care conținutul de CO_2 este maxim). Se vede din formulă că temperatura de supraîncălzire a picăturilor de fontă crește cu mărirea valorii coeficientului α_Σ de transmitere a căldurii. Presupunînd o cădere liberă a picăturilor, diametrul acestora fiind de 2...10 mm, valoarea lui α_Σ se poate deduce din relația (D. N. Leahovski):

$$\alpha_\Sigma = \frac{0{,}62\, Re^{0{,}5} \cdot \lambda_t}{d} \tag{16}$$

în care:

λ_t este coeficient de conductivitate termică a produselor de ardere, în kcal/m²h°C;

d — diametrul mediu al picăturilor de fontă;

Re — numărul lui Reynolds, egal cu $\frac{v_g D \gamma}{r g}$ și în care:

v_g = viteza gazelor; D = diametrul interior al cubiloului; γ = greutatea specifică a gazelor; r = vîscozitatea gazului (coeficient de frecare interioară); g = accelerația gravității.

Rezultă, deci, că: *cantitatea de căldură transmisă picăturilor de fontă* crește cu mărirea lui Re, respectiv cu mărirea vitezei produselor de ardere (v_g); cu cît este mai mare v_g, cu atît α_Σ este mai mare și cu atît mai multă căldură se transmite fontei lichide. De asemenea, temperatura fontei lichide crește pe măsura creșterii temperaturii maxime a gazelor de ardere (t_o) și cu durata τ (drumul parcurs de picături în zona de supraîncălzire).

Formulele și relațiile generale expuse mai sus în ceea ce privește arderea cocsului în patul de fuziune și schimbul de căldură din cubilou (și care sînt valabile pentru urmărirea calitativă a fenomenelor), vor fi folosite mai departe pentru tragerea concluziilor privind măsurile ce trebuie luate în vederea îmbunătățirii indicilor tehnico-economici ai cubiolului.

1.2. *Cocsul de cubilou*

Reacția (1) de reducere a bioxidului de carbon trebuie considerată ca foarte nedorită, deoarece prin ea se consumă în mod inutil combustibil și se reduce temperatura gazelor de ardere. Prin mărirea conținutului de oxid de carbon, datorită acestei reacții, se micșorează coeficientul de ardere η_v,

$$\eta_v = \frac{CO_2}{CO_2 + CO} \cdot 100, \qquad (17)$$

deci se reduce randamentul termic al cubiloului.

Formulele (2)...(8) arată că formarea oxidului de carbon prin reacția (1) crește cu cît este mai mare *porozitatea cocsului* (cu cît este mai reactiv cocsul) și scade pe măsura creșterii *dimensiunii* bucăților de cocs.

Deci, măsurile care se impun pentru îmbunătățirea randamentului termic al cubiloului, în ceea ce privește cocsul, considerînd egale celelalte condițiuni de funcționare, sînt:

— Folosirea unui cocs cu cît mai mică reactivitate (înțelegîndu-se prin reactivitate proprietatea cocsului de a reduce CO_2 conform relației 1). Se recomandă un cocs a cărui porozitate să nu depășească 35%.

— Evitarea introducerii în încărcătură a bucăților de cocs prea mici (avînd o suprafață mai mare de contact cu gazele, cocsul prea mărunt este mai reactiv, chiar dacă porozitatea lui este satisfăcătoare).

— Sortarea, la dimensiuni cît mai apropiate, a porțiilor de cocs. Prin aceasta, permeabilitatea gazelor în stratul de cocs crește, viteza lor v_g crește, deci conținutul de CO scade (formula 8).

Este evident că randamentul termic este cu atît mai mic, cu cît conținutul de cenușă, praf, impurități este mai mare, și este cu atît mai mare cu cît conținutul de carbon din cocs este mai mare. Se știe, de asemenea că conținutul de sulf din cocs trebuie să fie cît mai redus, deoarece cea mai mare parte a sulfului din cocs trece în fontă.

1.3. *Patul de fuziune*

Înălțimea patului de fuziune are o importanță decisivă în funcționarea cubiloului, temperatura fontei pe igheab depinzînd direct de această înălțime (pentru aceleași condițiuni de funcționare).

Se știe că nivelul superior al patului de cocs se ridică și se coboară periodic în timpul funcționării cubiloului. Este evident, că:

— dacă înălțimea porției de încărcătură metalică este prea mare, nivelul superior al patului de cocs coboară prea jos, iar drumul mediu al picăturilor de fontă se scurtează și temperatura de supraîncălzire este redusă (aceasta rezultă dealtfel și din formulele 13...16);

— dacă înălțimea porției de cocs de topire este prea mică (nu este suficientă să topească tot metalul din porție), nivelul superior al patului de fuziune coboară treptat, pînă sub un anumit nivel critic, cînd temperatura metalului lichid începe să scadă exagerat, la un anumit moment chiar oprindu-se topirea;

— dacă porția de cocs de topire (înălțimea stratului) este prea mare, față de porția de metal, nivelul superior al patului de fuziune se ridică

treptat, pe măsura topirii; în acest caz, dacă se mărește debitul de aer pentru a se asigura o ardere acceptabilă și un η_v bun, se ridică și nivelul superior al zonei de topire, deci crește drumul parcurs de picături, crește temperatura finală a fontei lichide; în schimb, crește consumul de cocs, această creștere putînd deveni irațională dincolo de o anumită cifră (cînd consumul superior de cocs crește fără o creștere corespunzătoare a temperaturii metalului lichid); dacă înălțimea patului de fuziune crește, fără o creștere corespunzătoare a debitului de aer, coeficientul de ardere η_v este prea mic și fonta nu se supraîncălzește suficient.

Deci, este necesar:

a) Să se calculeze exact înălțimea stratului de cocs de topire, astfel ca nivelul superior al patului de fuziune să nu varieze decît în limitele necesare.

b) Patul de fuziune să aibă o înălțime corect determinată, deoarece: dacă este prea înalt, η_v rezultă prea mic și fonta rezultată nu-i suficient de fierbinte; dacă este prea mic, zona de topire coboară în zona oxidantă, topirea se produce în atmosferă oxidantă, ceea ce nu este deloc recomandabil (cu excepția cazului cînd se urmărește o defosforare pronunțată, în cubilourile cu căptușeală bazică).

Temperatura fontei topite, consumul de cocs, producția și productivitatea depinzînd de înălțimea patului de fuziune, aceasta trebuie considerată ca unul din parametrii de bază ai funcționării corecte a unui cubilou.

Înălțimea patului de cocs se poate determina cu aproximație fie în funcție de diametrul interior al cubiloului (pe baza unor tabele cu date practice), fie în funcție de presiunea aerului insuflat, cu ajutorul unor diagrame. După ce se face prima topire, cu această înălțime teoretică, se măsoară în cubilou marginea superioară a zonei cu uzură maximă a căptușelii (care corespunde cu nivelul superior al zonei de topire), această înălțime fiind chiar nivelul superior al patului de cocs de umplere.

Trebuie remarcat, însă, că înăltimea astfel determinată corespunde unui anumit regim de funcționare a cubiloului, respectiv unui anumit debit de aer și unui consum de combustibil dat. Pentru alt regim, patul de fuziune are altă înălțime, care trebuie determinată de asemenea ca mai sus.

1.4. *Încărcătura metalică*

S-a arătat mai sus că înălțimea încărcăturii metalice nu trebuie să fie prea mare, pentru a se evita coborîrea prea jos a nivelului critic inferior al stratului superior al patului de fuziune (aceasta conducînd la o supraîncălzire redusă).

O mare importanță pentru funcționarea corectă a cubiloului are dimensiunea medie a bucăților de fontă. Formula (13) arată că temperatura la care se încălzesc bucățile de fontă în zona de preîncălzire este cu atît mai mare cu cît dimensiunile bucăților de fontă sînt mai mici (cu cît F_s este mai mare). Cum în zona de preîncălzire se consumă cea mai mare parte a căldurii produse în cubilou, iar procesele din această zonă influențează adînc procesele din zonele inferioare, este necesar să se dea cea mai mare atenție dimensiunii bucăților de fontă acestea urmînd a fi cît mai mult mărunțite (bine înțeles nu sub o anumită limită, care dacă ar fi

depășită ar conduce la un procent exagerat de ardere a metalului). Recomandațiile din literatura de specialitate — ca bucățile de material metalic din încărcătură să nu depășească o treime din diametrul cubiloului, unii autori mergînd chiar pînă la 0,4 D, — sînt prea largi și incomplete. Pentru cubilourile mici (sub 700 mm diametru interior), dimensiunile recomandate sînt prea mari, mai ales pentru cazul bucăților masive. De asemenea, trebuie considerat și faptul că unele bucăți de metal se topesc mai ușor (de exemplu, fonte cu procent de carbon apropiat de eutectic), iar altele se topesc mai greu sau foarte greu (cazul oțelurilor cu conținut redus de carbon). Pentru acestea din urmă dimensiunile maxime ale bucăților care se introduc în șarje trebuie să fie mult mai mici decît cele recomandate obișnuit.

Bucățile de metal prea mari, topindu-se mai greu, nu dau timp suficient picăturilor să se supraîncălzească. Uneori, parte din astfel de bucăți ajung chiar în creuzet, răcind fonta.

Se recomandă ca încărcătura metalică să fie cît mai omogenă ca dimensiuni, dacă se poate să fie triată, fiecare porție să fie constituită din bucăți de metal de dimensiuni cît mai apropiate.

O soluție eficace pentru îmbunătățirea schimbului de căldură în zona de preîncălzire, cînd nu se poate asigura folosirea de bucăți de metal în dimensiuni reduse sau sortarea lor pe dimensiuni, constă în mărirea coloanei de încărcătură, anume: mărirea înălțimii cuvei și menținerea cubiloului în stare complet încărcată pînă la gură (în aceste cazuri, se mărește τ din formula (13), se asigură topirea metalului în zona corectă a topirii). Astfel se poate asigura o topire rapidă, economică și un material suficient de fierbinte.

1.5. *Debitul de aer*

Dacă se menține constant consumul de cocs și se mărește debitul de aer, respectiv viteza lui, rezultă o reducere a cantității de CO din gazele de ardere (formula 8) și o mărire a coeficientului de ardere (formula 17), deci îmbunătățirea randamentului termic al cubiloului și ai principalilor săi indici tehnico-economici. Mărirea debitului de aer conduce și la mărirea lui w_g, deci la o îmbunătățire generală a schimbului de căldură din cubilou.

Rezultate optime se obțin cînd odată cu mărirea debitului de aer se mărește corespunzător și consumul de cocs. Productivitatea cubiloului crește astfel simțitor, asigurîndu-se și o temperatură destul de mare a fontei pe igheab.

Debitul de aer variază normal în limitele 100 ... 160 m^3/m^2min, în funcție de tipul și de caracteristicile cubiloului. Limita maximă a debitului de aer este considerată cifra de 180 m^3/m^2min, dincolo de care se produce o răcire exagerată a cocsului în dreptul gurilor de vînt, astuparea acestora cu zgură, perturbarea generală a elaborării.

În cubilourile cu două sau trei rînduri de guri de aer, arderea cocsului fiind mult îmbunătățită este necesar un debit de aer mărit față de același cubilou funcționînd cu nu singur rînd de guri de aer.

2. Metode de intensificare a procesului de elaborare în cubilou

Din cele expuse mai sus rezultă că, în afară de măsurile privind pregătirea corectă a încărcăturii, intensificarea procesului de elaborare în cubilou se poate realiza prin următoarele metode:

a) *Mărirea debitului de aer insuflat* (mărirea factorilor v_g și w_g), despre care s-a vorbit mai sus.

b) *Folosirea mai multor rînduri (2...3) de guri de vînt:* curentul de gaze se uniformizează în secțiunea transversală a cubiloului, de la gurile de aer pînă la nivelul superior al patului de fuziune, partea centrală din zona de oxidare și de reducere este mai bogată în oxigen, astfel încît CO format prin reacția (1) poate fi oxidat. În modul acesta, se îmbunătățește randamentul termic al cubiloului (prin reducerea conținutului de CO din gazele de ardere) și se lărgește zona temperaturilor înalte (se mărește temperatura de supraîncălzire a picăturilor de fontă). Alimentarea prin mai multe rînduri de guri de aer impune o mărire a debitului de aer, care poate merge pînă la 140..., 160 m^3/m^2min la cubilourile mai mari cu trei rînduri de guri de aer.

c) *Îmbogățirea aerului cu oxigen* conduce la o mărire a temperaturii în zona de ardere și o micșorare a înălțimii zonei oxidante. Este necesar ca această metodă să se aplice la cubilouri cu trei rînduri de guri de aer (prin care se compensează în oarecare măsură reducerea înălțimii zonei oxidante), iar debitul de aer să fie mărit cum s-a arătat mai sus. În felul acesta se asigură, pe lîngă mărirea temperaturii din zona de ardere și o oxidare mai activă a oxidului de carbon produs prin reducerea bioxidului de carbon.

d) *Preîncălzirea aerului insuflat.* A se vedea mai departe par. 3.4.

e) *Alte metode în curs de experimentare, sînt:* folosirea de căptușeală bazică, la cubilouri cu mai multe rînduri de guri de aer; răcirea cu apă a mantalei (la cubilouri fără căptușeală); etc.

3. Încercări efectuate

S-au executat mai multe serii de experimentări la trei cubilouri diferite, anume:

— cubilou de 380 mm diametru interior, cu două rînduri de guri de aer;

— cubilou de 500 mm diametru interior, fără antebazin, cu trei rînduri de guri de aer;

— cubilou de 500 mm diametru interior, cu antecreuzet și cu trei rînduri de guri de aer; la acest cubilou, o serie de experimentări a fost făcute cu insuflare de aer preîncălzit.

Rezultatele acestor experimentări confirmă considerațiile teoretice expuse mai sus și sînt rezumate în cele ce urmează.

3.1. *Cubilou cu două rînduri de guri de aer*

La cubilourile cu un singur rînd de guri de aer curentul de gaze are tendința de a se apropia repede de pereții căptușelii, lăsînd în centrul cubiloului o zonă săracă în oxigen sau lipsită aproape total de oxigen și permițînd dezvoltarea ușoară a reacției (1). Astfel, conținutul de CO poate fi ridicat și randamentul termic al cubiloului scăzut. Acest fenomen este cu atît mai accentuat cu cît diametrul interior al cubiloului este mai mare.

La insuflarea de aer prin rînduri suplimentare de guri, se realizează o uniformizare în secțiune transversală a curentului de gaze, pe o anumită înălțime (mai sus de acest nivel, curentul de gaze este din nou împins spre pereți).

Luînd în considerație cele expuse în paragrafele anterioare, autorul a proiectat și executat modificarea unui mic cubilou care avea un singur rînd de guri de aer. Diametrul interior fiind de numai 380 mm, s-a ales soluția cu două rînduri de guri de aer. Pentru a se asigura un rol efectiv rîndului superior, secțiunea totală a gurilor de aer din rîndul superior s-a luat 25% din secțiunea totală a tuturor gurilor de aer, iar distanța dintre cele două rînduri de guri de aer, ca și înclinarea axei gurilor s-au ales astfel încît să se asigure condiții optime ale procesului de ardere și de schimb de căldură. De asemenea, înălțimea utilă a cuvei s-a ales neobișnuit de mare (pentru a se mări valoarea lui τ), raportul dintre înălțimea utilă și diametrul interior fiind de 7,34. S-a asigurat presiune suficientă (380... 500 mm coloană de apă) și un debit de aer care poate fi împins pînă la 160... 180 m^3/m^2min. Înălțimea patului de cocs s-a determinat cum s-a arătat la par. 1.3.

Înainte de modificare, consumul de cocs era de 25... 28% din greutatea fontei, iar temperatura fontei pe jgheab varia în limitele 1250... 1300°C. Se lucra mai mult empiric și fără o pregătire atentă a încărcăturii.

După modificare, s-a făcut o serie de topiri experimentale ale căror rezultate sînt indicate în tabela 1. Temperaturile indicate sînt mediile mai

Tabela 1

Compunerea șarjei			Debit de aer m^3/m^2 min	Consum cocs topire %	Temp. fontei pe jgheab °C
Fontă nouă	Eontă veche	Oțel vechi			
30	60	10	110...120	11...12	1330—1340
»	»	»	»	12...13	1340
»	»	»	»	14	1340—1350
10	80	10	130...140	11...12	1340—1350
»	»	»	»	12...13	1340—1360
»	»	»	»	14	1380—1400
20	70	10	150...160	13...14	1390—1410
»	»	»	»	14...15	1400—1410
»	»	»	»	15...16	1400—1410

multor topiri făcute cu încărcătură similară, sub același debit de aer și cu consum variabil de cocs (s-a variat, pentru aceasta, greutatea încărcăturii metalice, menținîndu-se constantă porția de cocs).

Din datele cuprinse în tabelă rezultă că regimul cel mai bun ar fi cel cu debit de 130...140 m^3/m^2min: în acest caz, *consumul rațional* maxim de cocs ar fi de circa *14%*, cînd dorim o temperatură pe jgheab de 1380... 1400°C, și de circa 11...12%, pentru o temperatură mai redusă a fontei, anume 1340...1350°C.

Prin experimentările făcute de autor cu acest cubilou s-au stabilit două lucruri importante, care în literatura de specialitate apar ca de eficiență discutabilă, anume: întîi, că și două rînduri de guri de aer pot da rezultate foarte bune, *la cubilourile mici;* al doilea, că mărirea înălțimii cuvei confirmă cele exprimate prin formula (13), în ceea ce privește durata de timp în care bucățile de metal parcurg zona de preîncălzire.

3.2. *Cubilou cu trei rînduri de guri de aer*

Altă serie de experiențe s-a făcut cu un cubilou de 500 mm diametru interior, fără antecreuzet, cu trei rînduri de guri de aer, al cărui raport $\frac{h}{D}$, după indicațiile date de autor, este de asemenea excepțional de mare. Cubiloul acesta fiind nou, nu se poate face o comparație față de cazul dacă ar fi avut un singur rînd de guri de aer.

Experimentările s-au făcut după determinarea corectă a înălțimii patului de fuziune și sortîndu-se cu grijă atît bucățile de cocs (45...60 mm), cît și bucățile de metal (care nu depășeau 10...12 cm, în dimensiunea cea mai mare). Rezultatele unei prime serii de topiri sînt înregistrate în tabela 2, pentru un debit de aer de 100...110 m^3/m^2min și o presiune a

Tabela 2

Debit de aer = 100...110 m^3/m^2 min

Greut. încărc. metalice, kg	120	130	140	150	160	170
Greut. porției cocs, kg	15	15	15	15	15	15
Consum cocs topire, %	12,5	11,5	10,7	10	9,4	8,8
Temp. fontei la jgheab, °C	1370—1390	1370—1390	1360—1380	1330—1350	1310—1320	1290—1300

aerului de 280...320 mm coloană de apă (măsurată în conducta inelară a cubiloului). Încărcătura metalică a fost constituită din: 20% fontă nouă, 70% fontă veche și 10% oțel vechi. Porția de cocs de 15 kg era menținută constantă variindu-se greutatea porției metalice. Porția de calcar s-a men-

ținut de asemenea constantă, la circa 4% din greutatea încărcăturii metalice.

Din tabela 2 se vede că pe măsură ce consumul procentual de cocs crește, crește și temperatura fontei pe igheab. Consumul minim care dă o temperatură suficientă este cel de 9,4%. La un consum de cocs de circa 11—12% se ajunge la temperatura maximă ce se poate obține cu debitul de aer de 100... 110 m^3/m^2min, anume la 1370—1390°C. Depășirea acestui consum devine, deci, nerațională. Numai în cazul cînd este necesară o temperatură mai mare decît aceasta trebuie mărit debitul de aer și majorat corespunzător și consumul de cocs. Nu am putut repeta experimentările cu debit de aer mărit, grupul ventilator neputînd debita aer mai mult.

Odată stabilită limita consumului rațional de cocs pentru debitul de aer menționat, s-au făcut alte topiri cu același debit de aer și cu un consum de cocs la limita superioară, analizînd și compoziția gazelor de ardere la ieșirea din cubilou (compoziția medie pe secțiunea transversală în planul gurii de încărcare). Rezultatele sînt indicate în tabela 3, din care se vede că valoarea lui η_v este foarte mare (63,5... 67,5%) : arderea în patul de fuziune se face mai complet în cubiloul cu trei rînduri de guri de aer, decît într-unul cu un singur rînd (la care valoarea lui η_v variază obișnuit în limitele 30... 45%), ceea ce explică randamentul termic ridicat al cubi-

Tabela 3

Consum % față de greut. fontei lichide		Compoziția gazelor			η_v %	Temp. fontei °C
cocs de topire	calcar	CO_2	CO	O		
11,9	3,96	14,2	8,1	1,2	63,5	1370...1390
12,2	4,16	14,8	7,6	1 0	66	1380...1390
11,85	4,12	15,0	7,2	1,3	67,5	1380...1390
12,1	3,98	14,7	7,8	0,9	65	1370...1390
12,3	4,10	14,6	7,6	1,1	65	1380...1390

loului experimentat, respectiv consumul de cocs de topire redus și temperatura mare a fontei pe igheab. Este sigur că la mărirea debitului de aer și a presiunii, rezultatele ar fi și mai bune. Normal, la un asfel de cubilou care ar funcționa corect, cu încărcătură judicios aleasă și sortată, ar trebui să se obțină o temperatură de 1400... 1420°C, la un consum de cocs de circa 12,5 — 14%.

O foarte interesantă constatare s-a făcut lăsînd cubiloul să funcționeze cu încărcătură nesortată : pentru același debit de aer și același consum de cocs, temperatura fontei era cu mult mai mică. De exemplu : la un debit de 105... 106 m^3/m^2min și un consum de cocs de 12,5% nu s-a putut obține o temperatură mai mare de 1340... 1350°C. Această constatare demonstrează suficient marea importanță pe care o prezintă problema pregătirii judicioase a sarjei.

3.3. *Cubilou cu antecreuzet și cu trei rînduri de guri de aer*

Experiențe concludente s-au făcut și cu un cubilou cu diametrul interior de 500 mm, prevăzut cu antecreuzet și care timp îndelungat a funcționat în exploatare cu un singur rînd de guri de aer [1]).

După modificarea cubiloului și adaptarea a trei rînduri de guri de aer, s-au făcut o serie de experimentări cu debit de aer variind între 100 și 160 m^3/m^2 min, la o presiune de 270 ... 300 mm coloană de apă măsurată în conducta inelară ; porția de cocs s-a menținut constantă la 15 kg, iar greutatea încărcăturii metalice a variat între 100 și 150 kg. Rezultatele acestor experimentări sînt indicate în tabelele 5 și 6.

Tabela 4

Debit de aer = 100 m^3/m^2 min

Greut. încărc. metal. kg	100	120	130	150
Greut. porției de cocs, kg	15	15	15	15
Consum cocs topire, %	15	12,5	11,5	10
Temp. fontei la jgheab, °C	1340—1350	1340—1350	1340—1350	1310—1320

Tabela 5

Debit de aer = 160 m^3/m^2 min

Greut. încărc. metal. kg	100	120	130	150
Greut. porției de cocs, kg	15	15	15	15
Consum cocs topire, %	15	12,5	11,5	10
Temp. fontei la jgheab, °C	1380—1400	1380—1390	1350—1360	1330—1340

Se vede din aceste tabele că, indiferent de debitul de aer creșterea consumului de cocs de topire duce la mărirea temperaturii fontei, dar numai pînă la anumite valori. Astfel, în cazul unui debit de aer de 100 m^3/m^2min, mărirea consumului de cocs peste 11,5% devine irațională, căci temperatura fontei nu crește peste 1340 ... 1350°C ; în cazul unui debit de aer de 160 m^3/m^2min, consumul de cocs minim care dă temperatura cea mai mare este cel de circa 12,5 ... 13%. Pentru ambele cazur, consumul de 10% poate fi considerat ca *o limită inferioară de consum* cu care se obține o fontă de temperatură corespunzătoare turnării unor piese obișnuite de fontă ; la fel, consumul de 13% cocs poate fi considerat ca *o limită superioară*, care în nici un caz nu trebuie depășită.

[1]) Aceste experimentări au fost executate de asist. ing. Gh. Balaban

3.4. *Cubilou cu aer preîncălzit*

Dacă în cubilou se suflă aer preîncălzit în loc de aer rece, viteza reacției de ardere se mărește și temperatura maximă a gazelor crește. Astfel, se mărește sensibil valoarea lui t_o. Zona de topire devine mult mai caldă și coboară mult.

Pentru a se asigura o funcționare optimă, este necesar să se lucreze cu trei rînduri de guri de aer și cu debit mărit de aer. În acest fel se obțin: o temperatură t_0 maximă, mărirea factorilor v_g și w_g, o distribuție mai omogenă a gazelor în secțiunea patului de fuziune, o majorare a zonei temperaturilor înalte, — realizîndu-se *un maximum de avantaje* ce decurg din modificările favorabile ale acestor factori. Astfel, se realizează o importantă reducere a consumului de cocs, o mare temperatură de supraîncălzire a fontei și o productivitate maximă.

La același cubilou menționat mai sus la par. 3.3, s-a făcut o serie de experimentări cu insuflare de aer preîncălzit pînă la 400°C (printr-o sursă exterioară). În primele experimentări, s-a variat temperatura aerului în limitele 0...400°C, debitul de aer menținîndu-se constant la 150...160 m^3/m^2 min. Rezultatele sînt indicate în tabela 6: se vede că la un consum de cocs de topire de 7,5%, temperatura fontei crește foarte puțin, aproape insensibil, dacă temperatura de preîncălzire a aerului este mai mare decît 200...250°C; experimentările nu au putut fi împinse la un consum de cocs sub 7,5% acesta reprezentînd deci limita inferioară de consum. Menținîndu-se consumul apropiat de limita inferioară, s-a făcut alte experimentări cu aer preîncălzit la 150...270°C, cu același debit de aer de 150...160 m^3/m^2 min, determinîndu-se compoziția gazelor de ardere la gura de încărcare. Încărcătura metalică a fost constituită din: 27% fontă nouă, 53%

Tabela 6

Temp. aer,°C	0	50	100	150	200	250	300	350	400
Consum cocs, %	10	9	8	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
Temp. fontei,°C	1330	1330	1330	1330	1330—1340	1330—1340	1335—1345	1340—1350	1345—1360

Tabela 7

Consum % din fonta lichidă		Compoziția gazelor			η_v %	Temperatura fontei °C
cocs de topire	calcar	CO_2	CO	O_2		
7,7	4,17	14,	6,	1,4	70,	1330 . . . 1340
8,4	4,10	13,2	7,9	1,6	63,	1330 . . . 1340
7,7	4,17	14,1	7,2	1,00	66,5	1330 . . . 1340
7,65	4,18	13,8	6,4	1,60	68,5	1330 . . . 1340

Tabela 8

Temperatura aerului °C	0	100	200	300	400
Consum cocs topire, %	14	11,3	9,5	8	8
Temperatura fontei, °C	1400	1400	1400	1400	1410

fontă veche și 20% oțel vechi. Rezultatele sînt înscrise în tabela 7. Coeficientul de ardere foarte mare (63...70%) explică randamentul termic ridicat al cubiloului, în aceste condiții de funcționare.

O altă serie de experiențe a fost făcută cu un debit de aer maxim, de 180 m^3/m^2 min și cu aer preîncălzit pînă la 400°C.
În acest caz (tabela 8) consumul rațional de cocs este: 8%, pentru un aer preîncălzit la 300°C; 9,5%, pentru un aer preîncălzit la 200°C (în ambele cazuri obținîndu-se o temperatură la jgheab de circa 1400°C).

Rezultă din cele de mai sus că posibilitățile de reducere a consumului de cocs la cubiloul cu aer preîncălzit sînt evidente: limita inferioară a consumului scade la circa 7,5%, pentru o temperatură a fontei de 1330... 1340°C, cînd debitul de aer este de 150...160 m^3/m^2 min, iar aerul este preîncălzit la 200...300°C; aceeași limită este de circa 8%, cînd debitul de aer este de 180 m^3/m^2 min, în care caz temperatura fontei se ridică la 1400°C la o preîncălzire a aerului de 250...300°C. Se vede de asemenea că la preîncălziri peste 300°C, limita inferioară de consum de cocs nu mai scade.

Comparînd aceste rezultate cu cele date de același cubilou, dar funcționînd cu aer rece (par. 3.3.), se poate trage concluzia că preîncălzirea aerului conduce la o reducere a consumului de cocs de 25...35%. Apare de asemenea clar, că — *pentru cubiloul experimentat* — temperatura optimă de preîncălzire a aerului este de 250...300°C; preîncălzirea peste 300°C pare a nu se justifica printr-un plus de avantape evidente. Productivitatea cubiloului crește sensibil, ajungînd de ordinul 9...10 t/m^2 h pentru temperaturile de preîncălzire de 250...300°C.

4. Concluzii

Din considerațiile teoretice prezentate și experimentările făcute, se desprind următoarele concluzii:

1. *Fără nici un fel de modificare constructivă,* indicii tehnico-economici ai cubilourilor actuale pot fi sensibil îmbunătățiți printr-un control permanent al funcționării și o îngrijită pregătire și sortare a încărcăturii, anume: determinarea corectă a patului de cocs, folosirea unui cocs de reactivitate cît mai mică, sortarea bucăților de cocs, sortarea bucăților de metal, controlarea permanentă a debitului și presiunii aerului insuflat, insuflarea unei cantități suficiente de aer (în funcție de consumul de cocs).

Chiar numai cu aceste măsuri, consumul actual de cocs poate fi sensibil redus, temperatura fontei pe igheab mărită, calitatea pieselor turnate mult îmbunătățită și rebuturile reduse la procente normale.

2. *Ca măsuri constructive simple, se recomandă:*

— instalarea de ventilatoare suficient de puternice, care să poată debita pînă la 160 m^3/m^2 min la o presiune suficientă;

— adaptarea a trei rînduri de guri de aer, eventual chiar a două rînduri la cubilourile mici;

— mărirea cuvei, mai ales la cubilourile mici.

Este evident că și funcționarea acestor cubilouri trebuie condusă științific, ținîndu-se seamă de cele arătate la punctul 1.

3. *Insuflarea de aer cald* (numai la cubilouri cu trei rînduri de guri de aer) oferă posibilități și mai mari de îmbunătățire a indicilor tehnico-economici, dar această metodă nu poate fi recomandată decît pentru turnătoriile mari.

Măsurile propuse la punctele 1 și 2 conduc în mod sigur la economii masive de cocs, care acoperă rapid cheltuielile făcute realizîndu-se în același timp o calitate mult îmbunătățită, precum și o reducere simțitoare a rebuturilor.

BIBLIOGRAFIE

[1] *V. P. Lincevschi: Cuptoare industriale*, Editura Tehnică, 1952.

[2] *G. F. Knorre: Procese de ardere în focare*, Edit. Energet., 1955.

[3] *L. M. Marienbach: Intensificarea procesului de ardere în cubilou*, traducere din limba rusă, I. D. T., 1956.

[4] *A. A. Gorșkov: Cîteva probleme de metalurgie a elaborării fontei în cubilou*, în „Probleme de elaborare și turnare a fontelor", Editura Academiei R.P.R., 1955.

[5] *J. Navaro Alcacer* și *I. A. Andres: Studiul procesului de ardere în cubilou*, în „Probleme tehnice ale cubilourilor moderne", I.D.T., 1956.

[6] *M. Kiraly: Probleme actuale ale cubilourilor*, în „Probleme tehnice ale cubilourilor moderne", I.D.T., 1956.

[7] *H. Jungbluth: Randamentul unui cubilou*, „Giesserei", nr. 8/1956.

[8] *H. Jungbluth: Influența aerului cald asupra reacțiilor chimice din cubilou*, „Giesserei", nr. 6/1956.

[9] *G. I. Show, Cubilourile cu aer cald*, „Iron and Steel", nr. 10/1955.

[10] *W. I. Buchanan: Din practica cubilourilor*, în „Probleme tehnice ale cubilourilor moderne", I.D.T., 1956.

[11] *G. Ulmer: Studiul arderii cocsului în cubilou*, „Fonderie", nr. 125/1956.

[12] *Academia de Științe U.R.S.S., Principalele tendințe în dezvoltarea turnătoriilor din uzinele constructoare de mașini ale S.U.A.*, traducere din limba rusă, I.D.T., 1955.

[13] *Probleme de elaborare și turnare a fontelor*, traducere din limba rusă, Academia R.P.R., 1955.

КОМБИНАЦИЯ ВОЗМОЖНОСТИ УЛУЧШЕНИЯ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ ВАГРАНКИ

(Краткое содержание)

В следствие ряда опытов, произвсденных над вагранками с одним, двумя или тремя рядами вдувных отверстий и вдуьанием холодного воздуха, а также и над вагранкой с подогретым воздухом, автор, подчёркивая сокращение расхода кокса, указывает возможности сокращения этого расхода и условия экономической работы вагранок.

Установленные результаты могут быть использованы любым литейным заводом, который имеэт вагранку. получая массивную экономию литейного кокса.

CONTRIBUTION TO THE POSSIBLE IMPROVEMENT OF THE ECONOMIC-TECHNICAL INDIXES OF THE CUPOLA

(Summary)

On the basis of a series of tests made on the cupolas with one, two or three air openings and cold air inlet as well as on the cupola with preheated air, the author — stressing the reduction of charcoal consumption — shows the possibilities of reducing this consume and the economic operation of cupolas. It is also shown the influence of the preheated air on the technical-economic indixes of the cupolas.

The resulting data can be used by any foundry with a cupola, large savings of foundry charcoal being obtained.

CONTRIBUTION CONCERNANT LA POSIBILITÉ D'AMÉLIORATION DES INDICES TECHNICO-ÉCONOMIQUES DU CUBILOT

(Résumé)

Après une série d'expérience sur les cubilots avec une, deux ou trois rangées d'ouvertures à vent et de soufflage d'air froid, ainsi que sur les cubilots à air préchauffé, l'auteur — mettant l'accent sur la réduction de la consommation du coke — montre quelles seraient les possibilités de réduction de cette consommation et les conditions de fonctionnement économique des cubilots. De même, on montre quelles seraient les influences produites par l'apport d'air préchauffé sur les indices technico-économiques des cubilots.

Les résultats établis peuvent être utilisés par toute fonderie qui possède un cubilot, menant à des économies massives de coke de fonte.

BEITRAG MIT BEZUG AUF DIE MÖGLICHKEIT DER VERBESSERUNG DER TECHNISCH-WIRTSCHAFTLICHEN INDEXE DES KUPOLÖFENS

(Zusammenfassung)

Nach einer Reihe gemachter Versuche bei Kupolöfen mit einer, zwei und drei Reihen Windlöcher und Kaltuftgebläse, wie auch beim Kupolöfen mit vorgewärmter Luft, zeigt der Autor — der die Einschränkung des Koksverbrauches besonders hervorhebt die für die Verminderung des Verbrauches bestehenden Möglichkeiten, wie auch die Bedingungen für das sparsame Funktionieren der Kupolöfen. Gleichfalls wird gezeigt, welche Einflüsse durch den Beitrag der vorgewärmten Luft auf die technisch-wirtschaftlichen Indexe der Kupolöfen, hervorgerufen werden.

Die festgestellen Ergebnisse können von jeder beliebigen Giesserei, die einen Kupolofen besitzt, verwendet werden und sie führen zu massiven Ersparmissen an Giessereikoks.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

ELECTRONICĂ

ON THE AMPLIFICATION OF SHORT IMPULSES

TUDOR TANASESCU

1. Introduction

Sometimes there apperars in radio-especially in some appliances in nuclear physics, — the necessity of amplifying very short impulses, shorter than 0.1 μ sec ; these impulses represent events containing the information in their phase or amplitude. In these cases the impulses have about the same form, and in the transfer process there is no problem to reproduce the form of the impulse, but only the width of the pulse must be kept constant.

Normally wide band amplifiers are used ; they are provided with RC stages, compensated or not, for correcting the frequency characteristic at the high frequency end, or sometimes they are distributed amplifiers. We will see that a better solution of our problem is to use simple tuned radio frequency amplifiers.

2. Amplifiers with RC stages, excited with rectangular impulses

These amplifiers have simple RC stages, or inductance (L) compensated in the high frequency band.

Their performance is regularly expressed by their response for a normal step signal at entrance.

If there are n stages, the total amplification a is a_1^n where a_1 is the amplification of a stage :

$$a = a_1^n \quad a_1 = SR \tag{1}$$

S is the transconductance of the tube, which is normally a high resistance pentode, and R is the output charge.

For this amplifier is also characteristic the rise time f of the transient response, corresponding to a step signal. We know :

$$f = \sqrt{n}\, f_1 = k RC \tag{2}$$

where f_1 is the rise time for a stage, C is the capacity which shunts R, and k is a coefficient equal to 2.51 (after Elmore) when the stages have simple RC coupling, or equal 1.66 when the stages are L compensated $\left(\frac{L}{CR^2}=0.25\right)$

Another characteristic of the amplifier is the delay time of the response; this delay time is proportional to the number of stages. In our problem this delay time is not important.

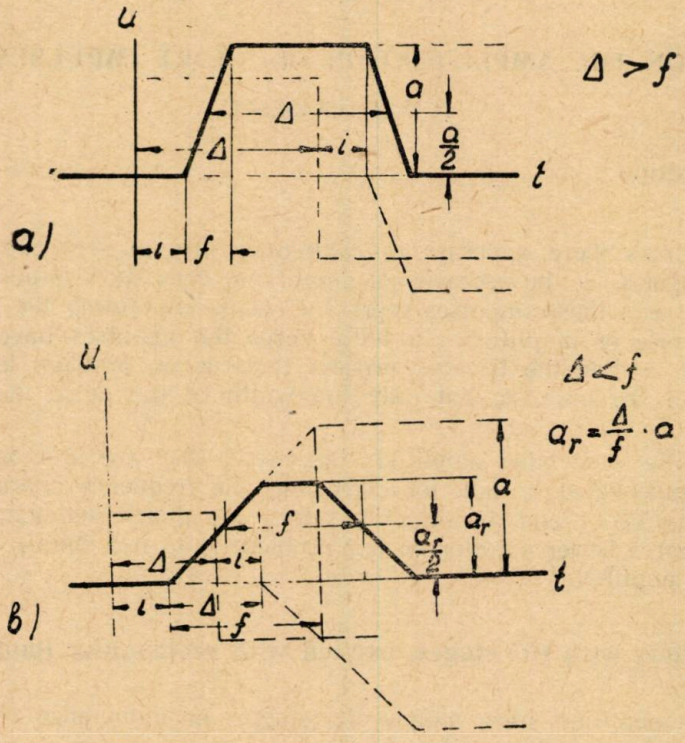


Fig. 1. Response, for a rectangular input impulse: *a*) duration of the input impulse is greater than the rise time of the front of the circuit; *b*) duration of the input impulse is smaller than the rise time.

Let now a rectangular signal of duration $\triangle$ be applied at input; it may be considered as the sum of two step signals. One is positive, the second negative, and they are spaced at an interval $\triangle$. Two cases may happen: $\triangle > f$ or $\triangle < f$. They are represented in fig. 1*a* and *b*, where the response is considered as a trapeze; in practice the angles are rounded. In the first case, at the output, the mean width of the impulse do not change, it remains $\triangle$, but in the second case the width becomes f; during the amplification the signal gets longer ($f > \triangle$) in the second case.

In the first case the amplification is a, but in the second the amplification is smaller $\left(\frac{\Delta}{f}\, a\right)$; the top of this impulse does not reach the limit attained in the case of step signal.

In order to find the performance of the amplifier, corresponding to certain initial conditions, we have considered a general diagram in figure 2, where is represented the relation between a and a_1 measured on natural logarithmic scales;

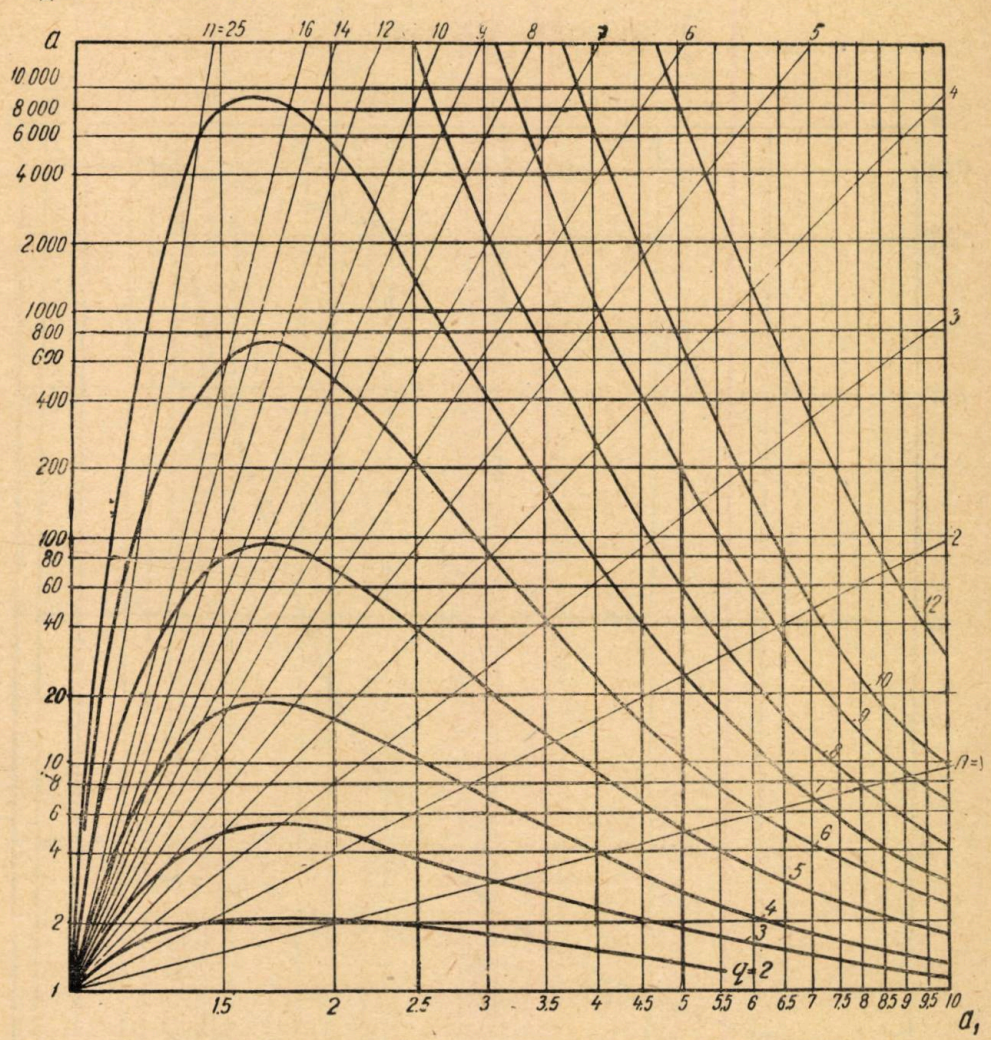


Fig. 2. Universal diagram to find the total amplification a of an amplifier; a_1 the stage amplification. n number of stages and $q = \frac{Sf}{KC}$

$$\log_e a = n \log_e a_1 \qquad \log_e a = \left(\frac{q}{a_1}\right)^2 \log_e a_1$$

where $q = \frac{Sf}{KC}$.

The curves are drawn for different constant values of n and q. This graph may be used directly when $\frac{\Delta}{f} > 1$. If $\frac{\Delta}{f} < 1$ then the relative amplification decreases to $\frac{\Delta}{f} \cdot a$.

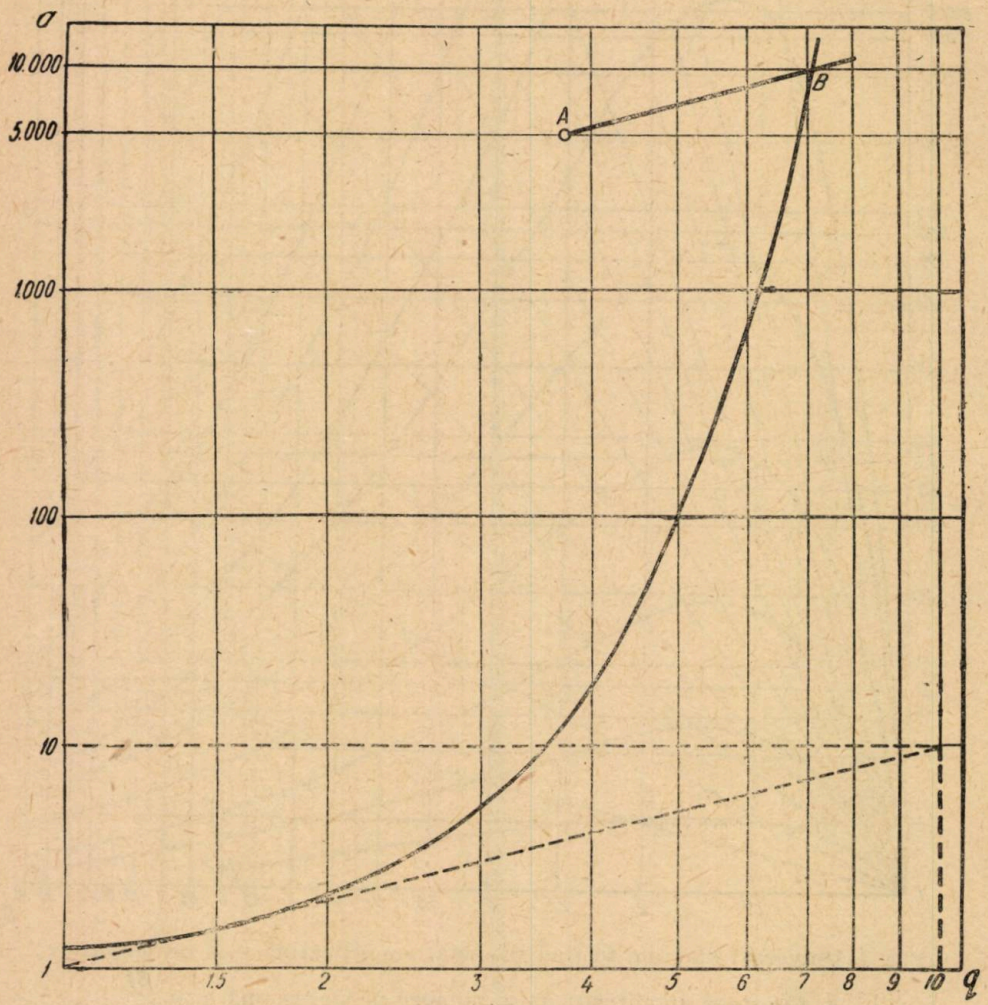


Fig. 3. The maximum amplification obiained at different values of q

The maximum of a for the curves $q = ct$ takes place when $\log_e a_1 = 0{,}5$ or $a_1 = 1.6487$. For the maximum value of a, on a certain curve $q = ct$, we have $n = 2 \log_e a$.

In figure 3 we have represented how the maximum of a depends on q, both being represented on logarithmic scales.

Let us consider the case of an amplifier with n identical stages, which which would give an amplification $a = 5000$ for impulses of $\Delta = 10^{-8}$ sec duration. The minimum number of stages and the anodic charge R must be determined.

We will find first the value of q, for the limitng case $f = \Delta$, if the stages would have simple RC coupling. We suppose $S = 23$ mA/V and $C = 25$ pF. Then

$$q = \frac{S\Delta}{2{,}51C} = \frac{23 \times 10^{-3} \times 10^{-8}}{2{,}51 \times 25 \times 10^{-12}} = 3{,}67.$$

The corresponding curve in figure 2 does not reach the amplification $a = 5000$ and therefore we must accept a situation corresponding to $\frac{\Delta}{f} < 1$; it means that the signal at output will be longer than Δ, and that the amplification will be only $a_r = \frac{\Delta}{f} a$, where a is the amplification read in figure 2.

From the relation :

$$\frac{a}{a_r} = \frac{f}{\Delta}$$

we deduce : $$\log_e a - \log_e a_r = \log_e f - \log_e \Delta$$

This last relation may be interpreted graphically in figure, 3, in order to find a for a minimum value of f.

We consider the point A' having the coordinates $\log_e a_r$ and $\log_e q$, where $a_r = 5\,000$, and we draw a straight line having the slope 1, that means $\frac{\log_e a - \log_e 5\,000}{\log_e q - \log_e 3{,}67} = 1$; this line meets the curve in the point B and its coordinates give us the best values for a and q. In our case we find $a \cong 10.000$ and $q \cong 7$. The optimum number of stages can be deduced from the relation

$$n = 2 \log_e a = 18.4$$

For this value of n, f has a minimum (f represents also the mean width of the output impulse, and therefore it becomes as longer as this impulse. We may choose less stages, but in order to obtain a total ampli-

fication of 10 000 we must increase the value of R_1, that means we will obtain longer impulses at the output:

n	18	12	8	
f	19.3	20.35	24.4	$m\mu$ sec

If we use a shunt compensated RL element $\left(\frac{L}{CR^2} = 0{,}25\right)$ we have

$$q = \frac{23 \times 20^{-3} \times 10^{-8}}{1.66 \times 25 \times 10^{-12}} = 5.55$$

Even in this case we must work with $\frac{\Delta}{f} < 1$. If we construct similar graph, as in fig. 3, we find $a = 6000$, $q = 6.86$, $n = 17.4$ and $f = 12.3$ $m\mu$ sec.

These results are not quite satisfactory; therefore we face the problem: Is it not possible to find an amplifier wier with a different coupling between stages having the same amplification, but less stages and a steeper front?

3. Amplifiers with RC stages, excited with a semisinusoidal impulse

In an amplifier the signal suffers a deformation each time it passes a stage. In the previous paragraphs we have supposed that the input signal is rectangular. This signal, when it passes through an amplification stage gest a less steeper front and the corners become round. Usually we appreciate the performance of this amplifier, by calculating the respons with the above formulas.

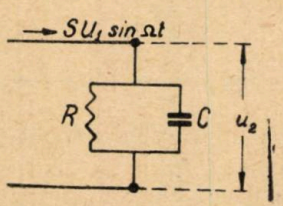


Fig. 4. Equivalent circuit of a RC stage

But actually the signal — at an intermediate stage — has a symmetrical form in its upper part, and can be approximated by a semi-sinusoidal curve. From stage to stage this curve must keep its width.

The input signal applied to the amplifier has also such a form, when we work in the $m\mu$sec region.

Therefore here we will study the performance of a stage when a semisinusoidal impulse is applied at input. From the performance of this stage we can easily deduce the performance of. a multistage amplifier, because at each stage the form of the signal is the same.

We suppose that the tubes used have high resistance and their transconductance is noted by S; in the equivalent circuit, shown in figure 4,

the semi-sinusoidal signal is injected as a current $SU_1 \sin \Omega t$, and we will find the response, that means the tension u_2 across the circuit R—C. We see that u_2 depends upon three factors:

— the amplitude of the signal SU_1
— the modulus of the anodic impedance at the angular frequiency Ω
— the normalized response of the circuit, noted by u.

We may write

$$u_2 = SU_1 |Z| u.$$

The normalized response has two parts, the first during the life of the input signal $(0 < \Omega t < \pi)$, and the second after the signal ends $(\pi < \Omega t)$. If at $t = 0$ we have $u_2 = 0$ and $i_c = C \frac{du_2}{dt} = 0$, then the normalized response may be expressed in the following form:

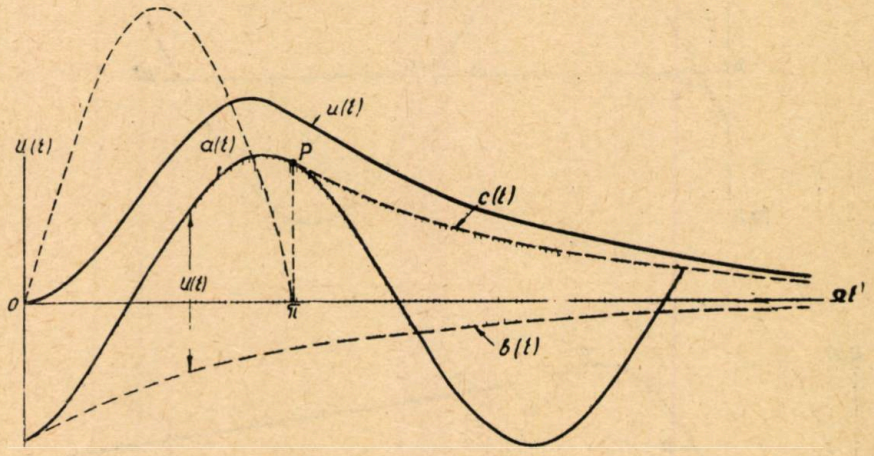


Fig. 5. Graphical determination of the response (*RC* stage) using the functions $a(\Omega t)$, $b(\Omega t)$ and $c(\Omega t)$ (whem $RC\Omega = 3$)

$$u(t) = \alpha(t) - b(t) \text{ for } 0 < \Omega t < \pi$$

$$u(t) = c(t) - b(t) \text{ for } \pi < \Omega t$$

where $a(t) = \sin(\Omega t + \Psi)$, $b(t) = \sin\Psi e^{-\alpha t}$, $c(t) = -b\left(t - \frac{\pi}{2\Omega}\right)$

$$\alpha = \frac{1}{RC}, \; tg\, \Psi = -RC\Omega$$

In figure 5 there are drawn the curve $\alpha(\Omega t)$, $b(\Omega t)$ and $c(\Omega t)$, in the case $RC\Omega = 3$; from their difference u results. The The point P separates the first part from the second one of the response.

If $RC\,\Omega$ is small (smaller than I) the curves represented in figure 5 are transformed as it is shown in figure 6*a* (when $RC\,\Omega = 0.364$). If $RC\,\Omega$ is great the curves are represented in figure 6b ($RC\,\Omega = 10$).

In the first case the semi-sinusoidal impulse keeps its form and its width (π), but in the second case the rise time becomes double $\left(\text{from } \frac{\pi}{2} \text{ to } \pi\right)$ and the decay is prolonged. In the second case we have the advantage that the amplitude of the impulse is twice the amplitude in the first case.

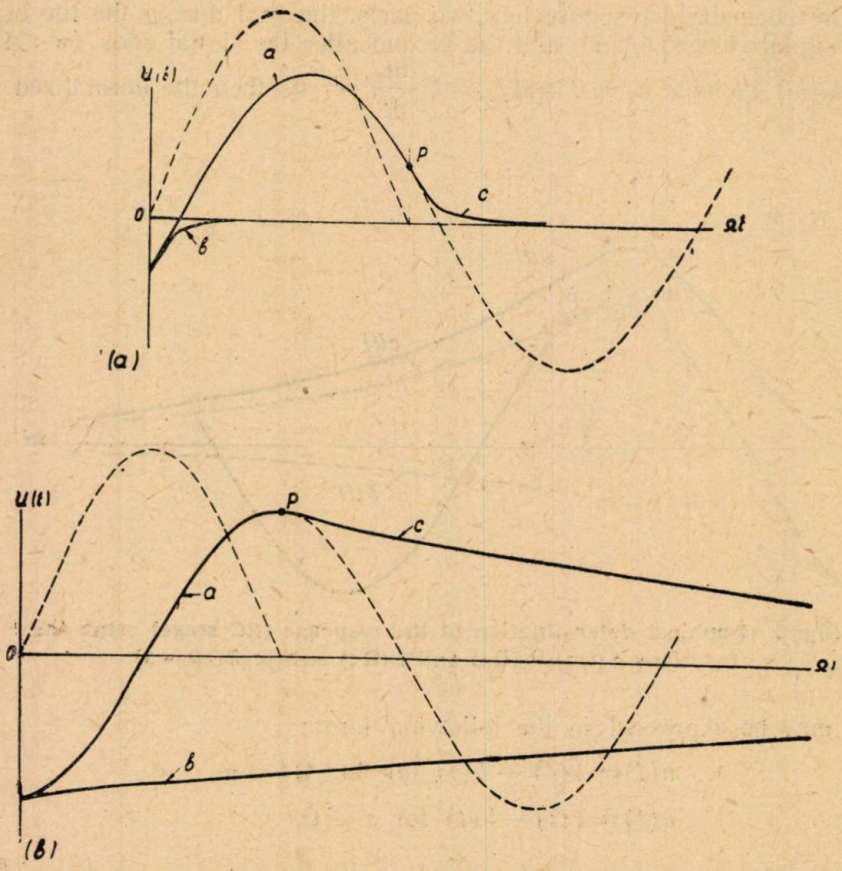


Fig. 6. Determination of the response in two extreme cases:
a) $RC\,\Omega$ small ($RC\,\Omega = 0.364$) and
b) $RC\,\Omega$ great ($RC\,\Omega = 10$

The response u_2 depends also on $|Z|$, increasing with it:

$$|Z| = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \Omega^2}} = \frac{1}{C\,\Omega}\,\zeta$$

where

$$\zeta = \frac{RC\Omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \Omega^2}}.$$

In order to have a great output impulse we must decrease $C\Omega$ and increase $RC\,\Omega$. But Ω is fixed by the width of the input impulse, and C is also fixed by the interelectrode capacitances of the tubes and the capacitance introduced by the wiring and sockets. Thus the factor $C\,\Omega$ is fixed. Therefore $RC\,\Omega$ or R must be great. But increasing R we increase the width of the output impulse, if f is larger than $\triangle$.

The amplitude of u_2 varies ar regards $RC\,\Omega$ in the same kind as the product between ζ and the amplitude of u; this product will be denoted here as the relative amplitude of the response u_2.

If $RC\,\Omega = 1$, then the amplitude of u is 1.07, the relative amplitude of u_2 is 0.76 and the width of the impulse $\left(\text{at } \frac{1}{\sqrt{2}} \text{height}\right)$ remains practically the same.

If $RC\ \Omega = 3$, the relative amplitude of u_2 becomes 1.31 and the width of the impulse $\left(\text{at } \frac{1}{\sqrt{2}} \text{height}\right)$ increaseses by about 40%. In order to obtain a gain in amplitude we must accept that the output impulse gets larger.

If $RC\,\Omega$ increases we can also that the output impulse appears later and later. If $RC\,\Omega$ is great, the output impulse appears $\frac{\pi}{2}$ after the input impulse.

In our problem this lag has no importance because it remains the same for all impulses.

4. Tuned amplifiers

In the majority of the broad band amplifiers the shunt compensation method is used; an inductance L is introduced in series with the anodic resistance R. The circuit becomes a parallel tuned circuit, with a low value for Q, and therefore with a flat frequency characteristic.

In our case we will use tuned circuits with higher Q.

In a band amplifier the high frequency region of the frequency caracteristic is useful to reproduce the front of the signal and the low frepuency region to reproduce the flat variation of the impulse. We are interested only in the first part, and therefore we can renounce to reproduce the low frequency part of the characteristic. The attenuation of low frequencies means also a reduction of the noises, and therefore brings the possibility to lower inferior level the signal in the ampfier.

We will stuly first the stage with the tuned circuit shown in fig. 7; indeed, this circuit brings linearly to zero the frequency characteristic, at

low frequencies, and therefore cuts totally the noise in this band. The maximum of this characteristic takes place at a frequency:

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} .$$

If we send a signal current $SU_1 \sin \Omega t$, then across the circuit we obtain the voltage:

$$u_2(t) = \frac{S U_1}{C\Omega} \zeta u(t)$$

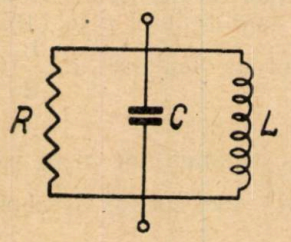


Fig 7.

First type of anode circuit in ihe tuned stage

where:

$$\zeta = \frac{\frac{\Omega}{\omega_0}}{\sqrt{\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2}}$$

$$u(t) = a(t) - b(t) \qquad \text{for} \quad 0 < \Omega t < \pi$$

$$u(t) = c(t) - b(t) \qquad \text{for} \quad \pi < \Omega t$$

and

$$a(t) = \sin(\Omega t + \Psi)$$

$$b(t) = \frac{\sin \Psi}{\sin \varphi} \cdot e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$c(t) = -b\left(t - \frac{\pi}{2\Omega}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, \quad \operatorname{tg} \Psi = Q\left(\frac{\omega_0}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega_0}\right)$$

$$Q = R\,C\,\omega_0\,,\quad \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\Psi\,\frac{\sqrt{1-\dfrac{1}{4\,Q^2}}}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\omega_0}{\Omega}+\dfrac{\Omega}{\omega_0}\right)}$$

In figure 8 we see the variation of ζ as a function of $\frac{\Omega}{\omega_0}$ for three values of Q

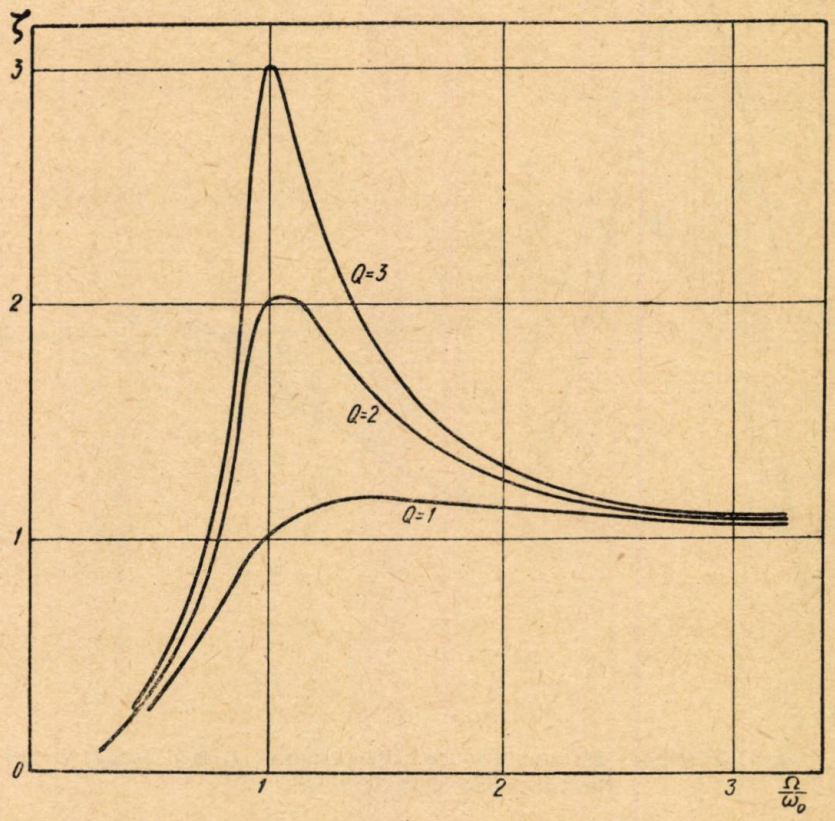


Fig. 8. Variation of the impedance factor $\zeta\frac{\Omega}{\omega_0}$ for thtee values of Q.

In fgure 9 there is shown a graphical method for finding u, with the aid of the functions $a(t)$, $b(t)$ and $c(t)$.

The differences between these curves gives the values of u at different times value $\Omega\,t$.

We observe that the output response is a damped oscilation when the imput is a half sinusoid impulse. For our case is interresting only the first positive or negative pulse of this oscillation. If $Q>3$ the secondary pulses

become important and they are no more tolerable in our application. Thus for us the interesting cases will correspond to values of Q between 1 and 3. The characteristics of these impulses are: the amplitude, the width and the delay time; all are function on Q and $\frac{\Omega}{\omega_0}$.

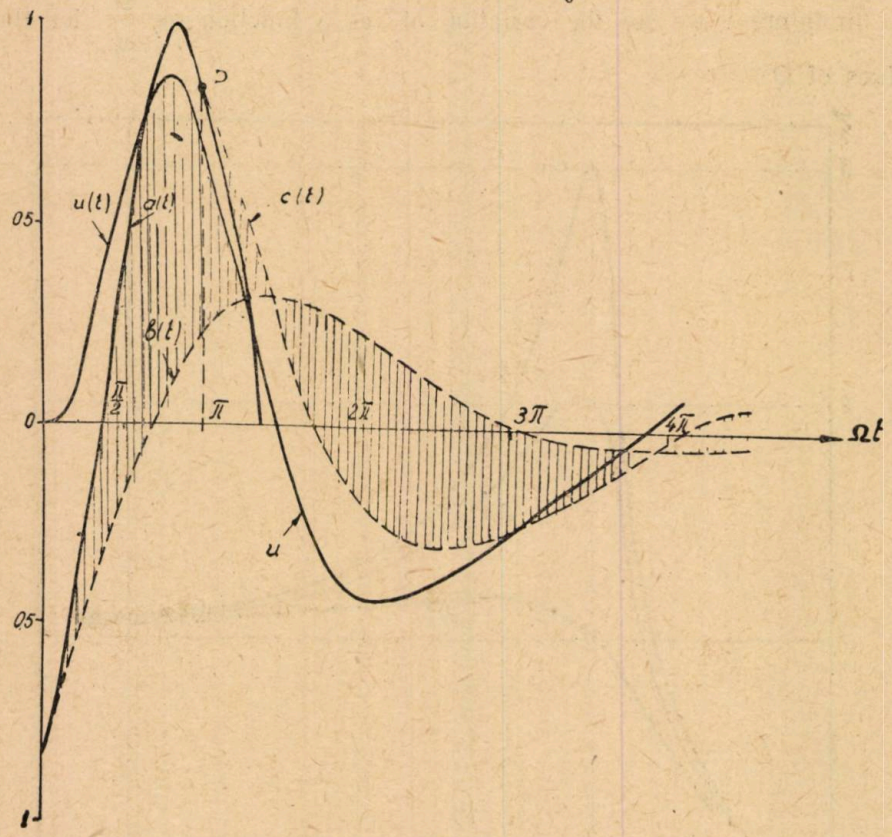


Fig. 9. Graphical determination of the response (tuned stage) using the functions $a(\Omega t)$, $b(\Omega t)$ and $c(\Omega t)$

The case when $\frac{\Omega}{\omega_0}=1$ is an interesting one. Then $\Psi=\varphi=0$. In figure 10 are shown the normalized responses u for three values of Q: 1;2 and 3.

We can remark there is a small difference between Ω and ω which decreases when Q increases; thus if $Q>2$ we can say $\Omega=\omega$. If $Q=1$ then $\Omega=\omega$ when $\frac{\Omega}{\omega_0}=0.866$.

The relative amplitude of u_2 may be found, calculating the product ζu. If Q takes one of the following values 1;2 or 3 the relative amplitude of u_2, for the first positive oscillation, is respectively 0. 48; 0.72 and 0.84.

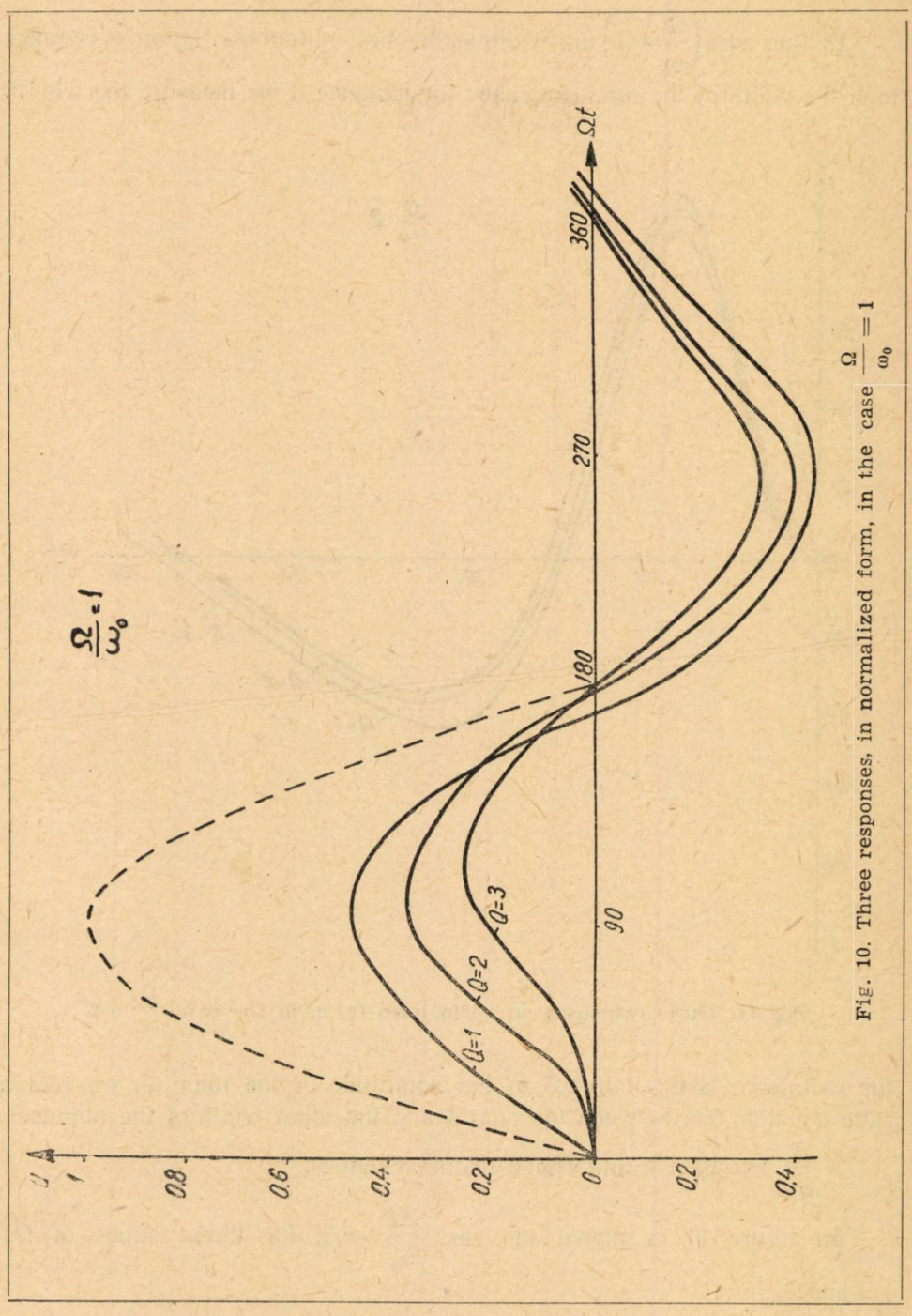


Fig. 10. Three responses, in normalized form, in the case $\frac{\Omega}{\omega_0} = 1$

In this case $\left(\frac{\Omega}{\omega_0}=1\right)$ the width of the first output oscillation is smaller than the width of the input impulse ; for instance if we measure the whidth

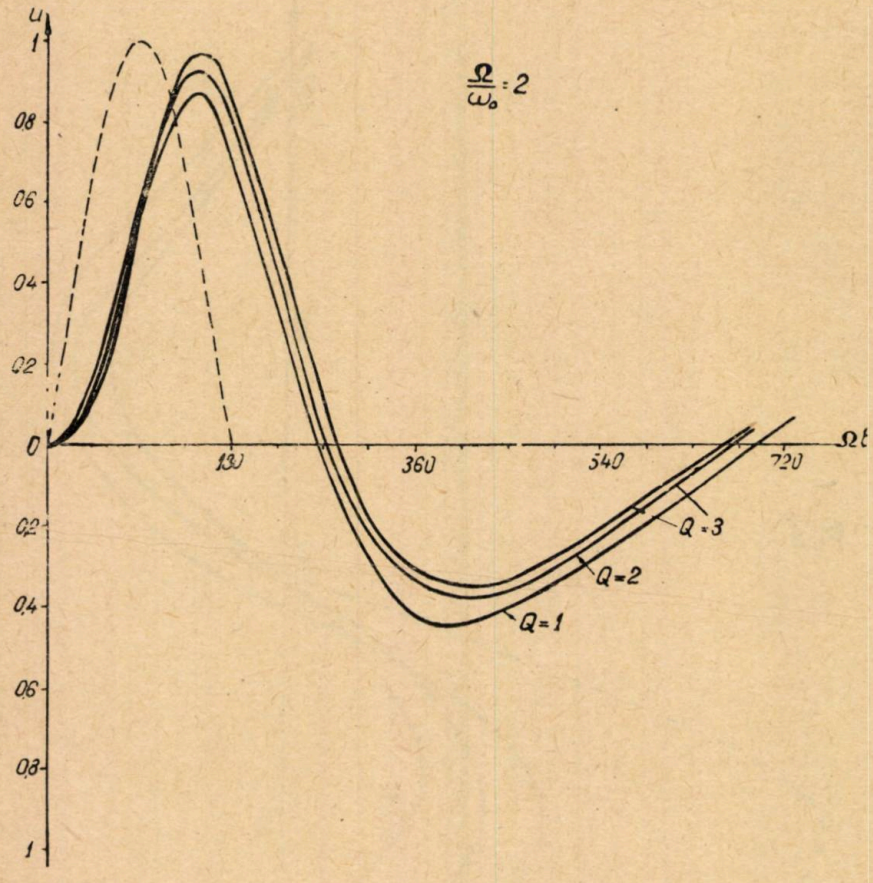


Fig. 11. Threo responses in normalized form, in the case $\frac{\Omega}{\omega_0}=2$

the voltage is reduced to 0.5 of the amplitude of the impulse, we find a ratio equal to 0.8, between the output and the input width of the impulses.

If $\frac{\Omega}{\omega_0}>1$, then Ψ and φ have negative values.

In figure 11 is shown the case $\frac{\Omega}{\omega_0}=2$, for three values of Q: 1,2 and 3.

We see that in this case the width of the first output impulse is approximately 1.15 times the width of the input pulse. We would have the same width at the output, as at the input, if $\frac{\Omega}{\omega_0} \cong 1.5$.

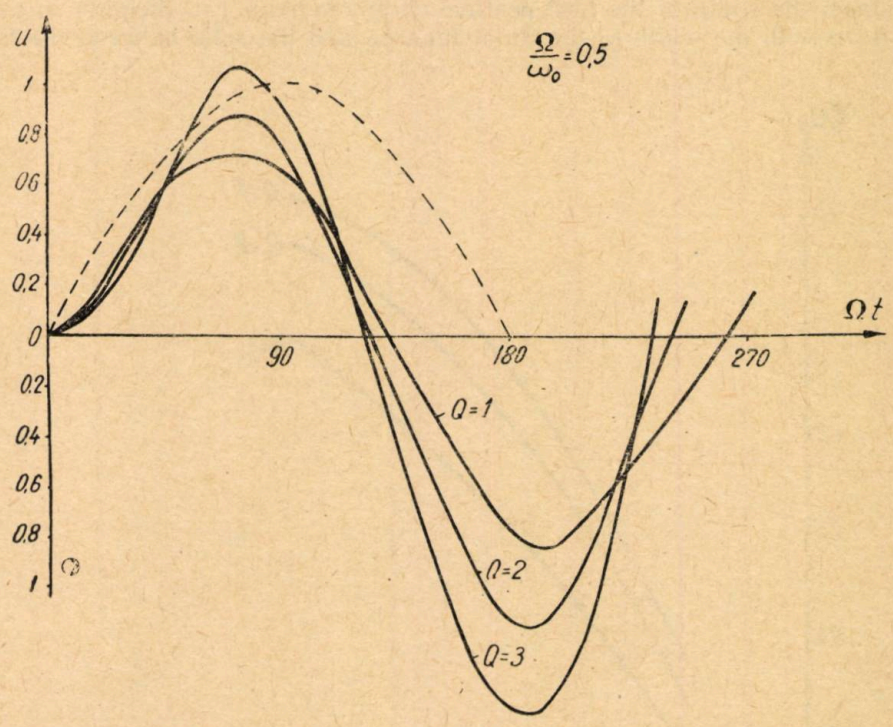


Fig. 12. Three responses, in normalized form, in the case $\frac{\Omega}{\omega_0} = 0{,}5$

With regard to the relative amplitudes of u_2 in the first positive oscillation, we obtain the values 0.98; 1.16 and 1.26 for the three values of Q: 1; 2 and 3.

If we realize a greater value for $\frac{\Omega}{\omega_0}\left(\frac{\Omega}{\omega_0} < 2\right)$ then ahe amplitude of u becomes greater, but in the same time the impulse gets larger. For instance if $\frac{\Omega}{\omega_0} = 3.33$ and $Q = 1$, the relative amplitude of u_2 becomes 1.22, and the width (at ½height) increases with 27% in comparison with the width of the input impulse, a fact which is not desirable.

If $\frac{\Omega}{\omega_0} < 1$, the response changes in form; the amplitude decreases, the width of the impulse also decreases and in general the importance of

the first negative output semi-oscilation increases. For $\frac{\Omega}{\omega_0} = 0.5$ the normalized responses are shown in fig. 12.

In figures 13,14 and 15 we show how, the relative amplitude of u_2 for a stage, the width of the first positive output impulse (at $^1/_2$height) in comparison with the width of the input impulse and the ratio between the first

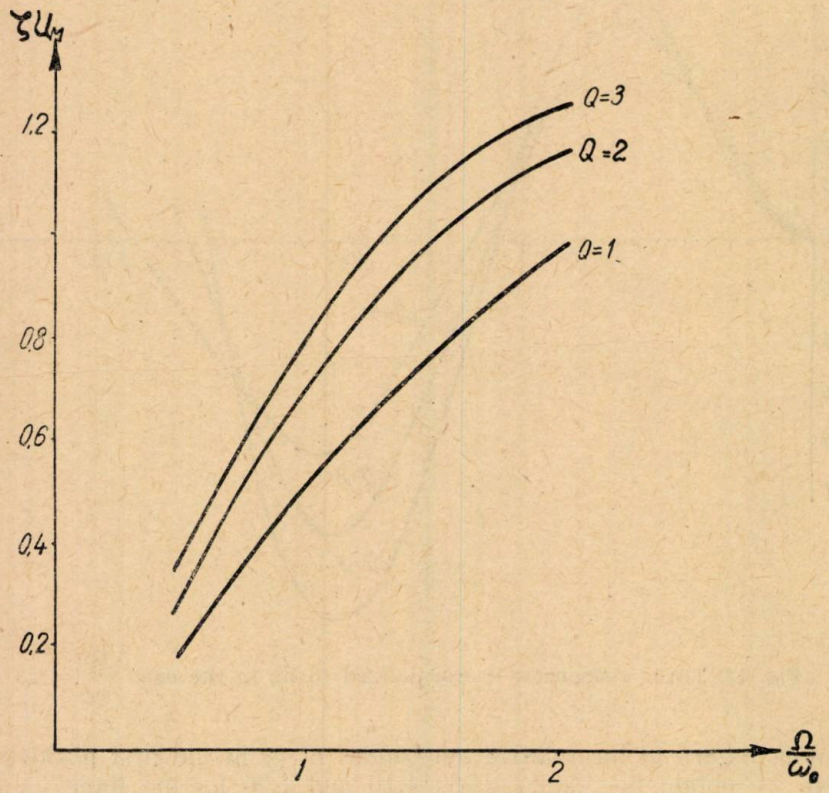


Fig. 13. Variation of the relative amplification for a tuned stage

negative amplitude and the first positive amplitude of the output oscilation varies with $\frac{\Omega}{\omega_0}$.

The tuned anodic circuit may take also the form shown in fig. 16 where the industance L is connected in series with R. In this case the response u has the same general form as in the previous case:

$$u_2(t) = \frac{SU_1}{C\Omega}\,\zeta\, u(t)$$

where

$$\zeta = \frac{\sqrt{\frac{1}{Q_2} + \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2}}{\sqrt{\frac{1}{Q^2} + \left(\frac{\Omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2}}$$

$$u(t) = \alpha(t) - b(t) \quad \text{for} \quad 0 < \Omega t < \pi$$

$$v(t) = c(t) - b(t) \quad \text{for} \quad \pi < \Omega t$$

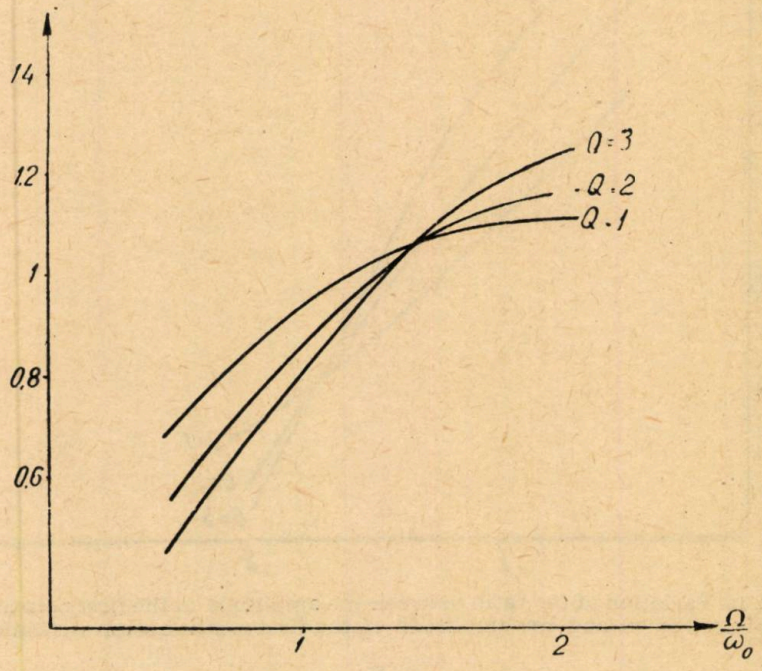


Fig. 14. Variation of the relative width of the impulse (at $^1/_2$ of the maximum)

and

$$a(t) = \sin(\Omega t + \Psi), \; b(t) = \frac{\sin\Psi}{\sin\varphi} \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi), \; c(t) = -b\left(t - \frac{\pi}{2\Omega}\right),$$

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \; \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}. \; Q = \frac{L\omega_0}{R},$$

$$\operatorname{tg}\Psi = \frac{\Omega^2}{\omega^2} Q\left(\frac{\omega_0}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{Q}\frac{\Omega}{\omega_0}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}{\frac{\Omega}{\omega_0} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\Psi} + \frac{1}{2Q}}$$

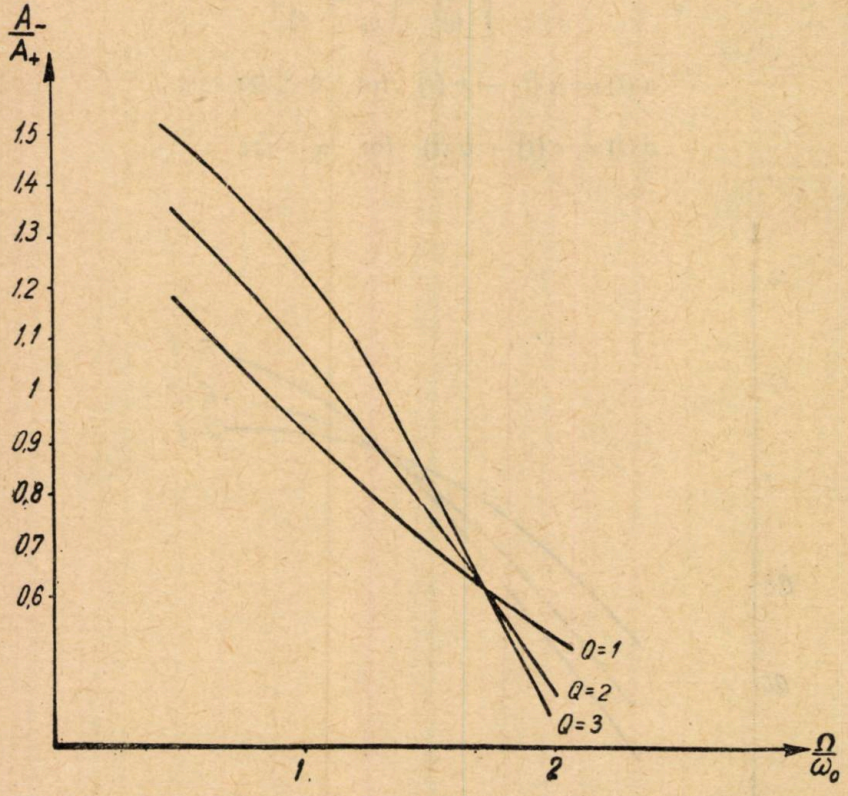


Fig. 15. Variation of the ratio between the amplitude of the first negative semi-oscillation and the amplitude of the first pozitive semi-oscillation

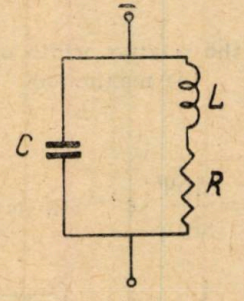


Fig. 16. Second form for the tuned anode circuit

In figure 17 is shown the variation of ζ with $\frac{\Omega}{\omega_0}$ for different values of Q.

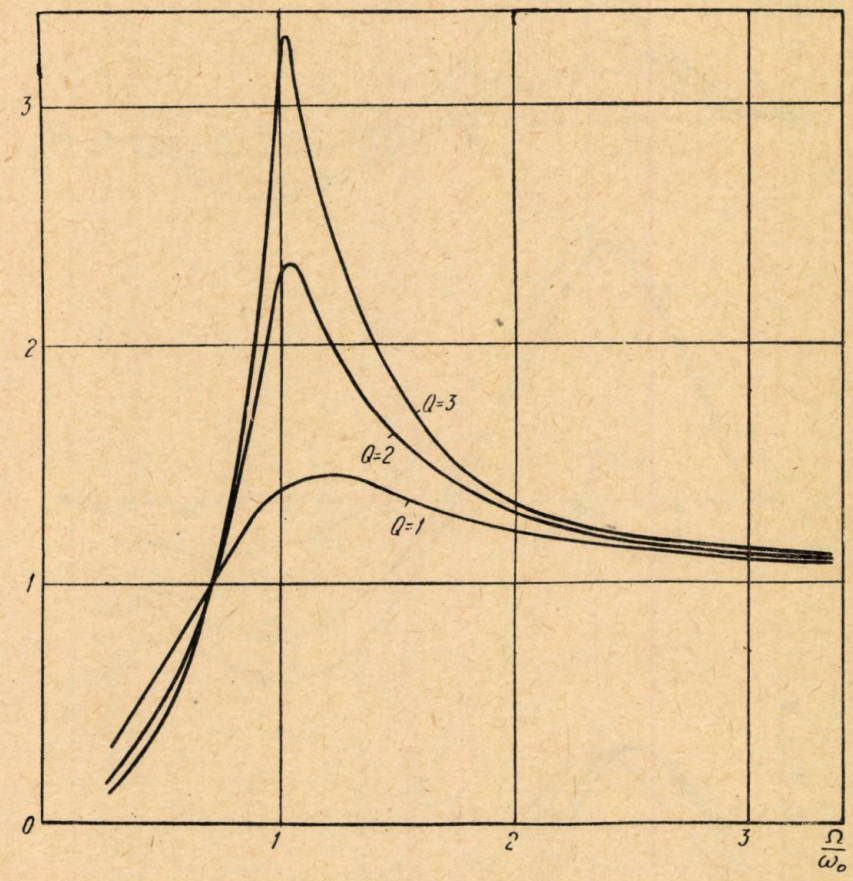


Fig. 17. Variation of the impedance factor for the second type anode circuit

The performance of the circuit shown in figure 16 is represented in figure 18 by some normalized response curves and in figure 19 by the variations of the principal response characteristics as functions of $\frac{\Omega}{\omega_0}$ and Q.

For the case $\Omega=\omega$ and $Q=1$, the normalized response u is shown in figure 20, for the second form of the anodic circuit (fig. 16). We see there that the first positive amplitude of the normalized respanse has the value 0.78; in this case $\zeta = 1.27$ and therefore the relative amplitude of the response u_2 is : $0.78 \times 1.27 \simeq 1$.

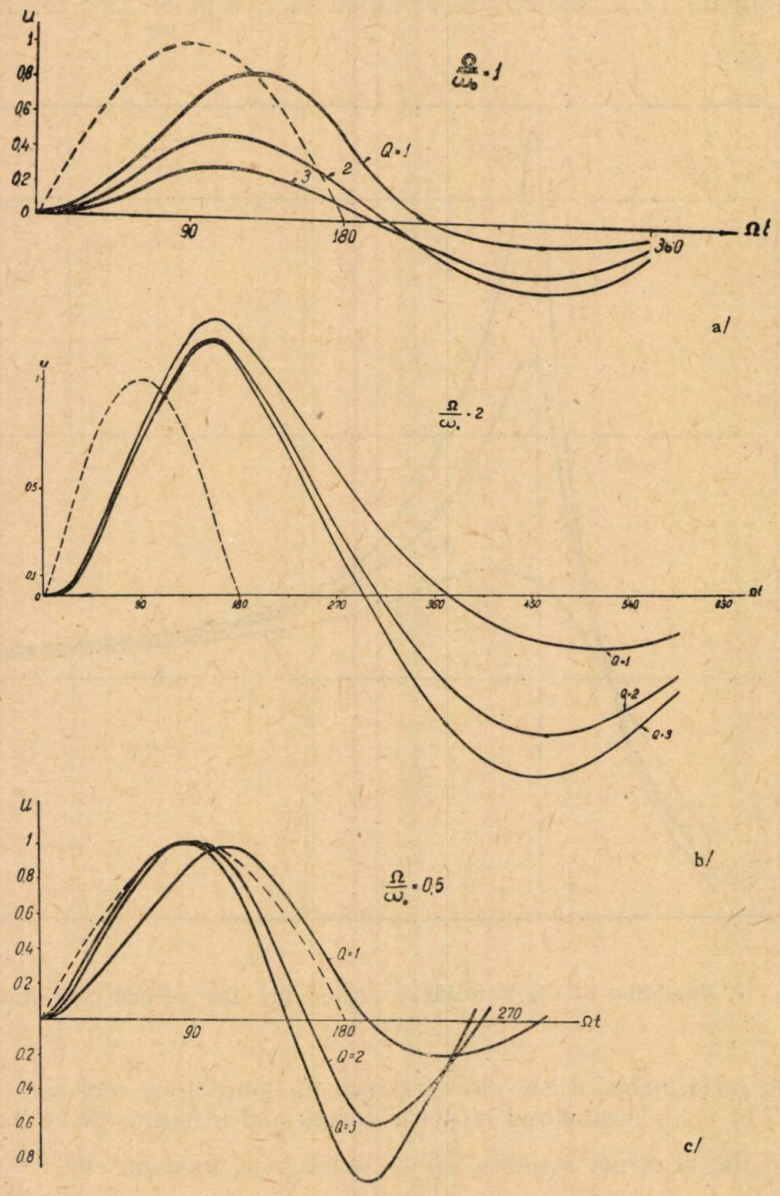


Fig. 18. Responses in the case of a stage using a tuned circuit of the second type. *a*) the case $\frac{\Omega}{\omega_0} = 1$ *b*) the case $\frac{\Omega}{\omega_0} = 2$ and *c*) the case $\frac{\Omega}{\omega_0} = 0{,}5$

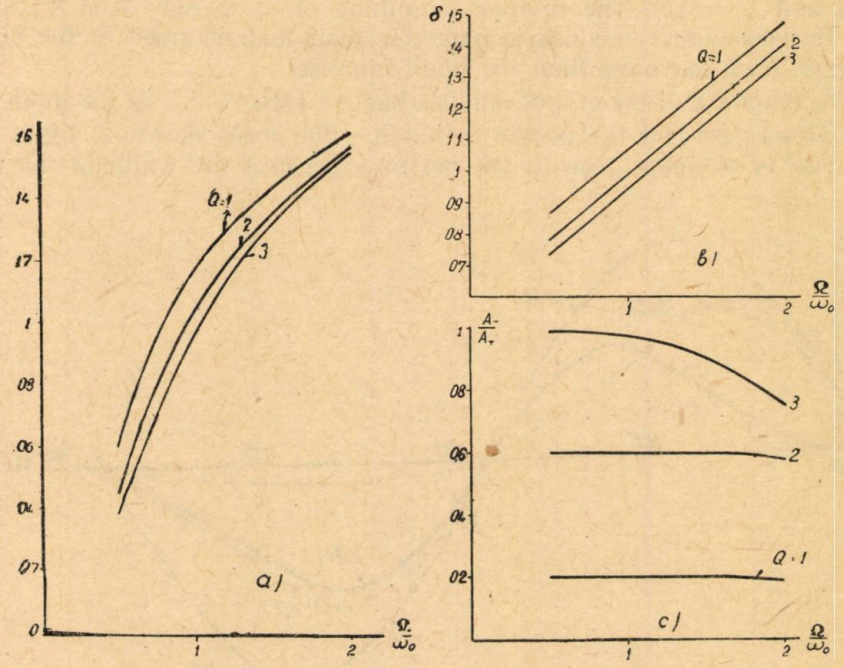


Fig. 19. The performance of a stage using a tuned circuit of the second type, *a*) variation of the relative amplification, *b*) variation of the relative width of the impulse and, *c*) variation of the ratio of the first semi-oscillations

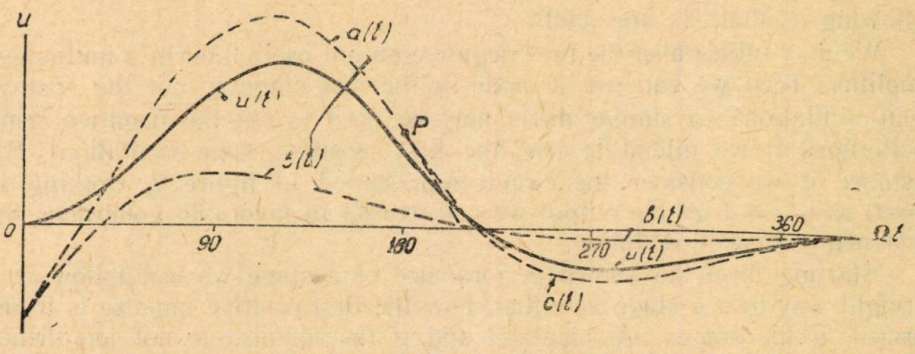


Fig. 20 Response for a stage using a tuned circuit of the second type in the case $\Omega = \omega$, $Q = 1$

In the same case ($\Omega=\omega$, $Q=1$) we find for the first form of the anodic circuit (fig. 7.) an amplitude 0.53 for the normalized amplitude of the response and $\zeta = 0.83$ The relative amplitude of u_2 is only $0.53 \times 0.83 = 0.44$. But the output impulse is narrower than that obtained in the previous case, even narrower than the input impulse.

We remark that the output impulse has the same width as the input impulse ($\Omega=\omega_0$, $Q=1$) if the anodic circuit has the form shown in figure 16. This case is of importance for us not only because the width of the first

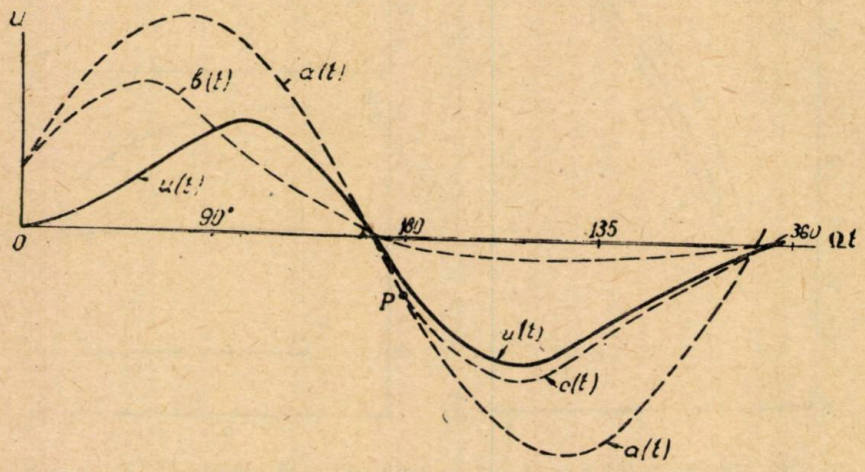


Fig. 21. Response for a stage using a tuned circuit of the first type, in the case $\Omega = \omega$, $Q = 1$

positive impulse does not increase, but also because the amplitudes ot the following oscillations are small.

We may utilise also the first negative output oscillation in a multistage amplifier. Then we can use a diode in the last stage to cut the positive semi-oscillations; a similar diode may be used to cut the negative semi-oscillations if we intend to use the first positive semi-oscillation. For instance if we consider the circuit represented in figure 7, working in $\Omega = \omega$ and $Q = 1$ at the output we can extract in favorable conditions the first negative semi-oscilation.

Starting from the known performance of a stage we can follow in a straight way to a n stage amplifier, how the first positive impulse is transformed, if the stages are identical and if the impulse is not lengthened through the amplification.

If we follow the succesive amplifications of the first negative semi-oscillation, we must remember that when we pass through the second stage, the first output negative semi-oscillation is produced not only by

the first negative semi-oscillation exciting the input of this stoge, but also by the first positive semi-oscilation is produced the following situation for the relative amplitude of the two semi-oscillations.

	output I stage	outuput II atage	outuput III stage
semi-oscil. +	1	1	1
semi-oscil. —	0,91	$0.91+0.91=1.82$	$0.91+1.82=2.73$

In the sums considered in the above calculations, the first term is due to the first positive semi-oscillation, and the second is due to the first negative semi-oscillation.

We see how the first negative impulse is more amplified than the first positive impulse. The same thing we can say abut the second positive semi-oscillation and in general about the following semi-oscillation.

But we must not forget at the exit of the first stage the secondary pulses are smaller than the first, especially when Q is low. Only if Q is greater than 2—3, the secondary pulses become important.

It results that it is sometimes useful (e. g. the first form of the anodic circuit, with $\frac{\Omega}{\omega_0} < 1$) to use the first negative semi-oscillation instead of the first positive one.

If a_1 is the amplification of a stage, for the first positive semi-oscillation, and if r is the ratio of the first negative semi-oscilation to the first positive semi-oscilation, then the total amplification for n stage will be

a_1^n for the first positive semi-oscillation

$rn\,a_1^n$ for the first negative semi-oscillation.

If we want to have identical stages, the width of the output impulse must be practical equal to the width of the input impulse and therefore we must work near the condition $\frac{\Omega}{\omega_0} = 1$.

In the case of a circuit like that represented in figure 7 the optimum performance, if we intend to use the first positive semi-oscilation, is obtain if $\frac{\Omega}{\omega_0}$ is in the range of 1.3 to 1.6 and Q is in the range of 2 to 3; under these conditions we obtain a relative amplification ζU_M in the range of 0.9 to 1.1, the width of the impulse does not increase and the secondary oscillations are feeble.

In the case of the circuit shown in fig. 16 the optimum performance, when we intend to use the first positive semi-oscillation, is obtained if $\frac{\Omega}{\omega_0}$ is in the range of 0.9 to 1.3 and Q is in the range of 1 to 2; the relative amplification ζU_M is even greater than in the previous case.

If we inted to use the first negative semi-oscillation, in the case of the circuit shown in figure 7, it is recommended to choose $\frac{\Omega}{\omega_0}$ in the range 0.9 to 1.3 and O in the range 2 to 3; in the case of the circuit shown in

figure 16, it is recommended to choose $\frac{\Omega}{\omega_0}$ in the range 1-1.3 and $Q = 3$. In these cases the width of the output impulse tends to the limit $\frac{\omega_0}{\pi}$, and therefore is recommended $\frac{\Omega}{\omega_0}$ as near as possible to 1.

We remark again that if Q exceeds 1, the secondary oscilations do not decay quickly.

In the case of small signals, if the circuit shown in figure 16, is used, it is desirable to cut the frequency characteristic in the low frequency region, by reducing the constant RC of the coupling element between stages.

5. Aplication

Let us ampliy a semi-sinusoidal impulse $\triangle = 10^{-8}$ sec at least 5000 times. We suppose to use a pentode having $S=23$ mA/V and to realize $C=25$ $\mu\mu F$.

If we use the circuit shown in figure 7, we choose $Q = 2$ and $\frac{\Omega}{\omega_0} = 1.50$; if we use the circuit shown in figure 16 we choose $Q = 1$ and $\Omega = \omega$.

The stage amplification is

$$\alpha_1 = 1 \frac{0.023}{25.10^{-12} \cdot \pi \cdot 10^{-8}} = 2.93$$

For the first circuit we can calculate the component elements in the following way:

$$\frac{\Omega}{\omega_0} = 1.50 \qquad \omega_0 = \frac{\Omega}{1,5} = 2.09 \times 10^8$$

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{25 \times 10^{-12} \times 2,09^2 \times 10^{16}} = 0.92\ \mu H .$$

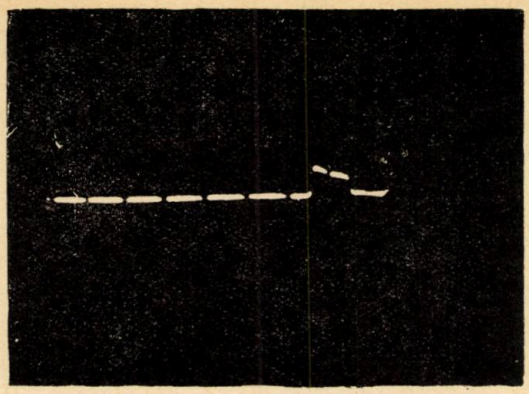
$$R = Q L \omega_0 = 2 \times 0.92 \times 10^{-6} \times 2.09 \times 10^8 = 386 \text{ ohms.}$$

For the second circuit we find:

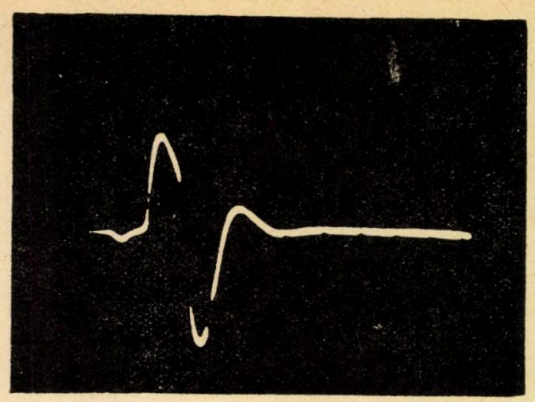
$$\frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{\Omega}{\omega} \times \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866\ , \quad \omega_0 = 3.65 \times 10^8.$$

$$L = \frac{1}{C\omega^2} = \frac{1}{25 \times 10^{-12} \times 3.65^2 \times 10^{16}} = 0.3\ \mu H$$

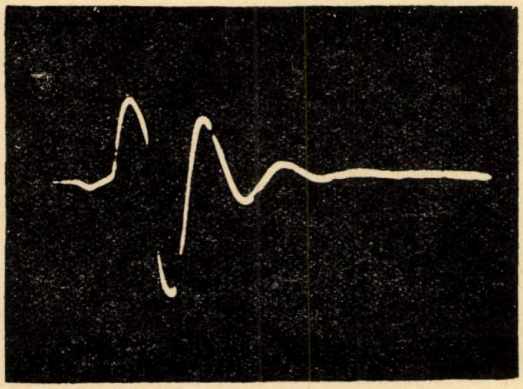
$$R = \frac{L\omega_0}{Q} = \frac{0.3 \times 10^{-6} \times 3.65 \times 10^8}{1} = 109 \text{ ohms.}$$



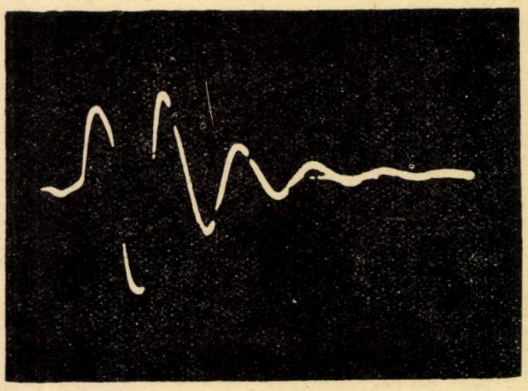
a/



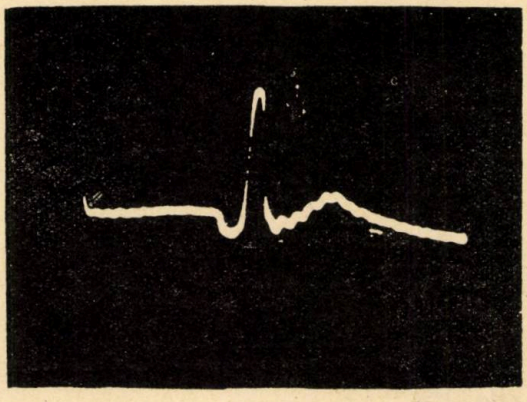
b/



c/

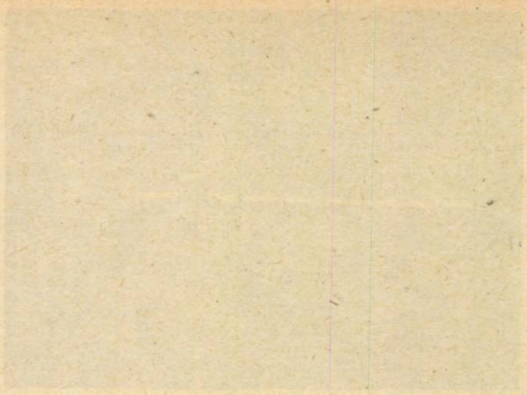


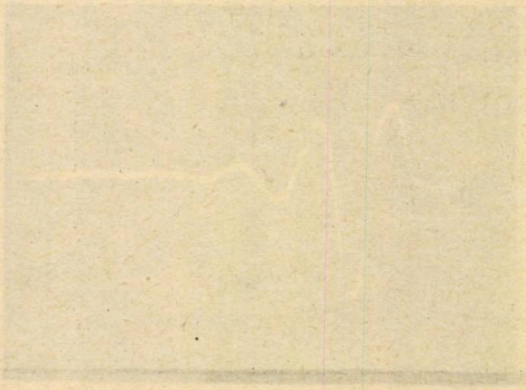
d/



e/

Fig. 22. Different experimental responses: *a*) input impulse, *b*) response for $Q = 1$, *c*) response for $Q = 2$, *d*) response for $Q = 3$, *e*) the response after the diode





With 8 stages we obtion an amplification of 5460 ; the width of the impulse does not change. This holds for the first positive semi-oscillation.

If we base our amplification of the first negative semi-oscillation, we will find that we need less stages. We will consider the circuit shown in fig. 16 with $Q = 1$ and $\frac{\Omega}{\omega_0} = 1.1$ For the first positive semi-oscillation the amplification is $1.17 \times 2.93 = 3.14$. The ratio between the amplitude of the first negative semi-oscillation and amplitude of the positive semi-oscillation is 0.97. With 6 stages we obtain amplification for the negative semi-oscillation :

$$0.97 \times 6 \times 3.14^6 = 6000$$

which represents also a suitable solution.

As we have mentioned above, at the end of the amplifier we provide a diode in order to distroy the half pulses non-desirable.

It is not recommended to choose for Q values greater than 3, because in this case the secondary oscillations would increase.

Under these conditions the dead time after an impulse is not longer than 3—4 times the width of the impulse.

The output impulse from the amplifier has in general some volts, and can be introduced in a wave shaping circuit ; first a diode cut the non-desirable semi-oscillations and later on a discriminator choose the highest desirable impulse, amplifying it. By this method we can obtain an impulse with an amplitude of the order of 50 volts, and having a width practically equal to the width of the input impulhe. The input impulse may have less than 100 μ V at the entrance of the amplifier.

6. Experimental results

The above theoretical results were verified experimentally with the aid of Ioan Dore Landau in the Polytechnical Institute of Bucharest. With a stage having an anodic circuit like that shown in figure 7, the input impulse (2 μ sec) represented in figure 22a, determines a response shown in figure 22, *b,c,* and *d,* if respectively : $Q = 1$, 2 or 3. The first halt-oscillation reproduces the form of the input impulse. There were connected a diode, which cuts the positive semi-oscilations, and after the diode a buffer stage and a cathode follower, so that we obtained the response shown in figure 22e. On this principle an amplifier was constructed with 4 stages, a buffer and a cathode follower, using 6AC7 tubes ; the input impulse had an amplitude of 100 μV, 0.1 sec. width, and the output amplitude 5 V, with the same width.

An amplifier for impulses of 30 mμ sec, width was constructed in the Joint Institute for Nuclear Research with aid of Ion Raileanu. In the amplifire were used 6Ж 9π pentodes with a transconductance of 17 mA/V. The

final stage in the amplifier was provided with the pentode 6Э 5п and it was followed by a cathode follower using the triode 6С 3п (fig. 23). This was a video amplifier in a special television link which had reproduced faithfully drawings composed only of lines; its amplification coefficient was about 1000.

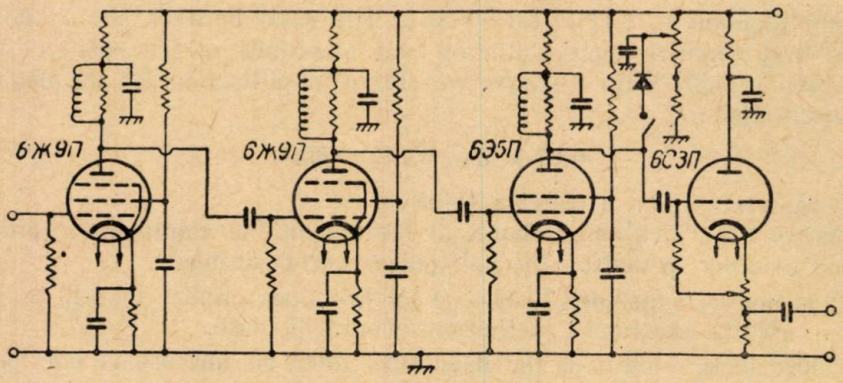


Fig. 23. An amplifier scheme

7. Conclusions

The amplification of feeble and narrow impulses (width less than 0.1 μ sec), which mark events, with regulator or irregular succession and containing the information in their phase, is not reasonable, to be done with brod band amplifiers; indeed the condition to have at exit an impulse calls for a big number of amplifing stages.

The amplifier provided with tuned stages (fig. 7 and 16) is more suitable because it needs less stages. For these stages it is desirable to choose Q in the range 1 to 3 and $\frac{\Omega}{\omega_0}$ about 1. If we need a high amplification which leads to more than 3 to 4 stages, it is desirable to use the first negative semi-oscillation.

The method described here is useful especially in some problemes met in nuclear physics. The method may be applied not only in the constructions of the amplifier but also in the entrance circuit, coupling the photomultiplier. There also may be employed a circuit LCR which can give a relative transfer factor (ζU_M) of the order of 1.2; that means that at the exit of the photomultiplier, we will obtain approximately 60% from the voltage developed across C in the case we integrate the current impulse. But in our case the width of the impulse does not become longer, as in the case if we intergrate the current.

We may realize a shorter output impulse (using the first positive semi-oscillation), shorter than the input impulse. By this method we can try to increase the resolution of the coincidence circuits met in nuclear physics.

REFERENCES

1. *Rosenstein S.* and *Gross* E. Electronic § Rad. Eng., *35*, Sept. 1958, p. 327—332.

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna S.U.
Received on December 19, 1959.

УСИЛЕНИЕ ОЧЕНЬ КОРОТКИХ ИМПИЛСОВ

(Краткое содержание)

В стате доказывается что для усиления коротких импульсов походящии методом является применение простых резонансных радиоусилителсй.

ON THE AMPLIFICATION OF SHORT IMPULSES

(Summary)

In this paper it is shown that a better solution for the amplification of short impulses in to use simple tuned radio frequency amplifiers.

L'AMPLIFICATION DES TRÈS COURTES IMPULSIONS

(Résumé)

On montre dans cet article une meilleure solution pour l'amplification des très courtes impulsions. Cette solution consiste dans l'utilisation des amplificateurs simples a circuites accordés.

VERSTÄRKUNG SEHR KURZZEITIGER IMPULSE

(Zusammenfassung)

In der abkandlung wird gezeigt, dass es vorteilhast ist, zur Verstärkung sehr kurzzetiger Impulse Selektivverstärker mit stark gedämpften Resonanzkreisen zu verwänden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

ON THE VECTOR WAVE EQUATION

II. The integration of the partial differential equation

by EDMOND NICOLAU and MIRCEA RĂDULESCU

1. In a previous paper we have established a set of partial differential equations relating the scalar component F of the vector

$$\overline{F} = \overline{i}_j F$$

which satisfy the vector wave equation

$$\Box \overline{F} = 0$$

We consider now the problem of integration assuming that we have a periodical time variation.

2. The cylindrical coordinate system. Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_z F$$

then (by (18) [1])

$$\frac{1}{\varrho}\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho \frac{\partial F}{\partial \varrho}\right)\right] + \frac{1}{\varrho^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

where

$$F = F(z, \varrho, \theta, t).$$

A particular solution of the Eq. (1) which is periodic in t, can therefore be constructed

$$F(z, \varrho, \theta, t) = e^{ikvt} f(z, \varrho, \theta) \tag{2}$$

where

$$k v = \omega$$

We have

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = -k^2 v^2 e^{ikvt} \cdot f$$

$$\frac{\partial F}{\partial u^1} = e^{ikvt} \frac{\partial f}{\partial u^1}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial u^1 \partial u^2} = e^{ikvt} \frac{\partial^2 f}{\partial u^1 \partial u^2}$$

where

$$u^1, u^2 = \varrho, \theta, z.$$

Eq (1) reduces to

$$\frac{1}{\varrho}\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho \frac{\partial f}{\partial \varrho}\right)\right] + \frac{1}{\varrho^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + k^2 f = 0 \tag{3}$$

which is readily separated by writting $f(\varrho, \theta, z)$ as a product

$$f(\varrho, \theta, z) = R(\varrho) \cdot T(\theta) \cdot Z(z)$$

From (3), on obtains

$$\frac{1}{\varrho}\left[\frac{d}{d\varrho}\left(\varrho R'\right)\right] \cdot TZ + \frac{1}{\varrho^2} \cdot RT''Z + RTZ'' + k^2 RTZ = 0$$

and hence

$$\frac{1}{R\varrho}\left[\frac{d}{d\varrho}\left(\varrho R'\right)\right] + \frac{1}{\varrho^2} \cdot \frac{T''}{T} + \frac{Z''}{Z} + k^2 = 0. \tag{4}$$

Let be

$$\frac{T''}{T} = -m^2 \qquad \frac{Z''}{Z} = -n^2.$$

The parameter m is, like n, a separation constant. Its choice is governed by physical requirements.

We have

$$\begin{aligned} T'' + m^2 T = 0 \qquad & T = T_0 \sin(m\theta + \alpha) \\ Z'' + n^2 Z = 0 \qquad & Z = Z_0 \sin(nz + \beta) \end{aligned} \tag{5}$$

Eq. (4) reduces to

$$\frac{1}{R\varrho}\left[\frac{d}{d\varrho}(\varrho R')\right] - \frac{m^2}{\varrho^2} - n^2 + k^2 = 0$$

and hence

$$\varrho^2 \cdot \frac{d^2 R}{d\varrho^2} + \varrho \cdot \frac{dR}{d\varrho} + [(k^2 - n^2)\varrho^2 - m^2] R = 0 \tag{6}$$

Eq. (6) is a Bessel's equation.

If, however, m is not an integer

$$R = A J_m(\varrho \sqrt{k^2 - n^2}) + B J_{-m}(\varrho \sqrt{k^2 - n^2})$$

If m is an integer, (7)

$$R = A J_m(\varrho \sqrt{k^2 - n^2}) + B Y_m(\varrho \sqrt{k^2 - n^2})$$

3. Let be

$$\overline{F} = \overline{i_\varrho} \cdot F$$

Then (by (19) [1]),

$$\frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right]+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0 \tag{8}$$

By (2), Eq. (8) reduces to

$$\frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho f)\right]+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}+k^2 f=0 \tag{9}$$

Let be

$$f(\varrho, z)=R(\varrho)\cdot Z(z) \tag{10}$$

If in Eq. (9) f be changed according to (10), we find that

$$Z\cdot\frac{d}{d\varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}(\varrho R)\right]+R Z''+k^2 R Z=0$$

and hence

$$\frac{1}{R}\frac{d}{d\varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}(\varrho R)\right]+\frac{Z''}{Z}+k^2=0$$

Let be

$$\frac{Z''}{Z}=-n^2 \qquad Z=Z_0\sin(nz+\beta) \tag{11}$$

He have

$$\frac{1}{R}\frac{d}{d\varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}(\varrho R)\right]-n^2+k^2=0$$

and hence

$$\varrho^2\cdot\frac{d^2R}{d\varrho^2}+\varrho\frac{dR}{d\varrho}+[(k^2-n^2)\varrho^2-1]R=0 \tag{12}$$

a Bessel's equation.

The solution is

$$R=A J_1(\varrho\sqrt{k^2-n^2})+B Y_1(\varrho\sqrt{k^2-n^2}) \tag{13}$$

4. If we have

$$\overline{F}=\overline{i_0}\cdot F$$

then F is a solution of Eq. (8).

4. The spherical coordinate system. Let be

$$\overline{F}=\overline{i_r}\cdot F$$

then (by (20) [1])

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 F)\right]-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0 \tag{14}$$

and

$$F = F(r, t)$$

By (2), we have

$$E = \frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2 f)\right] + k^2 f = 0 \tag{15}$$

We calculate

$$r^2 E = 2\left(r\frac{df}{dr} - f\right) + r^2\frac{d^2 f}{dr^2} + k^2 r^2 f = 0$$

or

$$r^2\frac{d^2 f}{dr^2} + 2r\frac{df}{dr} + (k^2 r^2 - 2) f = 0. \tag{16}$$

This equation is of the [212] kind [2].

Let be

$$r^2 f = g. \tag{17}$$

It follows upon introduction of (17) into the Eq. (15), that

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r^2}\frac{dg}{dr}\right] + k^2\frac{g}{r^2} = 0$$

and hence

$$r\frac{d^2 g}{dr^2} - 2\frac{dg}{dr} + k^2 r g = 0 \tag{18}$$

an equation of the [101] kind.

Let be

$$g = z \cdot e^{\lambda r} \tag{19}$$

and hence

$$g' = e^{\lambda r}(z' + \lambda z)$$

$$g'' = e^{\lambda r}(z'' + 2\lambda z' + \lambda^2 z).$$

It follows upon introduction into (18) that

$$r(z'' + 2\lambda z' + \lambda^2 z) - 2(z' + \lambda z) + k^2 r \cdot z = 0$$

This equation is evidently equivalent to

$$r z'' + 2(\lambda r - 1) z' + [(\lambda^2 + k^2) r - 2\lambda] z = 0$$

an equation of the [111] kind.

Let be

$$\lambda^2 + k^2 = 0 \tag{20}$$

We have

$$r z'' + 2(\lambda r - 1) z' - 2\lambda z = 0 \tag{21}$$

an equation of the [110] kind.

The indicial equation is

$$2\lambda\nu - 2\lambda = 0$$

with the solution

$$\nu = 1$$

and hence

$$z = Ar + B \tag{22}$$

and by (21) we get

$$A + B\lambda = 0$$

Let be

$$A = \lambda \quad B = -1$$

We have

$$Z = \lambda r - 1 \tag{23}$$

By (19) we have

$$g = e^{\lambda r} \cdot (\lambda r - 1)$$

and by (17)

$$f_1(r) = \frac{\lambda r - 1}{r^2} e^{\lambda r} \tag{24}$$

If λ satisfies Eq. (20), $f_1(r)$ is a solution of Eq. (16)
To get the general solution of Eq. (21), we write

$$z = (\lambda r - 1) \cdot u$$

and hence

$$z' = \lambda u + (\lambda r - 1) u'$$

$$z'' = 2\lambda u' + (\lambda r - 1) u''$$

By (21) we have

$$r(\lambda r - 1)\frac{du'}{dr} + 2[(\lambda r - 1)^2 + \lambda r] u' = 0$$

Integrating we have

$$u = A + B^* \cdot \int \frac{r^2 e^{-2\lambda r} dr}{(\lambda r - 1)^2}$$

and finally

$$Z = (\lambda r - 1)\left[A + B^* \int \frac{r^2 e^{-2\lambda r}}{(\lambda r - 1)^2} dr\right]$$

so that

$$f(r) = \frac{g(r)}{r^2} = \frac{z e^{\lambda r}}{r} = \frac{\lambda r - 1}{r^2} \cdot e^{\lambda r}\left[A + B^* \int \frac{r^2 e^{-2\lambda r}}{(\lambda r - 1)^2} dr\right]$$

Let be

$$I = \int \frac{r^2 e^{-2\lambda r}}{(\lambda r - 1)^2} dr \tag{25}$$

If the independent variable be changed to

$$\lambda r - 1 = s \qquad i.e. \qquad r = \frac{s+1}{\lambda}$$

$$\mathrm{d}r = \frac{\mathrm{d}s}{\lambda}$$

then

$$I = \int \frac{(s+1)^2}{\lambda^2} e^{-2\lambda\frac{s+1}{\lambda}} \cdot \frac{1}{s^2} \frac{\mathrm{d}s}{\lambda}$$

Let be

$$I = \frac{1}{\lambda^3} J$$

We find that

$$J = -\frac{s+2}{2s} e^{-2(s+1)}$$

This leads to

$$I = -\frac{s+2}{2\lambda^3 s} e^{-2(s+1)}$$

Then, we obtain

$$I = -\frac{\lambda r + 1}{2\lambda^3 (\lambda r - 1)} e^{-2\lambda r} \tag{26}$$

Consequently we have

$$f(r = \frac{\lambda r - 1}{r^2} e^{\lambda r} \left[A - B^* \frac{\lambda r + 1}{2\lambda^3 (\lambda r - 1)} e^{-2\lambda r} \right]$$

We obtain

$$f(r) = A \frac{\lambda r - 1}{r^2} e^{\lambda r} - B^* \frac{\lambda r + 1}{2\lambda^3 r^2} e^{-\lambda r}$$

Let

$$-\frac{B^*}{2\lambda^3} = B$$

Finally

$$f(r) = A \frac{\lambda r - 1}{r^2} e^{\lambda r} + B \frac{\lambda r + 1}{r^2} e^{-\lambda r} \tag{27}$$

5. If $\overline{F} = F\overline{i_0}$, then, by Eq. (21) [1] we have

$$F = \frac{F^*(r, t)}{\sin\theta}$$

and

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(F\cdot\sin\theta)\right]+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2(rF)}{\partial r^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0$$

By (2) we have

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(f.\sin\theta)\right]+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2(rf)}{\partial r^2}+k^2 f=0 \tag{28}$$

and

$$f=\frac{\psi(r)}{\sin\theta} \tag{29}$$

By (28) and (29) we are led to

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{\partial\psi(r)}{\partial\theta}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r^2}\left[\frac{r\cdot\psi(r)}{\sin\theta}\right]+k^2\cdot\frac{\psi(r)}{\sin\theta}=0$$

As a result we have

$$\frac{d^2}{dr^2}[r\cdot\psi(r)]+k^2 r\cdot\psi(r)=0 \tag{30}$$

Let be

$$r.\psi(r)=p \tag{31}$$

By Eqs. (30) and (31) we have

$$\frac{d^2 p}{dr^2}+k^2 p=0$$

andt it is clear that

$$p(r)=A.\cos kr+B.\sin kr,$$

and hence

$$\psi(r)=\frac{A.\cos kr+B.\sin kr}{r}$$

Finally

$$f(r,\theta)=\frac{A.\cos kr+B.\sin kr}{r.\sin\theta} \tag{32}$$

6. If $\bar{F}=F\bar{i}_\varphi$, then by Eq. (22) [1]

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rF)}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(F.\sin\theta)\right]-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0 \tag{33}$$

Eq. (33) is equivalent to

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(f.\sin\theta)\right]+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2(rf)}{\partial r^2}+k^2 f=0 \tag{34}$$

Eq. (34) is identical with Eq. (28).

Let be

$$f(r, \theta) = R(r) . T(\theta) \tag{35}$$

By (34) we have

$$R \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (T \sin \theta) \right] + T \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 (rR)}{\partial r^2} + k^2 . RT = 0$$

It follows that

$$\frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (T \sin \theta) \right] + \frac{r}{R} \frac{\partial^2 (rR)}{\partial r^2} + k^2 r^2 + 0 \tag{36}$$

Eq. (36) leads to

$$\frac{d}{d\theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{d}{d\theta} (T \sin \theta) \right] + m^2 T = 0 \tag{37}$$

and

$$\frac{d^2}{dr^2} (rR) + \frac{k^2 r^2 - m^2}{r} R = 0 \tag{38}$$

7. We can see that Eq. (38) is equivalent with

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + 2r \frac{dR}{dr} + (k^2 r^2 - m^2) R = 0 \tag{39}$$

i.e. an equation of the [212] kind

Let be

$$r^2 R = S \tag{40}$$

We have

$$\frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{S}{r} \right) + \frac{k^2 r^2 - m^2}{r^3} S = 0$$

and finally

$$r^2 \frac{d^2 S}{dr^2} - 2r \frac{dS}{dr} + (k^2 r^2 - m^2 + 2) S = 0 \tag{41}$$

an equation of the [212] kind.

Let be

$$S = z e^{\lambda r} \tag{42}$$

With (42) and (41) we have

$$r^2 z'' + 2r (\lambda r - 1) z' + [(\lambda^2 + k^2) r^2 - 2\lambda r - m^2 + 2] \cdot z = 0 \tag{43}$$

an equation of the [222] kind.

Let be

$$\lambda^2 + k^2 = 0 \tag{44}$$

and hence

$$r^2 z'' + 2r (\lambda r - 1) z' + [-2\lambda r - m^2 + 2] z = 0 \tag{45}$$

The indicial equation is

$$2\lambda\nu - 2\lambda = 0$$

so that

$$\nu = 1$$

and

$$z = Ar + B \tag{46}$$

By (45) we have

$$2r\cdot(\lambda r - 1)A + (-2\lambda r - m^2 + 2)(Ar + B) \equiv 0$$

so that

$$r.(2B\lambda + Am^2) + B(-m^2 + 2) \equiv 0$$

and hence

$$\begin{aligned} Am^2 + 2B\lambda &= 0 \\ B.(2 - m^2) &= 0 \end{aligned} \tag{47}$$

The solutions are

1) $m^2 = 2$

$$A = -B\lambda$$

With $A = \lambda$ and $B = -1$ we have

$$z = \lambda r - 1 \tag{48}$$

2) $m^2 = 0$

$$B = 0,\ A \neq 0$$

and hence

$$z = r \tag{49}$$

If

$$\mathbf{m^2 \neq 0}$$

$$m^2 \neq 2$$

then

$$A = B = 0$$

$$z \equiv 0$$

We are considering only the two solutions:

$$m^2 = 2$$

$$m^2 = 0$$

With $m^2 = 2$, Eq. (45) is equivalent with

$$rz'' + 2(\lambda r - 1)z' - 2\lambda z = 0 \tag{50}$$

i. e. the Eq. (21). The general solution is

$$z = (\lambda r - 1)\left[A + B^* \int \frac{r^2 e^{-2\lambda r}}{(\lambda r - 1)^2}\, dr\right]$$

By (42) and (40) we have

$$R(r) = A\frac{\lambda r - 1}{r^2}e^{\lambda r} + B\frac{\lambda r + 1}{r^2}e^{-\lambda r} \tag{51}$$

i. e. the solution (27).

With

$$m^2 = 0$$

Eq. (45) becomes

$$r^2 z'' + 2r.(\lambda r - 1)z' - 2(\lambda r - 1).z = 0 \tag{52}$$

A particular solution is (49). Let be

$$z = r u \tag{53}$$

By (52) we have

$$\frac{d u'}{d r} + 2\lambda u' = 0$$

with the integral

$$u = A + B e^{-2\lambda r}$$

By (53), (42) and (40) we have

$$R(r) = \frac{A e^{\lambda r} + B e^{-\lambda r}}{r} \tag{54}$$

8. We are considering now the Eq. (37). Let be

$$T \cdot \sin\theta = U \tag{55}$$

We have

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{dU}{d\theta}\right) + m^2 \cdot \frac{U}{\sin\theta} = 0$$

and finally

$$\sin\theta \cdot \frac{d^2 U}{d\theta^2} - \cos\theta \cdot \frac{dU}{d\theta} + m^2.\sin\theta.U = 0 \tag{56}$$

With

$$m^2 = 2$$

we can write for Eq. (56)

$$\sin\theta \cdot \frac{d^2 U}{d\theta^2} - \cos\theta \cdot \frac{dU}{d\theta} + 2\sin\theta.U = 0 \tag{57}$$

with the particular solution

$$U_1 = \sin^2\theta$$

With

$$U = \sin^2\theta.V$$

Eq.(57) becomes

$$\frac{d\,V'}{d\,\theta} + 3\,\mathrm{cotg}\,\theta.\,V' = 0$$

We get

$$V = C + D^* \int \frac{d\,\theta}{\sin^3\theta}$$

so that

$$U = \sin^2\theta.\left(C + D^*.\int \frac{d\,\theta}{\sin^3\theta}\right)$$

By the standard formula

$$\int \frac{d\,\theta}{\sin^3\theta} = \frac{1}{2}\left[\ln\ \mathrm{tg}\frac{\theta}{2} - \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\right]$$

we have, finally

$$U = \sin^2\theta\left[C + \frac{D^*}{2}\left(\ln \mathrm{tg}\frac{\theta}{2} - \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\right)\right]$$

By (55) we have

$$T(\theta) = C.\sin\theta + D\,(\sin\theta.\ln \mathrm{tg}\frac{\theta}{2} - \mathrm{cotg}\,\theta) \tag{58}$$

where

$$D = \frac{D^*}{2}$$

With

$$m^2 = 0$$

Eq. (37) is

$$\frac{d}{d\,\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\,\theta}(T\sin\theta)\right] = 0 \tag{59}$$

so that

$$T(\theta) = \frac{C + D.\cos\theta}{\sin\theta} \tag{60}$$

BIBLIOGRAFIE

[1] Edm. Nicolau, M. Rădulescu: *On the vector wave equation* Bul. I. P. B. Tomul XXI, Fascicola 4, 1959.

[2] Mircea Rădulescu: *Comunicare prezentată la Sesiunea Științifică a Institutului de Petrol, Gaze și Geologie, București, 1957.*

ВЕКТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЛН

(Краткое содержание)

Изучение векторного уравнения волн для частного случая $\overline{F}=\overline{i}F$ приводит к системе диференциальных уравнений данной в [1].

Эти уравнения интегруются авторами, применяющими свой соственный метод [2].

ON THE VECTOR WAVE EQUATION
II. THE INTEGRATION OF THE DIFFERENTIAL EQUATION

(Summary)

If $\overline{F}=\overline{i}F$, the integration of the vector wave equation, is equivalent with the integration of a set of partial differential equation [1]. A new treatement of the integration [2] is described.

L'ÉQUATION VECTORIELLE DES ONDES
II. L'INTEGRATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

(Résumé)

L'étude de l'équation vectorielle des ondes pour le cas particulier $\overline{F}=\overline{i}F$ conduit à une système d'équations différentielles, établis dans [1]. On procède à l'intégration de ces équations, en utilisant une mèthode propre [2].

UEBER DIE VEKTORIELLE WELLENGLEICHUNG
II. DIE INTEGRATION DER DIFFERENZIALGLEICHUNGEN

(Zusammenfassung)

Der Zweck der Abhandlung ist es, die partiellen Differentialgleichungen für F zu integrieren [1] mit eine originelle Methode [2].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 3

TRANSPORTURI

MODERNIZAREA LOCOMOTIVEI D² CONSTRUCȚIE C. M. REȘIȚA

Prof. ing. ION ZĂGĂNESCU

I. Introducere

Construcția standului de încercat locomotive de cale îngustă de la Institutul Politehnic Timișoara a ridicat problema alegerii unei locomotive de construcție modernă potrivită cercetării științifice al cărei studiu pe stand să furnizeze prin rezultate, idei și tendințe noi pentru perfecționarea constructivă a locomotivelor de cale îngustă.

Din păcate, la noi în țară, singura realizare de serie o constituie locomotiva D² construcție C. M. Reșița, de ecartament 760 mm. din care s-au construit pînă în prezent peste 200 bucăți dar care funcționează cu abur saturat. In rest această locomotivă de tipul Klien-Lindner, este foarte reușită atît în ceea ce privește producția de abur, cît și în ceea ce privește circulația ușoră în rampele și curbele aspre ale căilor ferate forestiere. De aceea am inițiat modernizarea locomotivei D² pentru a corespunde scopului urmărit. Principiul de bază care a stat la modernizarea acestei locomotive a fost mărirea puterii specifice a locomotivei N_0/Gl (puterea la obadă ce revine de fiecare tonă din greutatea totală a locomotivei în stare de serviciu), prin acționarea asupra următorilor factori:

1. Mărirea valorii absolute a puterii locomotivei.
2. Micșorarea caracteristicii cazanului H_v/R adică micșorarea raportului dintre suprafața de vaporizare prelinsă de gaze a cazanului și suprafața grătarului.
3. Realizarea raportului dintre suprafața de supraîncălzire și suprafața de vaporizare prelinsă de gaze a cazanului H_s/H_v cît mai mare, pentru obținerea unei temperaturi ridicate de supraîncălzire a aburului.

II. Date constructive

Datele locomotivei D² cu abur saturat sînt:

Ecartament	760 mm
Diametrul cilindrului	320 mm
Cursa pistonului	360 mm
Diametrul roții motoare	750 mm
Timbrul cazanului	14 atm

Suprafața încălzitoare a țevilor de fum	36,57 m²
Suprafața încălzitoare a cutiei de foc	5,13 m²
Suprafața grătarului	1,18 m²
Numărul, diametrul și lung. țevilor de fum 111 :	39,5/44,5 2635 mm.
Greutatea în serviciu	24,8 t
Greutatea de aderență	24,8 t
Ampatamentul total al locomotivei	4,4 m
Viteza maximă admisibilă	30 km/h

La locomotiva D² modernizată s-a montat un supraîncălzitor de tipul Schmidt compus din 10 elemente de supraîncălzire obținînd rapoartele $H_s/H_v = 1/2{,}62$ și $H_v/R = 24$ față de $H_v/R = 35{,}3$ la locomotiva D² nemodificată.

Datele constructive ale locomotivei D² modernizată sînt :

Suprafața încălzitoare a țevilor mici de fum	11,95 m²
Suprafața încălzitoare a țevilor mari de fum	10,29 m²
Suprafața încălzitoare a supraîncălzitorului	10,05 m²
Numărul, diametrul și lung. țevilor mici și mari de fum	35;39,5/44,5 2625 mm 10 : 125/133 2635 mm
Numărul, diametrul și lung. elementelor supraîncălzitoare	10;28/35; 2285 mm
Greutatea în serviciu Greutatea de aderență	Au rămas neschimbate

Greutatea suprafeței încălzitoare în minus se compensează cu greutatea în plus a colectorului de abur și greutatea elementelor supraîncălzitoare.

III. Determinarea caracteristicilor locomotivei D² modernizată

Datele caracteristice ale locomotivei D² modernizată au fost stabilite prin măsurătorile efectuate cu ocazia experiențelor executate pe standul de încercat locomotive de cale îngustă de la laboratorul de Locomotive al Institutului Politehnic Timișoara.

În timpul unei experiențe s-au păstrat constante gradul de admisie și viteza, iar regulatorul a fost deschis complet. De asemenea s-au menținut constante pe cît a fost posibil presiunea, regimul de vaporizare (nivelul de apă din cazan) și aliura focului. Experiențele au fost efectuate pentru gradele de admisie $\varepsilon = 0{,}2$; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 și vitezele $V = 5$; 10 ; 15 ; 20 și 25 km/h pentru fiecare din aceste admisii. Durata fiecărei experiențe a fost de o oră cu o perioadă premergătoare de funcționare pentru încălzirea locomotivei de circa 20 minute, în scopul realizării cîmpului de temperaturi al regimului staționar la care se încearcă locomotiva.

1. *Temperatura de supraîncălzire a aburului.* Temperatura aburului s-a măsurat în cinci puncte cu cinci termocuple cupru-constantan plasate în camera de abur saturat și de abur supraîncălzit a colectorului, în țeava de admisie, în cutia de distribuție și țeava de emisie, citirile făcîndu-se la milivoltmetre plasate pe un tablou și verificate cu milivoltmetre de control. Eroarea citirilor a fost sub 1%.

Valorile temperaturilor de supraîncălzire a aburului din cutia de distribuție sînt redate în tabela 1, iar în diagramele din fig. 1 și fig. 1 a s-au trasat temperaturile de supraîncălzire ale locomotivei D^2 modernizată, ale locomotivei C.F.R. seria 50 100 și ale locomotivei C.F.R. seria

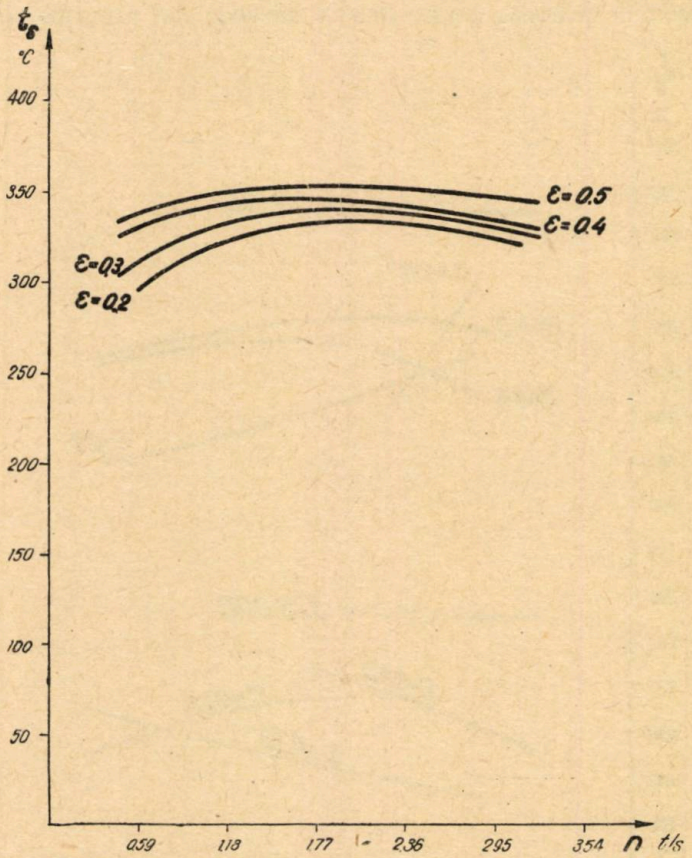


Fig. 1. Temperatura de supraîncălzire a aburului la locomotiva D^2 modernizată

375 000 realizate la încercările cu vagonul dinamometric. Din acestea se vede că :

— temperatura de supraîncălzire maximă a locomotivei D^2 modernizată este $t_s = 350°C$/la admisia $\varepsilon = 0,4$, $V = 25$ km/h; $\varepsilon = 0,5$, $V = 25$ km/h ; $\varepsilon = 0,5$ $V = 10$ km/h; $\varepsilon = 0,4$, $V = 15$ km/h, temperatura de supraîncălzire maximă a locomotivei seria 50 000 $t_s = 317°C$ ($\varepsilon = 0,5$ $V = 17$ km/h), iar la locomotiva seria 375 000 $t_s = 235°C$ ($\varepsilon = 0,4$, $V = 30$ km/h) ;

— temperatura de supraîncălzire medie $t_{smed} = 337°C$ la locomotiva D^2 modernizată, la locomotiva seria 50 100 $t_{s\,med} = 309°C$, iar la locomotiva seria 375.000 $t_{s\,med} = 224°C$;

— Temperatura de supraîncălzire a aburului la locomotiva D² modernizată este în medie cu 9% mai ridicată ca la locomotiva seria 50.100 și cu 50% mai mare ca la locomotiva seria 375.000. Aceasta se datorește faptului că supraîncălzitorul montat la locomotiva D² este relativ mai puternic decît la celelalte două, ceea ce se vede din raportul H_s/H_v care

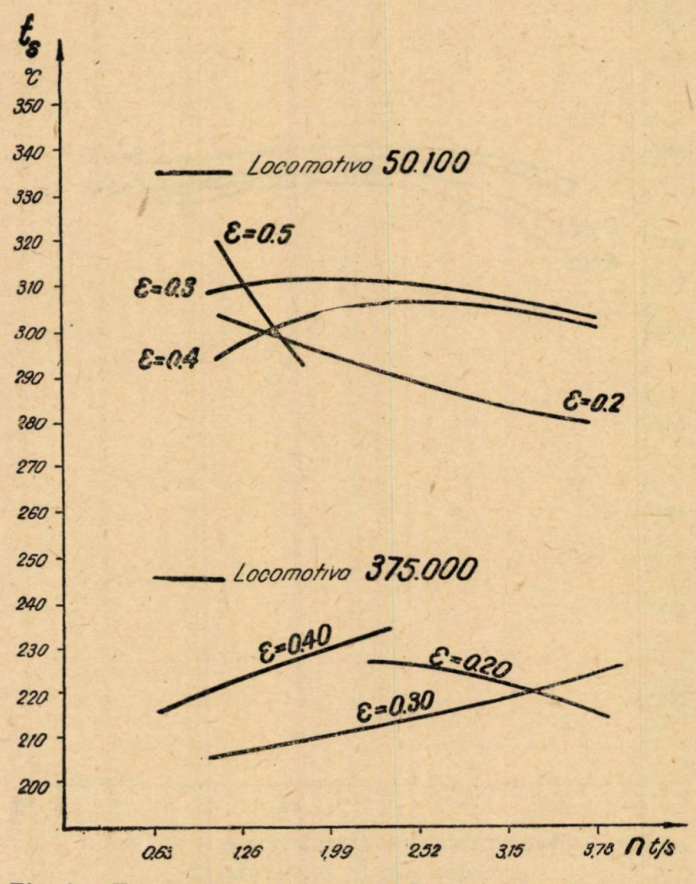


Fig. 1 a. Temperatura de supraîncălzire a aburului a locomotivei seria 50.100 și a locomotivei seria 375.000

este 1/2,26 la locomotiva D², 1/3,88 la locomotiva seria 50.100 și 1/5,47 la locomotiva seria 375.000.

2. *Randamentul cazanului s-a determinat din expresia:*

$$\eta_c = \frac{D_m/i_s - t_a/}{BW} 100\%$$

unde: D_m kg/h — cantitatea de abur supraîncălzit folosită de mașină, s-a determinat scăzînd din producția de abur a cazanului D_c pierderile de abur b kg/h la utilizarea injectorului

$$D_m = D_c - b$$

Alimentarea cu apă a cazanului s-a făcut din bazinele de apă ale locomotivei care au fost calibrate în litri. Acestea s-au putut pune în comunicație, după necesitate, cu un rezervor de apă calibrat de asemenea în litri situat la un nivel superior. Experiența s-a terminat cu același nivel al apei din cazan cu care s-a început. Astfel producția de abur D_c kg/h s-a determinat însumînd consumurile de apă din rezervor și bazine, din care apoi s-a scăzut pierderea de apă la amorsarea injectorului, colectată într-un vas calibrat. Pentru a menține același regim de vaporizare s-a căutat ca în tot timpul experienței să fie menținut în cazan același nivel minim de apă și aceeași intensitate a arderii.

i_s kcal/kg — entalpia aburului supraîncălzit în camera de abur supraîncălzit a colectorului, s-a determinat din diagrama i-s pentru presiunea medie a presiunilor măsurate la cazan în timpul experienței și temperatura medie a citirilor măsurate cu termocuple;

t_a kcal/kg — entalpia apei din tender egală numeric cu temperatura acesteia, s-a măsurat cu un termometru cu mercur;

B kg/h — cantitatea de combustibil consumată în timpul experienței, care s-a determinat astfel:

S-a măsurat cantitatea de combustibil de pe grătar la începutul experienței prin măsurarea grosimii stratului de combustibil cu ajutorul unei rigle dințate care s-a afundat în strat. Aceeași măsurătoare s-a făcut și la terminarea experienței, determinîndu-se noua grosime a stratului. La sfîrșitul fiecărei experiențe amestecul combustibil-sgură de pe grătar s-a scos și s-a cîntărit după care s-a stins imediat, determinîndu-se cu bomba calorimetrică puterea calorifică inferioară. Raportul dintre puterea calorifică a amestecului scos de pe grătar W_1 și a combustibilului proaspăt W adică $W_1/W = j$ reprezintă coeficientul de echivalare al amestecului. Notînd cu A cantitatea de combustibil aflat pe grătar la începutul experienței, cu C cantitatea de combustibil aflat pe grătar la sfîrșitul experienței cu M combustibilul consumat în timpul experienței determinat prin cîntărire, cantitatea reală de combustibil B consumată în timpul experienței este:

$$B = (C - A)j + M \text{ kg/h}$$

iar solicitarea mecanică a grătarului s-a determinat din expresia,

$$b = \frac{B}{R} \text{ kg/m}^2 \text{ h}$$

Pentru experienţe s-au folosit cărbuni C.F.R. a căror caracteristici au fost determinate de către Institutul de Cercetări al Institutului Politehnic Bucureşti, obţinînd următoarele date:

Carbon	(60,3 ÷ 61,3)%
Hidrogen	(4,30 ÷ 4,50)%
Sulf	(2,34 ÷ 2,71)%
Azot + Oxigen	(11,46 ÷ 11,39)%
Umiditate	(5,5 ÷ 6,7)%
Cenuşe	(15,10 ÷ 13,4)%

Puterea calorifică inferioară W = 5730 ÷ 5830 kcal/kg.

Valorile D_c, D_m, B, b şi η_c determinate din experienţele pe stand sînt trecute în tabloul 1.

Randamentul cazanului locomotivei D^2 modernizată în funcţie de solicitarea termică a grătarului Y mii de kcal este reprezentat în fig. 2 pe

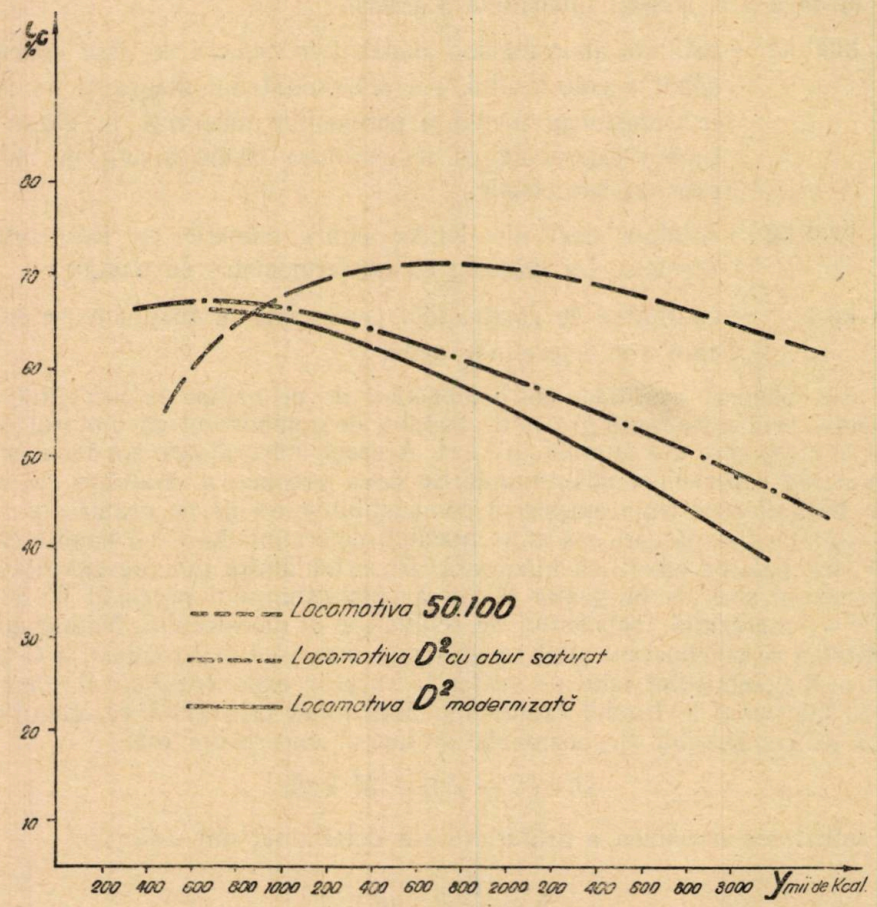


Fig. 2. Randamentul cazanului

care s-a trasat și curba randamentului locomotivei seria 50.100, determinată la experimentarea cu vagonul dinamometric, precum și curba randamentului locomotivei D^2 cu abur saturat, determinată prin calcul.

Din aceasta rezultă că:

— randamentul maxim al cazanului locomotivei D^2 modernizată este $\eta_{c\,max} = 66\%$, al cazanului locomotivei seria 50.100 este $\eta_{c\,max} = 70{,}5\%$ iar al cazanului locomotivei D^2 cu abur saturat este $\eta_{c\,max} = 66{,}5\%$;

— randamentul mediu al cazanului locomotivei D^2 modernizată este $\eta_{c\,med} = 56\%$, al locomotivei seria 50.100 este $\eta_{c\,med} = 66\%$, iar al locomtivei D^2 cu abur saturat este $\eta_{c\,med} = 59\%$;

— randamentul cazanului locomotivei D^2 modernizată este cu atît mai mic, ca acel al locomotivei seria 50.100, cu cît crește solicitarea termică a grătarului, în medie fiind cu 15% mai mic, ceea ce se explică prin faptul că locomotiva seria 50.100 a fost experimentată pentru arderea cu păcură care are pierderi mecanice neînsemnate, pe cînd locomotiva D^2 modernizată fiind experimentată pentru arderea cu cărbuni, pierderile mecanice sînt cu atît mai importante cu cît viteza locomotivei și deci solicitarea termică a grătarului este mai mare. Randamentul locomotivei D^2 modernizată este de asemenea mai mic în medie cu 5% decît cel al locomotivei D^2 cu abur saturat, prin faptul că raportul $H_v/R = 35{,}3$ al locomotivei cu abur saturat este mai mare decît $H_v/R = 24$ al locomotivei D^2 modernizată.

3. *Solicitarea specifică medie a suprafeței de vaporizare prelinsă de gaze* Z_c kg/m² h *s-a determinat din relația:*

$$Z_c = \frac{D_m}{H_v}$$

unde:

H_v m² — suprafața de vaporizare prelinsă de gaze a cazanului.

Solicitările Z_c determinate prin experiențele pe stand sînt trecute în tabela 1.

În diagrama din fig. 3 s-au trasat valorile lui Z_c pentru locomotiva D^2 modernizată, D^2 cu abur saturat și locomotiva seria 50.100.

Din această diagramă se vede că:

— solicitarea medie a suprafeței de vaporizare prelinsă de gaze la locomotiva D^2 modernizată este $Z_{c\,med} = 45$ kg/m² h, la locomotiva seria 50.100 este $Z_{c\,med} = 30$ kg/m² h, iar la locomotiva D^2 cu abur saturat este $Z_{c\,med} = 40$kg/m² h, pentru $y = 1{,}8.10^6$ kcal/m² h;

— la aceeași solicitare termică a grătarului locomotiva D^2 modernizată are cea mai mare solicitare specifică medie a suprafeței de vaporizare prelinsă de gaze, ceea ce se explică prin faptul că această locomotivă are cel mai mic raport $H_v/R = 24$ față de $H_v/R = 35{,}3$ și $H_v/R = 74$ pentru

celelalte două locomotive. Solicitarea specifică medie a suprafeței de vaporizare prelinsă de gaze a cazanului locomotivei D^2 modernizată este în medie cu 50% mai mare ca la locomotiva seria 50.100 și cu 12,5% mai mare ca la locomotiva D^2 cu abur saturat.

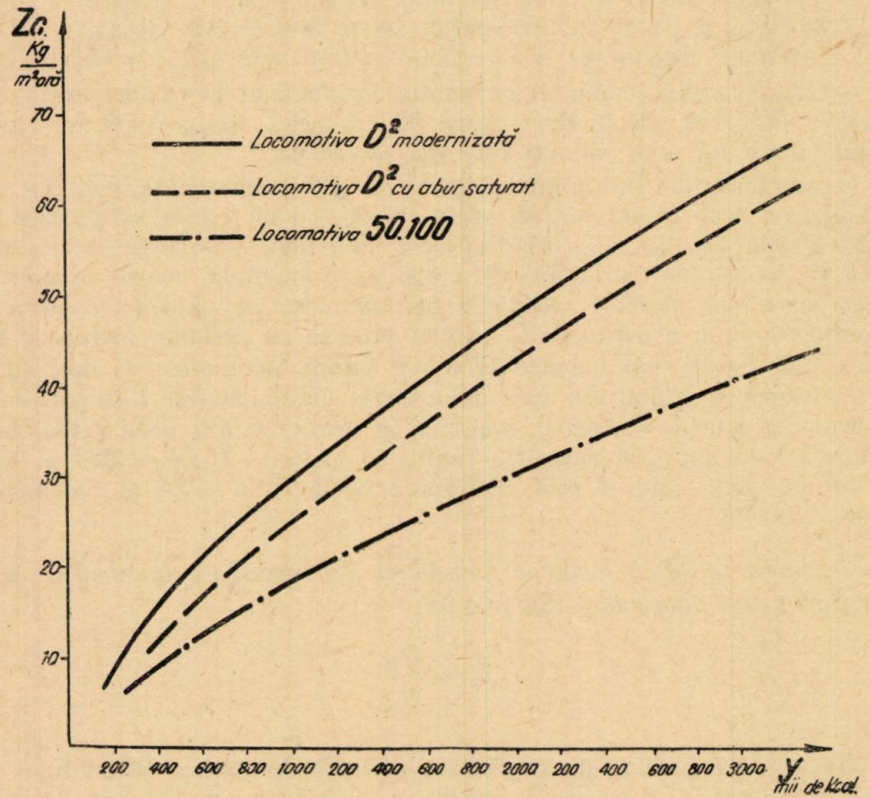


Fig. 3. Solicitarea specifică medie a suprafeței încălzitoare

4. *Consumul specific de abur* c_i kg/CP$_i$ h *s-a determinat din relația:*

$$c_i = \frac{D_m}{N_i}$$

unde:

N_i CP$_i$ h — puterea indicată care s-a determinat din relația

$$N_i = \frac{F_i V}{270}$$

V km/h — viteza locomotivei măsurată în timpul experienței cu vitezometru.

F_i kg — forța de tracțiune indicată medie care s-a determinat din expresia

$$F_i = \frac{d^2 \cdot s}{D} p_{im}$$

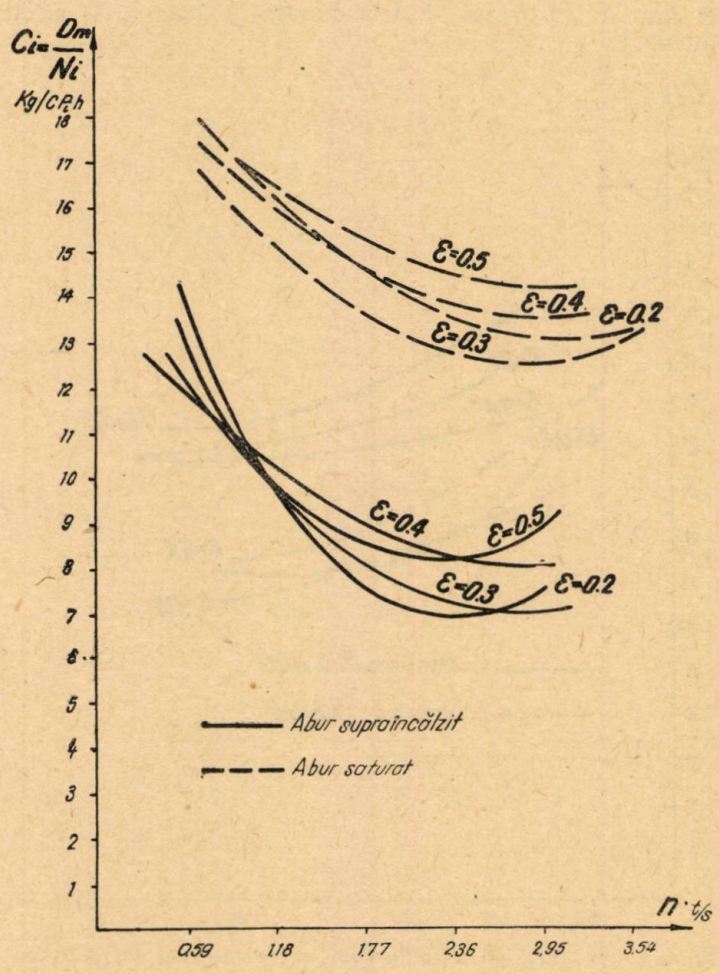


Fig. 4. Consumul specific de abur al locomotivei D^2 modernizată și al locomotivei D^2 cu abur saturat

în care:

d [cm] — diametrul cilindrului,
s [cm] — cursa pistonului,
D [cm] — diametrul roții motoare,
p_{im} [kg/cm^2] — presiune medie indicată.

Presiunea medie indicată s-a determinat planimetrînd suprafața diagramelor indicate ridicate cu indicatorul pe cele două fețe ale mașinii raportînd-o la lungimea diagramei și ținînd cont de scara resortului folosit. După aceea s-a calculat media presiunilor indicate obținute pe cele două fețe ale pistonului.

Valorile p_{im}, α, F_i, N_i și c_i determinate la încercările pe stand sînt arătate în tabela 1.

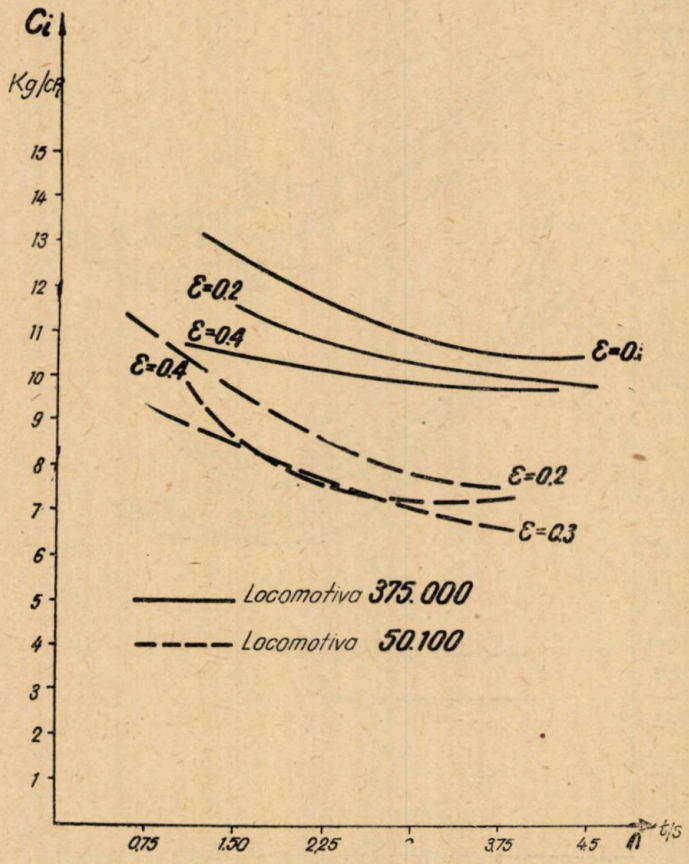


Fig. 4. a Consumul specific de abur al locomotivei seria 50.100 și al locomotivei seria 375.000

Diagramele de pe fig. 4 și fig. 4 a reprezintă valorile consumului specific c_i pentru locomotiva D^2 modernizată, D^2 cu abur saturat, locomotiva seria 50.100 și locomotiva seria 375.000.

Din aceste diagrame se vede că:

— consumul specific minim al locomotivei D^2 modernizată este $c_i = 7$ kg/CP h (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}5$ ture/s), pentru locomotiva D^2 cu abur saturat $c_i = 12{,}5$ kg/CP$_i$ h (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}5$ ture/s), la

Tabela 1

Datele obținute la experiențele făcute cu locomotiva D² modernizată

s	V km/h	B kg/h	b kg/mp²/h	$D_m = D_e$ kg/h	Z_e kg/mp²/h	t_s °C	η_e	P_{im} kg/cm²	P_e kg/cm²	$\alpha = \frac{pim}{P_e}$	F_i gk	N_i CP$_i$	c_i kg/CP$_i$h	η_{im} %	% η_u	q mii kcal
0,2	5	157	138	890	31	315	0,68	5,3	14	0,362	2530	83	11,3	8,2	4,7	12,4
	10	179	158	940	35	324	0,645	5,0	14	0,357	2450	91	10,3	8,75	5,6	11,3
	15	214	189	970	35,5	340	0,57	4,82	14	0,345	2370	132	7,3	11,8	6,7	9,3
	20	267	236	1178	43,0	331	0,54	4,65	14	0,332	2290	169	7,0	12,7	6,8	9,2
	25	281	248	1215	45,0	329	0,615	3,64	14	0,426	1770	165	7,4	12,0	6,9	9,9
0,3	5	170	150	846	30,9	312	0,58	7,75	14	0,554	3810	70,5	12,0	7,6	4,5	14,0
	10	220	194	1080	39,0	320	0,6	6,16	14	0,44	3330	111,5	9,7	9,2	5,5	11,5
	15	264	233	1282	47,0	345	6.613	5,89	14	0,421	2900	159,0	8,0	10,8	6,6	9,6
	20	340	300	1420	51,9	338	0,516	4,95	14	0,353	2690	197,0	7,2	12,3	6,4	9,9
	25	405	352	1670	53,7	330	0,531	4,25	14	0,321	2420	203,0	6,5	13,9	6,2	9 5
0,4	5	195	172	946	34,0	330	0,585	8,65	14	0,619	4250	79,4	11,9	7,4	4,35	14,5
	10	268	237	1380	50,5	327	0,63	7,1	14	0,507	3490	129,0	10.7	8,3	5,25	11,9
	15	418	368	1380	50,0	350	0,41	5,62	14	0,401	2760	153,0	9,0	9,7	4,0	15,0
	20	422	373	1600	58,5	345	0,47	5,28	14	0,377	2706	193,0	8,3	10,6	5,0	12,6
	25	432	380	1720	62,0	350	0,515	4,74	14	0,338	2330	216,0	8,0	10,9	5,6	11,3
0,5	5	242	213	1090	30,8	343	0,557	9,3	14	0,565	4576	84 5	13,9	6,9	5,4	11,7
	10	276	244	1440	52,7	350	0,658	8,08	14	0,578	3980	149,0	9,8	8,9	5,8	10 9
	15	320	273	1520	55,2	348	0,550	7,3	14	0,432	3270	187	9,2	9,5	5,6	11,3
	20	419	368	1670	61,0	346	0,502	5,57	14	0,398	2740	203	8,2	10,5	5,3	11,9
	25	520	460	1730	63,25	350	0.415	5,1	14	0,342	2150	218	7,8	11,6	5,1	12,4

locomotiva seria 50.100 este $c_i = 7$ kg/CP$_i$ h (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 3$ ture/s), iar la locomotiva seria 375.000 $c_i = 10$ kg/CP$_i$ h (pentru $\varepsilon = 0{,}4$ și $n = 3$ ture/s);

— consumul specific mediu al locomotivei D^2 modernizată este $c_{i\,med} = 8{,}8$ kg/CP$_i$ h, la locomotiva D^2 cu abur saturat este $c_{i\,med} =$

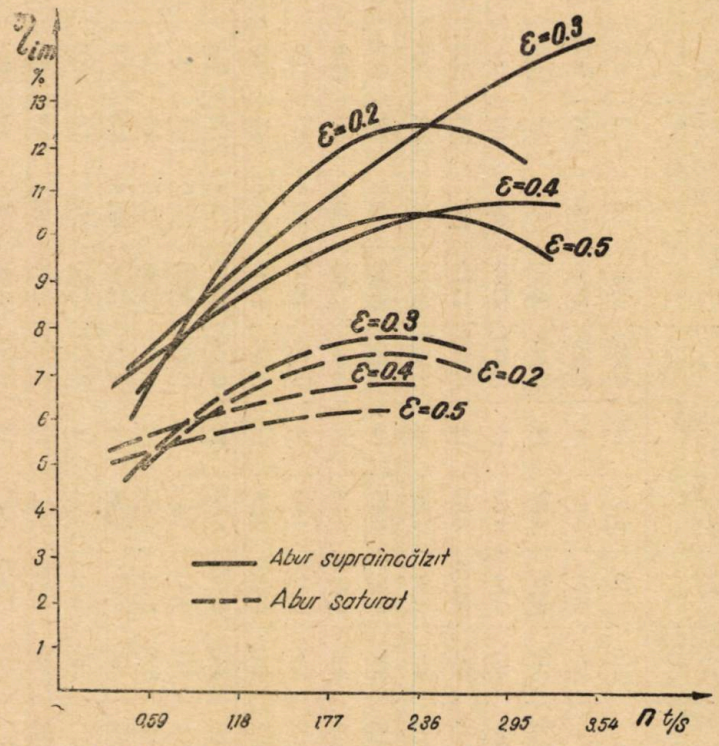


Fig. 5. Randamentul indicat al mașinii locomotivei D^2 modernizate și al mașinii locomotivei D^2 cu abur saturat

$= 13$ kg/CP$_i$ h, la locomotiva seria 50.100 este $c_{i\,med} = 8{,}94$ kg/CP$_i$ h, iar la locomotiva seria 375.000 este $c_{i\,med} = 10{,}5$ kg/CP$_i$ h;

— consumul specific al locomotivei D^2 este în medie cu 30% mai mic decît al locomotivei D^2 cu abur saturat din cauza temperaturii ridicate de supraîncălzire a aburului;

— pentru același motiv consumul specific de abur al locomotivei D^2 modernizată este în medie cu 16% mai mic decît al locomotivei seria 375.000, care are o temperatură de supraîncălzire a aburului foarte joasă. Consumul specific de abur al locomotivei D^2 modernizată și al locomotivei seria 50.100 este aproximativ același (diferența procentuală fiind de numai 1—2% în favoarea locomotivei D^2 deoarece temperaturile de supraîncălzire ale acesteia sînt în medie cu 15—20°C mai ridicate);

— economia de apă realizată la locomotiva D^2 modernizată față de locomotiva D^2 cu abur saturat este în medie egală cu 30%, deoarece reprezintă tocmai diferența procentuală între consumurile specifice ale aburului.

5. *Randamentul indicat al mașinii s-a determinat din expresia:*

$$\eta_{im} = \frac{632\ N_i}{D_m\ (i_s - t_a)}\ 100\ \%$$

Valorile η_{im} % găsite pe baza formulei de mai sus sînt trecute în tabela 1.

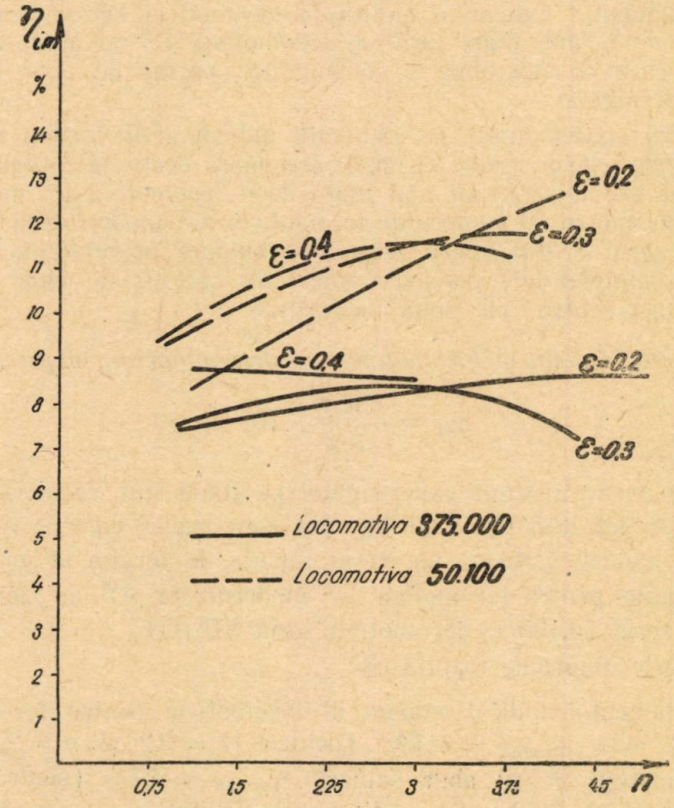


Fig. 5 a. Randamentul indicat al mașinii locomotivei seria 50.100 și al locomotivei seria 375.000

În diagramele din fig. 5 și fig. 5-a s-au trasat valorile randamentului indicat al motorului η_{im} % în funcție de turație la grade de admisie constante pentru locomotiva D^2 modernizată, D^2 cu abur saturat locomotiva seria 50.100 și locomotiva seria 375.000.

Din aceste diagrame rezultă că:

— randamentul ridicat maxim al motorului la locomotiva D² modernizată este $\eta_{im\,max} = 12{,}5\%$ (la $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}5$ ture/s), pentru locomotiva D² cu abur saturat $\eta_{im\,max} = 7{,}9\%$ la $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}3$ ture/s) la locomotiva seria 50.100 $\eta_{im\,max} = 12\%$ (la $\varepsilon = 0{,}2$ și $n = 3{,}75$ ture/s) la locomotiva seria 375.000 $\eta_{im\,max} = 8{,}8\%$ (la $\varepsilon = 0{,}4$ și $n = 1{,}15$ ture/s);

— randamentul indicat mediu al motorului la locomotiva D² modernizată este $\eta_{im\,med} = 10{,}5\%$, pentru locomotiva D² cu abur saturat $\eta_{im\,med} = 7{,}0\%$ la locomotiva seria 50.100 $\eta_{im\,med} = 10{,}3\%$, iar la locomotiva seria 375.000 $\eta_{im\,med} = 8{,}3\%$;

— randamentul indicat al motorului locomotivei D² modernizată este în medie cu 50% mai mare decît al locomotivei D² cu abur saturat din cauza micșorării considerabile a consumului specific de abur la locomotiva D² modernizată;

— pentru același motiv randamentul indicat al motorului locomotivei D² modernizate este în medie cu 26% mai mare decît la locomotiva seria 375.000, care are un consum mai mare decît locomotiva D² modernizată. Randamentul indicat al motorului locomotivei D² modernizată și acel al locomotivei seria 50.100 diferă puțin (ca valoare procentuală cu 2% în favoarea locomotivei D²) deoarece consumul specific de abur este aproximativ același pentru cele două locomotive.

6. *Randamentul indicat al locomotivei s-a determinat din expresia*:

$$\eta_{il} = \frac{632\,N_i}{BW}\,100\,\%$$

Valorile găsite în urma experiențelor pe stand sînt trecute în tabela 1.

In diagramele din fig. 6 și fig. 6-a s-au trasat valorile randamentelor indicate ale locomotivei η_{il} = în funcție de turație la grade de admisie constante pentru locomotiva D² modernizată, D² cu abur saturat, locomotiva seria 50.100 și locomotiva seria 375.000.

Din aceste diagrame rezultă că:

— randamentul indicat maxim al locomotivei pentru locomotiva D² modernizată este $\eta_{il\,max} = 6{,}5\%$ (pentru $\varepsilon = 0{,}2$ și $n = 2{,}35$ ture/s) pentru locomotiva D² cu abur saturat $\eta_{il\,max} = 4{,}7\%$ (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 1{,}77$ ture/s), pentru locomotiva seria 50.100 $\eta_{il\,max} = 8{,}3\%$ (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}5$ ture/s), pentru locomotiva seria 375.000 $\eta_{il\,max} = 4{,}3$ (pentru $\varepsilon = 0{,}3$ și $n = 2{,}5$ ture/s);

— randamentul indicat mediu al locomotivei D² modernizată este $= 6\%$ pentru locomotiva D² cu abur saturat $\eta_{il\,med} = 3{,}7\%$ pentru locomotiva seria 50.100 $\eta_{il\,med} = 6{,}6\%$, iar la locomotiva seria 375.000 $\eta_{il\,med} = 3{,}9\%$;

— randamentul indicat al locomotivei este în medie mai mare cu 60% la locomotiva D^2 modernizată ca la locomotiva D^2 cu abur saturat din cauză să deși randamentul cazanului locomotivei D^2 cu abur saturat este mai mare cu ceva ca la locomotiva D^2 cu abur supraîncălzit, randamentul indicat al motorului este mult mai mic la locomotiva cu abur saturat (randamentul indicat al locomotivei este $\eta_{il} = \eta_c \times \eta_{im}$);

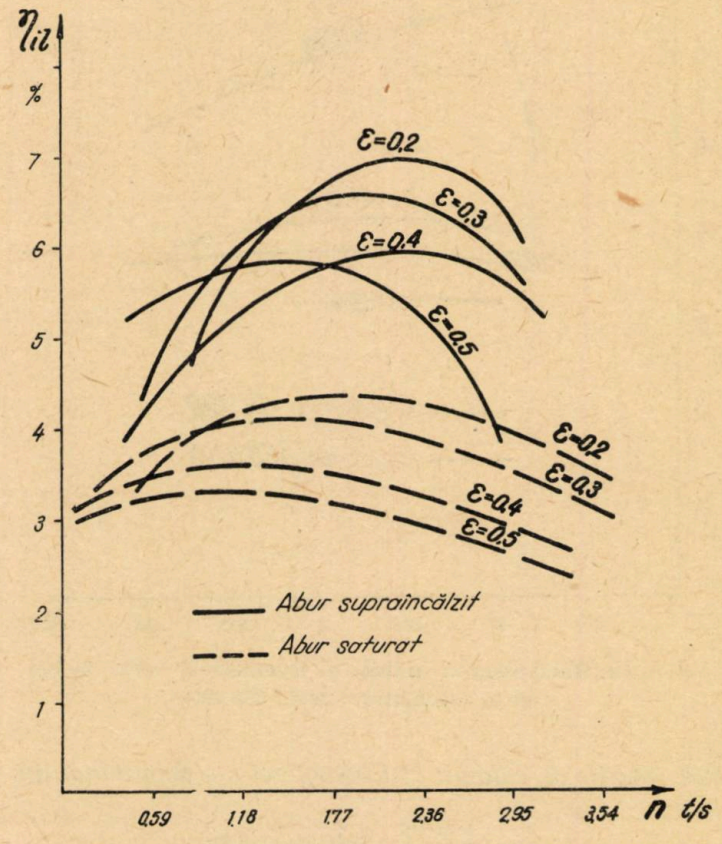


Fig. 6. Randamentul indicat al locomotivei D^2 modificată și al locomotivei D^2 cu abur saturat

— pentru același motiv randamentul indicat al locomotivei D^2 modernizată este mai mare în medie cu 54% decît al locomotivei seria 375.000. Randamentul indicat al locomotivei D^2 modernizată este în medie cu 9% mai mic decît al locomotivei seria 50.100, deoarece la un randament indicat al motorului aproximativ același, randamentul indicat al cazanului este mai mare la locomotiva seria 50.100 după cum s-a arătat mai înainte.

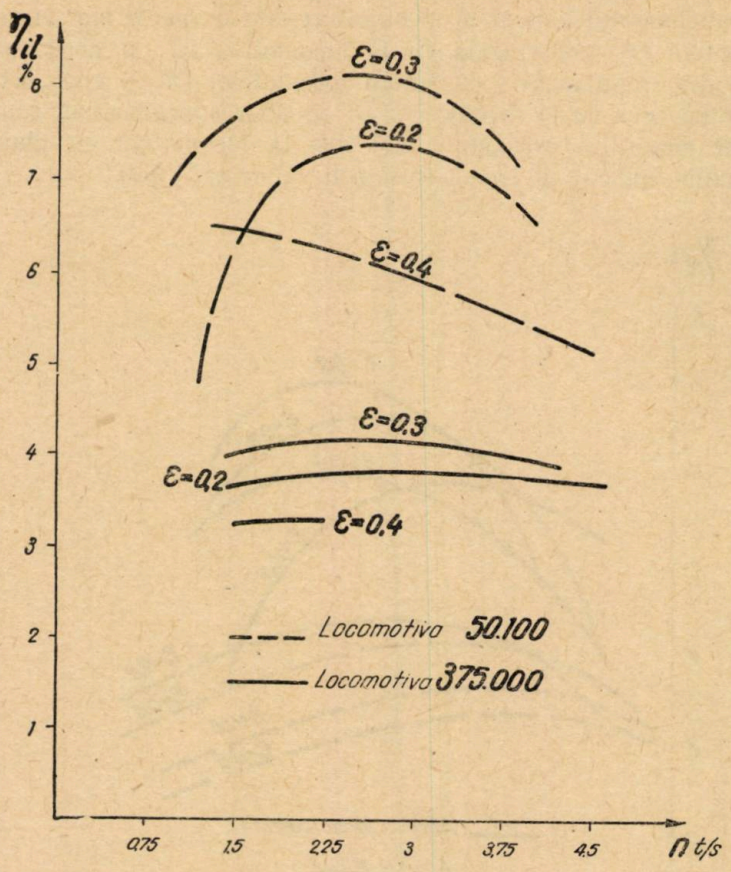


Fig. 6 a. Randamentul indicat al locomotivei seria 50.100 și al locomotivei seria 375.000

7. *Consumul specific de căldură al locomotivei s-a determinat din expresia:*

$$a = \frac{BW}{100\ N_i} \text{ mii kcal/CP}_i\text{h}.$$

Valorile lui q găsite pe baza formulei de mai sus sînt trecute în tabela 1.

În diagramele din fig. 7 s-au trasat valorile consumului specific de căldură al locomotivei pentru locomotiva D^2 modernizată și pentru locomotiva D^2 cu abur saturat. Din aceste diagrame rezultă că:

— consumul specific mediu de căldură al locomotivei D^2 modernizată este $q = 11$ mii kcal/CP$_i$ h, iar pentru locomotiva D^2 cu abur saturat $q = 15$ mii kcal/CP$_i$ h,

— consumul specific de căldură al locomotivei D^2 cu abur saturat este mai mare ca acel al locomotivei D^2 modernizată din cauză că consumul specific de abur este mai mare la locomotiva D^2 cu abur saturat,

— economia de combustibil este tocmai diferența procentuală dintre consumurile specifice medii de căldură ale locomotivelor și în cazul nostru este în medie cu 25% în favoarea locomotivei D^2 modernizată.

8. *Forțele de tracțiune indicate obținute la locomotiva D^2 modernizată în funcție de viteză la admisii constante sînt reprezentate în diagramele* din fig. 8, pe care s-a trasat și limitarea forței de tracțiune de aderență și cazan. Curba forței de tracțiune limitată de aderență s-a construit pe

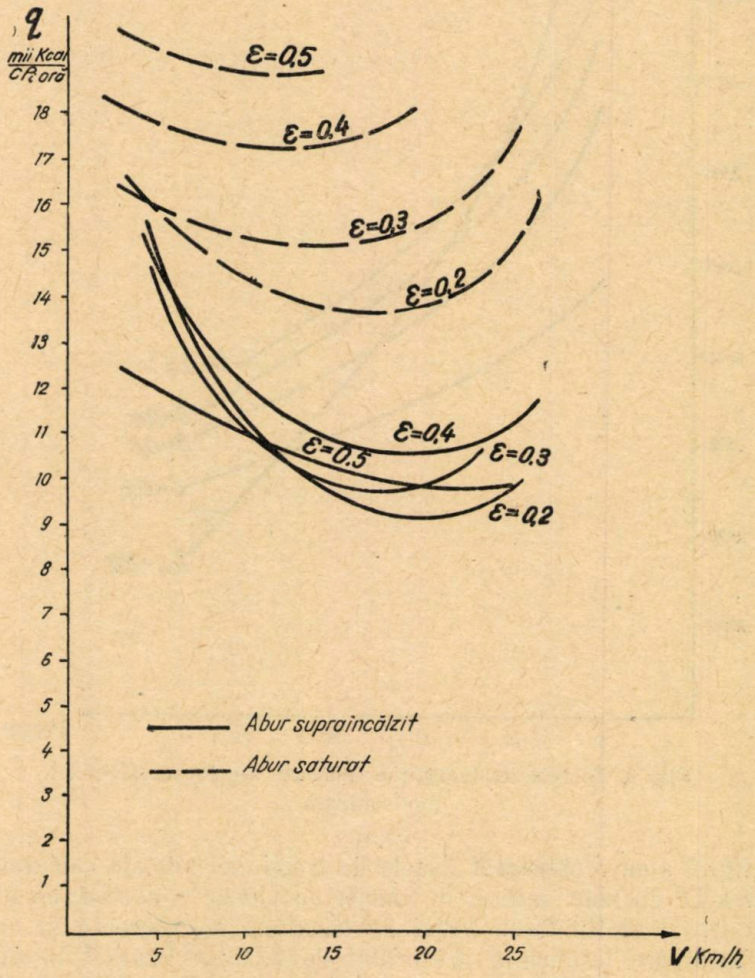


Fig. 7. Consumul de căldură al locomotivei D^2 modernizată și al locomotivei D^2 cu abur saturat

baza relației $F_{tr} = 1000\, f_i G_r$. S-a admis coeficientul de aderență $f_i = 1/5$. Curba forței de tracțiune limitată de cazan s-a construit luînd o solicitare specifică medie a suprafeței de vaporizare prelinsă de gaze egală cu 50 kg/m² h, ce corespunde unei încărcări termice a grătarului de $2{,}16.10^6$ kcal/m² h.

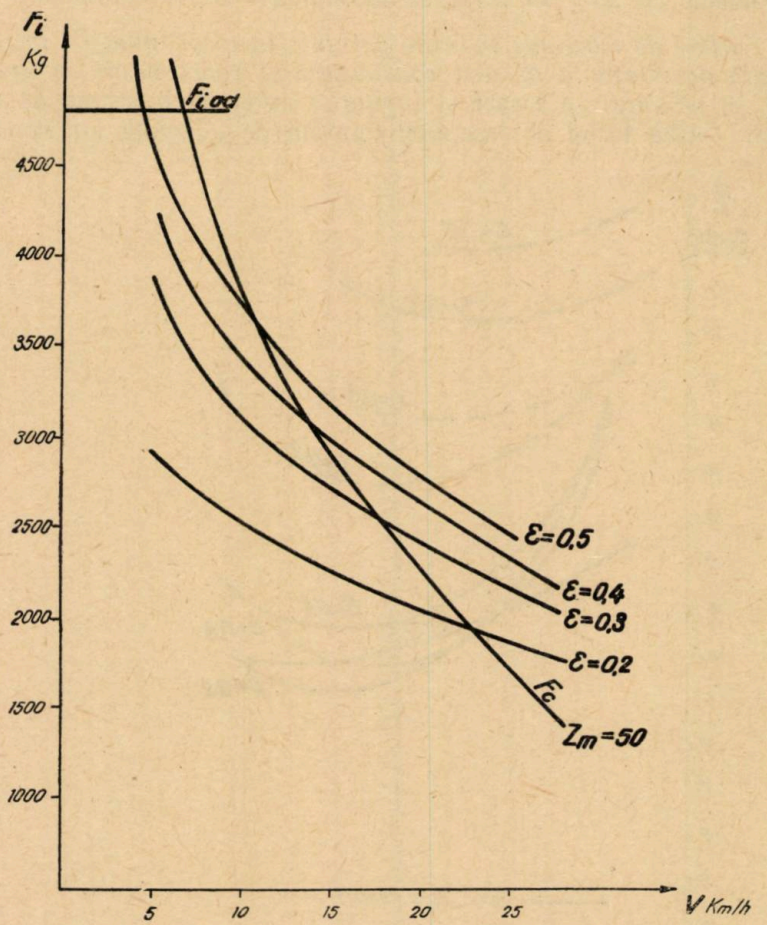


Fig. 8. Forțele de tracțiune indicate ale locomotivei D^2 modernizată

În fig. 9 s-au reprezentat forțele de tracțiune indicate calculate pentru locomotiva D^2 cu abur saturat în funcție de viteză la admisii constante, pe care s-a trasat și limitarea forței de tracțiune de aderență și cazan. La aceeași încărcare termică a grătarului de $2{,}16.10^6$ kcal/m² h, din fig. 3 pentru locomotiva D^2 cu abur saturat îi corespunde o solicitare $Z_c = 45$ kg/m² h.

Din diagramele 8 și 9 rezultă că la aceeași încărcare termică a grătarului și același grad de admisie forța de tracțiune limitată de cazan pentru locomotiva D^2 modernizată și locomotiva D^2 cu abur saturat conform tabelei nr. 2.

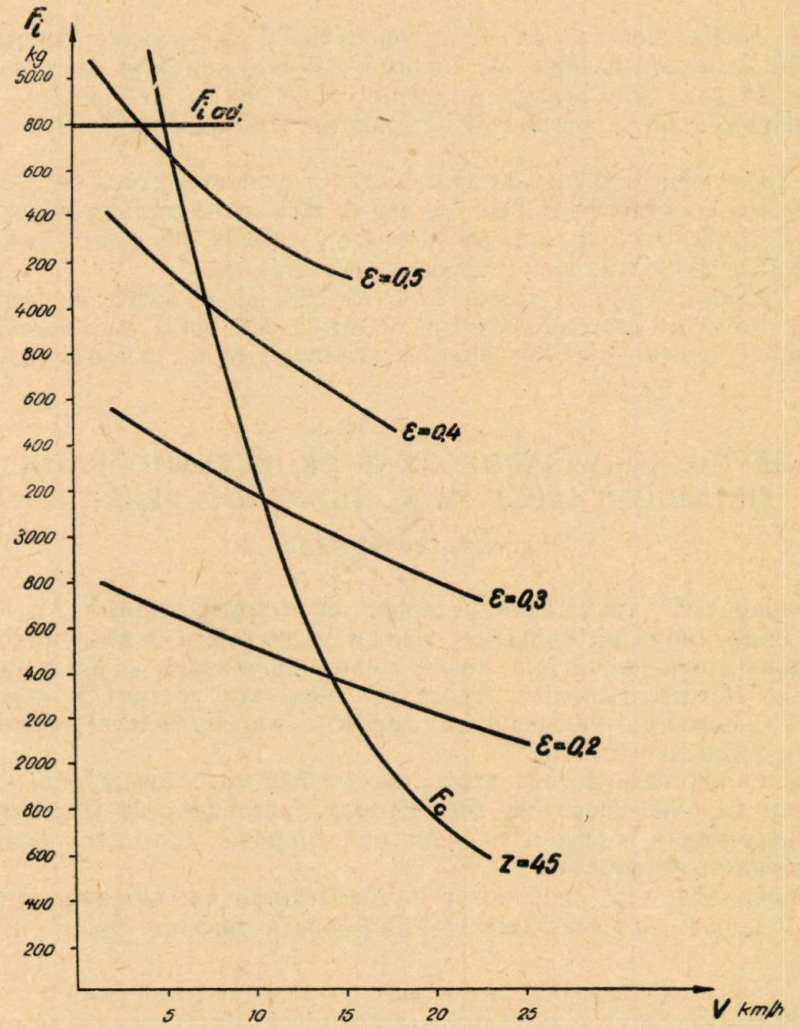


Fig. 9. Forțele de tracțiune indicate ale locomotivei D^2 cu abur saturat

Tabela 2

V km/h	10	15	20
$F_i\ D^2_{mod}$ kg	3700	2900	2300
$F_i\ D^2_{sat}$ kg	3260	2300	1760

crește în medie cu circa 20% la locomotiva D^2 modernizată față de locomotiva D^2 cu abur saturat.

IV. Concluzii

Din analiza caracteristicilor locomotivei D^2 modernizată determinate de modificările constructive ale raportului dintre suprafața de vaporizare prelinsă de gaze și suprafața grătarului H_v/R de la 35,3 pînă la 24 și prin adoptarea unui supraîncălzitor puternic cu raportul $H_s/H_v = 1/2{,}62$ rezultă :

1. Temperaturi ridicate de supraîncălzire a aburului ceea ce a condus la realizarea unor economii medii de apă de 30% și de combustibil de 25%.

2. Forțe de tracțiune indicate la viteze constante mai mari, ceea ce dă posibilitatea sporirii tonajelor remorcate cu circa 20%

3. Raportul N_o/G_l a crescut cu circa 20% ca și forțele de tracțiune, deoarece greutatea locomotivei D^2 modernizată este egală cu a locomotivei D^2 cu abur saturat și construcția mecanismului motor a rămas aceleași.

МОДЕРНИЗАЦИЯ ПАРОВОЗА $Д^2$ СКОНСТРУИРОВАННЫЙ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИМ КОМБИНАТОМ РЕЩИЦЫ

(Краткое содержание)

Паравоз $Д^2$ типа Klien - Lindner сконструированный М. К. Решицы, циркулируя по кривым с малым радиусом и слабой надстройкой, очень подходящий для узкой железиодорожной колеи с экартаментом в 760 мм, Главный недостаток паровоза состоит в том, что паровоз работает с насыщенным паром, а это приводит к большому расходу топлива и воды.

По инициативе автора этот паровоз был модернизирован, монтированием пароперегревателя типа Шмидт, состоящего из 10 элементов нараперегревания и сварного колектора. Паравоз был испробован на локомотивном истанде И. П. Т.

Сравнивая этот паровоз с немодифицированным паровозом $Д^2$ К. М. Решицы определяются термические и тяговые преимущества.

MODERNIZING THE D^2 LOCOMOTIVE, BUILT IN C. M. REȘIȚA

(Summary)

The D^2 Locomotive built in C. M. Reshitza is a locomotive of the Klien Lindner type very successful for the 760mm narrow-way gauge easily rum on small curves and on weak superstructural lines. Its main disadvantage is that its functioning requires saturated steam which brings about a high water and fuel consumption.

On the author's initiative this locomotive was modernized by installating a Schmidt type superheater, composed of 10 (ten) superheating elements and a welded collector which was tested at the I.P.T. locomotive depot.

By comparing this locomotives to the D^2 C. M. Rezhitza not modifidied locomotives both the thermal and the traction advantages are determined.

LA MODERNISATION DE LA LOCOMOTIVE D^2 DE CONSTRUCTION C. M. REŞIŢA

(Résumé)

La locomotive D^2 de construction C. M. Reşiţa est une locomotive de type Klien-Lindner, très réussie pour l'écartement de voie étroite de 760 mm, circulant avec facilité dans les petites courbes et dans les lignes à faible suprastructure. Le principal désavantage réside dans le fait que la locomotive fonctionne à vapeur saturée, se qui donne une grande consommation de combustible et d'eau.

A l'initiative de l'auteur on a modernisé cette locomotive en installant un suréchauffant de type Schmidt, composé de 10 (dix) éléments de surchauffage et un collecteur soudé, qu'on a essayé sur le stand de locomotives I.P.T.

En comparant cette locomotive avec les locomotives D^2 C. M. Reşiţa nonmodifiée, on détermine les avantages thermiques et de traction.

MODERNISIERUNG DER LOKOMOTIVE D^2, BANART C. M. REŞIŢA

(Zusammenfassung)

Die Lokomotive D^2 Bauart C. M. Reşiţa, ist eine Lokomotive der Type Klien-Lindner, die für 760 mm Eisenbahnschmalspur sehr geeignet ist und die mit Leichtigkeit auf Strecken mit kleinen Bögen und schwachen Oberban zirkuliert.

Den Hauptnachteil bildet die Tatsache, dass die Lokomotive mit gesättigtem Dampf arbeitet, was zu einem grossen Verbrauch von Kohle und Wasser führt.

Auf Anregung des Autors wurde diese Lokomotive modernisiert, indem man einen Überhitzer der Type Schmidt, der aus 10(zehn) Überhitzungselementen und einem geschweissten Sammler, der am Lokomotivprüfstand I.P.T. geprüft wurde, besteht.

Auf Grund des Verleiches dieser Lokomotive mit einer nichtabgeänderten Lokomotive D^2 C. M. Reşiţa, werden die thermischen und die Zugkraftvorteile bestimmt.

TIPOGRAFIA ŞI LITOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI — BUC.
STR. MIHAI VODĂ Nr. 44-46
c. 4293

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 4

OCTOMBRIE — DECEMBRIE

1960

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей б дут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXII — FASCICOLA 4

OCTOMBRIE — DECEMBRIE

1960

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin* cand. St. Th.; *Prof. C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Rădulet* membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*: Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R.P.R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinulescu*
membru corespondent al
Academiei R. P. R.

SUMAR

ȘTIINȚE SOCIALE

V. ROMAN — Revoluțiile sociale și tehnico-științifice de-a lungul secolelor și influența lor asupra procesului istoric. . 13

M. ENGEL — Unele aspecte privind lupta maselor populare, conduse de Partidul Comunist Romîn pentru instaurarea regimului democrat-popular (ianuarie — februarie 1945). 31

MECANICA

G. TITEICA — Determinarea centrului instantaneu în mișcarea de pivotare 55

N. I. MANOLESCU — O metodă unitară de notare și utilizare a scărilor în calculele grafice 63

CHIMIE

T. IONESCU, G. TUDORACHE — Demineralizarea apelor glicerinoase cu ajutorul schimbătorilor de ioni 85

V .PARAUSANU, C. LANDAUER, C. MATEESCU — Hidroliza alcalină a acetatului de n Butil în soluții de apă acetonă. 91

METALURGIE

ȘT. MANTEA, N. DULAMITA, I. IATAN — Ruperea fragilă a unui oțel Cr-Si-Mo pentru supape și măsuri pentru preîntîmpinarea ei 101

AL. LUPU, O. FLOREA — L'étude de la désulfuration des concentrés cuivreux dans la République Populaire Roumaine 113

ELECTROTEHNICA

V. PANAITE — Forțe și momente electrodinamice între conductoare perpendiculare cu secțiuni dreptunghiulare . . . 139

A. MILLEA — Exprimarea rezistenței în curent alternativ a barelor, prin densitatea de curent la suprafața lor . . 153

I. SONEA, P. SONEA — Contribuțiuni la perfecționarea măsurătorilor psichometrice 165

TRANSPORTURI

G. LELESCU — Stabilirea condițiilor de limită a rentabilității remorcării trenurilor cu multiplă tracțiune, pe secțiile ce conțin profile parțial limitative de tonaj 181

RECENZII

S. CALIN — „Automatica și telemecanica sistemelor energetice" de C. I. Penescu 197

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

В. РОМАН — Социальные и научно-технические революции на протяжении веков и их влияние из исторический прогресс 13

И. ЭНГЕЛ — Некоторые аспекты, относящиеся к борьбе народных масс, руководимых румынской коммунистической партией, за установление народно-демократического строя (январь-февраль 1954 г.) 31

МЕХАНИКА

Г. ЦИЦЕЙКА — Определение многновенного центра вращения в осевом движении 55

Н. И. МАНОЛЕСКУ — Единный метод записи и использования маштаба в графических вычислениях . . . 63

ХИМИЯ

Т. ИОНЕСКУ, Г. ТУДОРАКЕ — Деминерализация глицериновых вод, с помощью ионообменных смол . . . 85

В. ПЭРЭУШАНУ, О. ЛАНДАУЭР, К. МАТЕЕСКУ — Щелочный гидролиз Н — бутулацетата в растворах ацетона — воды 91

МЕТАЛЛУРГИЯ

Шт. МАНТЕА, Т. ДУЛАМИЦЫ, И. ЯТАН — Хрупкий излом хромо-кремнисто-молибденовой стали для клайонов и методы его предупреждения 101

Ал. ЛУПУ, Фл. ОПРЯ — Исследование десулфураций медных концентратов РНР 113

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. ПАНАИТЕ — Электродинамические силы и моменты в перпендикулярных проводниках с прямоугольными сечениями 139

А. МИЛЯ — Выражение сопротивления проводников при переменном токе в виде функции плотости тока на поверхности проводника 153

И. СОНЕА, П. СОНЕА — Наш вклад в усовершенствование психрометрических измерений 165

ТРАНСПОРТ

Г. ЛЕЛЕСКУ — Установление предельных условии рентабельности ведения поездов со сложной тягой, на участках с частично ограниченными профилями тонажа 181

CONTENTS

SOCIAL SCIENCES

V. ROMAN — Social and technical-scientific Revolutions along the centuries and their impact an historical progress . . 13

M. ENGEL — A few aspects of the struggle of the people's masses under the leadership of the Roumanian Communist Party for the instauration of the People's Democracy (January — February 1945) 31

MECHANICS

G. ȚIȚEICA — Determinarea centrului instantaneu în mișcaof rotation in the pivot movement 55

N. I. MANOLESCU — A unitary method for noting and utilising scales in graphic calculations 63

CHEMISTRY

I. IONESCU, G. TUDORACHE — The glyzerinwaters demineralisation by ionexchanges 85

V. PARAUSANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — The alkaline — hydrolysis of N-Butyl-acetate in Water acetone solutions 91

METALLURGY

ST. MANTEA, T. DULAMITĂ, I. IATAN — Fragile breaking of a Cr-Si-Mo stul for valwes and methodes for preventing ist. 101

AL. LUPU, O. FLOREA — Study on the desulphuration of copper sulphide concentrates in the P.R.P. 113

ELECTRICITY

V. PANAITE — Electrodynamic forces and moments between perpendicular conductors of rectangular cross section . . 139

A. MILLEA — Expression of alternating current resistance of conductors in terms of surface current density . . . 153

I. SONEA, P. SONEA — Contributions to improving psichometric measurements 163

TRANSPORTS

G. LELESCU — Establishing the limiting of the rentability of traintrailling multiple section on the sections containing partial limitative tonnage profiles 181

BOOK REVIEW

S. CALIN — Automation and remote control of the power systems by prof. C. I. Penescu 197

SOMMAIRE

SCIENCES SOCIALES

V. ROMAN — Les révolutions sociales et techniques — scientifiques le long des siècles et leur influence sur le progrès historique 13

M. ENGEL — Quelques aspects de la lutte des mases populaires conduites par le Parti Comuniste Roumain pour l'instauration du régime democrate-populaire (Yanvier-Février 1945) 31

MECANIQUE

G. TITEICA — Détermination du centre instantane de rotation dans le mouvement de pivotement 55

N. I. MANOLESCU — Une méthode unitaire de notation et d'utilisation des échelles dans les calculs graphiques . . 63

CHIMIE

I. IONESCU, G. TUDORACHE — La démineralisation des eaux glicerinaux par des exchangeurs d'ions 85

V. PARAUSANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — L'hydrolise alcaline du N-Butyl-acétate dans des solution eau-acétone 91

METALLURGIE

ST. MANTEA, T. DULAMITA, I. IATAN — Rupture fragile d'un acier Cr-Si-Mo pour soupapes et méthodes pour en prévenir la production 101

AL. LUPU, O. FLOREA — L'étude de la désulfuration des concentrés cuivreaux dans la République Populaire Roumaine. 113

ELECTROTECHNIQUE

V. PANAITE — Forces et couples electrodynamique entre les conducteurs perpendiculaire aux sections rectangulaire. . 139

A. MILLEA — L'éxpression de la résistance en courant alternatif des conducteurs en fonction de la densité du courant a leur surface 153

I. SONEA, P. SONEA — Contributions au perfectionnement des mesurages psychrométriques 165

LES TRANSPORTS

G. LELESCU — Stabilisation des conditions limite de la rentabilité du remorquage des trains á multiple traction, sur les sections qui continnent des profils partiels limitatifs de tonnage 181

INHALT

SOZIAL WISSENSCHAFTEN

V. ROMAN — Die im Laufe der Jahrhunderte erfoltgten sozialen und technisch — wissenschaftliche Revolutionen und ihr Einfluss auf den historischen Fortschrifft 13

M. ENGEL — Einige Aspekte betreffend den kampf der durch die Rumänische Kommunistische Partei geführten Volksmassen für die Ensetzung des volksdemokratischen Regimes (Ianuar — Februar 1945) 31

MECHANIK

G. TITEICA — Die Bestimmung des Augenblicklichen rotationszentrums bei der Bewegung um einen Drehzapfen . . 55

N. I. MANOLESCU — Eine einheitliche Methode zum Notieren und zur Verwendung der Masstäbe bei din graphischen Berechnungen 63

CHEMIE

T. IONESCU, G. TUDORACHE — Die Demineralisierung von Glyzerinwösser durch Ionenanstauscher. 85

V. PARAUSANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — Alkalische Hydrolyse des N-Butil-acetats in Wässerigenaceton Lösungen 91

METALLURGIE

ST. MANTEA, T. DULAMITA, I. IATAN — Das Brechen lines Cr-Si-Mo-Stahls für Ventile und Methoden für ihre Vorhengung 101

AL. LUPU, O. FLOREA — Das Studium der Entschwefelungsverfahren der Schwefelhaltiger kupferkonzentrate aus der R. V. R. 113

ELEKTROTECHNIK

V. PANAITE — Elektrodynamischekräfte und Drehmomente zwischen senkrechten Leiter mit rechteckigen Querschnitt . . 139

A. MILLEA — Ein Allgemeine ausdruck fur der Wechselstrom — Wirkmiderstand als Funktion von die Stromdichte auf der Leiteroberfläche 153

I. SONEA, P. SONEA — Beiträge zur Vervollkommung der Pshychrometrischen Messungen 165

VERKEHRWESEN

P. LELESCU — Die Feststellung der Einschränkungsbedingungen für die Wirtshaftlichkeit beim ziehen der Züge mit mehrfacher zugförderung auf alschnitte mit Längsprofile, die den Tonnengehalt teilweise begrenzen 181

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

ȘTIINȚE-SOCIALE

REVOLUȚIILE SOCIALE ȘI TEHNICO-ȘTIINȚIFICE DE-A LUNGUL SECOLELOR ȘI INFLUENȚA LOR ASUPRA PROGRESULUI ISTORIC *

VALTER ROMAN

Istoria omenirii este istoria unui progres continuu, este istoria dezvoltării neîntrerupte a culturii și civilizației. Ea cunoaște faze de dezvoltare lentă cît și puncte nodale, cînd au loc schimbări bruște, salturi calitative. Aceste schimbări calitative în dezvoltarea societății sînt marcate prin revoluții sociale și prin revoluții tehnico-științifice. Istoria ultimilor secole cunoaște cîteva revoluții sociale și tehnico-științifice.

Încă Marx a stabilit cu precizie că între revoluțiile sociale și cele tehnico- științifice există o anumită corelație, cu caracter cauzal reciproc.

Revoluția tehnico-științifică contemporană (de la mijlocul secolului al XX-lea) se deosebește radical de toate cele premergătoare, inclusiv de cea din secolul trecut și, într-un sens, și de — ceea ce am putea denumi — începutul revoluției tehnico-științifice contemporane (la hotarul dintre secolul XIX și XX).

Față de revoluția tehnico-economică (industrială) a secolelor XVIII—XIX, elementul principal al căreia a fost inventarea mașinii care a determinat „înlocuirea forței omenești prin forțele naturii" [1], noua revoluție tehnică (parte integrantă a revoluției tehnico-științifice contemporane) se caracterizează nu numai prin înlocuirea tot mai amplă a forțelor fizice ale omului prin mașini, ci — aceasta fiind esențialul — și prin înlocuirea unor activități intelectuale ale omului, în ceea ce privește conducerea proceselor de producție, prin mecanisme, aparate — cu un cuvînt automatizarea producției.

O trăsătură cu totul specifică a revoluției tehnico-științifice contemporane constă în aceea că ea are loc și se dezvoltă în condițiile existenței în lume a două sisteme social-economice nu numai diferite, ci și diametral opuse, cît și concomitent în ambele aceste sisteme.

Revoluția tehnico-științifică, revoluția industrială a secolelor XVIII—XIX de exemplu are loc în condițiile existenței în lume a două

* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București — Decembrie, 1960.

1 K. Marx, Capitalul, vol. I, Edit. Politică, 1957, pag. 400.

orînduiri diferite dar nu și diametral opuse (feudalismul și capitalismul). Respectiv această revoluție este legată organic de ascensiunea noii clase sociale, progresiste în acele timpuri — burghezia. Condiționat de evoluția socială, purtătorul revoluției tehnico-științifice, a fost forța socială în ascensiune istorică din acea perioadă — burghezia. Această revoluție tehnico-științifică are o bază socială și ideologică unică (independent de amploarea ei). Feudalismul care se mai menținuse în multe țări, în diferite forme, nu mai generează nici cel mai mic progres științific sau tehnic, el reprezintă în aceea perioadă istorică, o frînă absolută în progresul istoric. Deci revoluția tehnico-științifică de la sfîrșitul secolului al XVIII-lea, marcată în special prin descoperirea legii conservării materiei, are loc numai în cadrul unei singure orînduiri — a orînduirii burgheze. În zilele noastre avem de-a face cu un fenomen oarecum diferit. Revoluția tehnico-științifică contemporană, pe lîngă caracterul său atotcuprinzător, față de trecut, se desfășoară simultan (cu tot ritmul diferit) în ambele sisteme social-economice cu clase dominante diferite, cu legi de dezvoltare diferite și cu concepții ideologice diametral opuse.

Acest fenomen necesită o analiză mai atentă pentru a nu ajunge la concluzii greșite în special în ceea ce privește perspectivele revoluției tehnico-științifice contemporane în cele două sisteme social-politice diferite. Înțelegerea lui impune abordarea problemei din punct de vedere al cauzelor care au generat și al stimulilor care au întreținut într-o parte (lumea socialistă) și alta (lumea capitalistă) această revoluție, cît și din punct de vedere a perspectivelor și a consecințelor acestei revoluții în lumea socialistă și cea capitalistă. Cu un cuvînt e nevoie de a elucida cît se poate de precis și clar caracterul revoluției tehnico-științifice contemporane și felul concret de manifestare al acesteia în socialism și în capitalism.

I. CARACTERUL, TRĂSĂTURILE ȘI PERSPECTIVELE REVOLUȚIEI TEHNICO-ȘTIINȚIFICE CONTEMPORANE

Revoluția tehnico-științifică contemporană este un produs al dezvoltării sociale contemporane la fel ca și revoluțiile tehnico-științifice precedente (sec. XV—XVI ; XVIII—XIX ; XIX) care au fost rezultatul dezvoltării sociale a secolelor respective. Marile transformări sociale au fost însoțite de mari progrese științifice și tehnice. Revoluțiile sociale au fost totdeauna precursoarele revoluțiilor tehnico-științifice. Supuse puternic influenței condițiilor social-economice, științele se dezvoltă strîns legat de dezvoltarea societății, ea este determinată de condițiile sociale concrete, cu tot caracterul deosebit de complex al acestei determinări, influențări. Știința nu poate să nu depindă de societate, să n-o slujească, căci ea este parte integrantă a dezvoltării sociale. Dezvoltarea științei și tehnicii, marile salturi în dezvoltarea lor, împinge înainte, la rîndul lor, progresul istoric. Ele nu sînt numai obiectul influențării economice și ideologice,

ci, la rîndul lor sînt factori activi ai dezvoltării sociale. Știința și tehnica este de nedespărțit de societate. Între ele există un raport de interinfluențare și interdependență, în cadrul căruia modului de producție, forțelor de producție, tehnicii, le revin rolul determinant. Aceasta este corelația, raportul obiectiv dintre *societate și știință și tehnică*. Aceasta este concepția marxistă, materialist-istorică a acestei probleme.

Problema raportului corelației dintre descoperiri tehnice și științifice și progresul social, problema aprecierii sociale a tehnicii, a rolului social al tehnicii, a fost o preocupare a oamenilor încă din timpuri îndepărtate. Astfel încă Lucrețiu a vorbit despre influența puternică a descoperirii focului, bronzului, fierului, construcției de vase și a altor descoperiri asupra dezvoltării sociale, constatînd în același timp că ele, din nefericire, servesc scopurilor războiului [1].

Gînditorii premarxiști s-au ocupat de asemenea cu această problemă și în mod deosebit în perioada nașterii relațiilor de producție capitaliste, care a fost însoțită de mari descoperiri tehnico-științifice. Acești gînditori au făcut pași înainte în cercetarea și stabilirea rolului social al tehnicii, atît în perioada renașterii cît și, în special, în perioada revoluțiilor burgheze din secolele XVII, XVIII și începutul secolului XIX.

În mod deosebit se ridică figura lui Francis Bacon (1561—1626), care a văzut în tehnică o forță puternică a dezvoltării istorice. Vorbind de descoperirea prafului de pușcă, a busolei maritime și a tipografiei el scria: *„Aceste trei invenții au schimbat fața globului pămîntesc și starea de lucru a omenirii... n-a fost imperiu, sectă, nici astru, care să fi avut atîtea efecte și să fi exercitat o influență atît de mare asupra lucrărilor omenești, ca aceste invenții mecanice“* [2].

Atît iluminiștii francezi (Turgot [3], Condorcet [4], Rousseau [5]) marele dialectician Hegel [6] și în special socialiști-utopiști (Fourrier [7], Saint-Simon [8]) s-au ocupat destul de mult de problemele privind rolul tehnicii și în general al producției materiale în dezvoltarea socială.

Toți acești gînditori premarxiști au adus un aport valoros la lămurirea rolului tehnicii și științei în dezvoltarea societății. Totuși înțelegerea de către ei a acestei probleme, avea, în general, un caracter idealist, căci ei au văzut în idei, în forța rațiunii cauza principală, determinantă a dezvoltării societății și uneltelor de muncă (tehnica). Ei n-au fost în stare să vadă căile reale ale transformării societății și locul exact al tehnicii în acest proces. Lămurirea cu adevărat științifică a acestei probleme aparține lui Marx, învățăturii sale materialiste a istoriei. Marx a arătat,

---

1 Lucrețiu Karr: „O prirode veșcei“. Moscova-Leningrad, 1945, p. 341.
2 Francis Bacon: „Noul organon“, Editura Academiei R.P.R., 1957, p. 101—102.
3 A. R. Turgot: „Izbrannîe filozofskie przvedenie“. Moscova, 1932, p. 139.
4 I. A. Condorcet: „Eskiz istoriceskoi progresa celoveceskivo razuma“, Moscova, 1936, p. 250.
5 J. J. Rousseau: „Discurs asupra originii și fundamentelor inegalității dintre oameni“. Ed. Științifică, 1958, p. 128.
6 G. W. F. Hogel: „Socinenia“, vol. 8. Moscova-Leningrad, 1935, p. 227.
7 Ch. Fourrier: „Izbrannîe socinenia“, vol. 3, Moscova, p. 84.
8 Saint-Simon: „Textes choisi“, Editions Sociales, Paris, p. 128.

primul, că tehnica este, în ultimă instanță, punctul de plecare al dezvoltării societății, impulsul cel mai important al transformărilor sociale. Pe drept cuvînt spunea Marx: *„Epocile economice se deosebesc nu prin ceea ce produce, ci prin modul cum se produce... Mijloacele de muncă indică nu numai gradul de dezvoltare a forței de muncă omenești, dar și relațiile sociale în cadrul cărora se muncește"* [1].

Stabilirea corelației juste dintre știință și societate și în mod cu totul deosebit dintre știință și producție a fost și mai este și astăzi obiectul unor discuții aprinse. Știința marxist-leninistă a stabilit cu toată precizia dependența cunoașterii științifice de necesitățile producției. Încă Engels în cunoscuta sa scrisoare către Starkenburg [2] a arătat cu toată claritatea acest lucru. Marx și Engels au arătat tot atunci și marea importanță a științei pentru dezvoltarea societății, importanța salturilor revoluționare în dezvoltarea științei și tehnicii pentru pregătirea revoluțiilor sociale. În cuvîntarea rostită la mormîntul lui Marx, Engels l-a numit pe Marx om de știință pentru care *„știința era o forță motrice a istoriei, o forță revoluționară"* [3].

Vorbind despre importanța marilor descoperiri științifice asupra dezvoltării societății Marx spunea: *„Aburul, electricitatea mașina de tors au fost în felul lor revoluționari cu mult mai periculoși decît cetățenii Barbès, Raspail și Blanqui"* [4].

În vestita sa polemică cu Proudhon Marx spune: *„Relațiile sociale sînt strîns legate de forțele productive... Moara acționată cu mîna creează societatea cu stăpîni feudali; moara cu aburi societatea cu capitaliști industriali"* [5].

În amintirile sale despre Marx Wilhelm Liebknecht spunea: *„Marx își bătu joc de reacțiunea victorioasă din Europa, care își închipuia că a înăbușit revoluția și nu avea habar că științele naturii pregătesc o nouă revoluție. Se sfîrșise cu domnia regelui abur, care în veacul trecut revoluționase lumea, și locul lui urma să fie luat de un revoluționar nesemuit de mare: „SCÎNTEIA ELECTRICĂ". Și Marx îmi povesti, plin de înflăcărare, că de cîteva zile a fost expus pe Regent Street modelul unei mașini electrice care trage un tren. „Acum problema e rezolvată — urmările sînt incalculabile. REVOLUȚIA ECONOMICĂ VA FI URMATĂ ÎN MOD INEVITABIL DE REVOLUȚIA POLITICĂ"* [6] (sublinierile ns.).

Din referirile lui Marx, din caracterizarea lui Engels și relatarea lui Wilhelm Liebknecht rezultă cu o claritate care nu lasă nici o umbră de îndoială concepția lui Marx în ceea ce privește corelația dintre dezvoltarea științei și dezvoltarea societății, anume teza că marile salturi în progresul științei (revoluția tehnico-științifică) au pregătit și pregătesc la rîndul lor și cu caracter de lege marile salturi în dezvoltarea socială (revoluția socială).

---

1 K. Marx: „Capitalul", vol. I, Ed. Politică, 1957, p. 209—210.
2 K. Marx, F. Engels: „Scrisori despre Capitalul", E.S.P.L.P., 1955, pag. 360.
3 „Amintiri despre Karl Marx", E.S.P.L.P., 1956, pag. 6.
4 K. Marx, F. Engels. Opere alese, vol. I, E.S.P.L.P., 1955, pag. 366.
5 K. Marx, F. Engels: Opere, vol. 4, Editura Politică, 1958, pag. 129—130.
6 „Amintiri despre Karl Marx", E.S.P.L.P., 1956, pag. 133—134.

Aceasta a fost și concepția lui Lenin. Și el vedea o legătură strînsă între dezvoltarea științelor naturii și a tehnicii și dezvoltarea societății arăta că unui anumit nivel de dezvoltare a științei și tehnicii corespunde un anumit nivel al dezvoltării societății umane. Lenin sublinia justețea tezei care figura în fruntea planului de electrificare a Rusiei: *„Secolul aburului a fost secolul burgheziei, secolul electricității este secolul socialismului"* [1].

Revenind la această problemă și referindu-se la țările capitaliste Lenin spunea: *„... creșterea marei industrii ... iată baza materială principală a venirii inevitabile a socialismului"* [2].

Datorită unor condiții istorice concrete (necesitatea introducerii materialismului în istoria științei, nivelul relativ scăzut al științei din secolul trecut și altele), problema locului și rolului științei și a revoluțiilor tehnico-științifice în dezvoltarea societății și în mod cu totul special mecanismul concret al influenței științei asupra dezvoltării sociale a fost însă relativ puțin studiată, atît de către clasicii marxismului cît și de către literatura marxistă a timpului. Această problemă nici astăzi nu este încă complet elucidată.

Un lucru este cît se poate de clar și asupra căruia toată lumea este de acord anume asupra rolului crescînd al științei în societatea contemporană. Datorită unor condiții istorice concrete, în cadrul cărora (alături de interesele înguste de clasă ale claselor dominante, exploatatoare) nivelul general scăzut al procesului de cunoaștere a omului a determinat ca știința să nu folosească în trecut la dezvoltarea, în mod nemijlocit și conștient, a forțelor de producție a societății și cu atît mai puțin la schimbarea relațiilor de producție, știința n-a ieșit din cadrele înguste ale laboratorului și a fost apanajul unui număr extrem de redus de oameni (deși de regulă excepțional de talentați).

Dacă înainte dezvoltarea socială (și în cadrul căreia dezvoltarea forțelor de producție) a jucat un rol deosebit de inportant în dezvoltarea științei, iar influența științei asupra dezvoltării sociale a fost destul de modestă, astăzi influența științei asupra dezvoltării sociale (și în primul rînd asupra forțelor de producție) a devenit tot atît de importantă ca și influența dezvoltării sociale asupra progresului științei. Ba chiar s-ar putea afirma, după cum spunea savantul englez John Bernal, că dacă înainte știința mergea după industrie, astăzi dezvoltarea științei are tendința de a depăși și chiar de a conduce industria [3]. Nivelul de dezvoltare al științei este un indiciu deosebit de important al posibilităților (inclusiv militare) ale societății.

Corelația, interinfluențarea dintre societate și știință, deși se manifesta și în trecut, caracterul acestei corelații se schimbă însă astăzi radical. Datorită revoluției tehnico-științifice contemporane știința servește, direct și conștient la dezvoltarea nelimitată a forțelor de producție, a relațiilor de producție și în general a societății, ea a devenit una din

[1] V. I. Lenin: „Opere", vol. 30, E.S.P.L.P., 1956, pag. 326.
[2] V. I. Lenin: „Opere", vol. 21, Editura Politică, 1958, pag. 57.
[3] John Bernal: „Nauka v istorii obșcestva", II, Moscova, 1956, pag. 30.

forțele motrice ale progresului istoric, fapt ce reprezintă un pas hotărîtor în întreaga istorie a omenirii. De sigur aceasta are o manifestare contradictorie în capitalism.

Știința a pătruns literalmente în toate domeniile vieții sociale. Cele mai diferite statistici (sovietice și occidentale) arată cît se poate de pregnant creșterea vertiginoasă a numărului oamenilor care se ocupă nemijlocit de rezolvarea diferitelor probleme științifice, a numărului instituțiilor științifice, a sumelor destinate dezvoltării științei etc.

Producția bunurilor materiale a necesitat din totdeuna cunoștințe practice, iar producția modernă, începînd din epoca manufacturieră și chiar ceva mai de vreme avea nevoie de un sprijin din ce în ce mai pronunțat din partea științei — formă superioară a cunoașterii, a activității spirituale. Aceasta a determinat *procesul istoric al apropierii* tot mai accentuate a *științei de producție, de forțele de producție* a colaborării tot mai strînse dintre ele, funcția socială a științei — de-a lungul existenței sale seculare — fiind tocmai perfecționarea producției, fără însă ca prin aceasta știința să devină o anexă a producției *. Revoluția tehnico-științifică contemporană a ridicat această tendință (apropierea, unirea științei cu forțele de producție a societății omenești) la cel mai înalt grad al necesității imperative, această tendință fiind una din trăsăturile principale ale acestei revoluții. (Această revoluție a făcut ca știința să devină — într-un anumit sens — o forță de producție, respectiv ea devine o forță reală de producție numai ca însușire a omului care participă practic (fie prin munca fizică, fie prin munca intelectuală) în producția bunurilor materiale și deci ea (știința) există ca o forță de producție nu independent de producătorul bunurilor materiale).

Noua revoluție tehnico-științifică contemporană înseamnă o și mai accentuată dominație a omului asupra naturii și marchează o treaptă calitativ nouă în dezvoltarea forțelor de producție: atît a forței de muncă (elementul *uman* al producției) cît și a mijloacelor de producție (totalitatea elementelor *materiale* ale producției).

Procesul de apropiere a științei de forțele de producție se manifestă atît pe linia apropierii ei de producătorul nemijlocit al bunurilor materiale cît și pe linia apropierii științei de mijloacele de producție (tehnice, surse de energie și obiectul muncii).

---

* Sînt cît se poate de absurde afirmațiile unor sociologi și filozofi burghezi în privința esenței științei. Așa bunăoară, filozoful fascist spaniol Ortega y Gasset afirmă că „în adevăratul sens al cuvîntului știința nu este altceva decît cercetarea; înseamnă de a-și pune problema, a lucra la rezolvarea ei, a găsi soluția. Odată ajuns aci înseamnă că s-a făcut tot și ce se va face mai departe nu mai are nimic cu știința". ((Gesammelte Werkle. Vol. III. Stuttgart, 1956, p. 224). Punînd în acest fel problema, adică negînd rolul științei în perfecționarea producției, în ridicarea continuă a nivelului de trai al societății, ideologii burgheziei neagă în fond conținutul profund umanist al științei. A vorbi despre știință pentru știință, știința ca scop în sine, a afirma că știința are drept scop o autosatisfacție înseamnă a nega că **tendința** după cunoașterea legilor obiective ale dezvoltării naturii și societății are drept scop principal de a pune aceste cunoștințe în slujba omului în vederea măririi puterii sale asupra naturii, în vederea ușurării și înfrumusețării vieții sale.

Procesul de apropiere a științei de producție, de muncă, *de producătorul nemijlocit a bunurilor materiale — elementul principal* (uman) *al forțelor de producție* a fost un proces anevoios și îndelungat. Corelația dintre ele (știința și munca) s-a schimbat radical de-a lungul dezvoltării milenare a societății omenești. Pornind de la unitatea, împletirea strînsă a cunoștințelor spirituale cu procesul muncii (activității practice) în timpurile îndepărtate ale societății primitive, odată cu diviziunea socială a muncii (munca fizică și spirituală), a formării claselor și statului începe diviziunea, separarea științei de muncă, de producătorul nemijlocit. Acest proces își primește o expresie vădită în secolele XVII, odată cu dezvoltarea producției manufacturiere și atinge punctul său culminant în marea industrie capitalistă unde munca fizică și intelectuală se găsesc într-o contradicție dintre cele mai ascuțite, cu caracter antagonist. Cum a arătat Marx: *„Așa cum în natură capul și mîna sînt legate între ele, tot astfel procesul de muncă leagă între ele munca intelectuală și munca manuală. Mai tîrziu ele se separă și intră în opoziție antagonistă"* [1].

În trecut, inclusiv în epoca producției meșteșugărești și pînă la nașterea marei industrii, rolul producătorului nemijlocit în perfecționările și investițiile tehnice, din progresul tehnic și științific al societății a fost deosebit de important. Descoperirea busolei, a prafului de pușcă, a ochelarilor, a ceasurilor, a tiparului (în epoca producției meșteșugărești), a mașinii cu aburi, a războaielor, a vaporului (în prima perioadă a nașterii marei industrii) au fost rezultatul muncii creatoare a producătorilor nemijlociți ai bunurilor materiale și *nu* rezultatul muncii oamenilor de știință, adică a oamenilor care se ocupă în mod special și în exclusivitate de munca spirituală.

Proprietatea privată asupra mijloacelor de producție și dezvoltarea marei industrii capitaliste face ca știința să devină din ce în ce mai accentuat un mijloc de exploatare a muncitorilor, face ca muncitorul să devină un apendice viu al mecanismelor (mașinilor) *moarte*. Din „stăpîn" al mașinii muncitorul devine în capitalism un „sclav" al ei. Mașina îl mecanizează pe om. Calitățile intelectuale ale muncitorului, inițiativa lui încetează de a mai avea vreo importanță în procesul de producție. Muncitorul se separă, se îndepărtează tot mai mult de oamenii muncii intelectuale, producătorul nemijlocit se îndepărtează tot mai mult de știință, deși marea producție în capitalism necesită tot mai mult — în mod obiectiv — aplicarea realizărilor științei și tehnicii. Aceasta se face însă de către un număr mic și limitat de oameni ai științei. Tot atunci aplicarea acestei tendințe progresiste (aplicarea științei în producție) se lovește în condițiile relațiilor de producție capitaliste de greutăți foarte mari. Capitaliștii se străduiesc să țină pe muncitor la un nivel de cultură generală și tehnică cît mai scăzut, vor să-l transforme într-un fel de automat, preferă să aibă muncitori necalificați, ceea ce însă pe de altă parte vine în contradicție cu necesitățile marei industrii mecanizate, care cere de la muncitori cunoștințe tehnice și științifice din ce în ce mai

[1] Karl Marx: „Capitalul", vol. I, Editura Politică, 1957, pag. 517.

mari. Aceasta ultima tendință duce, în mod obiectiv, la apropierea științei de producătorul nemijlocit.

Aceste tendințe contradictorii în capitalism această contradicție de clasă (pe de o parte separarea, îndepărtarea științei de muncă, iar pe de altă parte crearea condițiilor materiale pentru împletirea științei cu munca, ceea ce reprezintă o tendință obiectivă a dezvoltării sociale) se ascute tot mai mult. Aceasta este reflectarea unei alte contradicții și anume a neconcordanței dintre caracterul dezvoltării științei și tehnicii contemporane — care odată cu dezvoltarea capitalismului devine, în mod obiectiv, mai colectivă — și modul de producție capitalist bazat pe proprietatea privată asupra mijloacelor de producție, pe însușirea privată, individuală a roadelor muncii colective, pe anarhie și concurență. Ori toate aceste contradicții și neconcordanțe nu pot fi rezolvate în cadrul capitalismului și ceea ce face tocmai ca progresul tehnico-științific, revoluția tehnico-științifică contemporană să fie relativ *lentă, limitată, parțială* și *inegală*. Această contradicție poate fi rezolvată numai în cadrul modului de producție socialist unde revoluția tehnico-științifică contemporană se desfășoară *vijelios, nelimitat, multilateral* (atotcuprinzător) și *neîntrerupt*.

Revoulția tehnico-științifică contemporană, în societatea socialistă, desăvîrșește răsturnarea radicală a raportului dintre știință și producție și duce la unirea științei cu munca. Procesul obiectiv de apropiere a științei de muncă, de împletire a muncii fizice și intelectuale în activitatea muncitorilor, proces ce se manifestă în mod stihinic încă în capitalism, și în special odată cu introducerea automatizării în producție (în sensul că, într-o oarecare măsură, muncitorul devine stăpîn al mașinii și anume din punct de vedere tehnic, dar *nu* și din punct de vedere economic), se manifestă cu deosebită putere în socialism. *În socialism* unde se schimbă radical funcția socială a științei, începe lichidarea caracterului antagosit al contradicției dintre știință și muncă proces ce își găsește desăvîrșirea sa în revoluția tehnico-științifică contemporană. Din „sclav" al mașinii în capitalism, muncitorul devine în socialism pe o treaptă superioară, adevăratul „stăpîn" al ei (atît din punct de vedere tehnic cît și economic). Situația se schimbă radical, mașina nu mai „mecanizează" pe om, ci omul „umanizează" mașina.

Desigur această revoluție nu se înfăptuiește dintr-o dată, ea este un proces care durează, dar ea (revoluția) face ca în condițiile obiective create de modul de producție socialist pentru unirea științei cu munca și pentru contopirea muncii fizice cu cea intelectuală, această unire, contopire să se realizeze mai repede. În întrecerea socialistă, mișcarea de raționalizare și de invenție și realizează — pe o anumită treaptă — această unire.

Procesul de unire a științei cu munca în condițiile socialismului și a revoluției tehnico-științifice contemporane în plină desfășurare (în mod deosebit în U.R.S.S.) încă nu înseamnă că ea (această unire) s-a și desăvîrșit, înfăptuit, că în socialism n-ar mai exista nici un fel de contradicții. Așa bunăoară mai există diviziunea socială a muncii fizice și intelectuale, deosebirea esențială dintre ele. Această contradicție desigur nu

mai are caracter antagonist, dar atîta timp cît mai există personal tehnico-inginerese și oameni de știință pe de o parte și imensa masă a muncitorilor care continuă să depună munca fizică pentru producerea bunurilor materiale pe de altă parte, această contradicție nu va dispare. Ea va dispare abia pe o treaptă superioară a dezvoltării forțelor de producție, determinată de revoluția tehnico-științifică contemporană, în condițiile modului de producție socialist și cînd se va lichida definitiv diviziunea muncii în fizică și intelectuală, cînd aceste două activități vor fi înfăptuite de aceeași persoană, ceea ce desigur va presupune însuși schimbarea radicală a omului.

Nu dispare și o altă contradicție în socialism. Pe de o parte nivelul de cultură generală și tehnico-științifică în continuă creștere a unui număr tot mai mare de muncitori (proces care, datorită măsurilor luate pe linia învățămîntului de către guvernele țărilor socialiste, se intensifică rapid), iar pe de altă parte existența unei tehnici relativ înapoiate. În asemenea condiții (și dacă ele nu se schimbă rapid) ridicarea nivelului de cunoștințe a muncitorilor la nivelul cunoașterii științifice (și în general și într-un anumit sens însuși învățămîntul politehnic superior). se va dovedi ineficient din punct de vedere economic. Iată ce va caracteriza mersul triumfal al revoluției tehnico-științifice contemporane în condițiile socialismului, căci ea va contribui tocmai într-o foarte mare măsură la crearea noilor forțe de producție, calitativ diferite și superioare față de cele ale unui trecut foarte apropiat și încă și astăzi existent.

Raportul dintre știință și forțele de producție cuprinde — alături de cel dintre știință și producătorii bunurilor materiale (omul) — elementul subiectiv, principal al forțelor de producție — și *raportul dintre știință și elementele materiale ale forțelor de producție* (uneltele de muncă, tehnică, — elementul obiectiv al forțelor de producție). Procesul de apropiere de unire a științei, cu producția, cu forțele de producție presupune. include și procesul de apropiere a științei de tehnică, de uneltele de muncă.

La fel cum raportul dintre știință (cunoaștere) și muncă (producătorul nemijlocit al bunurilor materiale) n-a rămas neschimbat de-a-lungul dezvoltării seculare, tot așa și *raportul dintre știință și tehnică* a suferit schimbări radicale în dezvoltarea societății aceste schimbări caracterizîndu-se prin rolul crescînd al științei în crearea uneltelor de muncă (tehnică), prin folosirea crescîndă a realizărilor științei în producție.

De-a-lungul a trei formațiuni social-economice (societatea primitivă. sclavagistă și feudală) producția n-a cunoscut folosirea, aplicarea tehnică a științei, perfecționările uneltelor de muncă (care fără îndoială au avut loc, însă într-un ritm lent și într-o măsură limitată) s-au înfăptuit în exclusivitate, pe baza cunoștințelor empirice ale producătorilor nemijlociți. În întreaga această perioadă istorică dezvoltarea științei (la început a cunoștințelor) și a uneltelor de muncă (tehnică) au mers mai mult paralel. Numai odată cu creșterea marii industrii capitaliste începe împletirea în dezvoltarea științei și tehnicii, începe folosirea conștientă a realizărilor științei în perfecționarea tehnicii, are loc deci o schimbare radicală a raportului, a legăturilor reciproce dintre știință și tehnică. Pe

o anumită treaptă a dezvoltării istorice progresul tehnic devine imposibil fără știință. Tehnica, care reprezintă instrumentul prin care omul își exercită nemijlocit puterea asupra naturii, reprezintă deci — după cum a spus Marx — *„forța materializată a științei"* [1].

Folosirea mașinilor crează posibilitatea înlocuirii forțelor fizice ale omului prin forțele naturii. Revoluția tehnico-științifică contemporană ridică această posibilitate la un grad înalt al înfăptuirii sale reale. Ea face ca legătura, interinfluențarea dintre știință și tehnică nu numai să capete un aspect foarte strîns, dar a luat și un caracter calitativ nou. Revoluția tehnico-științifică contemporană reprezintă procesul unitar de interpătrundere reciprocă a științei și tehnicii, în cadrul căruia știința merge în fruntea progresului tehnic și a avut drept rezultat crearea unor serii de ramuri noi ale industriei (atomică, radioelectronică, industria semiconductorilor, a cauciucului sintetic, fibrelor sintetice etc.) și care sînt de fapt, copii ale laboratoarelor științifice.

În cadrul acestor considerente trebuie arătat de asemenea că *rolul științei în dezvoltarea elementelor materiale ale forțelor de producție nu se limitează numai la aspectul tehnicii ci se extinde* — prin intermediul tehnicii, creată de știință — *și la forțele naturii subjugate de om* și care — conform concepției marxiste — face parte integrantă din forțele de producție [1].

Cît de mare este rolul științei sub acest aspect, rezultă și din faptul că tocmai datorită științei unele forțe (deosebit de puternice) ale naturii — cum este energia atomică a putut să fie descoperită și folosită în mod practic (în producție), energia solară transformată în energie electrică. Tot datorită științei s-a descoperit energia termonucleară, de a cărei folosire în producție omenirea nu mai este așa de departe. Aceeași soartă va avea și energia cosmică și poate și alte energii și mai puternice. Ce drum grandios a parcurs omenirea de la prima energie folosită de om (propria sa energie musculară) și de la folosirea energiei animalelor, a vînatului și apei pînă la energia atomică. Dacă primele au la bază practica proprie în procesul muncii oamenilor fără participarea științei, energia termică, electrică și atomică au la origină știința. Ele au fost descoperite de știință, datorită ei aceste energii folosesc astăzi omenirii.

Tot în acest cadru, al rolului științei în dezvoltarea elementelor materiale ale forțelor de producție, trebuie să amintim și de *revoluția în*

---

[1] Revista „Bolșevik". „Iz reopublikovannîh rukopisei K. Marksa". nr. 11—12, 1939, p. 63. Iată ce spune Marx: *„Natura nu construiește locomotive, căi ferate, telegraf, mașina de filat etc. Toate acestea sînt produse ale activității omenești; materialul furnizat de natură este transformat în organe ale puterii pe care voința omului o exercită asupra naturii sau în organe de împlinire a acestei voințe în natură. Toate acestea sînt — organe ale creierului omenesc create de mîna omului; este forța materializată a științei".*

[1] K. Marx, F. Engels: Opere alese. E.S.P.L.P. 1955. Vol. I. p. 16. Iată ce spun Marx și Engels: *„...Subjugarea forțelor naturii, mașinismul, aplicarea chimiei în industrie și în agricultură, navigația cu aburi, căile ferate, telegraful electric, desțelenirea unor întregi continente, fluvii făcute navigabile, populații întregi ieșite ca din pămînt — care dintre secolele trecute ar fi putut să bănuiască că în sînul muncii sociale dormitau astfel de forțe de producție".*

domeniul obiectelor muncii, respectiv de crearea unor materiale sintetice cu proprietăți dinainte stabilite și care nu se găsesc în natură. Este cu totul greșită concepția conform căreia materialele folosite în producție ar fi un element pasiv al dezvoltării forțelor de producție, ceva neesențial. Dacă ne gîndim la rolul polimerilor în industria chimică, al diferitelor aliaje de metale ușoare, al minereurilor de uraniu în dezvoltarea energeticii nucleare ș. a. vedem cu toată claritatea că materialele noi sînt o sursă de mari salturi revoluționare în tehnică, în perfecționarea utilajelor, în îmbinarea calității producției finite.

Vorbind despre rolul crescînd al științei în dezvoltarea forțelor de producție, de efectele revoluției tehnico-științifice contemporane în procesul subjugării progresive a naturii de către om nu putem, firește, face abstracție de relațiile de producție, în cadrul cărora acestea au loc. Caracterul, cadrul și amploarea folosirii științei și a realizărilor revoluției tehnico-științifice contemporane în producție depinde tocmai de relațiile de producție concrete. Transformarea marilor posibilități, oferite deja astăzi de știință, de revoluția tehnico-științifică, contemporană, poate fi înfăptuită în realitate, numai într-un asemenea sistem social care deschide perspective nelimitate dezvoltării forțelor de producție, a societății, care pune știința, revoluția tehnico-științifică contemporană în slujba întregului popor. O asemenea orînduire este numai socialismul. Capitalismul a devenit o asemenea orînduire care a devenit nu numai o frînă în dezvoltarea continuă a forțelor de producție — punînd piedică între știință și producție — dar și duce, destul de des și chiar periodic la distrugerea unor uriașe forțe materiale și spirituale.

Procesul de apropiere a științei de producție presupune și *apropierea, unirea celor două mari ramuri ale științei — științele naturii și științele sociale.* Dacă tendința de apropiere dintre știință și producție se manifestă, inclusiv în capitalism, însă mai mult pe linia apropierii științelor *naturii* de producție, cu totul altfel stau lucrurile în privința apropierii *adevăratelor* științe *sociale* de producție. Or aceasta din urmă situație este foarte importantă în condițiile marii industrii mecanizate căci cunoștințele *veridice* despre societate, cunoașterea legilor dezvoltării sociale au un rol deosebit de important, chiar principal în determinarea condițiilor unei dezvoltări adecuate, corespunzătoare a producției, respectiv a organizării sociale a producției.

În problema raportului dintre cele două ramuri mari ale științei tratată în Comunicarea științifică din 1959 („Despre unele aspecte ale legăturii și influenței reciproce dintre natură și societate, dintre științele naturii și științele sociale în procesul lor de dezvoltare și importanța lor pentru progresul istoric al omenirii"), ne vom opri aci, foarte sumar, asupra unui singur aspect — anume asupra *corelației științelor sociale cu producția* în cadrul revoluției tehnico-științifice contemporane.

O analiză cît de sumară a ultimei probleme arată că în condițiile capitalismului organizarea rațională a producției sociale se lovește de piedici de neîntrecut, căci aceasta a căpătat în condițiile dez-

voltării impetuoase a forțelor de producție, în condițiile revoluției tehnico-științifice contemporane un aspect politic și social foarte pronunțat, ceea ce presupune tocmai cunoașterea profundă și aplicarea conștientă a *adevăratelor* științe *sociale* în organizarea muncii.

Desigur ar fi greșit să se afirme că burghezia nu folosește de loc cunoștințele sociale pentru dezvoltarea producției. Aceasta cu atît mai mult cu cît revoluția tehnico-științifică contemporană o obligă tot mai mult la aceasta. Introducerea marilor realizări ale revoluției tehnico-științifice contemporane și în special introducerea automaticii, electronicii în producție face ca ea (producția) să primească un aspect foarte complex. Burghezia folosește în special acele cunoștințe economice care se referă la organizarea *internă* a producției uzinelor sau trusturilor, la cheltuielile de muncă pe operații și produse, la normarea muncii, la determinarea tendințelor și posibilităților dezvoltării și introducerii tehnicii moderne în producție etc. „Ea folosește de asemenea așa zisa „psihologie industrială" pentru influențarea muncitorilor în sensul supunerii lor față de capitaliști (reclama jucînd în cadrul acesteia un rol foarte important) ; folosește așa numita „tehnologie a comportării omenești" pentru adaptarea muncitorilor la mașina modernă, urmărind scopul sporirii intensității muncii (calculul „micromișcărilor" fiind expresia impinsă la extrem a acestei intensificări) *. Iată cum se realizează în capitalism legătura dintre științele sociale și producție sau mai bine zis tehnică, Aceasta înseamnă că concomitent cu caracterul anarhic al producției capitaliste, pe scara întregii societăți, capătă o dezvoltare relativ destul de largă organizarea planificată a producției în cadrul uzinelor și chiar a trusturilor luate izolat (fapt ce trebuie să constituie pentru specialiștii din țările socialiste un lucru de luat în considerare în perfecționarea proceselor de producție).

Rezultă de aci că în capitalism științele sociale sau mai bine zis anumite elemente ale acestor științe, anumite cunoștințe social-economice au doar rolul unui anumit regulator al folosirii tehnice a științelor naturii, cu scopul abrutizării tot mai accentuate a muncitorilor, fapt ce împiedică procesul de apropiere și de unire a științei cu producția. E cît se poate de clar de asemenea că în condițiile date nu poate fi vorba de folosirea *adevăratelor* științe sociale în organizarea producției căci luarea în considerare a acestora i-ar duce la recunoașterea tarelor organice ale capitalismului ceea ce firește interesele de clasă ale burgheziei o împiedică s-o facă *.

---

* Este adevărat că pe baza acestor studii ale „micromișcărilor" s-a reușit construirea sau perfecționarea unor anumite mașini și utilaje moderne, care însă — odată cu ridicarea productivității muncii — duc la epuizarea completă a muncitorilor.

* Discrepanța creată dintre rolul științelor naturii și sociale a fost sezisată cu toată tăria și de un număr destul de mare de ingineri și oameni de știință americani. In raportul „Federației oamenilor de știință din S.U.A." publicat în martie 1957 în „Buletin of the Atomic Scientists" se vorbește despre dezvoltarea „inegală", „disproporționată" a celor două ramuri mari ale științei. Această discrepanță se reflectă și în alocațiile oficiale guvernamentale în U.S.A. unde în ultimii ani din totalul alocațiilor pentru dezvoltarea științei 90% sînt destinate științelor fizice (în speciale nucleare și termonucleare, 8% științelor biologice și doar 2% dezvoltării științelor sociale (Vezi „Voprosî organizații proizvodstva SSA. IL. 1956 p. 220).

Cu totul alta este situația în condițiile socialismului. Numai aici își găsește dezvoltarea deplină colaborarea dintre știință și producție cît și colaborarea dintre științele *sociale* și producție, căci cunoașterea și aplicarea legilor economice ale dezvoltării societății devin o condiție absolut necesară pentru creșterea producției în condițiile modului de producție socialist. Sarcina coordonării producției bunurilor materiale pe scara întregii societăți, impune folosirea științelor sociale veridice și nu a celor false despre dezvoltarea societății. Tot atunci crește și importanța economiei concrete prin intermediul căreia — în condițiile socialismului — științele sociale se apropie și mai mult de producție.

În condițiile revoluției tehnico-științifice contemporane, care duce inevitabil — cum a arătat Marx — la *„o diviziune și mai mare a muncii"*[1] și cînd se dezvoltă și diviziunea internațională a muncii problemele legate de rezolvarea acestor aspecte ale dezvoltării producției sînt de neconceput fără folosirea largă a științelor sociale. Chiar și filozofia influențează, firește în mod indirect și într-o anumită măsură creșterea productivității muncii. Atît economia politică (inclusiv economia concretă), filozofia, științele juridice, psihologia acționează din ce în ce mai mult, ca latură spirituală a procesului material al producției. Spre deosebire de capitalism, în socialism folosirea științelor sociale (simultan cu științele naturii) asigură un control efectiv asupra forțelor stihinice ale naturii și societății, face ca științele sociale să joace un rol tot mai mare în organizarea și planificarea producției sociale (inclusiv pentru organizarea și planificarea muncii științifice).

Desigur nu toate științele sociale sînt legate în aceeași măsură de producție, iar unele de loc. Aceasta este dealtfel situația și a diferitelor ramuri ale științelor naturii. Mai trebuie adăugat că științele (atît cele ale naturii cît și, în special, cele sociale) mai îndeplinesc în afara rolului de factor al dezvoltării forțelor de producție și alte funcții sociale (de culturalizare, ideologice). Științele sociale devin, în acest fel, în socialism, un instrument eficient și puternic al organizării raționale a întregului complex al producției sociale.

Revoluția tehnico-științifică arată cît se poate de evident că procesul cunoașterii are loc, în zilele noastre, într-un ritm accelerat. Coeficientul de accelerare este însă diferit în cele două sisteme social-politice mondiale diferite și acest coeficient continuă să crească impetuos în socialism. Aceasta și pune problema *planificării dezvoltării științei* și tehnicii, a organizării acestei munci creatoare. Aceasta și este o trăsătură caracteristică pentru progresul tehnico-științific în țările socialiste, pe cînd în țările capitaliste această poartă pecetea anarhiei.

Planificarea centralizată, organizarea muncii științifice este deosebit de importantă astăzi cînd frontul dezvoltării tehnico-științifice s-a lărgit extrem de mult (de la cosmos la microcosmos) și s-a adîncit nemăsurat de mult, cînd marile descoperiri au loc în formă de lavină. Pentru mersul accelerat al progresului istoric este foarte important să știi să te concentrezi (cu toate forțele materiale și spirituale) pe direcțiile principale

[1] K. Marx, F. Engels: „Opere", vol. 4, Ed. Politică, 1958, p. 151—152.

ale dezvoltării tehnico-științifice, de care depind, apoi, și dezvoltarea tuturor celorlalte ramuri ale științei și tehnicii. În cadrul acestei preocupări o mare importanță are — după cum arată savanții sovietici — *„problema corelației dintre cercetările curente subordonate intereselor zilei de mîine și cercetările de perspectivă îndreptate spre soluționarea celor mai mari probleme ale viitorului"* [1] — am spune problema corelației dintre sarcinile „tactice" și „strategice" ale cercetării științifice. Este clar că greutatea specifică a cercetărilor de perspectivă (strategice) trebuie să crească neîncetat. Planificarea conștientă și organizată pe scara întregului stat (centralizat) este o necesitate imperativă a succesului. Tot atunci e clar numai spiritul colectivismului, atît în ceea ce privește munca oamenilor de știință cît și colaborarea dintre oamenii de știință și producție (ceea ce asigură legătura nemijlocită dintre teorie și practică), asigură eficacitatea muncii științifice. Numai în aceste condiții dezvoltarea științei are într-adevăr posibilități nelimitate de dezvoltare. Revoluția tehnico-științifică contemporană tocmai de aceea se și dezvoltă impetuos în țările socialiste și în primul rînd în Uniunea Sovietică.

Socialismul este epoca adevăratei dezvoltări impetuoase a științei și tehnicii. La fel cum numai odată cu socialismul începe adevărata istorie a societății omenești, așa și numai odată cu apariția socialismului știința și tehnica începe să se dezvolte nelimitat și într-un ritm cu adevărat vijelios.

De fapt ne găsim la începutul unei etape noi a revoluției tehnico-științifice contemporane. Odată cu *zborul pămînt-cosmos-pămînt* începe (a început) această nouă etapă, care marchează începutul transformării științelor naturii — să zicem pămîntești într-o știință superioară, în științele pămînto-cosmice sau planeto-cosmice (sau vreo altă denumire care se va găsi mai potrivită) — și care va reflecta pe un plan superior legitățile obiective universal valabile (adică valabile atît pe planeta noastră, pe alte planete ale sistemului nostru solar, cît și pe planete ale altor sisteme solare), cît și legități obiective specifice spațiului cosmic. Aceasta înseamnă că științele încetează a fi limitate de hotarele pămîntului. Este clar că aceasta, va avea o înrîurire cît se poate de pozitivă și puternică și asupra perfecționării, dezvoltării a însăși științelor naturii. Se va schimba conținutul și metodele unor ramuri ale științelor naturii (astronomia va deveni o știință experimentală) ; se vor crea noi ramuri ale științei (astrobiologia, microbiologia cosmică ș. a.) ; și prima linie a frontului științei va deveni (în locul fizicii) biologia. Se vor descoperi legități noi ale naturii despre care nici n-am putea visa astăzi.

În legătură cu aceasta aș dori să ating — absolut tangențial — o problemă legată de perspectivele revoluției tehnico-științifice contemporane : care sînt limitele chiberneticii ?

Consider că această problemă trebuie abordată — în primul rînd — din punct de vedere filozofic. Filozofia este chemată să dea răspuns la problema pînă unde se poate merge cu *analogia* dintre om și mașină ; respectiv dacă — pentru a mă exprima simplu — va putea fi creată

[1] V. A. Trapeznikov : „Ekomomiceskaia Gazeta", 29 iunie 1960.

o mașină care să aibă facultatea conștiinței ; mai pe scurt, dacă e posibil să creiezi mașini care să gîndească. Rezolvarea practică a problemei firește depășește limitele filozofiei.

Se cunoaște că tocmai în jurul acestei probleme se desfășoară, în momentul de față, o discuție aprinsă. Nu numai între oameni de știință marxiști și nemarxiști, ci și între marxiști. Un număr mare de oameni de știință din cele mai diferite ramuri ale științelor naturii și sociale consideră că aceasta este cu totul exclus. Unii consideră că acest lucru ar fi posibil. Dintre cei care stau pe poziția negării posibilității, unii emit părerea că a merge pe linia recunoașterii posibilității creării „mașinii care gîndește" înseamnă a te situa pe poziții idealiste, iar alții că aceasta ar însemna un mecanicism îngust. Un număr mare de oameni de știință susțin că, în general, această problemă este atît de absurdă încît nici n-ar putea constitui obiectul unei discuții științifice.

Mi se pare că — indiferent de răspunsul ce va primi această problemă — de discutat se poate și chiar trebuie. Este o problemă mult prea importantă pentru a ne situa pe poziția unor sentințe cu caracter aprioric.

Desigur această problemă se va discuta mult. Cu atît mai mult cu cît soluționarea practică, criteriul justeței poziției teoriei respective, va dura și mai mult. N-ar fi însă just ca din acest motiv să nu se abordeze însăși problema. A aștepta cu emiterea unei teorii, unei ipoteze pentru că nu există încă confirmarea ei materială, ar însemna a fi adeptul stihiei, a merge în coada lucrurilor, a nega forța previziunii științifice, valoarea teoriei, a condamna știința, omenirea la stagnare. Teoria, ipoteza a luminat totdeauna drumul descoperirilor, progresul științei și tehnicii, progresul omenirii.

Ce s-ar putea spune despre însăși problema mașinilor „care gîndesc"? Cred, în primul rînd, că aceasta *nu* înseamnă nici idealism, nici mecanicism. Idealism nu, pentru că în cazul de față nu se vorbește de existența gîndirii fără și independent de materie, ci dimpotrivă, se presupune existența unei mașini, adică a materiei ; iar mecanicism nu, pentru că se presupune o schimbare, un salt calitativ în organizarea materiei.

Poziția celor care susțin posibilitatea creării unor asemenea mașini se bazează pe următoarea ideie : conștiința s-a creat pe pămînt, pe baza vieții, adică a formei *organice* a mișcării materiei ; ea (conștiința) s-ar putea forma însă nu numai pe baza formei *organice* a mișcării materiei, ci și pe baza unei alte forme a mișcării materiei, cum ar fi cea fizică de ex. Dacă omenirea și-a pus problema creării pe cale artificială a vieții (în forma sa cea mai simplă) de ce să nu-și pună și această problemă, astăzi, în epoca pătrunderii omului în cosmos unde s-ar putea să existe ființe raționale, create *nu* pe baza materiei organice.

Problema, firește, e deosebit de complexă și dificilă. În orice caz problema creării unor mașini cu calități *analogice* conștiinței poate fi considerată ca ceva mai apropiată.

Descoperirea unor noi legități ale naturii, universului vor avea repercursiuni și asupra concepției noastre filozofice privind universul. Intr-o convorbire cu H. G. Wells, în 1920 Lenin spunea: „*... toate concepțiile omenești sînt la scara planetei noastre, ele se bazează pe* presupunerea *că potențialul tehnic, cu toată dezvoltarea sa, nu va depăși niciodată, limitele pămintești. Dacă noi vom reuși să stabilim comunicații interplanetare, vor trebui revizuite toate concepțiile filozofice, sociale și morale*". Este cît se poate de clar că unele din noile descoperiri științifice cu caracter epocal pot duce la schimbări radicale, calitative și în conținutul cunoștințelor filozofice, la descoperirea unor legi și categorii noi filozofice. Aceasta este nu numai posibil dar și inevitabil avînd în vedere că marile descoperiri din domeniul științelor naturii — după cum a arătat însuși Marx — împing înainte și concepțiile filozofice. Știința marxist-leninistă tocmai pentru că este o știință se dezvoltă, se îmbogățește și ea continuu, la fel ca și oricare știință.

СОЯИАЛЬНЫЕ И НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕВОЛЮЦИИ НА ПРОТЯЖЕНИИ ВЕКОВ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ИСТОРИЧЕСКИЙ ПРОГРРСС

Краткое содержание

В настоящей работе автор рассматривает вопрос о соотношении между наукой и обществом и, в первую очередь, между наукой и производством. Анализируется соотношение между социальной революцией и няучно-техническими переворотами на протяжении веков. Особенно выявляется исторический процесс усиливающегося приближения науки к производству, к производительным силам: приближение науки к непосредственному производителю материальных блав — основному элементу производительных сил — человеку и к материальным элементам производительных сил — к орудиям труда, технике — объективному элементу производительных сил, Трактуются также вопросы о роли науки в подчинении слепых сил природы, а также о революции в области предмета труда.

Анализируются некоторые специфические моменты современного научно-тех ического переворота в условиях социализма и капитализма, причем показывается, что при капитализме етот переворот происходит огносительно медленно и неравномерно, носит ограниченный и частный характер, в то время как при социализме современный научно-технический переворот развивается бурно, неограниченно, всесторонне и непрерывно.

В работе освещаются также некоторые стороны воздействия общественных наук на производство.

SOCIAL AND TECNICAL - SCIENTIFIC REVOLUTIONS ALONG THE CENTURIES AND THEIR IMPACT ON HISTORICAL PROGRESS

(Summary)

The author auf the study deals with the problem of the relationship between science and society and, particularly, the relationship between science and production. An analysis is made of the relationship between social revolution and technical-scientific revolution over the centuries. Particular stress is laid on the historical process of the increasingly marked drawing nearer of science to production, to the productive forces; respectively the aspect of the drawing nearer of science to the direct producer of material wealth — the principal (human) element of the productive forces (the implements of labour, technics — the objective element of the productive forces). The author deals, moreover, with problems concerning the role of science in subjugating the blind forces of nature, as well as its role in the revolution in the field of the objects of labour.

An analysis is made of some specific aspects of technical-scientific revolution in our days under socialism and capitalism; stress is laid on the fact that under capitalism this revolution is proceeding comparatively slowly and unequally, being marked by a limited and partial character, whereas under socialism the technical-scientific revolution of our days is unfolding at a tempestuous rate, without any bounds, multilaterally and uninterruptedly.

The study also makes an analysis of some aspects of the influence exerted by the social sciences on production.

LES RÉVOLUTIONS SOCIALES ET TECHNIQUES - SCIENTIFIQUES LE LONG DES SIÈCLES ET LEUR INFLUENCE SUR LE PROGRÈS HISTORIQUE

(Résumé)

Dan cet essai l'auteur s'occupe de la corrélation entre la science et la société et spécialement, de la corrélation entre la science et la production. Il y analyse la corrélation entre la révolution sociale et la révolution technique-scientifique le long des siècles. L'auteur met particulièrement en évidence le procès historique dans le cadre duquel la science se rapproche de plus en plus de la production, des forces productives: c'est-à-dire l'aspect du rapprochement de la science du producteur direct des biens matériels — le principal élément (humain) des forces productives; des éléments matériels des forces productives (les outils de travail, la technique — l'élément objectif des forces productives). L'auteur s'occupe également des problèmes concernant le rôle de la science dans la domination des forces aveugles de la nature et dans la révolution dans la domaine des objects de travail.

Il y analyse des aspects spécifiques de la révolution, technique-scientifique contemporaine dans les conditions du socialisme et dans les conditions du capitalisme, mettant en lumière le fait que cette révolution a lieu dans les conditions du capitalisme d'une manière relativement lente, inégale, ayant un caractère limité et partiel, tandis que dans les conditions du socialisme la révolution technique-scientifique contemporaine a lieu d'une manière impétueuse, ayant un caractère illimité, multilatéral et ininterrompu.

L'auteur s'occupe aussi de certains aspects de l'influence exercée par les sciences sociales sur la production.

DIE IM LAUFE DER JAHRHUNDERTE ERFOLGTEN SOZIALEN UND TECHNISCHWISSENSCHAFTLICHEN REVOLUTIONEN UND IHR EINFLUSS AUF DEN HISTORISCHEN FORTSCHRITT

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Studie behandelt der Verfasser die Frage der Wechselbeziehung zwischen Wissenschaft und Gesellschaft und vornehmlich die Wechselbeziehung zwischen Wissenschaft und Produktion. Die Wechselbeziehung zwischen der im Laufe der Jahrhunderte vor sich gegangenen sozialen Revolution und technisch-wissenschaftlichen Revolution wird einer Analyse unterzogen. Insbesondere wird der historische Prozess der immer stärkeren Annäherung der Wissenschaft an die Produktion, an die Produktivkräfte hervorgehoben ; beziehungsweise der Aspekt der Annäherung der Wissenschaft an den unmittelbaren Erzeuger der materiellen Gûter — das Hauptelement der Produktivkräfte (der Mensch) ; die materiellen Elemente der Produktivkräfte (Arbeitsgeräte, die Technik — das objektive Element der Wissenschaft bei der Bezwingung der blinden Naturkräfte sowie bei der Revolution im Bereiche der Arbeitsgegenstände behandelt.

Einige spezifische Aspekte der gegenwärtigen technischwissenschaftlichen Revolution im Sozialismus und im Kapitalismus werden unterscht und dabei wird die Tatsache hervorgehoben, dass diese sich im Kapitalismus verhältnismässig langsam und ungleichmässig entfaltet, einen begrenzten und partiellen Charakter trägt, während sich die gegenwärtige technisch-wissenschaftliche Revolution im Sozialismus stürmisch, unbegrenzt, cielseitig und ununterbrochen entfaltet.

In der Studie werden auch einige Seiten des Einflusses der Gesellschaftswissenschaften auf die Produktion untersucht.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

UNELE ASPECTE PRIVIND LUPTA MASELOR POPULARE, CONDUSE DE PARTIDUL COMUNIST ROMÎN PENTRU INSTAURAREA REGIMULUI DEMOCRAT-POPULAR (ianuarie-februarie 1945) *

MIRON ENGHEL

In istoria patriei noastre, ziua de 23 August 1944 — cea mai mare sărbătoare națională a poporului romîn — are o adîncă semnificație. O dată cu eliberarea țării de sub jugul fascist, insurecția armată din august 1944, organizată și condusă de Partidul Comunist Romîn, a deschis poporului calea spre victoria asupra claselor exploatatoare, victorie care i-a dat putința să făurească o Romînie nouă, înfloritoare, socialistă. „Insurecția armată victorioasă — a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — a dat un puternic avînt luptei maselor populare, a constituit începutul revoluției populare, a cărei sarcină de bază era lichidarea rămășițelor feudale și desăvîrșirea revoluției burghezo-democratice, înfăptuirea unui șir de reforme democratice care să deschidă larg drumul progresului economic și social" [1])

După 23 August 1944, îndeplinirea acestor sarcini istorice, ridica în fața maselor populare, și, în primul rînd, în fața clasei muncitoare, condusă de partidul comunist, probleme deosebit de complexe. Obiectivul principal îl constituia lupta pentru cucerirea puterii de către forțele democratice, în frunte cu clasa muncitoare, — problema puterii fiind problema fundamentală a oricărei revoluții. Totodată, clasa muncitoare, condusă de P.C.R., a desfășurat bătălia pentru aliați, pentru a strînge în jurul său — într-un larg front democrat închegat în jurul Frontului Unic Muncitoresc — toate forțele patriotice și democratice, interesate în realizarea consecventă a sarcinilor desăvîrșirii revoluției burghezo-democratice și chiar unii aliați vremelnici, în scopul de a slăbi forțele dușmanului principal.

Lupta pentru putere și bătălia pentru aliați sînt principalele trăsături prin care se caracterizează perioada 23 August 1944 — 6 martie

---

* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București — decembrie 1960.

[1] Gh. Gheorghiu-Dej — „A XV-a aniversare a eliberării Romîniei de sub jugul fascist", Ed. politică 1959, pag. 12.

1945, — perioadă de avînt furtunos a luptei revoluționare a maselor populare, de mari bătălii de clasă.

În vederea înfăptuirii sarcinilor etapei respective a procesului revoluționar, Partidul Comunist Romîn a chemat partidele, organizațiile politice și obștești să-și unească eforturile și să alcătuiască în acest scop un guvern democratic. În decurs de cîteva luni după 23 August, după cum arată tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej: „partidul a reușit să cîștige de fapt majoritatea poporului, să făurească un larg front democratic, care cuprinde pe muncitori, țărani, intelectuali, păturile mijlocii de la orașe, masele de femei și tineret, oamenii muncii aparținînd naționalităților conlocuitoare“ [3]).

Desfășurarea evenimentelor a conturat puternic pozițiile celor două forțe opuse. De o parte, forțele democratice populare, conduse de comuniști, iar de altă parte, forțele reacționare, grupate în jurul monarhiei și sprijinite de cercurile imperialiste. Forțele reacțiunii — reprezentate în primă linie de vechile partide ale burgheziei și moșierimii P.N.Ț. și P.N.L. — profund ostile oricărui progres social și înspăimîntate în fața valului luptei revoluționare a maselor, urmăreau să salveze cu orice preț regimul burghezo-moșieresc, încercau prin toate mijloacele să împiedice înfăptuirea prefacerilor democratice cerute de popor.

Aceste transformări nu puteau fi înfăptuite fără cucerirea puterii și instaurarea unui guvern democratic, care să pună capăt politicii antipopulare promovate de majoritatea reacționară din guvernele succedate la cîrma țării după 23 August 1944.

În lupta pentru putere, Partidul Comunist Romîn s-a călăuzit după indicațiile Congresului al V-lea al P.C.R., care arătase că Romînia se găsește în fața desăvîrșirii revoluției burghezo-democratice, sarcinile acesteia fiind doborîrea puterii burghezo-moșierești și instaurarea unei puteri populare (de tipul dictaturii revoluționar-democratice a proletariatului și a țărănimii). Desăvîrșirea revoluției burghezo-democratice sub hegemonia proletariatului în alianță cu masele de bază ale țărănimii, trebuia să asigure trecerea rapidă la revoluția socialistă. Partidul Comunist Romîn a aplicat în mod creator aceste indicații în noile condiții istorice create în țara noastră după 23 August, — condiții istorice determinate în principal de eliberarea Romîniei de către glorioasele Armate Sovietice, de doborîrea prin luptă armată a dictaturii militare-fasciste, de faptul că mișcarea revoluționară se devzolta în mod nemijlocit din lupta antifascistă a întregului popor.

După victoria insurecției armate și după doborîrea dictaturii militare-fasciste, bazîndu-se pe elanul revoluționar al maselor populare eliberate de sub jugul fascist și, în primul rînd, pe forța clasei muncitoare, Partidul Comunist Romîn, în vederea răsturnării guvernelor cu majoritate reacționară, s-a orientat spre organizarea unui avînt uriaș al luptei maselor, ca mijloc unic pentru instaurarea puterii populare.

Justețea politicii P.C.R. a fost confirmată de faptul că întreaga perioadă dintre 23 August 1944 și 6 martie 1945 se caracterizează printr-o con-

[1] Gh. Gheorghiu-Dej, Op. cit. pag. 13.

tinuă și tot mai accentuată schimbare a raportului de forțe în favoarea clasei muncitoare și a aliaților săi, în favoarea forțelor democratice, populare, prin creșterea continuă a prestigiului și influenței partidului în mase.

Principiile determinante ale acestui proces — și care definesc totodată ca factor hotărîtor politica și rolul conducător al P.C.R. — au fost: demascarea neîncetată a manevrelor reacțiunii; desfășurarea unei munci politice de mare amploare pentru izolarea de mase a P.N.Ț. și P.N.L.; organizarea clasei muncitoare și afirmarea ei tot mai puternică pe plan politic, ca forță conducătoare a poporului; închegarea alianței dintre clasa muncitoare și țărănimea muncitoare.

Partidul, prin politica sa științifică, marxist-leninistă, prin fermitatea sa principială și prin combativitatea sa, a știut să-și apropie masele, să le îndrumeze și să le conducă, dovedindu-și marea sa forță organizatoare și educatoare a maselor în lupta revoluționară. Masele de oameni ai muncii de la orașe și sate au urmat cu entuziasm și încredere partidul comunist, convingîndu-se tot mai mult că numai comuniștii exprimă și apără interesele vitale ale poporului.

Totodată, lupta revoluționară desfășurată sub conducerea P.C.R. în perioada 23 August 1944 — 6 martie 1945 pentru instaurarea unui guvern democratic, avîntul crescînd al acestei lupte care a antrenat masele populare cele mai largi, confirmă o dată mai mult adevărul învățăturii leniniste cu privire la forța mobilizatoare a perioadelor revoluționare. În 1905, în articolul intitulat „Armată revoluționară și guvern revoluționar", exprimînd încrederea sa nestrămutată în forțele poporului, V. I. Lenin scria: „...marile evenimente istorice scot cu forța pe oamenii de rînd din fundăturile, mansardele și subsolurile lor și-i silesc să devină *cetățeni*. Uneori, cîteva luni de revoluție educă pe cetățeni mai repede și mai complet decît zeci de ani de stagnare politică. Sarcina conducătorilor conștienți ai clasei revoluționare este de a merge întotdeauna înaintea clasei în această operă de educare, de a-i arăta importanța noilor sarcini și de a o chema să meargă înainte, spre mărețul nostru țel final"[1])

Victoria insurecției armate și doborîrea dictaturii militare fasciste a descătușat forțele revoluționare ale poporului nostru, a trezit la luptă conștientă milioane de oameni ai muncii, într-o proporție cum nu mai cunoscuse pînă atunci țara noastră. Masele populare cele mai largi de la orașe și sate, în frunte cu clasa muncitoare, organizate și conduse de P.C.R., au ridicat steagul luptei nu numai pentru eliberarea națională de sub jugul fascist, dar și pentru lichidarea regimului de exploatare și asuprire a oamenilor muncii, pentru o orînduire socială nouă. Lupta maselor a măturat din cale încercările disperate ale reacțiunii de a opri mersul revoluției populare, de a întoarce țara la vechea dictatură burghezo-moșierească. Masele populare au răsturnat, rînd pe rînd, guvernele cu majoritate reacționară și au impus instaurarea guvernului democratic care să asigure democratizarea țării, înfăptuirea reformei agrare, înainta rea consecventă spre transformări economice și sociale radicale.

[1] V. I. Lenin, Opere, vol. 8, E.S.P.L.P., 1955, pag. 563.

Referatul de față nu-și propune să cuprindă întreagă această perioadă, ci să analizeze numai unele momente din perioada ianuarie-februarie 1945, — perioadă care marchează o creștere impetuoasă a luptei maselor în vederea instaurării unui guvern democratic și reprezintă totodată punctul culminant al acestei lupte.

I

O succintă trecere în revistă a situației politice existente la începutul anului 1945, demonstrează întărirea pozițiilor forțelor democratice, creșterea amploarei și a combativității luptei maselor populare. În guvernul Rădescu deși majoritatea continuau să o dețină exponenții forțelor reacționare, Frontul național-democrat, prin reprezentanții săi, își consolidase pozițiile. Această proporție nu oglindea însă nici pe departe raportul real de forțe. Minoritatea forțelor democratice din guvern reprezenta marea majoritate a poporului, bază ce permitea acestei minorități să impună adoptarea și legiferarea unor măsuri corespunzătoare intereselor maselor. Astfel o victorie a forțelor democratice — reflectînd tocmai lupta din cadrul guvernului dintre cele două forțe opuse — a constituit-o adoptarea decretului — lege cu privire la organizarea sindicatelor, prevăzînd dreptul de a se organiza în sindicate și pentru salariații publici; adoptarea decretelor pentru urmărirea și pedepsirea criminalilor și profitorilor de război și pentru urmărirea și sancționarea celor vinovați de dezastrul țării. Aceste măsuri, îndelung tergiversate de reprezentanții reacțiunii, au fost impuse prin înfrîngerea rezistenței acestora. Un succes deosebit de important al forțelor democratice l-a constituit promulgarea decretului lege cu privire la statutul naționalităților, a cărui adoptare a fost de asemenea impusă reprezentanților reacțiunii.

Prin adoptarea statutului naționalităților se stabilea egalitatea în drepturi a tuturor cetățenilor, fiind anulată nu numai legislația rasistă din timpul dictaturii miltitare-fasciste, dar și întreaga legislație reacționară anterioară — peste 400 legi și decrete — prin care erau statornicite măsuri discriminatorii împotriva naționalităților conlocuitoare.

Toate aceste măsuri au constituit victorii ale forțelor democratice, în frunte cu P.C.R. Ele corespundeau platformei propuse de Frontul național-democrat și demonstrau o dată mai mult faptul că compoziția guvernului nu mai reflecta sub nici un aspect raportul de forțe existent în țară.

Referindu-se la această situație, ziarul „Scînteia" din 29 ianuarie 1945 scria: „Experiența făcută cu guvernele de coaliție de pînă acum, arată clar că țara și poporul romîn au nevoie de *un guvern cu adevărat democrat,* ieșit din concentrarea unui singur front — F.N.D.— a tuturor forțelor democrate, legate temeinic pe baza unui program de guvernare a țării ale cărei probleme vitale să fie imediat soluționate".

În numeroase locuri, în aparatul de stat local, la conducerea primăriilor și prefecturilor, masele instalaseră oameni aleși de ele în mari adunări populare, înfrîngînd rezistența autorităților care executau ordinele miniștrilor reacționari. Se accentua descopunerea aparatului de stat

burghezo-moșieresc. Devenea tot mai evidentă manifestarea forțelor care alcătuiau embrionul noii puteri revoluționare, reflectînd inițiativa directă, de jos, a maselor populare, cuceririle lor revoluționare și înfrîngerea legilor și dispozițiilor puterii de stat centralizate aflate încă în mîna forțelor reacționare.

Frontul național-democrat, a cărui coloană vertebrală o constituia F.U.M. și în care rolul conducător îl deține clasa muncitoare, în frunte cu P.C.R., reunea forțele care participaseră activ și consecvent la toate acțiunile de după 23 August privind democratizarea țării, ridicarea producției, susținerea frontului antihitlerist. F.N.D., — alcătuit din Partidul Comunist Romîn, Partidul social-democrat, Sindicatele Unite, Uniunea Patrioților, Frontul Plugarilor, Madosz-ul, — mobiliza în întreaga țară mase de sute și sute de mii de oameni, dovedindu-se o forță politică viguroasă, capabilă să asigure satisfacerea revendicărilor maselor populare.

Caracterizînd situația existentă în acea perioadă, tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej a arătat în Raportul C.C. al P.M.R. la Congresul al II-lea al partidului: „Trebuie să subliniem ca o particularitate a primei etape a revoluției că, deși burghezia și moșierimea mai precumpăneau încă în guvern și în aparatul de stat, victoria insurecției populare, în îmbinare cu misiunea eliberatoare îndeplinită de Armata Sovietică, a dat lovitura hotărîtoare pozițiilor deținute de clasele exploatatoare, creînd condițiile pentru instaurarea puterii populare. Încă în perioada 23 August — 6 Martie, împotriva puterii burgheziei și moșierimii se ridicau forțe ce constituiau elementele noii puteri democrat-populare: Frontul național-democrat, care unea partidele și grupările democratice, sub conducerea partidului nostru și care cucerise unele poziții în guvern și în aparatul de stat; gărzile patriotice înarmate; comitetele sindicale din întreprinderi; masele muncitoare stăpîne pe stradă, în uzine și fabrici; comitetele țărănești care izgoneau pe moșieri și înfăptuiau reforma agrară“ [1].

Două evenimente au marcat în această perioadă momente importante în desfășurarea situației politice și în ridicarea luptei maselor pe o treaptă mai înaltă: Congresul general al Sindicatelor din Romînia și publicarea programului de guvernare al F.N.D.

Congresul sindicatelor — primul congres liber al sindicatelor muncitorești din Romînia — și-a desfășurat lucrările între 26 și 30 ianuarie 1945, și a constituit, prin amploare, prin problemele dezbătute și rezoluțiile adoptate, unul dintre evenimentele cele mai importante din perioada respectivă. În mai puțin de cinci luni, timp în care și-a desfășurat activitatea Comisia de organizare a mișcării sindicale unite din Romînia, formată pe baza F.U.M., muncitorii au dat dovadă de spirit organizatoric dezvoltat și de o înaltă conștiință de clasă. În perioada care a precedat Congresul, adunările care au avut loc în uzine, fabrici și ateliere, moțiunile adoptate de masele largi de muncitori, au exprimat atît forța lor combativă, dîrzenia și unitatea lor, cît și patriotismul înflăcărat al

[1] Gh. Gheorghiu-Dej „Articole și Cuvîntări, 1955—1959“, Editura politică 1959, pag. 21—22.

muncitorilor, devotamentul lor pentru cauza intregului popor, înaltul lor spirit de răspundere. Din dările de seamă prezentate în aceste adunări și din moțiunile adoptate rezultau ca preocupări primordiale ale clasei muncitorare: mărirea producției, lupta pentru redresarea economiei naționale, sporirea eforturilor pentru susținerea frontului antihitlerist. În acel moment mișcarea sindicală reprezenta o forță puternică. Ea cuprindea 12 Uniuni sindicale, 513 sindicate, circa 519.000 muncitori organizați [1]. Congresele Uniunilor Sindicale, care au avut loc în ajunul datei fixate pentru Congresul general al sindicatelor au dovedit o dată mai mult combativitatea și hotărîrea clasei muncitoare. Problemele cuprinse în moțiunile adoptate depășeau cadrul revendicărilor profesionale. Muncitorii își exprimau voința de a înfăptui controlul asupra producției cu ajutorul comitetelor de întreprindere, cereau epurarea aparatului de stat, a întreprinderilor particulare și a armatei de rămășițele fasciste, aplicarea măsurilor preconizate de F.N.D., înfăptuirea reformei agrare.

P.C.R. a acordat o deosebită atenție organizării clasei muncitoare în sindicate, creării sindicatelor unice, întăririi mișcării sindicale pe baza democrației muncitorești.

Sub conducerea comuniștilor, perioada de pregătire a Congresului sindicatelor a constituit o largă acțiune de masă a clasei muncitoare. Continuînd lupta pentru îmbunătățirea condițiilor de trai, muncitorii, dînd dovadă de disciplină și hotărîre, se pronunțau pentru stricta respectare a condițiilor de armistițiu, susținerea frontului în vederea terminării victorioase a războiului antihitlerist, instaurarea în țară a unui guvern democratic. Desfășurată sub semnul întăririi unității de acțiune a clasei muncitoare în cadrul F.U.M., această luptă a însemnat totodată cucerirea de noi poziții împotriva sabotajului patronilor și agenților hitleriști, a însemnat o puternică lovitură dată spărgătorilor și trădătorilor unității sindicale din rîndurile social-democraților de dreapta. În focul acestei lupte s-a sudat și mai puternic unitatea clasei muncitoare, s-a accentuat izolarea elementelor oportuniste, reformiste din conducerea P.S.D. care făceau jocul partidelor reacționare. Unitatea clasei muncitoare pe linie sindicală, a constituit o premisă și un pas important spre realizarea unității politice, organizatorice și ideologice a clasei muncitoare din țara noastră.

Congresul Sindicatelor Unite a contribuit în mod hotărîtor, în condițiile date, la închegarea și mai strînsă a mișcării sindicale din Romînia și la perfecționarea structurii ei organizatorice. La Congres a fost constituită Confederația Generală a Muncii. Lucrările Congresului

---

[1] Iată numărul de sindicate și de muncitori organizați în cîteva din principalele Uniuni sindicale:

Uniunea	C.F.R.	59	sindicate	79.763 muncitori
„	Metalo-Chimică	42	„	128.250 „
„	Porturi-Transport	36	„	35.000 „
„	Minieri	67	„	66.289 „
„	Imbrăcăminte	52	„	68.653 „
„	C.A.M.	22	„	11.000 „

(Vezi „Dezbaterile primului Congres general liber al Sindicatelor Unite din Romînia, București 26—30 ianuarie 1945", Ed. C.G.M. din Romînia, 1945, pag. 57).

au constituit o victorie hotărîtă a concepțiilor și pozițiilor revoluționare în mișcarea sindicală, în dezbateri aflîndu-se pe primul plan principalele probleme politice și economice care izvorau din situația istorică concretă a țării și care răspundeau cerințelor vitale ale oamenilor muncii, probleme pe care le punea cu toată hotărîrea și claritatea în fața maselor Partidul Comunist Romîn. Aceasta s-a oglindit cu o deosebită forță în rezoluția adoptată de Congres în care erau înscrise ca sarcini principale și imediate: susținerea cu toate eforturile a războiului antihitlerist, lupta hotărîtă împotriva fascismului atît pe plan intern cît și pe plan extern, reconstrucția economică a țării, înfăptuirea reformei agrare și întărirea legăturilor dintre oamenii muncii de la orașe și de la sate, îmbunătățirea situației economico-sociale și a condițiilor de muncă ale muncitorilor.

„Toate acestea — se spunea în acest document — le putem realiza printr-un guvern al F.N.D., care să cuprindă toate forțele democratice, sincere, doritoare de a contribui la refacarea și democratizarea Romîniei, la o politică de sinceră și durabilă prietenie cu U.R.S.S. și celelalte țări democratice; la ridicarea nivelului de viață al poporului nostru și al țării noastre și încorporarea Romîniei în familia popoarelor iubitoare de pace și progres“ [1].

Congresul sindicatelor — ale cărui lucrări s-au desfășurat sub semnul unității de acțiune și organizatorice a clasei muncitoare unită în F.U.M. și al alianței clasei muncitoare cu țărănimea muncitoare sub conducerea clasei muncitoare — a constituit o puternică manifestare, demonstrînd pe deplin forța și capacitatea clasei muncitoare de a prelua puterea politică în alianță cu țărănimea muncitoare și sub conducerea partidului comunist.

Adunările, mitingurile și demonstrațiile din această perioadă la care participau mase tot mai mari de muncitori uniți în F.U.M. și de țărani muncitori, exprimau voința fermă a maselor populare de a urma calea arătată de partidul comunist în lupta împotriva forțelor reacționare. Se contura tot mai puternic hotărîrea maselor largi de a înlătura majoritatea reacționară din guvern, de a aduce la cîrma țării un guvern al maselor, un guvern popular. Se maturizau condițiile trecerii la etapa hotărîtoare a luptei pentru a zmulge puterea politică din mîna claselor exploatatoare.

Publicarea de către P.C.R. la sfîrșitul lunii ianuarie 1945 a programului de guvernare a Frontului național-democrat și chemarea adresată de partid oamenilor muncii de la orașe și sate de a trece la o luptă hotărîtă pentru traducerea neîntîrziată în viață a acestui program, au constituit un nou și puternic impuls mobilizator pentru masele largi populare în lupta pentru înfrîngerea forțelor reacționare și pentru doborîrea puterii burghezo-moșierești.

Programul de guvernare al F.N.D., reluînd în esență principalele prevederi ale platofrmei sale de constituire, dădea răspunsuri clare și concrete problemelor vitale ale țării, arăta căile de rezolvare a principalelor sarcini naționale și social-economice care izvorau din caracterul

[1] „Dezbaterile primului Congres general liber al Sindicatelor Unite din Romînia, București, 26—30 ianuarie 1945“, Ed. C.G.M. din Romînia 1945, pag. 170.

și cerințele obiective ale etapei respective în desfășurarea procesului revoluționar din țara noastră. Programul prevedea: susținerea cu toate forțele a războiului antifascist pînă la zdrobirea definitivă a Germaniei hitleriste, prietenia neclintită cu U.R.S.S., democratizarea reală a țării, confiscarea pămînturilor moșierești și împroprietărirea țăranilor fără pămînt sau cu pămînt puțin, refacerea economică, ridicarea nivelului de trai al maselor muncitoare.

Masele cele mai largi de oameni ai muncii din întreaga țară au primit cu o vie satisfacție și cu un entuziasm nestăvilit acest program. Valul mișcării revoluționare populare, condusă de P.C.R., cunoaște o creștere continuă și accelerată. Începînd din ultimele zile ale lunii ianuarie 1945, în capitală și în întreaga țară au loc, fără încetare, adunări, mitinguri și demonstrații ale muncitorilor, țăranilor muncitori, femeilor, tineretului, intelectualilor, — în cadrul cărora masele își exprimau deplina adeziune la programul F.N.D., încrederea în P.C.R. și cereau cu hotărîre înlăturarea majorității reacționare din guvern și instaurarea unui guvern F.N.D.

Muncitorii din întreprinderile din capitală și din provincie exprimîndu-și voința de a mări producția, de a sprijini țărănimea în înfăptuirea reformei agrare, de a întări F.U.M., cereau cu hotărîre instaurarea unui guvern F.N.D. „Ne luăm angajamentul să luptăm în mod hotărît și neîncetat pentru aducerea în fruntea țării a unui guvern F.N.D.". — se spunea într-una din moțiunile adoptate de muncitorii de la S.T.B. „Nu vom înceta lupta pînă nu vom avea la cîrma țării un guvern F.N.D., căci numai un astfel de guvern poate să ducă la bun sfîrșit rezolvarea tuturor problemelor ce frămîntă azi poporul" — arătau muncitorii și funcționarii de la fabrica Vulcan[1]. Țăranii muncitori, exprimîndu-și încrederea în P.C.R., cereau înfăptuirea fără întîrziere a reformei agrare prevăzută de programul F.N.D. Prima conferință pe țară a femeilor muncitoare, elaborînd un program de revendicări economice și social-politice, cerea totodată instaurarea unui guvern democratic. Această cerință era exprimată în numeroase adunări ale inginerilor, agronomilor și arhitecților, ale cadrelor didactice, ale profesorilor universitari, ale tineretului, etc.

„Vrem guvern F.N.D." era lozinca generală scandată de cei peste 300.000 de participanți la demonstrația care a avut loc în București la 1 februarie 1945. Asemenea demonstrații și mari întruniri cetățenești au avut loc în toate orașele țării. (Ploiești, Constanța, Iași, Timișoara, Brăila, Galați, Cluj, Craiova, Roman, Deva, etc.). În capitală, numai într-o singură zi (12 februarie 1945) au avut loc peste 50 de întruniri, în care cetățenii cereau demisia lui Rădescu.

Masele ieșeau fără încetare în stradă, participînd cu hotărîre și elan la evenimentele politice, manifestîndu-și cu fermitate voința de a-și impune revendicările lor, care-și găseau expresia în programul propus de P.C.R. Lupta maselor populare, în frunte cu clasa muncitoare, condusă de P.C.R., pentru instaurarea unui guvern democratic a cunoscut o

[1] Scînteia nr. 129 din 4 febr. 1945.

creștere continuă în amploare și organizare, a cuprins imensa majoritate a poporului. Intensificarea în această perioadă a înlocuirii de către mase a primarilor și prefecților antonescieni [1], trecerea în multe locuri a țăranilor muncitori la împărțirea moșiilor înfrîngînd împotrivirea autorităților, constituiau dovada cea mai concludentă că imensa majoritate a poporului își însușise și sprijinea întrutotul programul elaborat de P.C.R., în a cărui înfăptuire vedea realizarea voinței și aspirațiilor sale. În același timp, aceste fapte demonstrează că masele populare au trecut în realitate la îndeplinirea programului F.N.D. încă înainte de 6 martie 1945, înfăptuind pe cale revoluționară democratizarea vieții politice a țării și reforma agrară. În aceasta își găseau expresia modificările hotărîtoare intervenite în raportul de forțe pe plan intern în favoarea forțelor democratice conduse de P.C.R., pierderea tot mai accentuată a bazei de masă a claselor reacționare și apropierea iminentă a momentului trecerii puterii în mîinile reprezentanților poporului, — condiție esențială a desfășurării cu succes a revoluției agrare, antifeudale și antiimperialiste care începuse în țara noastră la 23 august 1944.

De sigur că o analiză completă a perioadei de care ne ocupăm cere și o prezentare a situației internaționale în care se încadra lupta poporului nostru. Fără a cuprinde o asemenea analiză în întreaga profunzime pe care o implică — ceea ce referatul nu și-a propus de la început — trebuie subliniat totuși că lupta poporului nostru și cauza Romîniei se încadrau în cauza comună a tuturor popoarelor din Europa hotărîte să nimicească definitiv fascismul.

Începutul anului 1945 a fost marcat de noi și strălucite victorii ale Armatelor Sovietice care strîngeau într-o încleștare mortală hitlerismul în însuși bîrlogul său. Creșteau tot mai mult prestigiul și influența pe plan internațional a U.R.S.S., eliberatoarea popoarelor de sub cotropirea fascistă. Aceasta silea cercurile imperialiste să renunțe, cel puțin în mod fățiș, la acte ostile față de U.R.S.S., împiedica amestecul grosolan al imperialiștilor în treburile interne ale țărilor eliberate de Armata Sovietică. Politica internaționalistă, clară și consecventă a U.R.S.S. a silit guvernele imperialiste ale S.U.A. și Angliei să accepte, deși aceste guverne n-au renunțat la planurile lor reacționare, principiile respectării depline a voinței și suveranității naționale a popoarelor eliberate în ceea ce privește organizarea lor postbelică. Astfel, documentele Conferinței de la Yalta, care a avut loc în februarie 1945, precizau că stabilirea ordinei în Europa și refacerea vieții economice-naționale trebuie realizate pe calea nimicirii de către popoarele eliberate a ultimelor rămășițe ale fascismului și a creării de instituții democratice după libera lor alegere.

Politica reacționară, antinațională și antipopulară promovată de clasele exploatatoare din Romînia, de partidele lor politice și de monarhie, care își puneau speranțele în sprijinul promis de imperialiștii străini, venea într-un conflict manifest nu numai cu voința maselor din țara

[1] După datele publicate în presă („Scînteia" nr. 128 din 3 febr. 1945) la începutul lunii februarie 1945, se găseau instalați prin voința maselor populare primari în 45 comune din jud. Prahova, în 23 din jud. Ialomița, în 10 din jud. Vlașca, etc. În 31 de orașe funcționau primari a căror alegere populară nu avea confirmarea guvernamentală.

noastră dar contravenea în mod flagrant cu dezvoltarea evenimentelor pe plan internațional, ceea ce alături de factorul intern determinant, constituia încă o premiză a necesității înlăturării guvernului reacționar și a instaurării unui guvern democratic.

Desfășurată în condițiile favorabile create de înaintarea victorioasă a Armatelor Sovietice, insurecția armată populară, organizată și condusă de P.C.R. și doborîrea dictaturii militare-fasciste, au marcat falimentul politicii claselor reacționare din Romînia, fiind creată o situație în care aceste clase nu-și mai puteau menține dominația cu ajutorul vechilor metode. Deși reacțiunea a mai păstrat o perioadă controlul asupra aparatului de stat, puterea ei a devenit, chiar de la început, instabilă. În guvernele succedate după 23 august 1944 și în mod tot mai accentuat în guvernul Rădescu, majoritatea reacționară era silită să facă concesii minorității constituită din reprezentanții P.C.R. și ai F.N.D., această „minoritate" avînd în sprijinul său majoritatea tot mai evidentă a întregului popor romîn.

Pentru înțelegerea rolului activ și determinant al maselor populare din țara noastră, în frunte cu clasa muncitoare, a luptei lor care a constituit factorul hotărîtor în doborîrea puterii burghezo-moșierești și a instaurării puterii populare, precum și pentru înțelegerea politicii juste, științifice a P.C.R., a rolului său de forță politică conducătoare a poporului, este necesară o prezentare — chiar dacă ea rămîne succintă și deci incompletă — a principalelor momente ale luptei din perioada respectivă și desprinderea concluziilor care se impun.

Încercăm acest lucru în cele ce urmează.

II.

După 23 August 1944, cel de-al treilea guvern cu majoritate reacționară, avînd în frunte pe Rădescu, a fost constituit în condiții cînd lupta maselor cunoștea o creștere considerabilă, cînd, sub conducerea P.C.R., Frontul național-democrat își asumase sarcina mobilizării maselor pentru a smulge puterea din mîinile burgheziei și moșierimii, pentru a înfăptui prin acțiuni revoluționare populare, transformările democratice cerute de progresul economic și social al țării. Pe de altă parte, reacțiunea pierduse importante poziții politice, nu mai avea în mînă întregul aparat de stat, baza ei de masă se îngusta neîncetat, în partidele ei politice, sub presiunea membrilor de rînd, se produceau spărturi și disidențe. Forțele reacționare își puneau speranțele în folosirea mai intensă a aparatului de represiune de care mai dispuneau, în sprijinul imperialiștilor anglo-americani cu care erau, în permanență, în legătură și ale căror instrucțiuni și ordine exponenții politici ai claselor exploatatoare din țara noastră le executau cu scrupulozitate.

Însăși aducerea la putere a lui Rădescu s-a situat pe această linie, ea fiind făcută cu aprobarea imperialiștilor străini, care, ca și reacțiunea din țara noastră, vedeau în el omul indicat să le servească în mod optim interesele, să instaureze și să apere „ordinea" dorită, un regim reacționar care să restaureze vechile rînduieli burghezo-moșierești. Constituirea guvernului Rădescu, împotriva voinței maselor populare

exprimată în nenumărate mitinguri și adunări, care au dus la căderea precedentului guvern Sănătescu, a marcat o ascuțire a conflictului revoluționar, o creștere în intensitate a luptei al cărei deznodămînt trebuia să ducă la înfrîngerea forțelor reacționare.

Folosind o veche manevră politică a burgheziei, Rădescu a arborat la început masca omului „neutru", afirmîndu-și poziția „independentă" față de partide, calitatea de „tehnician", intențiile de a rezolva cu „obiectivitate" și prin înțelegere cu exponenții partidelor politice principalele probleme care stăteau în fața țării: democratizarea aparatului de stat și economic, reforma agrară.

Deși conștient de caracterul diversionist al acestor promisiuni, P.C.R., consecvent politicii sale de convingere a maselor pe baza propriei lor experiențe, a arătat necesitatea intensificării muncii politice pentru a ajuta masele să înțeleagă adevăratele țeluri ale reacțiunii. Foarte curînd Rădescu și-a arătat adevărata față de lacheu al reacțiunii și imperialismului, de dușman înverșunat al poporului. Sabotarea eforturilor de război și a îndeplinirii condițiilor de armistițiu, menținerea și întărirea elementelor fasciste și legionare în aparatul de stat, tărăgănarea fără sfîrșit a reformei agrare, acestea constituiau programul lui Rădescu. Mai mult, faptele au demonstrat, că reacțiunea îi încredințase misiunea nu numai de a împiedica înfăptuirea revendicărilor populare, dar și de a lichida drepturile democratice cucerite pînă atunci, prin luptă, de oamenii muncii.

Deosebit de semnificativă a fost, printre altele, poziția reacțiunii în problema reformei agrare, măsură așteptată de masele de milioane ale țărănimii muncitoare. Pentru înșelarea maselor, Rădescu înființase în decembrie 1944 o comisie menită „să studieze înfăptuirea reformei agrare". În această comisie au intrat din partea P.N.Ț. și P.N.L., ca „specialiști" mari moșieri și foști miniștri antonescieni, condamnați ulterior ca criminali de război (N. Mareș, N. Cornățeanu, Cipăianu, etc.). Aceștia întocmeau referate în care susțineau „inutilitatea" și „caracterul nefast" al reformei agrare și necesitatea menținerii și întăririi marii proprietăți moșierești. Într-unul din aceste referate se arăta că realizarea reformei agrare este imposibilă deoarece ar duce la decăderea „producției agricole" (adică a marii moșierimi) și la foamete. Aceeași părere era susținută în coloanele ziarului „Viitorul" de către D. Brătianu: „Reforma agrară va duce la foamete" [1]. Iar concluzia la care ajungeau acești experți era necesitatea amînării reformei agrare, a cărei realizare ar cere o cercetare științifică „de un an sau doi, poate chiar 10". În acest timp, țărănimea urma firește să aștepte în liniște și mizerie.

Această poziție se conturează mai precis, dacă reamintim că I. Mihalache declara că P.N.Ț. trebuie să facă propagandă în sensul că a lua pămînturile de la moșieri fără compensație, ar însemna un jaf pe care el, ca om căruia îi place ordinea, nu-l poate aproba [2]. Nu este lipsit de interes că Titel Petrescu propunea ca împroprietărirea țăranilor

[1] „Viitorul" din 2. febr. 1945.
[2] Vezi N. Graur „I. Mihalache etc. comp." Buc. 1946 pag. 165.

să fie legiferată, dar pămîntul să nu-l primească imediat ci mai tîrziu, iar repartiția să nu fie făcută prin comitete alese de țărănime. Acest punct de vedere coincidea cu propunerile P.N.Ț. care susținea necesitatea amînării reformei agrare pentru după război și pusese din nou la ordinea zilei vechiul său program din 1936 de făgăduieli demagogice precum și teoria reacționară a „statului țărănesc" prin care urma să se realizeze, „un regim capitalist fără exploatare capitalistă și menținerea clasei moșierilor fără exploatare moșierească" [1].

Rădescu cerea categoric să „se înceteze cu agitația pe chestia reformei agrare".

Avîntul maselor țărănimii muncitoare, trezită la lupta pentru pămînt nu putea fi însă stăvilit. Țărănimea nu mai putea fi înșelată ca în trecut de partidele reacționare. În fruntea luptei pentru reforma agrară a stat de astă dată clasa muncitoare condusă de P.C.R. În adunările care aveau loc în comunele de pe întreg cuprinsul țării, țăranii muncitori arătau că reforma agrară nu poate fi amînată: „Datoria guvernului este să treacă de îndată la înfăptuirea ei pentru că așa cer marile interese ale poporului [2]. „Înfăptuirea reformei agrare pînă în primăvară" devenise lozinca ce revenea fără excepție în moțiunile adoptate de adunările țărănești.

Clasa muncitoare, sub conducerea P.C.R., dînd în această perioadă bătălia pentru aliați, urmărea în primul rînd cîștigarea aliatului principal, masele țărănimii muncitoare. Acesta a fost unul din obiectivele principale ale P.C.R. Încheganea alianței dintre clasa muncitoare și țărănimea muncitoare, în care rolul conducător îi revine calsei muncitoare, constituia o condiție esențială în vederea înfăptuirii sarcinilor pe care le punea revoluția populară din țara noastră, — înlăturarea claselor exploatatoare de la putere , instaurarea puterii democrat-populare, desăvîrșirea sarcinilor revoluției burghezo-democratice și trecerea la etapa revoluției socialiste și la construirea socialismului. Alianța clasei muncitoare cu celelalte mase de oameni ai muncii și în primul cu țărănimea muncitoare este o lege generală, obligatorie a revoluției socialiste și a construcției socialiste.

Partidul Comunist Romîn a pus cu hotărîre problema lichidării imediate a proprietății moșierești printr-o reformă agrară democratică, ceea ce constituia sarcina de bază a primei etape a revoluției din țara noastră, — lichidarea rămășițelor feudale. „Pămîntul", — a arătat tovarășul Gh. Gheorghiu-Dej — va fi și trebuie să fie al țăranilor" [3].

Partidul a militat cu fermitate neabătută pentru înfăptuirea reformei agrare, ceea ce a contribuit la lărgirea continuă a bazei de masă și a sprijinului în mase al F.N.D. Demascînd cu intransigență încercările diversioniste și caracterul dușmănos al manevrelor prin care elementele reacționare căutau să denatureze acest program și să abată țărănimea de la lupta pentru pămînt, P.C.R. a desfășurat la sate o intensă muncă politică și organizatorică pentru mobilizarea țărănimii muncitoare, conducînd în mod direct lupta pentru realizarea reformei agrare.

[1] Vezi „Dreptatea" nr. 45 din 16. X. 1944 și nr. 29 din 19. X. 1944.
[2] „Scînteia" din 29. I. 1945.
[3] „Scînteia" din 15. II. 1945.

La 10 februarie 1945, P.C.R. a chemat țărănimea muncitoare să treacă neîntîrziat la înfăptuirea de jos, pe cale revoluționară, a reformei agrare, prin ocuparea cu de la sine putere a pămînturilor moșierești. În zilele următoare, țăranii muncitori din comunele Scăieni - Prahova, Valea Lungă și Dragodănești-Dîmbovița, Băilești și Cetatea-Dolj au au trecut cei dintîi la împărțirea moșiilor, acțiune care s-a extins cu repeziciune în județele Teleorman, Constanța, Tutova, Vaslui, Bacău, Hunedoara și în întreaga țară. Totodată P.C.R. a organizat și a trimis la sate numeroși comuniști și echipe de muncitori care au sprijinit țărănimea în lupta pentru pămînt chemînd-o la luptă, au organizat comitete sătești și, înfruntînd rezistența și gloanțele jandarmilor lui Rădescu, s-au situat în fruntea țăranilor în lupta pentru înfăptuirea reformei agrare.

Sub conducerea P.C.R., masele muncitoare de la orașe și sate au zdrobit în luptă înverșunată toate încercările reacțiunii de a împiedica înfăptuirea imediată a reformei agrare. În focul acestei lupte s-a închegat alianța dintre clasa muncitoare și țărănimea muncitoare, fiind atrase la creație istorică activă, conștientă masele cele mai largi ale țărănimii muncitoare și afirmîndu-se deosebit de puternic rolul conducător al clasei muncitoare.

Închegarea alianței dintre clasa muncitoare și țărnimea muncitoare a contribuit în mod hotărîtor la creșterea rolului și capacității de luptă a maselor populare de la orașe și sate, fiind creată în țara noastră forța socială capabilă să înfăptuiască transformarea revoluționară a societății.

Totodată masele populare, conduse de comuniști, au continuat acțiunea de înlocuire a primarilor și prefecților reacționari, acțiune care a luat proporții tot mai ample.[1]. În decurs de numai o săptămînă, masele populare, au înlocuit prefecții din șase județe. În multe locuri (Craiova, Caracal, T. Severin și altele) aceste acțiuni s-au transformat într-o luptă aprigă a maselor împotriva forțelor jandarmerești și ale armatei comandate de ofițeri reacționari și trimise de Rădescu pentru a zădărnici lupta maselor și a menține elementele antipopulare în aparatul de stat. În unele locuri, din ordinul autorităților reacționare a fost deschis focul împotriva maselor, din rîndurile cărora au căzut victime. Un fenomen foarte semnificativ, care demonstrează larga adeziune a poporului la programul propus de P.C.R. și faptul că prevederile acestui program răspundeau năzuințelor profunde populare, îl constituie faptul că în numeroase cazuri — la Craiova, București, Iași, Botoșani, Brașov, Sibiu etc.[2]. — reacțiunea a încercat zadarnic să opună poporului armata. Soldații au refuzat să tragă asupra poporului, s-au alăturat maselor populare revoluționare. Starea de spirit a armatei, care participase la actul de la 23 August 1944, se schimbase radical. Continuarea muncii politice de către P.C.R. în rîndurile armatei și promovarea unei serii de revendicări specifice, au făcut ca armata să se alăture tot mai mult

[1] După date publicate în presă, la 1 martie 1945, în 58 din cele 60 de județe ale țării se găseau instalați prefecți aleși de popor. Vezi „Romînia Liberă" nr. 193 din 16 martie 1945.
[2] Vezi „Scînteia" nr. 153 din 28 febr. 1945 și „Romînia Liberă" din 4 martie 1945.

forțele democratice. Ostașii, subofițerii și numeroși ofițeri iau din ce în ce mai mult atitudine față de principalele probleme politice, participă la mitingurile F.N.D., cer cu hotărîre înfăptuirea reformei agrare, protestează împotriva actelor huliganice ale reacțiunii, demască elementele reacționare din armată.

Armata, formată din muncitori și țărani, avea aceleași năzuințe ca și poporul muncitor, în rîndurile ei avea ecou cuvîntul forțelor democratice, cuvîntul partidului comunist care exprima aceste năzuințe.

Într-un apel al F.N.D. adresat ofițerilor, subofițerilor și soldaților, prin care îi chema să sprijine lupta țăranilor pentru pămînt erau demascate acțiunile antipopulare ale lui Rădescu care trimitea unități ale armatei pentru a apăra moșiile boierești „... Voi — se spunea în apel — nu trebuie și nu puteți să fiți de partea moșierilor și a uneltelor lor. Refuzați cu hotărîre executarea ordinelor date de Rădescu și oamenii lui împotriva poporului. Alăturați-vă cu toții demonstrațiilor organizate de F.N.D. Veniți în rîndurile noastre pentru a lupta uniți pentru un guvern democratic care să dea pămînt țăranilor și să curețe țara de fasciști" [1].

Alăturarea armatei de popor a avut o mare importanță în desfășurarea luptelor revoluționare din această perioadă, a lipsit reacțiunea de unul din principalele instrumente pe care conta în lupta ei împotriva poporului.

Numeroși generali și ofițeri superiori s-au desolidarizat în mod public de acțiunile lui Rădescu pe care le considerau dăunătoare intereselor armatei și țării [1].

În a doua jumătate a lunii februarie 1945, avîntul revoluționar al maselor populare cunoaște o nouă și puternică creștere, măturînd din cale toate încercările pline de ură ale reacțiunii de a stăvili mișcarea populară pentru a-și salva pozițiile.

Este deosebit de concludent faptul că participarea oamenilor muncii de la orașe și sate la adunările, mitingurile și demonstrațiile organizate de F.N.D. a cunoscut un ritm continuu ascendent, care s-a transformat într-un uriaș val revoluționar, punînd în mișcare și antrenînd în acțiune sute și sute de mii de oameni. Zi de zi, în capitală și în întreaga țară, la chemarea P.C.R., masele participă activ, înfăptuind acțiuni revoluționare, manifestîndu-și vehement protestul împotriva politicii reacționare, cerînd cu hotărîre demiterea majorității reacționare din guvern, instaurarea puterii populare.

P.C.R., demascînd pas cu pas manevrele reacțiunii și desfășurînd o muncă politică de mare amploare, determina izolarea tot mai accentuată a partidelor reacționare, cîștigă de partea sa majoritatea poporului, care, în frunte cu clasa muncitoare urma cu încredere și entuziasm partidul și imprima direcția dezvoltării sociale și politice.

Caracterizînd situația existentă în acea perioadă, tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej arată: „Clasa muncitoare, organizată în sindicate unice, se manifesta din ce în ce mai puternic ca forță conducătoare a poporului.

1 „Scînteia" nr. 149 din 24 febr. 1945.
2 „Scînteia" nr. 153 din 1 martie 1945.

În înfăptuirea sarcinii de bază a acestei etape a revoluției — reforma agrară — partidul, cu ajutorul muncitorilor trimiși la sate, ridica la luptă masele țărănimii, care, în întregul ei, era interesată în lichidarea proprietății moșierești ; comitetele țărănești confiscau și împărțeau pămînturile moșierilor, în focul luptei pentru înfăptuirea reformei agrare se făurea alianța dintre clasa muncitoare și țărănimea muncitoare, neutralizîndu-se pătura avută a țărănimii — chiaburimea".

Și mai departe :

„Oamenii muncii, manifestîndu-și în uriașe mitinguri și demonstrații voința de a instaura puterea democrat-populară și a cuceri o viață nouă, luau cu asalt primăriile și prefecturile, înlăturau din conducerea acestora elementele reacționare, antonesciene, înlocuindu-le cu oameni devotați intereselor celor ce muncesc. Toate acestea demonstrau că reacțiunea era din ce în ce mai izolată, masele populare conduse de partid fiind aceea forță care determina mersul evenimentelor" [1].

În fața creșterii impetuoase a valului revoluționar, Rădescu și ceilalți exponenți ai reacțiunii din guvern și din afara guvernului, au trecut la acțiuni fățiș teroriste, la folosirea bandelor legionare fasciste, la organizarea de acte de provocare și atentate urmărind să împingă lucrurile spre un război civil, în vederea căruia sperau să obțină sprijinul imperialismului anglo-american.

Pe această linie s-a situat discursul provocator al lui Rădescu de la 11 februarie 1945, în care el a proclamat fățiș scopurile anti-democratice ale reacțiunii interne și externe. Încă înainte, Rădescu exprimînd punctul de vedere al partidelor burghezo-moșierești declarase că sindicatele și clasa muncitoare nu trebuia să se ocupe de politică și a amenințat că va lua măsuri împotriva clasei muncitoare, mobilizînd pe muncitorii din întreprinderi. „Lucrătorii — profera el — nu au să se amestece în chestiunile politice ale diferitelor partide".

Această atitudine profund reacționară față de clasa muncitoare, căreia Rădescu și ceilalți exponenți ai reacțiunii îi contestau dreptul de participare la viața politică, caracterizează programul burgheziei care nu-și poate exercita dictatura cu metodele obișnuite de guvernare și urmărește în primul rînd, să elimine din arena politică forța cea mai avansată și mai organizată a poporului, pentru a netezi drumul instaurării unui regim de tip fascist.

Acțiunile huliganice care au urmat imediat după discursul lui Rădescu, încercările de atac împotriva sediului ziarului „Scînteia" și apoi provocarea și atentatul de la Malaxa, acțiuni organizate cu participarea directă a P.N.Ț. și P.N.L., arătau cu claritate orientarea reacțiunii spre o politică teroristă, spre război civil. P.N.T. și P.N.L. sprijineau activ această politică. Conducătorii acestor partide și-au exprimat public solidaritatea cu Rădescu. D. Brătianu declara că „el și Maniu au aceleași păreri cu primul-ministru" [2]. De asemenea Rădescu avea sprijinul deplin al monarhiei. Presa burgheză afirma deschis acest lucru, prezentîndu-l

[1] Gh. Gheorghiu-Dej „A XV-a aniversare a eliberării Romîniei de sub jugul fascist", Ed. Politică 1959, pag. 13—14.

[2] „Ultima oră" din 14 februarie 1945.

în stilul ei caracteristic: „În cercurile bine informate se dă ca sigur că în cazul cînd generalul Rădescu va prezenta demisia guvernului, suveranul îi va încredința din nou misiunea alcătuirii cabinetului“ [1]. „E sigur că Rădescu nu demisionează. Avînd încrederea suveranului el e ferm hotărît să rămînă la putere“ [2].

Politica de provocări criminale a reacțiunii a culminat cu evenimentele din ziua de 24 februarie 1945. În acea zi, răspunzînd chemării partidului peste 500.000 de cetățeni ai capitalei au ieșit în stradă cerînd instaurarea unui guvern democratic. Cuprinsă de furie și panică, reacțiunea a recurs la o provocare mîrșavă. La ordinul lui Rădescu, asupra coloanelor de manifestanți s-a deschis foc de mitralieră, de la ferestrele Prefecturii Poliției, Ministerului de Interne și ale palatului regal.

Desfășurarea evenimentelor nu mai putea fi însă determinată de Rădescu și de exponenții reacțiunii ale căror planuri nu țineau seama de adevăratul stăpîn al țării, poporul. Masele populare, sub conducerea clasei muncitoare în frunte cu partidul comunist și-au manifestat tot mai puternic voința de luptă în uriașe mitinguri și demonstrații, înfierînd politica reacționară și cerînd instaurarea unui guvern democratic, capabil să conducă țara pe calea adevăratei democrații, democrația maselor populare.

Indignarea și mînia maselor a atins un grad maxim în urma acțiunilor provocatoare ale forțelor reacționare. În întreaga țară, oamenii muncii cereau arestarea și judecarea lui Rădescu și a acoliților săi.

Întemeindu-se pe puterea clasei muncitoare organizată în F.U.M. și în sindicate unice, pe sprijinul deplin al maselor muncitoare de la orașe și sate care răspundeau cu elan chemărilor partidului, pe gărzile muncitorești care reprezentau forța înarmată a clasei muncitoare, Partidul Comunist Romîn a știut să orienteze lupta maselor spre cucerirea pe cale pașnică a puterii, punînd reacțiunea în situația de a fi lipsită de posibilitatea provocării unui război civil. Accentuarea izolării reacțiunii era evidentă prin faptul că ea nu mai dispunea de aparatul de stat, nu mai dispunea de o bază importantă în mase, — P.N.T. și P.N.L. recurgînd la rămășițele fasciste și legionare care și-au găsit refugiul în aceste partide, pentru a le organiza în, „forțe de șoc“ împotriva mișcării revoluționare, împotriva poporului. În același timp însă, partidul a avut în vedere pregătirea clasei muncitoare și pentru eventualitatea desfășurării luptei pe altă cale, pe cale nepașnică.

Opunînd provocărilor lui Rădescu, politica fermă a clasei muncitoare și a celorlalte forțe democratice, tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej replica: „Nu vrem să fim tîrîți pe panta războiului civil. Vom împiedica prin toate mijloacele încercarea de a transforma lupta internă în război civil... Vă spunem împreună cu țara: Plecați. Noi știm ce reprezentăm în țară“.

Schimbarea raportului de forțe în arena mondială sub influența victoriilor istorice ale U.R.S.S. împotriva fascismului, precum și pre-

1 „Ultima oră“ din 14 febr. 1945.
2 „Semnalul“ din 18 febr. 1945.

zența Armatei Sovietice eliberatoare pe teritoriul patriei noastre, au constituit factori importanți, care au favorizat lupta maselor populare și au împiedicat o intervenție militară a imperialiștilor occidentali în țara noastră.

Sub presiunea maselor populare, mobilizate de P.C.R., Rădescu și ceilalți reprezentanți ai reacțiunii din guvern au fost siliți să demisioneze. Voința poporului a triumfat. La 6 Martie 1945 a fost instaurat primul guvern democratic din istoria Romîniei, guvern în care reprezentanții clasei muncitoare aveau rolul preponderent. „Schimbarea de la 6 Martie — a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej, — hotărîtoare pentru soarta democrației noastre, n-a fost obținută prin pertractări, ci smulsă prin luptă populară regelui și reacțiunii grupate în jurul lui" [1].

Regimul democrat-popular este creația poporului muncitor din patria noastră, întruchipează interesele sale vitale și voința sa liber exprimată. El a descătușat inițiativa și energia creatoare a poporului, care, sub conducerea P.C.R. a desăvîrșit sarcinile revoluției burghezo-democratice, trecînd la etapa revoluției socialiste și la construirea socialismului.

Înfăptuind politica partidului de construire a socialismului, oamenii muncii apără și consolidează necontenit cea mai de preț dintre cuceririle lor, puterea populară, — care constituie încununarea luptei de veacuri a poporului pentru libertate, o viață mai bună și progres social.

III.

Insurecția armată din august 1944, inițiată, organizată și condusă de Partidul Comunist din Romînia, a provocat edificiului de stat burghezo-moșieresc o fisură mortală, prin care s-a revărsat, ca un torent de nestăvilit, revolta și avîntul revoluționar al maselor populare. După 23 August 1944, prin munca lor plină de abnegație și prin participarea eroică la războiul antihitlerist, oamenii muncii din Romînia au dovedit că doresc o viață nouă, mai bună. Condițiile de război, situația politică din țară și munca desfășurată de partidul comunist, au determinat o dezvoltare considerabilă a activității politice a maselor populare.

Schimbările obiective intervenite în situația politică din Romînia au fost însoțite de un imens progres în conștiința oamenilor muncii, de o activizare politică fără precedent a maselor populare, care, folosind libertățile cucerite, au început să-și spună cuvîntul cu tot mai multă fermitate în toate problemele principale ale țării.

Activitatea politică mereu ascendentă a maselor populrae, voința lor de a pune capăt odiosului regim burghezo-moșieresc, a cunoscut o creștere impetuoasă în perioada ianuarie-februarie 1945, care a constituit punctul culminant de încordare a conflictului revoluționar în lupta pentru cucerirea puterii de către forțele democratice în frunte cu clasa muncitoare condusă de P.C.R. Lupta hotărîtă, eroică a maselor a zădărnicit toate uneltirile reacțiunii interne și externe, a doborît puterea burgheziei și moșierimii, a obținut victoria instaurînd puterea populară.

[1] Gh. Gheorghiu-Dej — „Articole și cuvîntări", E.S.P.L.P. 1955, pag. 133.

„Masele populare de la orașe și sate — a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — *au hotărît soarta bătăliei pentru putere, instaurînd la 6 Martie 1945 puterea democrat-populară... Regimul democrat-popular este opera poporului — adevăratul făuritor al istoriei„* [1].

Lupta desfășurată în țara noastră pentru instaurarea regimului democrat-popular a confirmat întrutotul teza leninistă potrivit căreia cu cît sînt mai profunde transformările sociale cu atît participă la ele mase tot mai largi. Victoria de la 6 Martie 1945, marile bătălii de clasă care au precedat-o și care au constituit factorul ei determinant, ca și restructurările social-economice și politice fundamentale care i-au urmat, — toate acestea au fost înfăptuite prin acțiunile eroice, prin conștiința și voința maselor populare, a milioane și milioane de oameni ai muncii din țara noastră.

În aceste bătălii masele populare din țara noastră și-au dovedit imensa lor capacitate organizatorică și inepuizabila lor energie revoluționară, au dovedit că ele constituie un izvor nesecat al inițiativei creatoare în găsirea mijloacelor și formelor în vederea soluționării sarcinilor pe care le pun în fața poporului cerințele dezvoltării și progresului social al țării. Un rol uriaș, de însemnătate hotărîtoare l-a avut în această luptă clasa muncitoare, care și-a demonstrat pe deplin rolul său conducător, ca forța socială cea mai înaintată, cea mai revoluționară, mai hotărîtă și mai combativă a societății noastre. Sub conducerea și îndrumarea P.C.R., clasa muncitoare a avut rolul principal în desfășurarea activității politice largi în rîndul celorlalte mase de oameni ai muncii de la orașe și sate, în vederea organizării lor, a educării lor în spiritul luptei de clasă revoluționare, a mobilizării maselor în acțiunile pentru instaurarea puterii populare. Prin eroismul și abnegația sa, prin exemplul și inițiativa sa, clasa muncitoare a influențat masele neproletare de oameni ai muncii, a făcut să sporească energia lor revoluționară, rolul lor în lupta pentru înfrîngerea forțelor reacționare și pentru instaurarea regimului democrat-popular.

Experiența țării noastre demască o dată mai mult caracterul calomnios al „teoriilor" reacțiunii despre un pretins „import" sau „export" de revoluție. V. I. Lenin a demascat această „teorie" aventuristă și profund străină marxismului. El a înfierat în cuvinte pline de ironie pe acei care și-ar închipui că revoluția poate fi „stimulată" într-un fel sau altul. Prefacerile revoluționare sînt rezultatul maturizării condițiilor obiective și subiective, al adîncirii contradicțiilor interne al luptei clasei înaintate și a aliaților săi din țara respectivă. „Revoluțiile — scria V. I. Lenin — nu se fac la comandă, nu se fixează pentru o dată sau alta, ci se coc în procesul dezvoltării istorice și se dezlănțuie într-un moment care este determinat de un complex întreg de cauze interne și externe" [2].

Revoluția populară din țara noastră este rezultatul dezvoltării istorice îndelungate, al luptelor din trecut ale poporului, — luptă ridicată pe o treaptă superioară de mișcare muncitorească revoluționară și în deosebi

[1] Gh. Gheorghiu-Dej, „Articole și cuvîntări 1955—1959", Ed. politică 1959, pag. 22 și 23.
[2] V. I. Lenin, Opere, vol. 13 pag. 185.

prin crearea partidului marxist-leninist al clasei muncitoare, Partidul Comunist din Romînia.

Ea a izbucnit și s-a desfășurat în urma adîncirii externe a contradicțiilor sociale, economice și politice, mai ales în perioada dictaturii militare-fasciste și a războiului criminal antisovietic, a subrezirii radicale a întregului eșafodaj politic și social al burgheziei și moșierimii din țara noastră. În aceste condiții, după 23 August 1944, masele populare, organizate și conduse de P.C.R., — folosind și împrejurările externe favorabile — și-au impus în mod hotărît voința, au lichidat, prin lupta lor eroică, regimul burghezo-moșieresc de tristă aducere aminte, au instaurat puterea populară.

În condițiile luptei revoluționare s-a manifestat și mai puternic rolul conducător al P.C.R., forța politică îndrumătoare și conducătoare a poporului. În întreaga sa istorie, în momentele cele mai grele, P.C.R. s-a aflat în fruntea maselor, dînd răspunsuri clare celor mai complexe probleme și indicînd calea pentru rezolvarea acestora.

Călăuzindu-se în mod neabătut după învățătura marxist-leninistă și aplicînd-o creator în condițiile țării noastre, P.C.R. a orientat și a condus cu fermitate și pricepere masele de oameni ai muncii la victorie. Masele populare au văzut în politica partidului comuniștilor expresia năzuințelor lor cele mai profunde, s-au convins că partidul comunist nu are alte interese decît cele ale poporului.

În fiecare etapă a luptei, partidul și-a fundamentat politica sa în mod științific, pe baza cunoașterii legilor obiective, a studierii aprofundate a raportului real de forțe dintre clase și a condițiilor concrete, indicînd sarcinile principale spre care trebuie îndreptate toate eforturile în perioada respectivă. Reflectînd în mod just cerințele procesului istoric, politica revoluționară a partidului a fost însușită de mase, care s-au ridicat la luptă pentru a o traduce în viață. Partidul a știut să mobilizeze și să unească în luptă, în jurul clasei muncitoare, a F.U.M., toate forțele democratice și patriotice, fiind creat torentul revoluționar a cărui forță a zdrobit toate încercările reacțiunii.

Luptele duse de masele muncitoare în perioada ianuarie-februarie 1945, instaurarea regimului democrat-popular, cucerirea întregii puteri de către clasa muncitoare în alianță cu țărănimea muncitoare, trecerea la construirea socialismului, toate acestea au demonstrat încă odată adevărul marxism-leninismului potrivit căruia rolul conducător al partidului și creșterea neîncetată a acestui rol pe măsura înaintării spre socialism și comunism, constituie un proces legic care condiționează realizarea și dezvoltarea cuceririlor revoluționare ale clasei muncitoare, ale întregului popor muncitor.

Unitatea de voință și de acțiune a întregului popor, profunda cunoaștere a legilor obiective ale dezvoltării societății, clara perspectivă istorică, pe care le cer sarcinile sporite ale construcției socialiste pot fi asigurate numai de partidul marxist-leninist al clasei muncitoare, organizatorul și conducătorul poporului în lupta pentru făurirea noii societăți.

Sub conducerea partidului, poporul nostru a obținut succese de însemnătate istorică. Congresul al III-lea al Partidului Muncitoresc

Romîn, a arătat că în țara noastră socialismul a învins. A fost creată baza economică a socialismului, măreață victorie a poporului muncitor. Am intrat într-o nouă etapă a dezvoltării țării, etapa desăvîrșirii construcției socialismului. Aceste victorii se datoresc politicii marxist-leniniste, consecvente și creatoare a partidului, conducerii sale ferme și înțelepte. După cum a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej: „Am ajuns astăzi pe culmea de pe care se văd prespectivele luminoase ale victoriei depline a socialismului datorită faptului că avem un conducător încercat — partidul comuniștilor care pășește neabătut pe calea luminată de învățătura marxist-leninistă" [1].

Congresul al III-lea al P.M.R. a pus ca obiectiv principal în fața poporului, pentru următorii 6 ani, *dezvoltarea bazei tehnice-materiale a socialismului, încheierea procesului de făurire a relațiilor de producție socialiste în întreaga economie, în vederea desăvîrșirii construcției socialismului.*

Poporul nostru urmează cu încredere partidul și își însușește politica partidului, luptînd cu entuziasm pentru a o traduce în viață. În această unitate stă chezășia înfăptuirii cu succes a programului grandios elaborat de partid pentru progresul și prosperitatea țării noastre, pentru bunăstarea poporului.

---

1 „Congresul al III-lea al Partidului Muncitoresc Romîn", Ed. politică 1960, pag. 738.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ, ОТНОСЯЩИЕСЯ К БОРЬБЕ НАРОДНЫХ МАСС, РУКОУОДИМЫХ РУМЫНСКОЙ КОММУНИСТИЧЕСКОГО ПАРТИЕЙ, ЗА УСТАНОВЛЕНИЕ НАРОДНО ДЕМОКРААТИЧЕСКОГО СТРОЯ (ЭНВАР - ФЕБРАЛЬ 1945)

(Краткое содержание)

После краткого изложения исторического значения победы, одержанной в результате воруженного восстания в августе 1944 г. и указания ближаших задат, поставленных после этого востания перед работим классом и его марксистско-ленинской. Партией,-доклад анализирует существовавшую ситуацию в Румынии в вага же 1945 г,

В проложение рассматриваются некоторые принципиальные моменты, отмечающие непрестанный рост борьбы наролных масс, во главе рабочего класса, под руководством Румынской Коммунистической, Партии-протиз реакционных сил; борьбы за овразование демократического правительства. Как результат массовой борьбы, демонстрируется все более и более заметное изменение соотношения сил в пользу демократических сил, тем и характеризуется период — январь февраль.

Доклад подчеркивает решающую роль трудящихся масс (что является одновременно и главным заключением доклада), которые в своей теорической борьбе одолели отчаянное сопротивление реакционных сил и 6 марта 1945 г. добились установления народно-демократиского строя; в докладе отмечается роль рабочего класса как самой передовой социальной силы; отмечается твердая научная и созидательная сила Румынской Ком. Партии, направлявщей борьбу народа по пути революционных социальных преобразований.

A FEW ASPECTS OF THE STRUGGLE OF THE PEOPLE'S MASSES UNDER THE LEADERSHIP OF THE RUMANIAN COMMUNIST PARTY FOR THE INSTAURATION OF THE PEOPLE'S DEMOCRACY

(January - February 1945)

(Summary)

After a short presentation of the historical importance of the victory of the armed insurrection of August 1944, and of the obiectives faced, during the periond of time immediately following, by the working class and its marxist-leninist Party, the report analyzes the situation existing in Rumania at the beginning of the year 1945. In continuation, the principal moments marking the continuous growth of the struggle of the popular masses under the leadership of the working class and of the Rumanian Communist Party against the reactionary forces for the instauration of a

democratic government are analized. As a consequence of the struggle of the masses of the people, the more and more accentuated change in the relation of forces in favour of the democratic forces, is demonstrated as characterizing the period of time of january-february 1945.

The report is focussed — and this idea constitutes at the same time its main conclusion — on the determinant role of the working people's masses who by their heroic struggle have curbed the obstinate resistance of the reaction and have assured, on March 6 th 1945, the instauration of the régime of people's democracy; on the role of the working class, an the most progressive social force; on the firm, scientific and creative politics of the Rumanian Communist Party, the leading force in the struggle of the people on the path of revolutionary social transformation.

QUELKUES ASPECTS DE LA LUTTE DES MASSES POPULAIRES CONDUITES PAR LE PARTI COMMUNISTE ROUMAIN POUR L'INSTAURATION DU RÉGIME DÉMOCRATE - POPULAIRE (janvier-février 1945)

(Résumé)

Après une présentation succincte de l'importance historique de la victoire de l'insurrection armée du mois d'août 1944 et des objectifs se trouvant, dans la période de temps immédiatement après cette date, en face de la classe ouvrire et de son parti marxiste-léniniste, l'article analyse la situation existant en Roumanie au commencement de l'année 1945. Ensuite, l'auteur analyse quelques-uns des moments principaux marquant l'accroissement continuel de la lutte des masses populaires ayant à leur tête la classe ouvrière et conduites par le Parti Communiste Roumain contre les forces de la réaction, en vue de l'instauration d'un gouvermement démocratique. Le change, comme suite à la lutte des masses populaires, de plus en plus accentué des rapports des forces en faveur des forces démocratiques caractérisant la période pendant les mois de janvier-février de l'année 1945.

L'exprosé relève — et ces idées en consituent en même temps les conclusions prnicipales — le rôle déterminant des masses ouvrières qui par leur lutte héroique ont vaincu la résistance acharnée de la réaction, en assurant, le 6 mars 1945, l'avènement du régime démocrate populaire; le rôle de la classe ouvrière, comme force sociale la plus avancée; la politique ferme, scientifique et créatrice du Parti Communiste Roumain, force conductrice du peuple sur la voie des transformations sociales révolutionnaires.

EINGE ASPEKTE BETREFFEND DEN KAMPF DER DURCH DIE RUMÄNISCHE KOMMUNISTISCHE PARTEI GEFÜHRTEN VOLKSMÄSSEN FÜR DIE ENSETZUNG DES VOLKSDEMOKRATISCHEN RÉGIMES. (Ianuar-Februar 1945)

(Zusammenfassung)

Nach einer kurzgefabten Vorführung der historischen Bedeutung des Sieges des bewaffneten Aufstandes vom August 1944 und der Ziele, die in der unmittelbar darauf folgenden Zeitspanne der werktätigen Klasse und ihrer marxistisch-leninistischen Partei gesteckt waren, untersucht das Referat die am Anfang des Jahres 1945 in Rumänien vorliegende Situation. Weiter werden einige der bedeutendsten Momente untersucht, die das stete Anwachsen des Kampfes der Volksmassen und an ihrer Spitze der werktätigen Klasse unter Führung der Rumänischen Kommunistischen Partei gegen die Mächte der Reaktion zwecks Einsetzung einer demokratischen Regierung kennzeichnen. Der immer mehr betonte Wechsel des Kräfteverhältnisses zugunsten der demokratischen Mächte wird in überzeugender Weise hervorgehoben als eine Folge des durch die Volksmassen geführten Kampfes und als ein charaateristischer Zug der Zeit-

Das Referat rückt — und diese Gedankengänge stellen gleichzeitig spanne Januar-Februar 1945.
seine wichtigsten Schlubfolgerungen dar — die bestimmende Rolle der werktätigen Massen, die durch ihren heldenmütigen Kampf den hartnäckigen Widerstand der Reaktion überwunden und am 6. März 1945 die Einführung des volkstemokratischen Régimes sichergestellt haben, die Rolle der werktätigen Klasse, als der fortschrittlichsten sozialen Macht, und die feste und standhafte, wissenschaftlich begründete und schöpferische Politik der Rumänischen Kommunistischen Partei, der führenden Macht im Kampfe unseres Volkes auf dem Wege der revolutionären sozialen Umwälzungen ins volle Licht.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

MECANICA

DETERMINAREA CENTRULUI INSTANTANEU IN MIȘCAREA DE PIVOTARE

G. ȚIȚEICA

Fie S suprafața de contact a corpului cu un plan orizontal. Fie Fi sistemul de forțe date care lucrează asupra corpului de masă m și C (ξ, η) centrul de greutate al suprafeței S, CA o direcție fixă în plan, CB o direcție fixă pe suprafață. Dacă $X = \sum X_i$; $Y = \sum Y_i$, I_o = momentul de inerție al suprafeței în raport cu centrul de greutate; θ = unghiul variabil între CB și CA și $\mathfrak{M}$ = suma momentelor forțelor în raport cu centrul de greutate, ecuațiile mișcării vor fi:

$$m\frac{d^2\xi}{dt^2} = X;\quad m\frac{d^2\eta}{dt^2} = Y;\quad I_o\frac{d^2\theta}{dt^2} = \mathfrak{M} \tag{1}$$

Deoarece ne interesează mișcarea imediat după plecarea din repaos, vom integra ecuațiile de mai sus cu condițiile inițiale:

$$\xi = 0;\ \eta = 0;\ \theta = 0;\ \dot{\xi} = \dot{\eta} = \dot{\theta} = 0$$

Vom găsi:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \frac{X}{m}\frac{t^2}{2} + \cdots\\ \eta &= \frac{Y}{m}\frac{t^2}{2} + \cdots\\ \theta &= \frac{\mathfrak{M}}{I_o}\frac{t^2}{2} + \cdots\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Ne vom mărgini la termenii de ordinul II, deoarece t este timpul foarte scurt de la pornire.

Derivînd ecuațiile (2) avem:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\xi} &= \frac{X}{m}t\\ \dot{\eta} &= \frac{Y}{m}t\\ \dot{\theta} &= \frac{\mathfrak{M}}{I_o}t\end{aligned}\right. \tag{3}$$

Să considerăm un punct oarecare P al suprafeței situat la distanța r de centrul de greutate. Presupunem că CP face unghiul α cu CB. Dacă x, y sînt coordonatele lui P vom avea:

$$\begin{aligned} x &= \xi + r\cos(\theta+\alpha) \\ y &= \eta + r\sin(\theta+\alpha) \end{aligned} \tag{4}$$

derivînd și ținînd seama că pentru un P dat, α este constant, avem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \dot{\xi} - r\sin(\theta+\alpha)\,\dot{\theta} \\ \dot{y} &= \dot{\eta} + r\cos(\theta+\alpha)\,\dot{\theta} \end{aligned} \tag{5}$$

(evident că în momentul inițial avem $x = r\cos\alpha$; $y = r\sin\alpha$). Înlocuind în (5) pe (3) avem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{X}{m}t - r\sin(\theta+\alpha)\frac{\mathfrak{M}}{I_o}t \\ \dot{y} &= \frac{Y}{m}t + r\cos(\theta+\alpha)\frac{\mathfrak{M}}{I_o}t \end{aligned} \tag{6}$$

Notînd cu x_o, y_o coordonatele punctului față de care va începe să se rotească suprafața (centrul de rotație instantaneu inițial), avem:

$$x = -\omega(y - y_o);\quad y = \omega(x - x_o);\quad \omega = \frac{\mathfrak{M}}{I_o}t$$

Deci din (6) căpătăm

$$\frac{X}{m}t - r\sin(\theta+\alpha)\frac{\mathfrak{M}}{I_o}t = -\omega[\eta + r\sin(\theta+\alpha) - y_o]$$

$$\frac{Y}{m}t + r\cos(\theta+\alpha)\frac{\mathfrak{M}}{I_o}t = \omega[\xi + r\cos(\theta+\alpha) - x_o]$$

care pentru

$$\omega = \frac{\mathfrak{M}}{I_o}t$$

dau coordonatele centrului instantaneu inițial.

Simplificînd și reducînd termenii, avem:

$$x_o = -\frac{Y}{m};\quad y_o = \frac{X}{m}\frac{I_o}{\mathfrak{M}} \tag{7}$$

Concluzii

Cazul I. Să presupunem că asupra suprafeței ar lucra numai un cuplu, adică $X = 0$, $Y = 0$, găsim: $x_o = 0$, $y_o = 0$ mișcarea de rotație se face în jurul centrului de greutate.

Cazul II. Să presupunem că forțele care lucrează asupra suprafeței se reduc la o rezultantă R. Luăm axa fixă astfel încît să presupunem pe R

perpendiculară pe ea, adică $X = 0$, $Y = R$. Fie distanța lui R la centrul de greutate $CD = s$ (fig. 2).

Avem:

$$\mathfrak{M} = sR$$

Din (7) căpătăm:

$$x_0 = -\frac{I_0}{ms} = -\frac{k^2}{s}; \quad y_0 = 0 \tag{8}$$

unde k este raza de girație a suprafeței în raport cu centrul de greutate.

(8) exprimă că centrul instantaneu de rotație este la o distanță $x_0 = IC$ de la centrul de greutate de partea cealaltă a lui R. Considerînd pentru un timp foarte scurt imediat după pornire pe I ca fix, se vede că DI este egal cu lungimea pendulului simplu sincron cu placa presupusă suspendată în D (sau în I). Deci și în cazul unei forțe finite avem același rezultat ca în cazul unei percusii: pentru ca în I să nu existe nici o forță, deci inițial nici o mișcare, forța este la o distanță de I egală cu lungimea pendulului simplu sincron.

Cazul unei bare situată cu frecare pe plan orizontal

Să presupunem că între baza de greutate G și lungime l și plan există frecare de coeficient μ. Asupra barei să presupunem că la o distanță y de capătul B lucrează perpendicular pe bară o forță F. Bara se va roti în jurul unui punct I, astfel încît porțiunea AI se va mișca după săgeata 1, iar IB după săgeata 2 (fig. 3). În momentul mișcării, forțele de frecare au valoarea maximă, iar forțele de sprijin fiind egal repartizate se poate presupune că fiecare element dl al barei este acționat de o forță de frecare $\mu \frac{G}{l} dl$ în sens invers săgeților 1 și 2 perpendiculară pe bară.

Pe porțiunea AI va lucra deci rezultanta forțelor de pe această porțiune la jumătatea distanței AI și care are valoarea $\mu \frac{G}{l}\left(\frac{l}{2} - x\right)$. În mod analog, avem pe porțiunea BI, forța de frecare $\mu \frac{G}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right)$. Rezultanta R a forțelor din figură va avea valoarea:

$$R = \mu \frac{G}{l}\left(\frac{l}{2} - x\right) + F - \frac{\mu G}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right)$$

adică:

$$R = F - \frac{2\mu G}{l} x$$

Conform celor determinate în cazul unei suprafețe oarecari, R va fi la o distanță de I egală cu lungimea pendulului simplu sincron cu bara suspendată în I, adică:

$$l_0 = \frac{k^2}{x} + x$$

k fiind raza de girație a barei în raport cu centrul de greutate

$$k^2 = \frac{l^2}{12} \text{ deci } l_0 = \frac{l^2}{12x} + x.$$

Figura se reduce la (fig. 4).

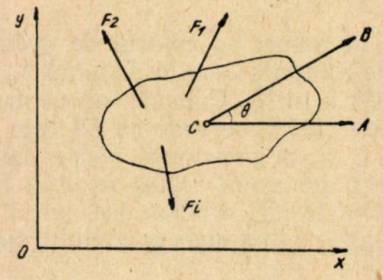


Fig. 1

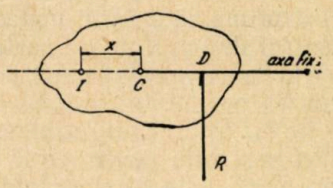


Fig. 2

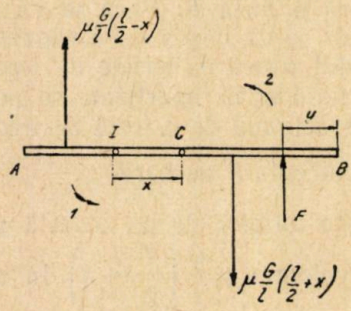


Fig. 3

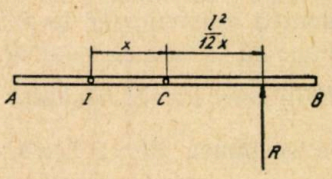


Fig. 4

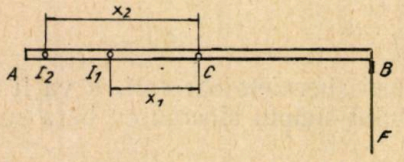


Fig. 5

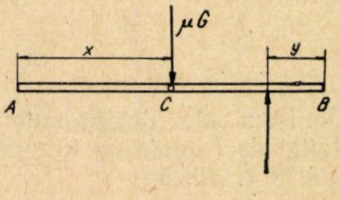


Fig. 6

Determinăm pe x luînd momentele tuturor forțelor în raport cu I și egalînd suma lor cu momentul rezultantei în raport cu I.

Căpătăm:

$$F\left(\frac{l}{2}+x-y\right)-\frac{\mu G}{2l}\left(\frac{l}{2}+x\right)^2+\frac{\mu G}{2l}\left(\frac{l}{2}-x\right)^2=\left(F-\frac{2\mu G}{l}\right)\left(\frac{l^2}{12x}+x\right)$$

ecuație din care se poate determina x pentru un F și un y dat.

Vom analiza ecuația:

$$F=\frac{\mu G x(l^2-12x^2)}{l(6xl-12xy-l^2)}$$

(care dă pe F în funcție de x și y) pentru $y=0$ și diferite valori ale lui x.

Se constată că pentru

$$x=\frac{l(\sqrt{2}-1)}{2} \text{ avem } F=\mu G(\sqrt{2}-1);\ R=0$$

adică poziția limită de echilibru, F fiind valoarea forței situată la capătul barei, care la limită este pe punctul de a produce mișcarea.

a) Pentru $x>\frac{l(\sqrt{2}-1)}{2}$ avem $R<0$ deci mișcarea în celălalt sens care nu intră în cadrul problemei.

b) Pentru $x=\frac{l}{6}$; $F=\infty$; $R=\infty$ adică o percusie. Dar $x=\frac{l}{6}$ dă pentru distanța de la R (care coincide cu F) la I, o lungime $l_o=\frac{l}{6}+\frac{l}{2}$ egală chiar cu lungimea pendulului simplu sincron suspendat în B, deci cazul fără frecare. Acest lucru este evident, știind că în comparație cu o percusie forțele de frecare sînt neglijabile.

c) Pentru $x>\frac{l(\sqrt{2}-1)}{2}$; $R<0$

$x<\frac{l}{6}$; $R<0$

Deci mișcarea în sensul propus va avea un centru instantaneu care se poate deplasa între I_1 și I_2 date de

$$x_1=\frac{l}{6}\cong 0{,}166\,l;\ x_2=\frac{l(\sqrt{2}-1)}{2}\cong 0{,}21\,l$$

(fig. 5) F, R avînd valori care variază între

$$F_1=\infty;\ R_1=\infty \text{ și}$$

$$F_2=\mu G(\sqrt{2}-1);\ R_2=0$$

Posibilitatea ca bara să se rotească în raport cu capătul A

Din relația

$$F = \frac{\mu G x (l^2 - 12 x^2)}{l (6 x l - 12 x y - l^2)} \tag{9}$$

unde introducem $x = \frac{l}{2}$ avem

$$R = F - \mu G \tag{10}$$

Luînd momentele în raport cu I,

$$R l_o = F (l - y) - \mu G \frac{l}{2}$$

(deoarece toată bara se rotește în jurul unui capăt, frecarea va fi μG la mijlocul barei)
Aci

$$l_o = \frac{l}{6} + \frac{l}{2} = \frac{2l}{3}$$

Deci:

$$R \frac{2l}{3} = F (l - y) - \mu G \frac{l}{2}$$

$$(F - \mu G) \frac{2l}{3} = F (l - y) - \mu G \frac{l}{2}$$

sau

$$F \left(y - \frac{l}{3} \right) = \mu G \frac{l}{6}$$

deci

$$y > \frac{l}{3}$$

Dar din relația (10)

$$F > \mu G$$

iar din (9)

$$F = \frac{-\mu G l}{2 (l - 3 y)} > \mu G$$

ceea ce dă

$$y < \frac{l}{2} .$$

Deci pentru a avea $x = \frac{l}{2}$, trebuie ca $\frac{l}{3} < y < \frac{l}{2}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МГНОВЕННОГО ЦЕНТРА ВРАЩЕНИЯ В ОСЕВОМ ДВИЖЕНИИ

(Краткое содержание)

Изучаются случао, когда силы сводятсы к одноу равнодейству-ющей, и показывается, что центр вращения 1 находится на погерхнисти S соприкосновения тела с горизонтальной плоскостью, на расстоянии от проекции равнодействующей л плоскости, равной длины синхроничеккого маятника поверхностн S, предпологаемого подвешанным в центре 1 или в точке, где проекция равнодействующей встречает прямую 1 C (C = центр тяжести поверхности S). Изучаются частные случаи бруса, находящегося в трении на горизонтальной плоскости, и случай, когда брус приводится в деиствие ударом.

THE DETERMINATION OF THE INSTANTANEOUS CENTRE OF ROTATION IN THE PIVOT MOVEMENT

(Summary)

This paper studies the case of forces reduced to a resultant. It is found that the centre of rotation I is situated in the surface S of contact of the solid body, with the horizontal plane, at a distance from the projection of the resultant in the plane equal to the length of the pendulum sinchronous with the surface S, assumed to be suspended in I or in the point where the projection of the resultant intersects I C (C being the centre of gravity of the surface S). Particular cases of a rod in contact with a rough horizontal plane are studied, as well as the case of the rod on which works a percussion.

DÉTERMINATION DU CENTRE INSTANTANÉ DE ROTATION DANS LE MOUVEMENT DE PIVOTEMENT

(Résumé)

On étudie les cas de réduction des forces à une résultante et l'on montre que le centre de rotation I est situé dans la surface S de contact du corps avec le plan horizontal, à une distance de la projection de la résultante dans le plan égale avec la longueur du pendule synchrone de S supposée suspendue dans le centre I ou bien dans le point où la projection de la résultante rencontre la droite I C (C = le centre de gravité de S). On étudie les cas particuliers d'une barre située avec frottement sur un plan horizontal et le cas où la barre est actionnée par une percussion.

DIE BESTIMMUNG DES AUGENBLICKLICHEN ROTATIONSZENTRUMS BEI DER BEWEGUNG UM EINEN DREHZAPFEN

(Zusammenfassung)

Es werden die Fälle studiert, wo sich die Kräfte in eine Resultierende verwandeln und es wird gezeigt, dass das Rotationszentrum I auf der Berührungsoberfläche S des Körpers mit der wagrechten Ebene, zu liegen kommt, und zwar bei einem Abstand der Projektion der Resultierenden in der Ebene, der gleich ist mit der Länge des Synchronpendels der Oberfläche S, welche ihrerseits als im Zentrum I oder im Punkte, in welchem die Projektion der Resultierenden die Gerade $I—C$ (C = Schwerpunkt der Oberfläche S) begegnet, hängend angenommen ist.

Man studiert die besonderen Fälle eines, mittels Reibung, auf einem wagerechten Plan gelegenen Stabes und den Fall, wenn der Stab mittels Stoss bewegt wird.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

O METODĂ UNITARĂ DE NOTARE ȘI UTILIZARE A SCĂRILOR ÎN CALCULELE GRAFICE

N. I. MANOLESCU

1. Privire generală asupra problemei

Unul din cele mai importante puncte ce trebuie avut în vedere în calculul grafic este utilizarea judicioasă a scărilor.

Adoptarea lor cum și modul de notare s-a făcut din geografie unde s-a impus necesitatea de a reprezenta o distanță de pe teren micșorată de un număr oarecare de ori sau, cum se spune de obicei la scara $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$ etc.

Acest mod de a se exprima și de a nota scările s-a reneralizat datorită faptului că atît realitatea cît și desenul reprezintă mărimi de aceeași dimensiune.

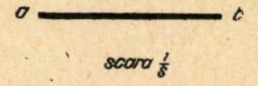


Fig. 1

Astfel dacă 1 m din realitate se reprezintă în desen printr-un milimetru se spune că desenul este la scara $\frac{1}{1000}$.

La obținerea după desen a mărimii din realitate trebuie înmulțită lungimea de pe desen cu numitorul scării.

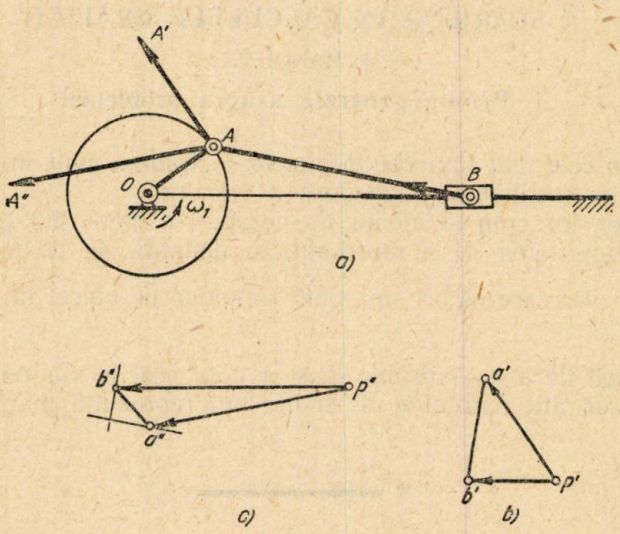
Dacă se măsoară deci un segment $\overline{ab}$ de pe un desen (fig. 1) construit la scara $\frac{1}{s}$ atunci mărimea lui din realitate este $\overline{ab} = s\ (\overline{ab})$.

Atît mărimea din realitate $\overline{ab}$ cît și cea de pe desen $(\overline{ab})$ au aceleași dimensiuni: metrul cu multiplii și submultiplii lui.

Metoda de mai sus care are la bază formula (1) nu se mai poate utiliza atunci cînd desenul trebuie să reprezinte mărimi de alte dimensiuni sau unități de măsură, de ex. o viteză, accelerație, moment de inerție, forță, suprafață, etc., sau cînd deși reprezintă aceiași dimensiune scara depinde totuși de alte construcții ajutătoare (de ex. la calculul săgeților la grinzi).

2. Utilizarea scărilor în studiul mecanismelor

2.1. În studiul mecanismelor, la aflarea vitezelor și accelerațiilor, fie prin metoda poligoanelor, fie prin metoda derivării, sau integrării grafice; la aflarea forțelor necunoscute prin calcul cinetostatic grafic, sau la aflarea momentului de inerție al volantului prin ajutorul diagramei masă — energie cinetică, este necesară adoptarea unei metode unitare de notare și utilizare a scărilor.



Scări fig. a): $k_l \frac{m}{mm}$; fig. b): $k_v \frac{ms^{-1}}{m}$; fig. c): $k_\sigma \frac{ms^{-2}}{mm}$

Fig. 2

Adoptarea ei necesită însă desprinderea completă de vechea concepție a utilizării scărilor.

Înrădăcinarea ei în calculele grafice nu a permis tuturor autorilor de tratate de mecanisme să o părăsească, din care cauză diferitele demonstrații apar destul de greoaie.

Introducerea noului sistem de utilizare a scărilor, așa cum se va expune în cele de mai jos se datorește autorilor sovietici de tratate de „Teoria mecanismelor și a mașinilor" (Artobolevski, Bezveselnii Dobrovolski, Kojevnikov, Koreniako etc.).

Se va arăta în cele ce urmează modul cum se notează o scară precum și mărimile din realitate și de pe desen.

Dacă la mecanismul din fig. 2 se dă viteza și accelerația butonului de manivelă A adică:

$$\bar{v}_A = \overline{AA'} \text{ și } \bar{a}_A = \overline{AA''}$$

atunci segmentele măsurate în mm pe desen (plan) vor reprezenta în realitate:

$$\bar{v}_A = \overline{AA'} = k_v(\overline{AA'}) \text{ și } a_A = \overline{AA''} = k_A(\overline{AA''})$$

Scările k_v și k_a reprezintă aici constantele cu care se înmulțesc segmentele de pe desen pentru a obține mărimile din realitate, exprimate în unitățile de măsură din sistemul de măsură adoptat.

În cazul de față k_v este o constantă exprimată sub formă de fracție ordinară: la numărător unitatea de măsură a mărimii din realitate, adică 1 ms^{-1}, iar la numitor numărul exprimat în mm, care reprezintă pe desen unitatea de măsură de la numărătorul scării. Dacă 1 ms^{-1} este reprezentat pe desen prin 10 mm atunci scara va fi $k_v = \frac{1\ ms^{-1}}{10\ mm}$.

Segmentul care va reprezenta pe desen viteza V_A este deci:

$$(\overline{AA'}) = \frac{\bar{v}_A}{k_v} = \frac{\overline{AA'}}{k_v} \tag{2}$$

Viteza $\bar{V}_B$ a pistonului 3 din fig. 2 calculată grafic cu ajutorul planului vitezelor (fig. 2, *b*) va avea mărimea dată de expresia:

$$\bar{v}_B = k_v(\overline{p'b'})\ ms^1\_.$$

Accelerația va fi dată de expresia (fig. 2, *c*).

$$\bar{a}_B = k_a(\overline{p''b''})\ ms^{-2}.$$

Metoda de notare indicată mai sus este astăzi în mod general utilizată la cursurile de Teoria mecanismelor.

2.2. Pentru cititorii care nu sînt familiarizați cu această disciplină, considerăm util să arătăm mai departe cîteva exemple din modul de utilizare a scărilor în unele probleme care se întîlnesc și în disciplinele înrudite.

2.2.1. Derivarea grafică. În cazul cînd la un mecanism cu camă se pune problema aflării vitezii și accelerației tachetului a cărei lege de deplasare este dată grafic în funcție de condițiile inițiale impuse, curbele care reprezintă legile de variație ale vitezii și accelerației se obțin după metoda cunoscută (fig. 3).

Ceea ce constituie în modul de întrebuințare a scărilor, partea care desparte pe cei ce sînt familiarizați cu disciplina mecanismelor de ceilalți, este legătura dintre citirea de pe desen a segmentului care dă viteza sau accelerația și valoarea din realitate.

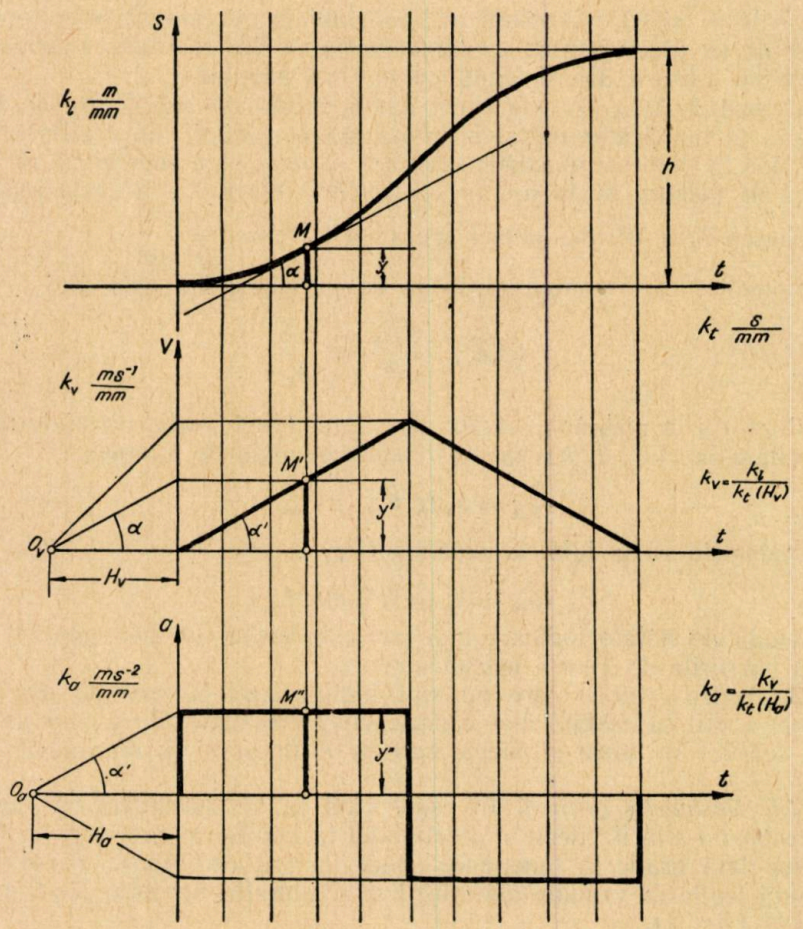
Din figură rezultă că pentru un punct oarecare M de pe curba de deplasare a tachetului îi corespund punctele M' și M'' de pe curbele derivate, ale căror ordonate (y') respectiv (γ'') sînt măsurate pe diagrame în mm.

Pentru viteze rezultă:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(k_l y)}{d(k_t x)} = \frac{k_l}{k_t}\frac{dy}{dx} = \frac{k_l}{k_t}\operatorname{tg}\alpha$$

de asemenea

$$v = k_v\,(H_v)\ \text{tg}\ \alpha\,;\ v = k_v(y') \tag{3}$$



$s\ k_t(y)\ ;\ v = k_v(y')\ ;\quad a = k_a(y'')$

Fig. 3

Din relațiile de mai sus rezultă scara cu care trebuie înmulțit segmentul (y') exprimat în mm, pentru a se obține viteza tachetului în ms^{-1} corespunzătoare timpului t și anume:

$$k_v = \frac{k_l}{k_t\,(H_a)}\cdot \tag{4}$$

Pentru accelerații rezultă analog:

$$a = k_a (y'') \tag{5}$$

unde:

$$k_a = \frac{k_v}{k_t (H_a)} = \frac{k_l}{(H_a H_v) k_t^2} \tag{6}$$

Formulele (4) și (6) permit calcularea scărilor (constantelor) cu care se înmulțesc segmentele (y') și (y'') din formulele (3) și (5) pentru a se obține valorile lui v și a exprimate în unitățile de măsură din realitate.

Modul de exprimare de mai sus are avantajul unei ușoare controlări a omogenității formulei. Astfel de exemplu formula (5) — ca de altfel orice formulă scrisă sub această formă este omogenă:

$$a(ms^{-2}) = k_a(y'')\left(\frac{ms^{-2}}{mm} \cdot mm\right).$$

2.2.2. Integrarea grafică. Operația grafică inversă duce la aceleași relații între scări analoge formulelor (4) sau (6), după cum ușor rezultă din fig. 4.

În adevăr pentru primul interval *1' 2'* avem:

$$\Delta s = k_t (\Delta x) \cdot k_v (y') = k_t k_v (\Delta x \cdot H_v) \operatorname{tg} \alpha$$

și

$$\Delta s = k_l (\Delta y) = k_l (\Delta x) \operatorname{tg} \alpha$$

Din aceste relații rezultă aceeași formulă (4) care leagă între ele cele trei scări k_l, k_v și k_t.

Ordonatele curbei integrale în unitatea de măsură din realitate rezultă din formula:

$$s = k_l (y) \tag{7}$$

unde (y) se citește în mm pe diagrama din (fig. 4, *b*).

Formulele (3) . . . (7) reprezintă o simplificare a citirii, care scutește pe cercetător sau proiectant să-și concentreze întreaga atenție asupra modului cum trebuie să utilizeze scările [1]).

Astfel în cazul de față valoarea deplasării ordonatei exprimată în unitatea de măsură din natură (m) corespunzătoare timpului $t = k_t (x)$ (fig. 4, *b*) este:

$s = k_l (y)$; sau ținînd seama de formula (4)

$$s = k_v k_t (H_v \cdot \overline{a\,b}) \text{ m}$$

1) În AWF 641/643 Text und Abbildungen este suficient să se observe modul cum se prezintă scările vitezelor și accelerațiilor. Astfel se spune: 1 mm ≙ s metri; 1 mm ≙ t sec și atunci scara vitezelor este 1 mm ≙ $\frac{s}{wt}$ m/sec (aici w are aceeași semnificație ca și H_v). Nu se dă însă o relație care să lege mărimea segmentului de pe desen cu cea corespunzătoare din realitate, lucru pe care-l îndeplinesc formulele (3) . . . (7) de mai sus.

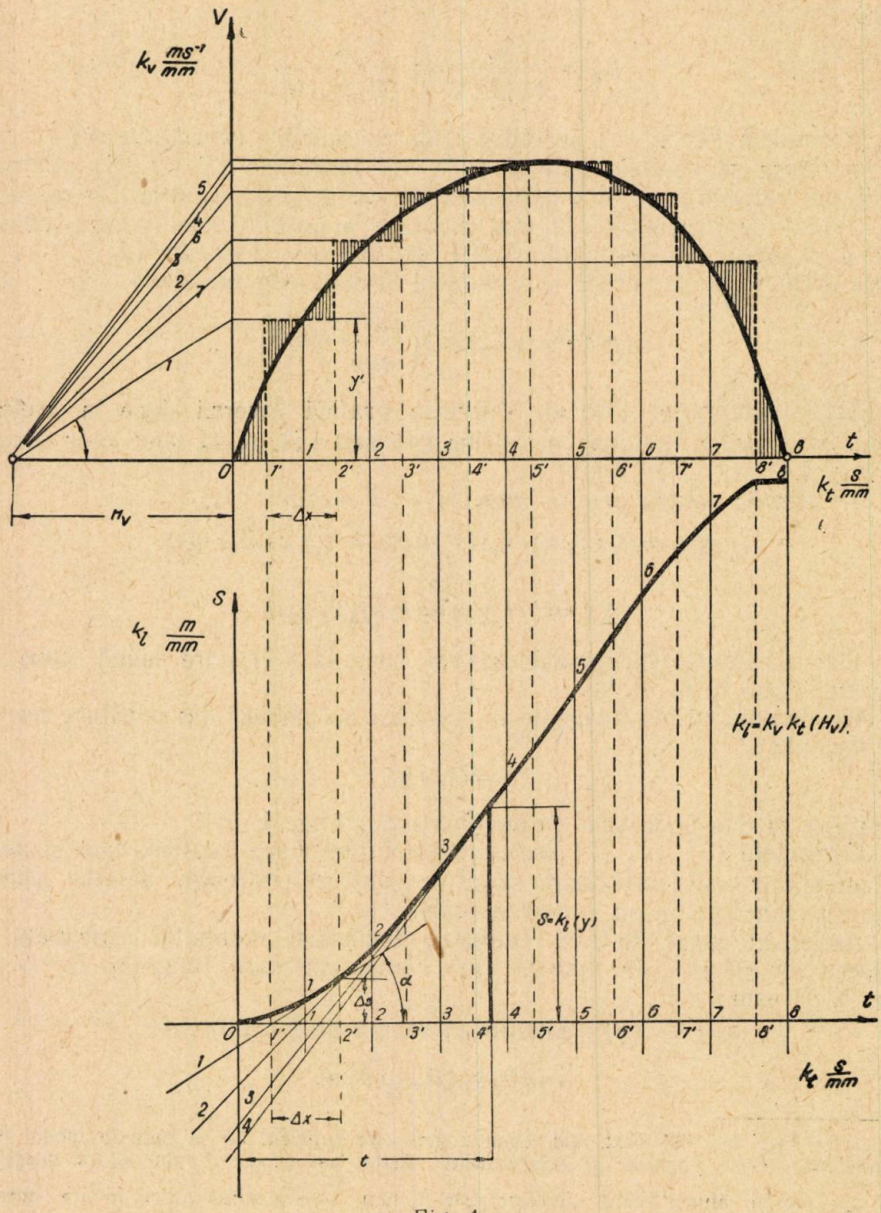

V
$k_v \frac{ms^{-1}}{mm}$
H_v
Δx
y'
t
$k_t \frac{s}{mm}$
S
$k_l \frac{m}{mm}$
$k_l = k_v k_t (H_v)$.
$s = k_l (y)$
Δs
α
$k_l \frac{s}{mm}$

Fig. 4

Metoda integrării grafice se utilizează în „Dinamica mașinilor" la determinarea mișcării mașinii sau la determinarea masei volantului.

În manualul inginerului vol. 2 pag. 176 (Edit. Tehnică 1955) se arată cum prin integrarea grafică a diagramei forță-spațiu sau (moment unghi de rotație) se obține diagrama Energie-spațiu (fig. 5) iar la sfîrșit se determină „scara segmentului unitate".

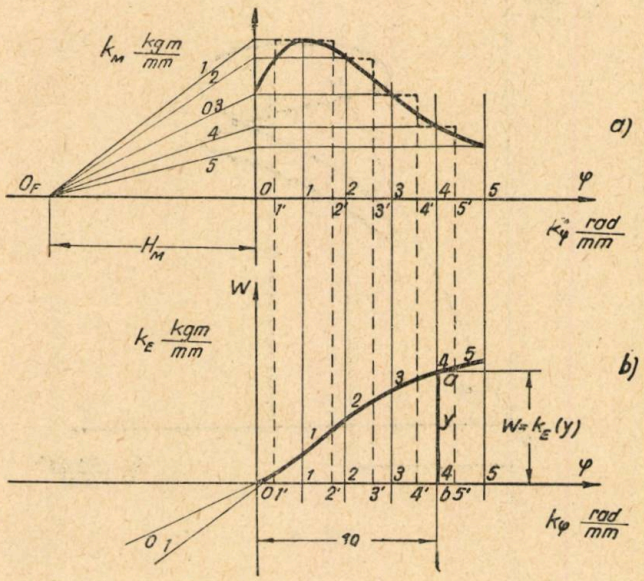


Fig. 5

Determinarea acestui segment unitate nu mai este necesară dacă se aplică formulele (4) și (7) adaptate cazului de față. Astfel la poziția φ a manivelei energia mașinii este (fig. 5, *b*):

$$W = k_E(y) = k_E(\overline{ab}) = \sum k_M(y_i')\, k_\varphi(\Delta x_i) =$$

$$= k_M \cdot k_\varphi(H_M) \sum (\Delta x_i) \operatorname{tg} \alpha_i = \sum k_E(\Delta x_i) \operatorname{tg} \alpha_i$$

de unde

$$k_E = k_M\, k_F(H_M). \tag{8}$$

2.2.3. Calculul vitezei unghiulare din diagrama masă-energie cinetică ar fi destul de dificil dacă nu s-ar fi adoptat metoda de mai sus.

În fig. 6 viteza unghiulară φ a arborelui unui motor cu 2 cilindri, corespunzătoare punctului M este:

$$\omega = \sqrt{\frac{2E}{I}} = \sqrt{2\frac{k_E}{k_I}\frac{y}{x}} = \sqrt{2\frac{k_E}{k_I}\operatorname{tg}\psi}. \tag{9}$$

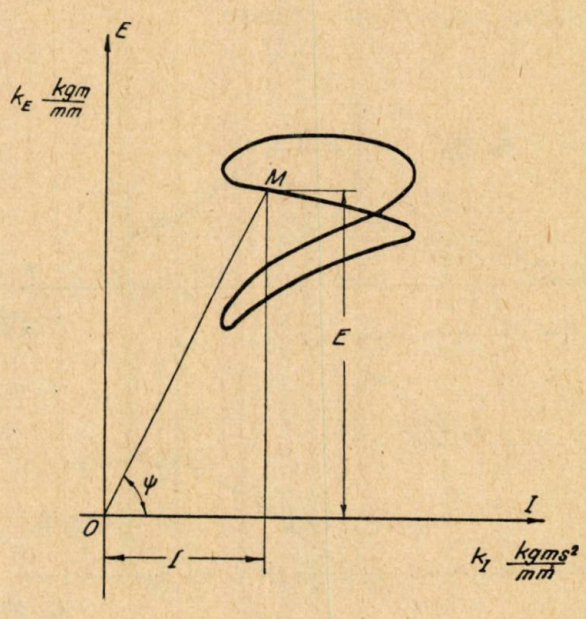


Fig. 6

3. Utilizarea metodei scărilor în studiul rezistenței materialelor

3.1. Rezultatele calculelor grafice ale momentelor încovoietoare, momentelor statice și de inerție, precum și al săgeților se simplifică dacă se adoptă citirea rezultatelor cu ajutorul scărilor.

Vom da mai jos modul cum se poate aplica această metodă la cele mai utilizate calcule grafice din statica grafică și rezistența materialelor.

3.2. Calculul grafic al momentului unui sistem de forțe în raport cu un punct. Fig. 7 reprezintă desenul clasic, cu ajutorul căruia se demonstrează că segmentul $\overline{AB}$ măsurat în mm și pe care convenim să-l notăm (AB) reprezintă o măsură pentru momentul sistemului de forțe $\overline{F_1} \ldots \overline{F_4}$ în raport cu punctul M.

Metoda clasică dă formula: $M_M = m \cdot H$[1]) după care se face o serie întreagă de mențiuni asupra modului cum apar scările.

1) Vezi Buzdugan G. *Rezistența Materialelor* vol. I pag. 143 (Edit. Tehn. 1956).

Prin metoda introducerii în formulă a scărilor sub formă de constante problema se rezolvă astfel:

Sistemul de forțe (fig. 7, *a*) cu poligonul funicular se desenează la scara lungimilor:

$$k_l \frac{\text{m}}{\text{mm}} \text{ de ex. } k_l = \frac{1\text{ m}}{100\text{ mm}}.$$

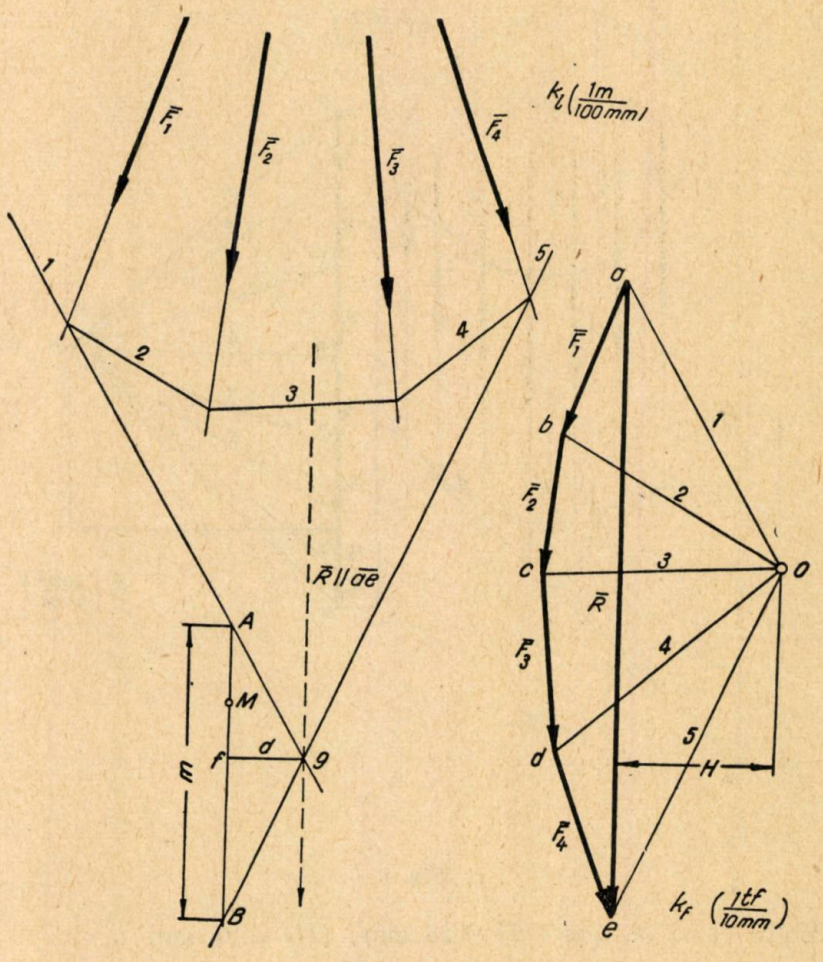


Fig. 7

Poligonul forțelor se desenează (fig. 7, *b*) la scara forțelor:

$$k_F \frac{kgf}{\text{mm}} \text{ de ex. } k_F = \frac{100\ kgf}{1\text{ mm}} \left(\text{sau } \frac{1\ tf}{10\text{ mm}}\right)$$

În acest caz:

$$M_M = R \cdot d = k_F(\overline{ae}) \cdot k_l\ (\overline{fg})$$

sau $$M_M = k_F \cdot k_l\,(AB)\,(H) = k_F \cdot k_l\,(m \cdot H)$$

$$M_M = k_F \cdot k_l\,(m \cdot H)\ \text{kgfm} \qquad (10)$$

$(m) = (AB)$ și H se citesc pe desen în mm² iar k_l și k_F se introduc cu valorile stabilite mai sus.

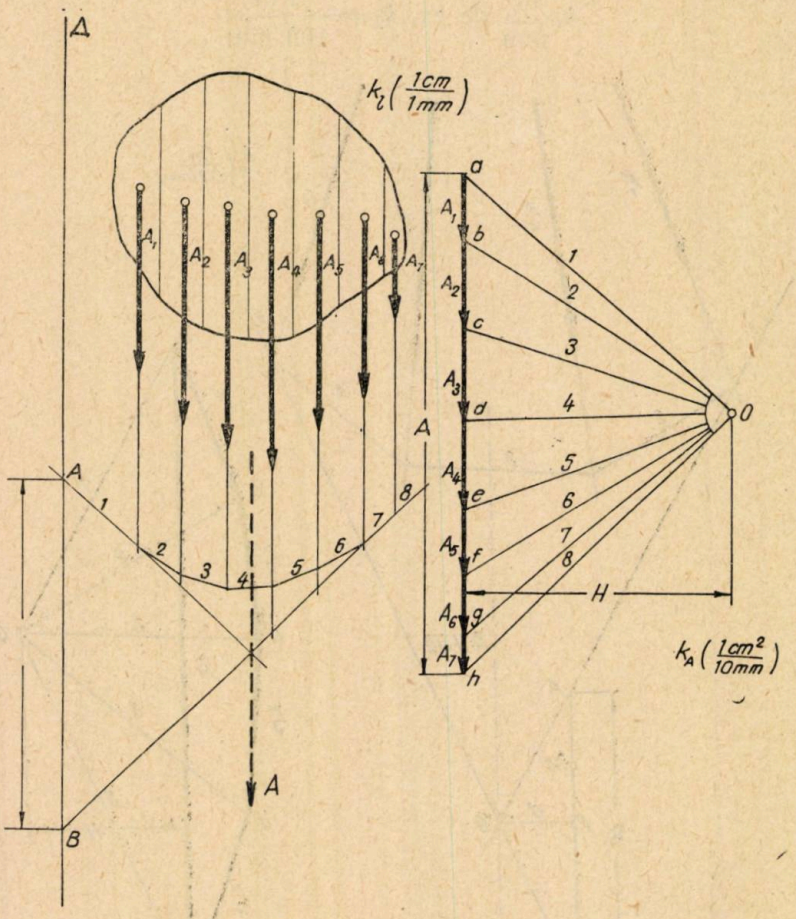


Fig. 8

Pentru cazul de față $(m) = 38$ mm ; $(H) = 21$ mm

$$M_M = 100 \times \frac{1}{100} \times 38 \times 21 = 21798\ \text{kgfm}.$$

3.3. Momentul static al unei suprafețe A în raport cu o axă are aceeași expresie dată de formula (10) cu deosebire că în loc de scara k_F apare

2) Pentru a evidenția acest mod de citire mărimile se pun în paranteze rotunde (m), (H), la fel ca și la aplicațiile precedente.

$k_A \frac{cm^2}{mm}$ (de ex. $\frac{1\ cm^2}{10\ mm}$) iar pentru omogenitate se ia și $k_l \frac{cm}{mm}$ (în cazul de față $k_l \frac{1\ cm}{1\ mm}$).

Formula devine astfel (fig. 8):

$$S_\triangle = k_A \cdot k_l (m \cdot H)\ cm^3. \qquad (11)$$

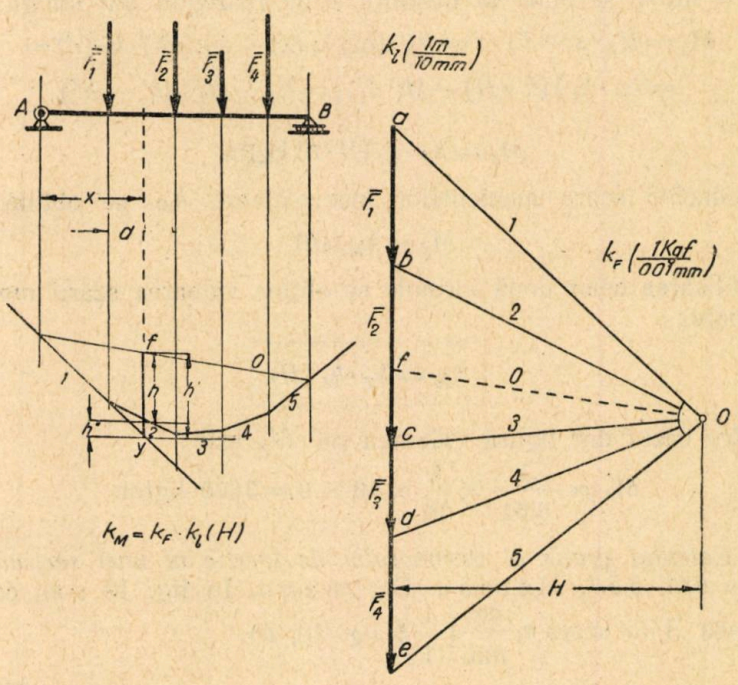


Fig. 9

Din figură rezultă:

$$S_\triangle = \frac{1}{10} \times \frac{1}{1} \times 45 \times 35 = 1575\ cm^2$$

3.4. Calculul grafic al momentului încovoietor într-o grindă În (fig. 9, *a*) e desenată la scara $k_l \frac{m}{mm}\left(\frac{1}{10}\right)$ o grindă articulată la un capăt și simplu rezemată la celălalt solicitată la încovoiere de 4 forțe concentrate verticale.

Prin construirea poligonului forțelor (fig. 9, *b*) la scara $k_F \frac{\text{kgf}}{\text{mm}}\left(\frac{1\text{ kgf}}{0{,}01\text{ mm}}\right)$ cu distanța polară aleasă arbitrar:

$$(H) = \frac{H}{k_F}\text{ mm}$$

și apoi a poligonului funicular, se obține imediat valoarea momentului încovoetor într-o secțiune la distanța x de reazemul din stînga:

$$M_x = R_A \cdot x - F_1 \cdot d = k_F \cdot (fa)\, k_l\,(x) - k_F\,(ab) \cdot k_l\,(d) =$$

$$= k_F \cdot k_l\,[(h' \cdot H) - (h'' H)] = k_F\, k_l\,(H)\,(h' - h'')$$

de unde:

$$M_x = k_F \cdot k_l\,(H \cdot h)\text{ kgfm.} \qquad (11)$$

Introducînd scara momentelor încovoietoare k_M se obține:

$$M_x = k_M \cdot (h) \qquad (11')$$

din identificarea celor două formule se obține valoarea scării momentelor încovoetoare:

$$\boxed{k_M = k_F \cdot k_l\,(H)} \qquad (12)$$

Pentru cazul din figură valoarea lui M_x este:

$$M_x = \frac{1}{0{,}01} \times \frac{1}{10} \times 40 \times 9 = 3600\text{ kgfm.}$$

3.5. Calculul grafic al momentului de inerție al unei secțiuni în raport cu o axă. 3.5.1. Metoda Culmann. În fig. 10 s-au construit: — secțiunea A la scara $k_l \frac{\text{cm}}{\text{mm}}\left(\frac{1}{1}\right)$ (fig. 10, *a*).

— primul și al doilea poligon la scara: $k_{A_1} = k_{A_2} = k_A \frac{\text{cm}}{\text{mm}}\left(\frac{1}{0{,}085}\right)$

Expresia momentului de inerție I_Δ este:

$$I_\Delta = \sum A_i d_i^2 = k_A\, k_l \sum (H_A\, \overline{m_i\, m_{i+1}})\, d_i = k_A\, k_l\,(H_A) \sum d_i\,(\overline{m_i\, m_{i+1}}) =$$

$$= k_A\, k_l^2\,(H_A) \sum (d_i \cdot \overline{m_i\, m_{i+1}}) = k_A\, k_l^2\,(H_A \cdot H'_A) \sum (\overline{n_i\, n_{i+1}})$$

de unde

$$\boxed{I_\Delta = k_A\, k_l^2\,(H_A \cdot H'_A\, \overline{MN})} \qquad (13)$$

Pentru cazul din figură:

$$I_\Delta = \frac{1}{0{,}085} \times \left(\frac{1}{1}\right)^2 18{,}5 \times 36 \times 41{,}5 = 325164{,}7\text{ cm}^4.$$

Scara momentelor de inerție este:

$$k_I = k_A\, k_l^2\, (H_A \cdot H'_A)\, \frac{\text{cm}^4}{\text{cm}}. \qquad (14)$$

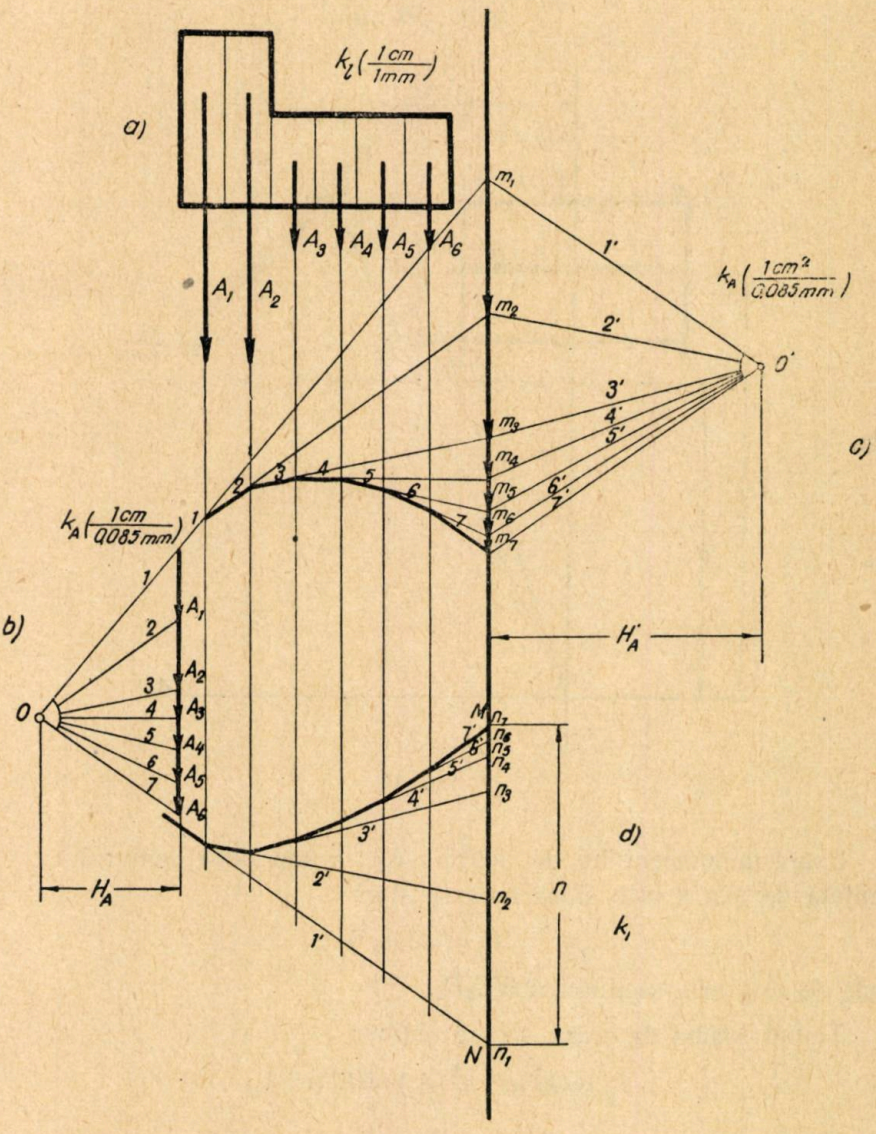


Fig. 10

Pentru cazul din figură:

$$k_l = \frac{7835{,}3 \text{ cm}^4}{1 \text{ mm}}.$$

3.52. Metoda Nehls. În fig. 11 conturul C s-a construit la scara:

$$k_l = \frac{\text{m}}{\text{mm}}\left(\frac{1 \text{ m}}{50 \text{ mm}}\right).$$

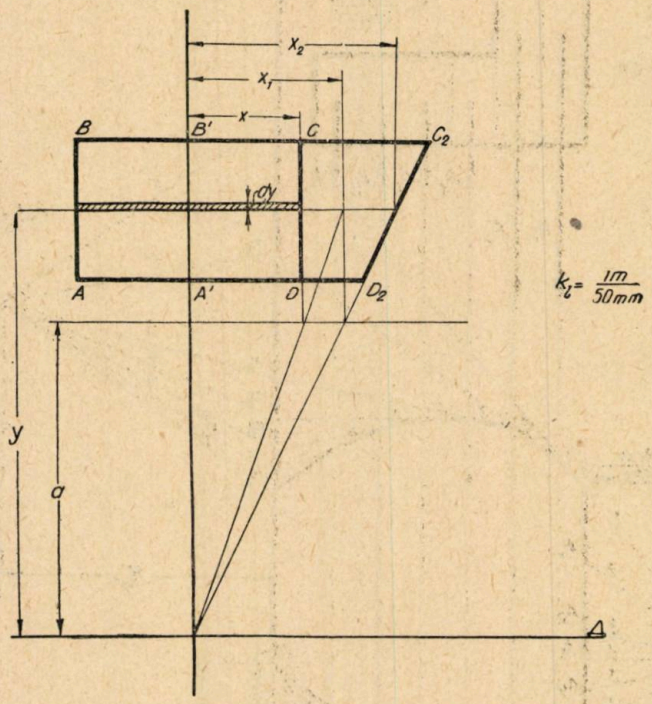


Fig. 11

Expresia momentului de inerție $I_\triangle$ a suprafeței conturului limitată de axa y este, după cum se știe:

$$I_\triangle = a^2 A_2 \text{ [1]}$$

unde A_2 este aria secțiunii $A'B'C_2D_2$.

Ținînd seama de scara k_l se obține:

$$I_\triangle = k_l^2 (a^2) k_l^2 (A_2) = k_l^4 (a^2 A_2). \qquad (15)$$

1) O. Dragnea, *Momente de inerție*, Editura Tehnică, 1956, pag. 85.

Scara momentelor de inerție rezultă imediat:

$$k_I = k_l^4 \, (a^2) \frac{\text{cm}^4}{\text{mm}^2} \cdot \tag{16}$$

În cazul din figură:

$$I_\Delta = \frac{1}{50^4} \times 2 \, (41^2) \times \left(\frac{32 + 23}{2} \right) \times 18 = 0{,}26627 \text{ m}^4.$$

3.6. Calculul grafic al săgeții fibrei medii deformate a unei grinzi. În fig. 12 este redată construcția fibrei medii deformate a unei grinzi de rigiditate EI_z solicitată la încovoiere de un sistem de forțe concentrate verticale $F_1 \ldots F_3$.

Scările la care s-au construit diferitele figuri sînt:

fig. 12, *a* grinda la scara $k_l \left(\frac{\text{cm}}{\text{mm}} \right)$

fig. 12, *b* poligonul forțelor scara $k_F \left(\frac{\text{kgf}}{\text{mm}} \right)$

fig. 12, *c* diagrama momentelor încovoietoare $k_M = k_F k_l \, (H_F) \, \frac{\text{kgfcm}}{\text{mm}}$

fig. 12, *d* poligonul suprafețelor de momente $k_\Omega \left(\frac{\text{kgfcm}^2}{\text{mm}} \right)$.

Relația dintre aceste scări se obține scriindu-se expresia suprafeței unei fîșii Ω_j de lățime Δx din diagrama momentelor încovoietoare (fig. 12, *a*).

$$\Omega_j = k_M \, (M_j) \cdot k_l \, (\Delta x) = k_F k_l^2 \, (H_F \Delta x) \, (M_j)$$

$$\Omega_j = k_\Omega \, (M_j)$$

de unde:

$$k_\Omega = k_F k_l^2 \, (H_F \cdot \Delta x) \, \frac{\text{kgfcm}^2}{\text{mm}} \cdot \tag{17}$$

Curba funiculară a fibrei medii deformate multiplicată cu EI_z (fig. 12, *e*) dă săgeata în orice punct al grinzii.

De exemplu la distanța x de reazemul din stînga săgeata este:

$$EI_z \delta = \Omega_A \cdot x - \Omega_1 d_1 - \Omega_2 d_2$$

$$= k_\Omega \, (\overline{a' c'}) \, k_l \, (x) - k_\Omega \, k_l \, (\overline{a' b'}) \cdot d_1) - k_\Omega k_l \, (\overline{b' c'} \cdot d_2)$$

$$= k_\Omega k_l \, [(\overline{a' c'} \cdot x) - (\overline{a' b'} \cdot d_1) - (\overline{b' c'} \cdot d_2)]$$

$$= k_\Omega k_l \, (H_\Omega) \, [(y') - (y'') - (y''')]$$

de aici se obține:

$$\delta = \frac{1}{EI_z} k_\Omega \cdot k_l \, (H_\Omega \cdot y) \text{ cm}. \tag{18}$$

Scara săgeților rezultă din (18)

$$k_\delta = \frac{k_\Omega k_l}{E I_z} (H_\Omega) \frac{\text{cm}}{\text{mm}} \tag{19}$$

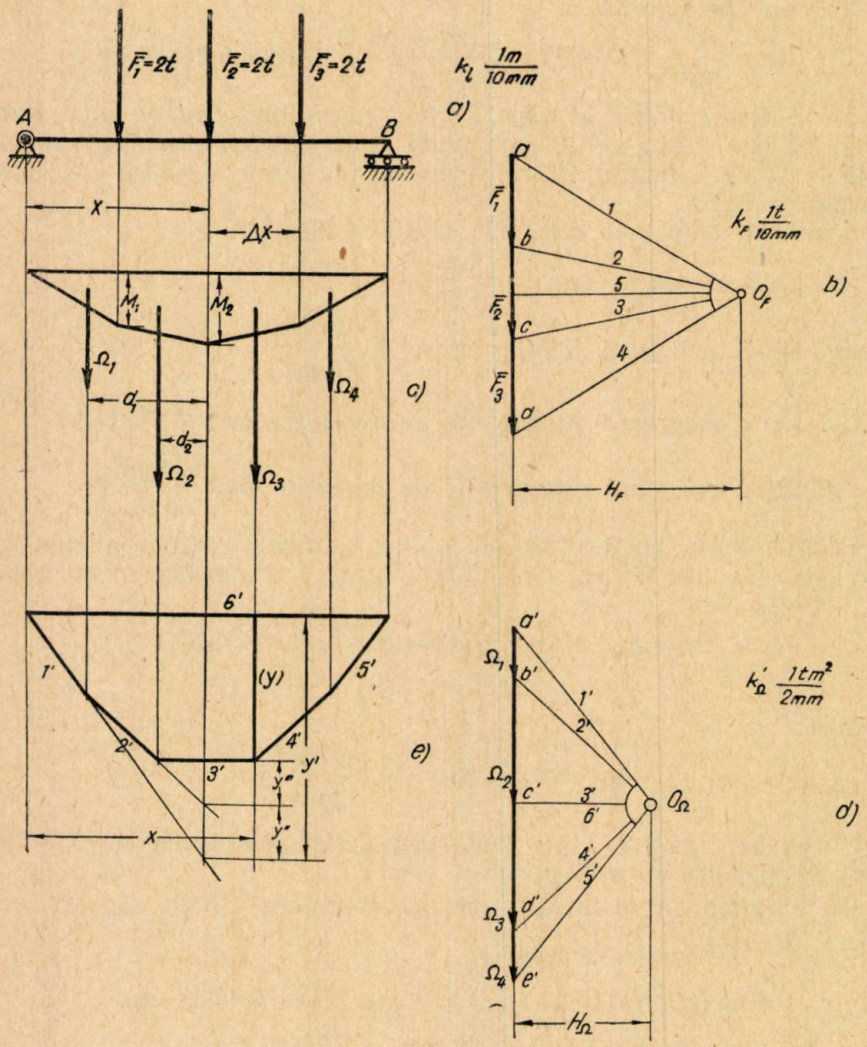


Fig. 12

astfel că (18) devine:

$$\boxed{\delta = k_\delta \cdot (y)} \tag{20}$$

Dacă se dorește ca δ să apară pe desen de n ori mai mare decît în realitate atunci $k_\delta = \frac{1}{10\,n}\left(\frac{\text{cm}}{\text{cm}}\right)$ și din formula (19) rezultă distanța polară:

$$(H_\Omega) = \frac{E\,I_z}{10\,n\,k_\Omega \cdot k_l}. \qquad (21)$$

Aplicație. Să se calculeze săgeata într-o grindă I 30 — STAS solicitată ca în fig. 12, *a*; $AB = 8$ m. *).

Scările alese sînt:

$$k_l = \frac{1\text{ m}}{10\text{ mm}}; \quad k_F = \frac{1\text{ tonă}}{10\text{ mm}};$$

$$k_\Omega = k_F\,k_l^2\,(H_F \cdot \Delta x) = \cdot\,\frac{1}{10^2} \times (50 \times 20) = \frac{1\text{ tm}^2}{1\text{ mm}}$$

$$\Omega_1 = \Omega_4 = k_\Omega\left(\frac{M_1}{2}\right) = 5{,}75\text{ tm}^2;$$

$$\Omega_2 = \Omega_3 = k_\Omega\,\frac{M_1 + M_2}{2} = 13{,}75\text{ tm}^2.$$

Pentru poligonul suprafețelor de momente (fig. 12, *d*) se alege scara:

$$k'_\Omega = \frac{1\text{ m}^2}{2\text{ mm}} \text{ și } (H_\Omega) = 30\text{ mm}.$$

Scara săgeților este dată de formula (19):

$$k_\delta = \frac{k'_\Omega\,k_l}{E\,I_z}\,(H_\Omega)\,\frac{\text{cm}}{\text{mm}} = \frac{\frac{10^7}{2}\,\frac{1}{0{,}1}}{2{,}1 \times 10^6 \times 9800} \times 30 = \frac{1}{137{,}2}\,\frac{\text{cm}}{\text{mm}}.$$

Săgeata în dreptul lui Ω_2 și Ω_3 este:

$$\delta = k_\delta\,(y) = \frac{1}{137{,}2} \times 31{,}5 = 0{,}229\text{ cm}.$$

Valoarea unghiului pe care-l face tangenta la fibra medie cu axa reazemelor la margini este:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{k_\delta\,(x_1)}{k_l\,(x_1)} = \frac{\frac{1}{137{,}2} \times 17{,}5}{\frac{1}{10} \times 13{,}5} = 0{,}09448$$

$$\beta = 5^0\,23'\,53''.$$

În tabela anexată s-au trecut toate scările ce apar în calculele grafice.

* Calculele s-au făcut pe desenul original care a fost predimensionat la 0,6 în articolul de față. Pe fig. 12 apare deci $(H_F) = 30$ mm; $(\Delta_x) = 12$ mm; $(H_\Omega) = 18$ mm.

Tabela 1

cu formulele diferitelor scări ce apar în calculele grafice

nr. crt.	Construcţia grafică	Scări independente		Stări derivate	
		Denumirea	formula	Denumirea	formula
1	Derivarea grafică	scara absciselor	$k_t \frac{s}{mm}$	scara ordonatelor curbeei derivate	$k_v = \frac{k_l}{k_t\,(H_v)} \frac{m\,s^{-1}}{mm}$
		scara ordonatelor	$k_l \frac{m}{mm}$		
2	Integrarea grafică	scara absciselor	$k_t \frac{s}{mm}$	idem a curbei integrale	$k_l = k_v\, k_t\,(H_v) \frac{m}{mm}$
		scara ordonatelor	$k_v \frac{m^{-1}}{mm}$		
3	Momentul unui sistem de forţe în raport cu un punct	scara lungimilor	$k_l \frac{m}{mm}$	scara momentelor	$k_M = k_F \cdot k_l\,(H_F) \frac{kgfm}{mm}$
		scara forţelor	$k_F \frac{kgf}{mm}$		
4	Momentul static al unei suprafeţe în raport cu o axă	scara lungimilor	$k_l \frac{cm}{mm}$	scara momentelor statice	$k_A = k_A\, k_l\,(H_A) \frac{cm^3}{mm}$
		scara suprafeţelor	$k_A \frac{cm^2}{mm}$		
5	Momentul de inerţie al unei suprafeţe (Cullmann)	scara lungimilor	$k_l \frac{cm}{mm}$	scara momentelor de inerţie	$k_I = k_A\, k_l^2\,(H_A H_A') \frac{cm^4}{mm}$
		scara suprafeţelor	$k_A \frac{cm^2}{mm}$		
6	Idem (metoda Nehls)	scara conturului suprafeţei	$k_l \frac{cm}{mm}$	„	$k_I = k_l^4\,(a^2) \frac{cm^4}{mm^2}$

nr. crt.	Construcția grafică	Scări independente		Stări derivate	
		Denumirea	formula	Denumirea	formula
7	Calculul grafic al săgeților fibrei medii deformate	scara lungimilor	$k_l \frac{\text{cm}}{\text{mm}}$	scara momentelor încovoietoare	$k_M = k_F \cdot k_l \, (H_F) \frac{\text{kgfcm}}{\text{mm}}$
		scara forțelor	$k_F \frac{\text{kgf}}{\text{mm}}$	scara suprafețelor de momente	$k\Omega = k_F \, k_l^2 \, H_F \cdot \Delta_x) \frac{\text{kgfcm}^2}{\text{mm}}$ sau $k\Omega = k_F \, k_l^2 \, (H_F) \frac{\text{kgfcm}^2}{\text{mm}^2}$
				scara săgeților	$k\delta = \frac{k\Omega \, k_l}{E \, I_z} (H_\Omega) \frac{\text{cm}}{\text{mm}}$
				valoarea distanței polare cînd săgeata apare de n ori mai mare decît în realitate	$(H_\Omega) = \frac{E \, I_z}{10 \, n \, k\Omega k_l}$ mm
		scara forțelor împărțită la I_z	$k_{FR} \frac{\text{kgfcm}^{-4}}{\text{mm}}$	scara mom. reduse	$k_{MR} = k_{FR} \, k_l \, (H_{FR}) \frac{\text{kgf cm}^{-3}}{\text{mm}}$
				scara supraf. de momente reduse	$k\Omega_R = k_F\Omega \, k_l^2 \, (H_{FR}\Delta x) \frac{\text{kgfcm}^{-2}}{\text{mm}}$
				scara săgeților	$k\delta = \frac{k_{PR} \, k_l}{E} (H_{PR}) \frac{\text{cm}}{\text{mm}}$

Considerăm că formulele (10)—(21) sînt destul de edificative în ceea ce privește *utilizarea lor în Rezistența materialelor și că crează* celor ce lucrează în această ramură *o sistematizare a spinoaselor metode de determinare a scărilor.*

ЕДИННЫЙ МЕТОД ЗАПИСИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАШТАБА В ГРАФИЧЕСКИХ ВЫЧИСКЕНИЯХ

(Краткое содержание)

Применяя систему использования маштабов из исследования теории механизмов и машин, автор применяет другим графическим вычислениям из техники, указывая дедуктивный метод производных маштабов.

Как применение устанавливаетея этим методом все формулы использованных маштабов в графической механике и в сопротивлении материалов для определения момента силовой системы относительно точки статистического момента плоскости относительно оси, моментам инерции, изгибающим моментам, прогибан.

Дополнительная таблица сводит все эти формулы.

Этот митод имеет ореимущество, что формулы маштабов являются из самого выражения физической величины.

A UNITARY METHOD FOR NOTING AND UTILISING SCALES IN GRAPHIC CALCULATIONS

(Summary)

Using the system of utilising scales in the study of the theory of mechanisms and machines, the author is estinding it to the other graphic calculations used in technique, showing the method of deducting derived scales.

As an application by this method are established all the formulas of scales utilised in graphical mechanics and in the field of resistance of materials for determining the moment of a system of forces about a point the static moment of a surface about an axis, the moments of inertia the bending moments, the sags.

The annexed table recapitulates all these formulas.

The method has the advantage that the formulas of the scales appear, from even the expression of the physical size.

UNE MÉTHODE UNITAIRE DE NOTATION ET D'UTILISATION DES ÉCHELLES DANS LES CALCULS GRAPHIQUES

(Résumé)

En employant le système d'utilisation des échelles dans l'étude théorique des mécanismes et des machines, l'auteur l'étend aux autres calculs graphiques techniques, montrant la methode de déduction des échelles dérivées.

Comme application on établit par cette méthode toutes les formules des échelles utilisées dans la mécanique graphique et dans la résistance des matériaux à la détermination du moment d'un système de forces par rapport à un point, du moment statique d'une surface par rapport à un axe, aux moment d'inertie, aux moments de flexion, aux flèches.

La table annexe résume toutes ces formules.

La méthode a l'avantage que les formules des échelles apparaissent de l'expression même de la grandeur physique.

EINE EINHEITLICHE METHODE ZUM NOTIEREN UND ZUR VERWENDUNG DER MASSTÄBE BEI DEN GRAPHISCHEN BERECHNUNGEN

(Zusammenfassung)

Der Verfasser benützt das System der Masstabverwendung aus dem Studium der Mechanismen — und Maschinentheorie und erweitert dieses auf alle anderen graphischen Berechnungen der Technik, indem er die Ableitungsmethode der abgeleiteten Masstäbe zeigt.

Als Anwendung werden mit Hilfe dieser Methode alle Formeln der Massstäbe festgelegt, die in der graphischen Mechanik und Festigkeitslehre bei der Bestimmung eines Kräftesystems im Vergleiche zu einem Punkt, des statischen Momentes einer Oberfläche im Vergleiche zu einer Axe, beim Trägheitsmoment, beim Biegungsmoment, bei Pfeilhöhen, verwendet werden.

Die beigefügte Tabelle wiederholt kurz alle diese Formeln.

Die Methode hat den Vorteil, dass die Formeln der Massstäbe sich schon aus dem Ausdruck der physischen Grössen ergeben.

Complectare la articolul
„O metodă unitară de notare și utilizare a scărior în calculele grafice"

Fig. 8 segmentul AB are lungimea m.

Fig. 9 distanța d se măsoară din dreptul forței F_1 până la secțiunea aflată la distanța x de reazemul A.

	în loc de:	se va scrie:
Fig. 10	$k_I\left(\frac{5470{,}6\ cm^4}{1\ mm}\right)$	$k_I\left(\frac{7835{,}3\ cm^4}{1\ mm}\right)$

Fig 12 e distanța x merge până în dreptul forței F_2 (ca și în fig. 12 a).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

CHIMIE

DEMINERALIZAREA APELOR GLICERINOASE CU AJUTORUL SCHIMBĂTORILOR DE IONI *

TUDOR IONESCU și GHERGHINA TUDORACHE

Apele glicerinoase, conținînd 12—15% glicerină, obținute prin scindarea grăsimilor în autoclavă, sînt impurificate cu materii organice și minerale (în special acizi grași, cloruri, sulfați, carbonați alcalini și alcalino pămîntoși). Pentru obținerea glicerinii, după o prealabilă filtrare și purificare pentru eliminarea substanțelor organice, apele glicerinoase se concentrează în evaporatoare cu vacuum.

În timpul concentrării, impuritățile minerale precipită și se depun pe pereții și țevile evaporatoarelor sub formă de cruste aderente și la baza lor sub formă de nămol. Din această cauză concentrarea apelor glicerinoase se realizează în două etape. Cînd conținutul în glicerină ajunge la 55—60%, operația de concentrare se întrerupe, apele semi-concentrate se trimet la filtre presă, iar nămolul de la baza evaporatoarelor se elimină. Apele glicerinoase separate de o bună parte din conținutul lor de impurități, prin filtrare, se reintroduc în evaporatoare, continuîndu-se concentrarea lor pînă la un conținut de 85—90% glicerină, obținîndu-se astfel așa numita glicerină brută.

Pentru obținerea glicerinei pure, este necesar ca glicerina brută să fie supusă unei operații atente de distilare.

Procedeul descris, aplicat curent, prezintă următoarele incoveniente: (1); (2):

1) formarea depunerilor aderente pe țevile evaporatoarelor și a nămolului, necesitînd întreruperi periodice dese ale procesului de concentrare, pentru curățirea instalației.

2) pierderi de glicerină în nămolul evacuat din evaporatoare.

3) necesitatea operației de distilare, pentru obținerea glicerinii pure, care mărește pierderile de glicerină pînă la 10—15%.

4) obținerea unor sorturi de glicerină de calitate inferioară, cu conținut ridicat de impurități.

Pentru eliminarea acestor inconveniente și pentru ameliorarea procesului tehnologic de obținere a glicerinei de primă calitate, în sensul realizării concentrării apelor glicerinoase într-o singură etapă, a eliminării operației finale de distilare și a micșorării pierderilor de glicerină, am cercetat posibilitatea purificării prealabile a apelor glicerinoase cu ajutorul schim-

* Lucrare prezentată la a V-a Sesiune Științifică a Cadrelor didactice din Institutul Politehnic București.

bătorilor de ioni, în condiţii, care să nu afecteze preţul de cost al glicerinei pure obţinută pe această cale.

Dintre procedeele folosite pentru demineralizarea soluţiilor de electroliţi am aplicat procedeul care implică trecerea apelor glicerinoase prin straturi succesive de cationiţi şi anioniţi, ca fiind cel mai uşor de realizat; procedeul cu o singură coloană cu pat mixt de cationit şi anionit prezintă dificultăţi la regenerarea răşinilor schimbătoare de ioni, iar procedeul „prin excluderea ionilor" pe lîngă faptul că necesită o răşină cationică specială, cu un grad adecvat de reticulare, s-a dovedit a fi ne economic din cauza productivităţii reduse a instalaţiei respective de demineralizare.

Pentru experienţele de laborator am utilizat apele glicerinoase de la fabrica „Stela" din Bucureşti, avînd compoziţia următoare:

Analiza apelor glicerinoase folosite *Tabela 1*

Nr. crt.	Determinări	Compoziţia apei glicerinoase
1	Glicerină	13,45 %
2	Densitate	1,0380
3	Culoare	gălbuie
4	Aspect	slab tulbure
5	*p* H	6
6	Rezidu la sec	1,49 %
7	Cenuşe	1,21 %
8	Cl^-	0,58 %
9	SO_4^-	0,44 %

Reţinerea cationiţilor din apele glicerinoase, filtrate în prealabil, s-a experimentat folosind o coloană înaltă de 20 cm cu diametru de 3 cm, umplută cu un strat de răşină cationică înalt de 12 cm (răşini în stare umflată). Răşinile cationice folosite au fost: Wofatit F şi Wofatit P (răşini de condensare fenol-formaldehidice sulfonate) şi Wofatit KPS_{200} (polistiren sulfonat).

Pentru determinarea capacităţii de schimb a răşinilor respective, pentru cationii din apele glicerinoase experimentate, s-a folosit o viteză de trecere a lichidului prin coloana de cationiţi de 4—5 cm/min; în fracţiuni de cîte 50 ml de efluent scurs din coloană s-a determinat rezidiul la sec, cenuşa şi conţinutul procentual de sodiu şi calciu. O determinare rapidă a capacităţii de schimb a cationilor s-a efectuat prin determinarea aciditătii fracţiunilor respective de efluent, prin titrarea cu o soluţie de NaOH *n*/10. Din diagrama curbelor de aciditate a efluenţilor rezultaţi prin trecerea apelor glicerinoase prin straturile de cationiţi experimentaţi rezultă capacitatea superioară de reţinere a răşinii KPS_{200}, care se saturează cu cationiţii conţinuţi în peste 350 ml. apă glicerinoasă; răşina Wofatit P, cu cea mai mică capacitate de schimb, se saturează cu cationii conţinuţi în numai 150 ml. apă glicerinoasă.

După atingerea echilibrului de schimb ionic, coloanele cu rășini cationice au fost spălate cu apă distilată pentru recuperarea glicerinii, reținute în spațiile interstițiale. Eliminarea cantitativă a glicerinii, care îmbibă stratele de rășini, s-a realizat prin spălarea cu cca. 1,5 volume de apă distilată la volumul de rășină.

Rășinile spălate au fost regenerate folosind o soluție de acid sulfuric 5% ; folosind 2—2,5 volume soluție de acid sulfuric/volumul de rășină,

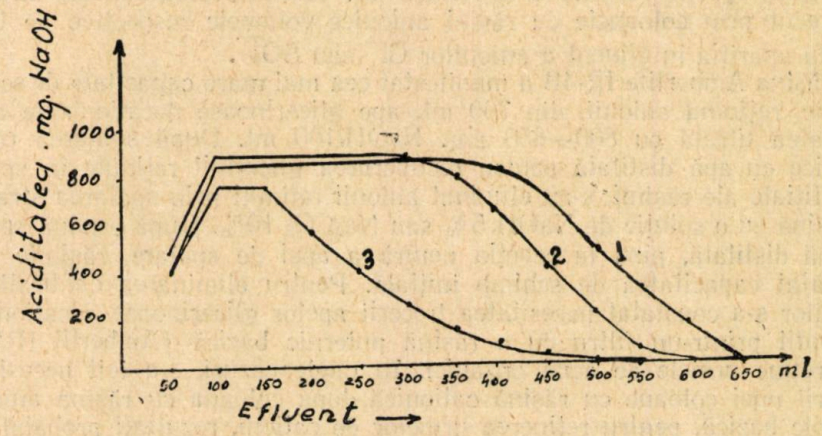


Fig. 1. Diagrama curbelor de aciditate.
1 — Wofatit KPS_{200}
2 — Wofatit F
3 — Wofatit P

s-au eliminat cantitativ cationii, reținuți, cu refacerea inițială a capacității de schimb. După eliminarea acidului reținut în spațiile interstițiale ale rășinii, prin spălarea cu 1,0—1,5 volume de apă distilată/volumul de rășină, s-a efectuat un nou ciclu de decationizare, în aceleași condiții de lucru. Compoziția apelor glicerinoase decationizate este dată în tabela 2 :

Compoziția apelor decatiorizate *Tabela 2*

Nr. crt.	Determinări	Wofatit KPS_{200}	Wofatit F	Wofatit P
1	Glicerină	13,38%	12,35%	13,12%
2	Densitate	1,031	1,027	1,03
3	Culoare	gălbuie	gălbue	gălbue
4	Aspect	slab tulbure	slab tulbure	slab tulbure
5	*P* H.	2	2	2,5
6	Cenușă	0,18%	0,24%	0,23%
7	Ca^{2+}	lipsă	lipsă	lipsă
8	Cl^{-}	0,40%	0,50%	0,50%
9	SO_4^{2-}	0,40%	0,46%	0,46%

Efluenții decationizați, au fost neutralizați cu ajutorul rășinilor schimbătoare de anioni Wofatit MD, Amberlite IR-4B (rășini de bazicitate medie) și Amberlite IRA-400 (rășină puternic bazică).

Toate cele trei rășini au fost utilizate sub forma R-OH, prin tratarea prealabilă cu o soluție NaOH 5% și spălare cu apă distilată pînă la reacție neutră a apei de spălare. S-au folosit cîte 30 g rășină anionică plasată în coloane de sticlă înalte de 25 cm cu diametrul de 3 cm. Pentru determinarea capacității de reținere a anionilor din efluenții decationizați anterior, s-a trecut prin coloanele cu rășini anionice volumele respective de lichid pînă la apariția în efluent a anionilor Cl^- sau SO_4^{2-}.

Rășina Amberlite IR-4B a manifestat cea mai mare capacitate de schimb anionic, reținînd anionii, din 700 ml. ape glicerinoase decationizate avînd aciditatea titrată cu 800—850 mg. NaOH/100 ml. După spălarea rășinii anionice cu apă distilată pentru recuperarea glicerinii reținute în spațiile interstițiale ale rășinii, s-au eliminat anionii reținuți prin spălarea stratului de rășină cu o soluție de NaOH 5% sau Na_2CO_3 10%. După o nouă spălare cu apă distilată, pînă la reacția neutră a apei de spălare, rășinile și-au recăpătat capacitatea de schimb inițială. Pentru eliminarea cantitativă a anionilor s-a constatat necesitatea trecerii apelor glicerinoase decationizate mai întîi printr-un filtru cu o rășină puternic bazică (Amberlit IRA_{400}), care reține urmele de acizi organici. În unele cazuri, s-a ivit necesitatea plasării unei coloane cu rășină cationică după coloana cu rășina anionică puternic bazică, pentru reținerea urmelor de cationi, rezultați probabil prin disocierea sărurilor acizilor organici în timpul trecerii apelor glicerinoase prin cele două coloane succesive cu rășini anionice.

În tabela 3 se dau compozițiile apelor glicerinoase decationizate cu rășina cationică Wofatit KPS_{200}, trecute prin coloanele succesive cu Amberlite IR_4B, Amberlite IRA_{400} sau prin sistemul format din aceste două coloane și coloana finală cu rășina cationică Wofatit F. În toate cazurile s-au obținut efluenți limpezi și incolori.

Tabela 3

Compoziția apelor demineralizate

Nr. crt.	Determinări	Amberlite IR-4B	Amberlite IR-4B Amberlite IRA-400	Amberlite IR-4B Amberlite IRA-400 Wofatit F
1	Glicerină	12,44%	12,10%	11,70%
2	Densitate	1,0220	1,0210	1,0180
3	*p*H	6,5	7,5	6,5

Apele glicerinoase demineralizate au fost concentrate apoi sub vidul de 100 mm col. Hg pînă la un conținut de 80—82% glicerină.

După concentrarea unui volum de 5 l. ape glicerinoase demineralizate nu s-a constatat existența vre-unui precipitat sau depuneri pe pereții reci-

pientului în care a avut loc concentrarea ; s-au obținut, astfel, ape glicerinoase demineralizate și concentrate avînd compoziția din tabela 4.

Tabela 4

Compoziția apelor glicerinoase inițiale și finale

Nr.	Determinări	Compoziție inițială	Compoziția apei purificate și concentrate
1	Gliceriuă	13,00%	80,00%
2	Densitate	1,0380	1,2400%
3	*p*H	6	7
4	Rezidiu la sec	1,50%	0,02 %
6	Cenușă	1,20%	0,006%
6	Cl^+	0,60%	urme
7	SO_4^{2-}	0,44%	lipsă
8	Ca^{2+}	0,16%	lipsă

In toate operațiile de demineralizare și concentrare a apelor glicerinoase experimentate, pierderile d glicerină nu au depășit 3%, în greutate, în raport cu conținutul apelor brute filtrate.

Concluzii.

Prin demineralizarea prealabilă a apelor glicerinoase, cu rășini schimbătoare de ioni, prin procedeul cu o coloană de cationit urmată de o coloană cu un anionit mediu bazic și o coloană cu anionit puternic bazic, se obține o glicerină pură, practic demineralizată.

Procedeul necesită numai operația ulterioară de concentrare în evaporatoare cu vid, care vor funcționa continuu, fără întreruperi pentru eliminarea crustelor și a nămolului. Pierderile de glicerină se reduc de la 10—15% la numai 2—3%.

Laboratorul de Tehnologie Chimică Generală.
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] Vehatco T. I. și Moiseev A. S.: *Purificarea soluțiilor apoase de glicerină cu ajutorul schimbătorilor de ioni.* J. Prikl Hin XXIX 1956 nr. 8/1203-1209.

[2] Houveling J.: *Fabricarea glicerinei chimic pure prin demineralizare.* Rev. Franc. des corps. gras. 1956 nr. 10/672—675.

[3] Stromquist L. și Reents A.: *Deionizarea apelor glicerinoase.* Ind. Eng. Chem. nr. 43/1951 ; 1066—1069.

ДЕМИНЕРАЛИЗАЦИЯ ГЛИЦЕРИННОВЫХ ВОД, С ПОМОЩЬЮ ИОНООБМЕННЫХ СМОЛ

(Краткое содержание)

При деминерализации глицеринновых вод с поиощью ионообменных смол, методам прохождения этих вод сперва через одну Катионитку Колонну и потом через одну Колонну со среднили щелоинам анионитам и одну Колонну с сильным щелочным анионитом получается чистый практически деминерализированный глицерин.

Метод требует одной последующей операции Концентрирования в вакуумных испарнтелях, саботающих непрерывно для удаления грязи и осздка.

THE GLYZERINWATERS DEMINERALISATION BY IONEXCHANGES

(Summary)

The methode of the demineralisation of Glyzerinwaters, with Ionexchangers resins, is produced in a colone with cationit exchange and another colone with anionit in a strong bazic medium, thus can be obtainind pure glyzerin, practical withous ashes.

The proceding necessitates oorly a continual concentration in vacuum apparat, for the elimination of the crust and sliene.

LA DÉMINERALISATION DES EAUX GLICERINAUX PAR DES EXCHANGEURS D'IONS

(Résumé)

La méthode pour la démineralisation des éaux glicerineux, consiste, par la traversée de ces éaux, sur des colones remplis des cationites, et respectivement des anionits. On obtient ainsi une glicerine pure, practiquement demineralisée.

DIE DEMINERALISIERUNG VON GLYZERINWÄSSER DURCH IONENANSTAUSCHER

(Zusammenfassung)

(Alriss)

Des Verfahren für die Demineralisierung von Glyzerinwässer besteht im Hindurchführen derselben durch einen Kationit -u, einen Anionitanstauschturm u. durch einen Turm mit alkalischem u stark alkalischem Anionaustauscher wodurch wir praktisch ein chemisch reines Glyzerin erhalten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

HIDROLIZA ALCALINĂ A ACETATULUI DE n BUTIL ÎN SOLUȚII DE APĂ ACETONĂ*

Nota II-a

VICTOR PĂRĂUȘANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU

Într-o lucrare anterioară am prezentat considerațiunile făcute cu privire la hidroliza acidă a n-butil-acetatului în amestecuri variabile de apă acetonă și am formulat unele ipoteze explicative în legătură cu neconcordanța între teoriile existente referitoare la această categorie de reacții chimice și unele date experimentale obținute de noi și de alți autori [1].

În lucrarea de față am studiat hidroliza alcalină a *n*-butil-acetatului în soluții de apă acetonă în scopul verificării și a eventualei confirmări a ipotezelor enunțate în lucrarea precedentă.

Partea experimentală.

Substanțele folosite, adică acetona acidul clorhidric, hidroxidul de sodiu și indicatori folosiți au fost produse Merck p.a., iar esterul l-am sintetizat prin metoda expusă în lucrarea precedentă [2].

Datorită faptului că hidroliza esterilor în soluție alcalină decurge mult mai repede ca în soluție acidă a fost necesar să se adopte unele măsuri de lucru diferite față de cele folosite la hidroliza acidă.

Efectuarea determinărilor.

Pentru fiecare serie de determinări s-au scos în medie cîte 15 probe de cîte 5 ml. la intervale de timp de 3—4 minute într-o microbiuretă printr-un sistem de pompare directă din vasul de reacție. Fiecare probă a fost trecută într-un vas care conține 9,5 ml acid clorhidric 0,01 *N* pentru a se bloca reacția.

Timpul de începere al reacției ($t = 0$) a fost considerat momentul în care jumătate din soluția de hidroxid (0,015 *n*) a fost trecută peste esterul

---

* Comunicare prezentată la a V-a sesinne științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1959).

care în prealabil luase temperatura termostatului iar valoarea medie a intervalului de timp necesar scurgerii soluției din microbiuretă a fost considerată ca timp final al reacției. Excesul de acid a fost titrat la microbiuretă cu o soluție de 0,01 *n* hidroxid de sodiu avînd ca indicator albastru de brom-timol.

Rezultatele determinărilor experimentale.

În hidroliza alcalină concentrația ionilor de hidroxid nu rămîne constantă în timpul reacției ci scade treptat, fapt care duce la o ecuație diferențială a procesului, de tipul:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x) \qquad (1)$$

unde:

a — concentrația inițială a esterului;
b — concentrația inițială a hidroxidului;
x — cantitatea de ester hidrolizat la timpul t.

Prin separarea variabilelor și integrare ecuația devine:

$$k = \frac{2{,}803}{t(a-b)} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)} \qquad (2)$$

ecuație pe care am folosit-o pentru a calcula constantele de viteză.

În tabela 1 sînt redate valorile constantelor de viteză la trei temperaturi și cinci procente diferite în greutate acetonă, iar în fig. 1 este redată dependența constantei de viteză de temperatură pentru aceleași procente greutate acetonă. Sînt trecute de asemenea în aceeași tabelă și constantele dielectrice corespunzătoare mediului de reacție la temperatura determinării, interpolate după datele lui Akerlöf [3].

Tabela 1

% greutate acetonă	20°C		30°C		40°C	
	D	k	D	k	D	k
0	80,4	3,75	76,7	7,01	73,1	12,01
12	75,6	3,38	70,1	5,94	67,0	10,35
20	68,6	3,03	65,3	4,80	62,3	7,57
30	62,5	2,05	59,5	3,50	56,8	5,80
38	57,3	1,50	54,4	2,90	52,0	5,02
47	51,5	1,20	48,8	2,39	46,6	4,25

În tabela 2 sînt prezentate valorile medii ale energiei de activare E și ale factorului preexponențial, log A calculate din datele experimentale aplicînd formulele:

$$E = \frac{R T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{k_2}{k_1}$$

și

$$\log A = \frac{T_2 \ln k_2 - T_1 \ln \text{le } k_1}{T_2 - T_1}$$

unde:

T_1 și T_2 sînt temperaturile absolute:

k_1 și k_2 — constantele de viteză corespunzătoare temperaturilor T_1 și T_2;

R — constanta gazelor.

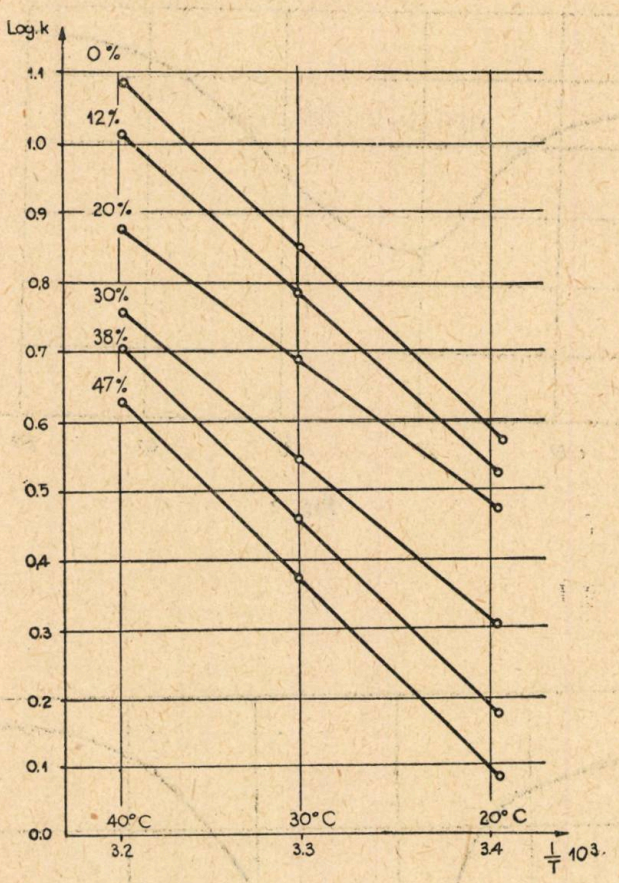


Fig. 1

Tabela 2

% greutate acetonă	E kcal/mol	log A
0	10,60	8,50
12	10,20	8,15
20	8,36	6,70
30	9,48	7,35
38	11,00	8,40
47	11,50	8,70

În figura 2 și 3 sînt prezentate grafic rezultatele din tabela 2.

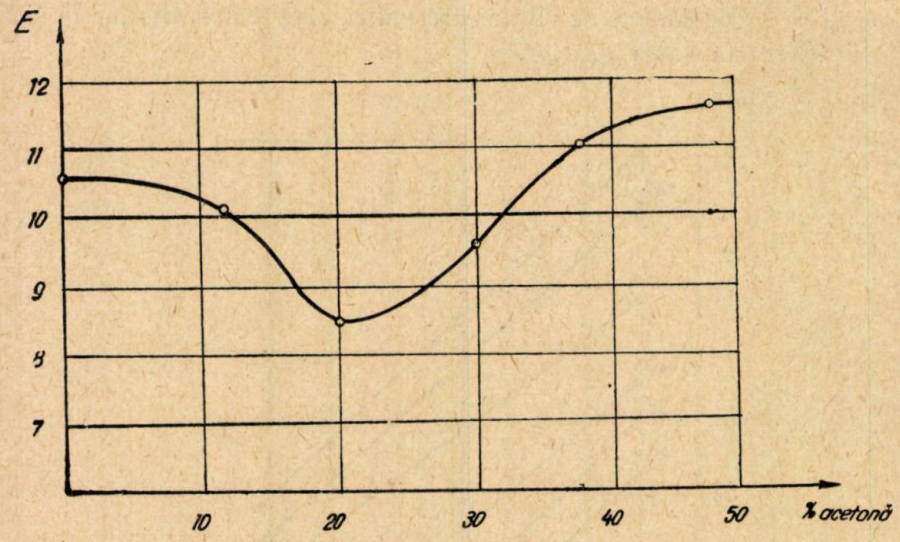


Fig. 2

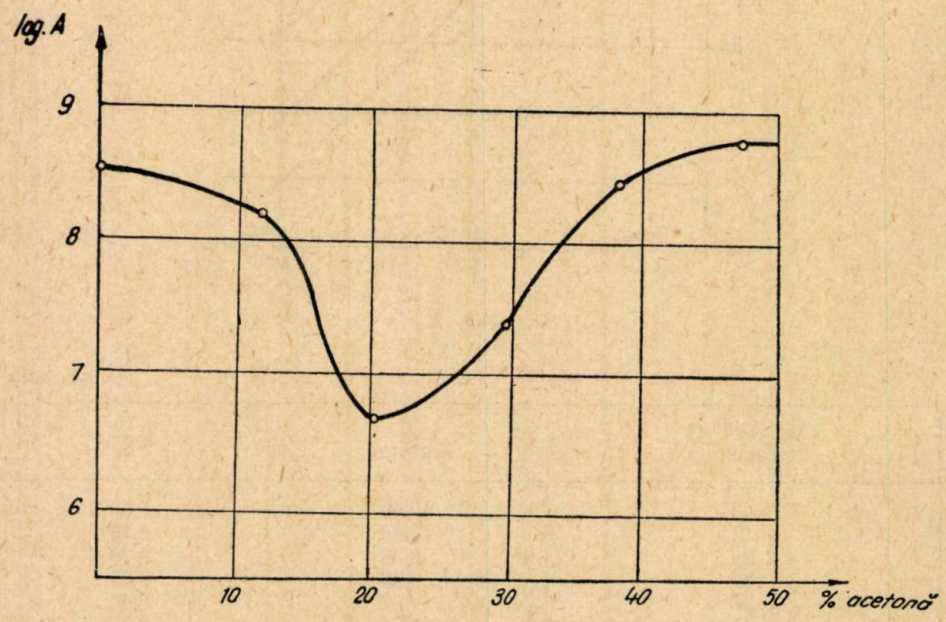


Fig. 3

Discuția rezultatelor.

Din analiza rezultatelor obținute se constată că atît energia de activare E cît și factorul de frecvență log A, prezintă un minim pentru un mediu de reacție ce conține aproximativ 20% greutate acetonă.

Acest fenomen a fost remarcat și în alte cazuri de hidroliză alcalină a esterilor (acetat de dietil [4] și se explică prin faptul că prezența concomitentă în mediul de reacție a unui solvent organic, acetona, și a unui solvent polar, apa, favorizează solvatarea moleculei de ester în stare de tran-

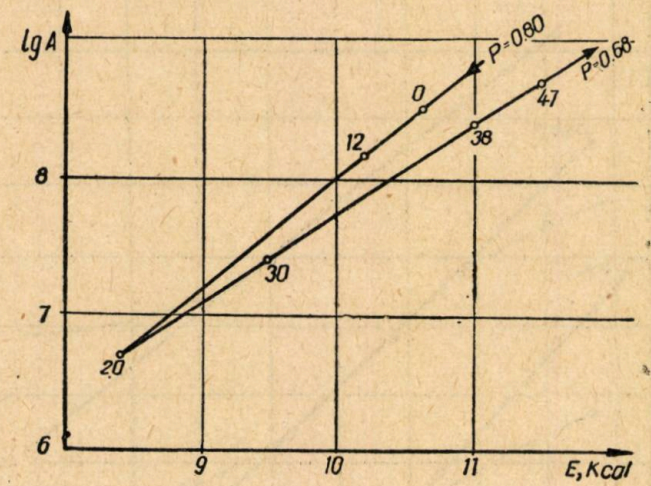


Fig. 4

ziție. Componenta organică solvatează în special radicalii hidrocarbonați iar apa se concentrează în jurul sarcinilor electrice ce apar în starea de tranziție.

Se observă ca și în alte cazuri similare de hidroliză a esterilor, o dependență liniară a factorului de frecvență (log A) de energia de activare (E). Hidroliza alcalină a benzoatului de etil [5] și a formiatului de etil [6] a acetatului de metil [7] în amestecuri de apă-alcool și apă acetonă, etc.). Această linearitate se respectă în general pe porțiunile corespunzătoare valorilor extreme ale energiei de activare și ale factorului de frecvență [8]. Pentru hidroliza acidă am obținut din alte lucrări o pantă $\Delta \log A/\Delta E = 0{,}80$ iar pentru hidroliza alcalină $\Delta \log A/\Delta E = 0{,}74$. [9].

În figura 4 este reprezentat log A în funcție de E. Pentru cele două pante corespunzătoare valorilor extreme ale lui E și log A se obțin valorile 0,80 și respectiv 0,68, adică în medie 0,74.

Verificarea formulei lui Amis.

Din formula lui Amis:

$$\ln k_D = \ln k_{D=\infty} + \frac{N Z_A e \mu}{DRTr^{*2}} \qquad (4)$$

se poate calcula panta dreptei (S) care redă dependența constantei de viteză de constanta dielectrică a mediului precum și raza de interacțiune, r^*

$$r^* = \left[\frac{N Z_A e \mu}{2{,}303 SRT}\right]^{1/2} \tag{5}$$

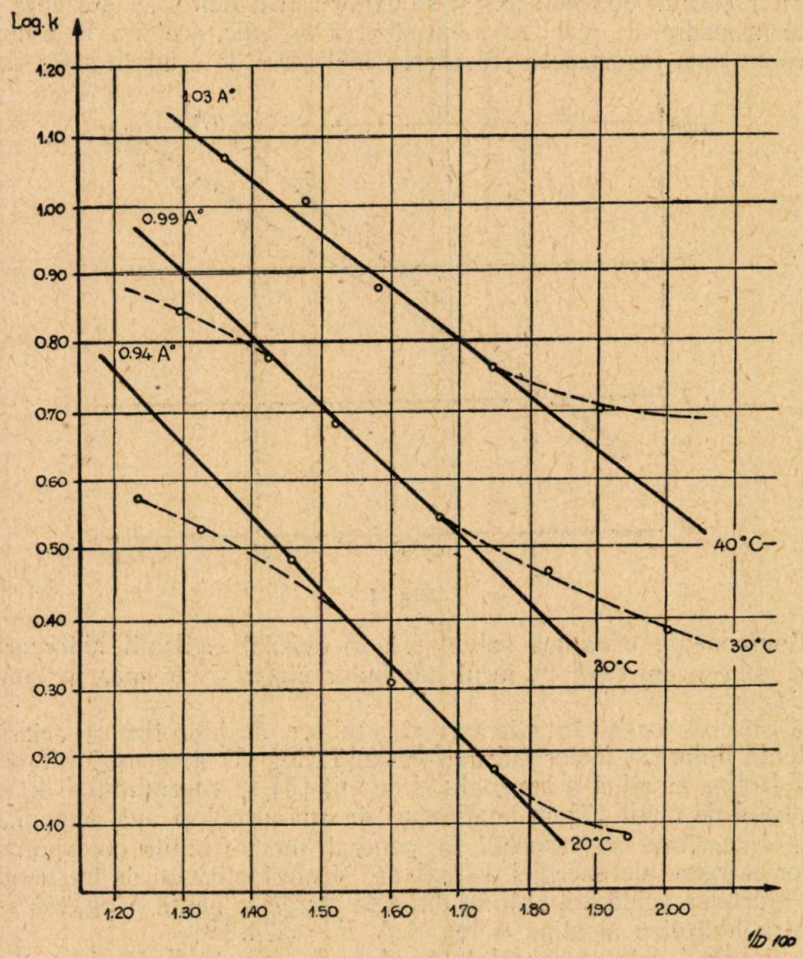


Fig. 5

Formula lui Amis se verifică pentru hidroliza alcalină dacă dependența constantei de viteză de constanta dielectrică este redată de o dreaptă cu pantă negativă și dacă se va obține pentru r^* o valoare rezonabilă de ordinul 10^{-8} cm.

La hidroliza acidă a *n*-acetatului de butil s-a obținut o pantă negativă deși panta trebuia să fie pozitivă ($Z_A = +1$) fapt pe care l-am explicat

prin existența unor interacțiuni mai complexe decît interacțiunile ion-dipol considerate de Amis la elaborarea teoriei sale.

În cazul hidrolizei alcaline chiar efectele electrostatice care stau la baza formulei lui Amis prevăd o creștere a vitezei de reacție pe măsura creșterii constantei dielectrice, deci a conținutului în apă.

Era de așteptat deci ca panta dreptei din diagrama log k — $1/D$ să fie negativă conform teoriei lui Amis dar *conform presupunerilor formulate de noi în lucrarea precedentă mai mare decît prevederile acestei teorii.*

În fig. 5 sînt prezentate valorile log k — $1/D$ și se observă că pe un interval mijlociu se realizează o dependență lineară între cele două mărimi. Calculînd valoarea corespunzătoare razei de interacțiune se obține în medie valoarea 1 Å.

Comparînd această valoare cu valorile razei de interacțiune deduse de alți cercetători la hidroliza alcalină a unor esteri mai ușor solubili cum ar fi acetatul de etil, sau propionat de metil cărora le corespunde un $r^* = 1{,}8$ Å și respectiv 1,4 Å, se constată că pentru hidroliza alcalină a n-butil-acetatului în apă acetonă se obține o rază de interacțiune mai mică decît în aceste cazuri și deci corespunzător pentru curbele log k — $1/D$ o pantă mai mare, așa cum prevedeau ipotezele noastre.

Din datele grafice din figura 5 se observă că verificarea formulei lui Amis (linearitatea curbelor) se întinde pe un domeniu cu atît mai larg cu cît temperatura de reacție este mai ridicată. Acest lucru confirmă de asemenea presupunerile noastre deoarece intensitatea interacțiunilor neelectrostatice scade pe măsură ce temperatura mediului de reacție crește.

În concluzie și datele experimentale obținute la hidroliza alcalină a n-butil-acetatului arată insuficiența teoriei lui Amis cu privire la influența mediului asupra vitezei de reacție și necesitatea revizuirii ei în sensul arătat, adică a luării în considerație la elaborarea formulelor și a factorilor neelectrostatici a căror influență se manifestă mai des în mediile cu constante dielectrice mari.

Laboratorul de Chimie Fizică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1, 2] *V. Părăușanu, O. Landauer, C. Mateescu:* Bul. Inst. Polit. XXI, 1959.
[3] *Akerlof G. I.:* Ann. Chem. Soc. 54, 4, 25 1932.
[4] *E. Tommila, A. Koivisto, J. P. Lyyra, V. Anatoll, S.-Heimo:* Ann, Acad. Sci Fennicae A II 47, 1952.
[5] *R. A. Fairchlough, C. N. Hinschelwood:* J. Chem. Soc. 538, 1937.
[6] *E. Tommila, S. Maltamo:* Ann. Acad. Sci. Fennicae A II 53, 73, 1954.
[7] *E. Tommila, S. Maltamo:* Ann. Acad. Sci. Fennicae A II 53, 118, 1954.
[8] *E. Tommila, A. Hella:* Ann. Acad. Sci. Fennicae A II 53, 15, 1954.
[9] *J. E. Quilen, E. S. Amis:* J. Am. Soc. 77, 4187, 1955.

ЩЕЛОЧНЫЙ ГИДРОЛИЗ Н — БУТИЛАЦЕТАТА В РАСТВОРАХ АЦЕТОНА - ВОДЫ

(Краткое содержание)

Авторы изучили щелочный гидролиз н - бутилацетата при трех температурах и различных весовых процентах ацетона-воды.

На основе опытных данных были расчитаны зависимость константы скорости, энергии активирования и предэкспоненциального фактора от диэлектрической константы среды.

Для энергии активирования и для предэкспоненциального фактора были получены кривые сравнчваемые с кривыми, указанными в литературе, в то время как зависимость постоянной скорости от диэлектрической постоянной среды представляет отклонения от теоретических предусмотрений.

Род и размер установленных отклонений подтверждают обьяснительную гипотезу, изложенную в одной из предыдущих работ о причинах, вызывающих такие отклонения.

THE ALKALINE - HYDROLYSIS OF *N*-BUTYL-ACETATE IN WATER-ACETONE SOLUTIONS

(Summary)

The alkaline hydrolysis of *n*-butyl-acetate was examinated at three different temperature levels and by different weight proportions of water to acetone.

The dependence of the velocity-constant of the activation energy and of the preexponential factor on the dielectrical constant of the solution was calculated from the experimental results.

We obtained variations comparable to those of the literatures, for the activation energy and the preexponential factor. The dependence of the velocity constant on the dielectrical constant of the solutions, showed deviations from the theorie.

The nature and the proportions of the established deviations verifies the hypothesys on the motives which generate this deviations, showed in a previous article.

L'HYDROLISE ALCALINE DU N - BUTYL - ACÉTATE DANS DES SOLUTION EAU - ACÉTONE

(Résumé)

On a étudié l'hydrolise alcaline du *n*-butyl-acétat par trois températures et différentes proportions d'eau-acétone.

On a calculé d'après les dates expérimentales la dépendance des constantes de vitesse, de l'énergie d'action et du facteur préexponentiel et la constante diélectrique du milieu.

Pour l'énergie d'action et pour le facteur préexponentiel, on a trouvé des variations comparables à celles indiquées dans la littérature de spécialité, tandis que la dépendance entre la constante de vitesse et la constante diélectrique des solutions marque déviations de la prevision théorique.

La nature et les valeurs des écarts constantés confirment les hypothèses explicatives emises dans un ouvrage précédent concernant les causes qui determinent ces déviations.

ALKALISCHE — HYDROLYSE DES *N*-BUTIL-ACETATS IN WÄSSERIGEN - ACETON LÖSUNGEN

(Zusammenfassung)

Die Alkalische Hydrolyse den *n*-Butil-acetats wurde bei drei verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Gewichtsverhältnissen untersucht.

Es wurden die Abhängigkeit der Geschwindikeitskonstante, der Aktivierungsenergie und des Preexponentialfaktors von der Dielektrizitätskonstanten der Lösung, aus den Versuchsergebnissen, errechnet.

Für die Aktivierungsenergie und den Preexponentialfactor wurden Werte gefunden die mit denen der Fachliteratur gut übereinstimmen.

Die Abhängigkeit der Geschwindigkeitskonstanten von der Dielektrizitätskonstanten der Lösung zeigt aber Abweichungen von der Theorie auf.

Die Art und Grösse der festgestellten Abweichungen, bestätigt die in einer anderen Arbeit aufgestellten Hypotesen, in Hinblick auf die Erklärung und Gründe dieser Abweichungen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

METALURGIE

RUPEREA FRAGILĂ A UNUI OȚEL Cr-Si-Mo PENTRU SUPAPE ȘI MĂSURI PENTRU PREÎNTÎMPINAREA EI

ȘTEFAN MANTEA, TITI DULĂMIȚĂ și ION IATAN

Supapele de evacuare de la motoarele cu ardere internă, lucrînd în condiții deosebit de severe, sînt fabricate din oțeluri care întrunesc o serie de proprietăți speciale, dintre care citățm:

1) rezistență la coroziune oxidantă la temperatură înaltă (700—800°C) față de gazele de evacuare;

2) rezistență mecanică și rezistență la uzură ridicată mai ales cu privire la tija supapei;

3) stabilitatea structurală în zona de lucru în sensul că încălzirile și răcirile inerente la care este supusă supapa, să se găsească sub punctul critic inferior al oțelului respectiv.

În general, se folosesc în acest scop oțeluri aliate al căror element principal este cromul, oțeluri care s-au dovedit pînă în prezent a fi cele mai corespunzătoare. Ameliorarea rezistenței la coroziune se manifestă chiar la conținuturi relativ mici de crom (de ordinul a 5% Cr), dar oțeluri inoxidabile propriu zise sînt considerate numai cele cu un conținut superior lui 10—12% Cr.

După teoriile clasice, acțiunea cromului, ca dealtfel și a altor elemente cu acțiune similară, se datorește formării la suprafața metalului a unui strat foarte subțire de oxid, impermeabil și insolubil în mediul coroziv respectiv.

Cu privire la compoziția chimică, oțelurile folosite sînt destul de complexe; oțelul MSM_1 care formează obiectul studiului nostru și care face parte din grupa oțelurilor martensitice cu crom, cuprinde:

C = 0,4 — 0,49%	Cr = 8 — 9%
Mn = 0,4 — 0,6 %	Mo = 0,2 — 0,3%
Si = 2,5 — 3,0 %	

Rezultatele obținute cu acest oțel, deși sînt mulțumitoare din punct de vedere al rezistenței chimice și corespund și în ce privește uzura și rezistența mecanică, prezintă totuși unele deficiențe cu privire la structură, deficiențe care antrenează apariția unei fragilități ce duce la un procent ridicat de rebuturi, sau la accidente grave în exploatare. Acest studiu s-a născut din nevoia de a înlătura deficiențele semnalate și în cele ce ur-

[1] Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București, (31 octombrie 1959).

mează, după o sumară prezentare a acțiunii cromului și altor elemente de aliere asupra echilibrului Fe-Cr-C, s-a făcut o analiză a fenomenului de fragilitate al supapelor, s-a urmărit determinarea principalelor cauze care-l produc și apoi s-au stabilit condițiunile necesare pentru înlăturarea lui.

În stadiul actual al științei metalelor, este bine stabilit că adausele de crom micșorează, sau suprimă, domeniul de existență al fierului γ. Astfel, dacă în fierul pur, sau în oțelurile foarte puțin carburate, domeniul γ este cuprins între 910—1400°C, pe măsură ce adăugăm crom domeniul acesta se îngustează treptat, pentru 12—13% Cr formînd doar o buclă închisă „bucla gamma"; peste 13% Cr nu mai există puncte de transformare $\alpha \rightleftarrows \gamma$ în aliajele respective, toate fiind formate numai din fier α. Ca urmare acestui fapt, structura aliajelor cu pînă la 13% Cr va putea fi modificată prin tratament termic, în timp ce a celorlalte va rămîne neschimbată, aliajele neputîndu-se regenera sau căli.

Trebuie menționat aici că prezența carbonului, element „gammagen", modifică în mod sensibil echilibrul acesta, în sensul că dezvoltă domeniul austenitei, deplasînd spre dreapta limitele „buclei gamma" și totodată lărgește zona structurilor mixte $\alpha+\gamma$. Deplasarea maximă a limitei gamma este obținută pentru 0,6% C, conținuturi mai ridicate avînd influență doar asupra cantității de carburi libere [1]. Conținutul de crom corespunzător acestui maxim este 18% Cr; între 18—27% Cr aliajele posedă o structură mixtă (austenită și ferită), iar peste 27% Cr structura rămîne feritică oricare ar fi conținutul de carbon.

Semnalăm de asemenea, că adause de crom în proporție de 45% provoacă apariția unei faze noi, numită sigma (σ), care este un compus Fe-Cr și care la temperaturi superioare lui 820°C dispare, fiind solubilă în faza alfa. În aliajele cu mai puțin sau mai mult de 45% Cr, faza sigma este asociată cu faza α, fără însă a se fi putut stabili precis pînă în prezent, limitele ei de existență. Important de semnalat este faptul că prezența fazei sigma în feritele cu crom provocată de încălzirea de durată a aliajelor respective în intervalul 600—850°C, se manifestă prin fragilitate, aceasta fiind însoțită adesea, de o creștere sensibilă a durității.

Este interesant de analizat acum influența adausurilor de crom asupra echilibrului structural al aliajelor Fe-C. Pentru cazul nostru, relațiile de echilibru respective pot fi urmărite pe secțiuni verticale ale sistemului ternar Fe-C-Cr [2], duse prin punctele 12 și 18% Cr (fig. 1 și fig. 2), între care după cum vom vedea, se încadrează oțelul ce studiem.

Se observă mai întîi o lărgire a domeniilor conținînd fier δ și $\delta+\gamma$ cu o micșorare a domeniului γ. Către temperaturi mai scăzute domeniul γ este și mai îngustat prin deplasarea punctului eutectoid (S) și a liniei de solubilitate a carburilor (Cm), către conținuturi mai scăzute de carbon.

Astfel, în timp ce într-un oțel fără crom austenita poate dizolva 1,7%C, într-un oțel cu 12% Cr dizolvă 0,65% C, iar pentru 18% Cr numai 0,4%C; de asemenea, punctele eutectoide au ajuns la 0.4 respectiv 0,35%C, ceea ce înseamnă că asemenea oțeluri, cînd conțin mai mult de 0,4%C sînt deja oțeluri hipereutectoide, putînd prezenta, în stare recoaptă, rețea de carburi.

În același timp, transformarea eutectoidă este dedublată și începutul ei este împins către temperaturi mai înalte (800—850°C în loc de 720°C), ceea ce duce la o ridicare a temperaturii de călire.

În cazul oțelurilor cu 18% Cr este de observat că, pentru conținuturi foarte mici de carbon, a dispărut transformările $\alpha \rightarrow \gamma$ și $\gamma \rightarrow \delta$; de la temperatura ordinară și pînă la punctul lor de topire, nu mai există nici o

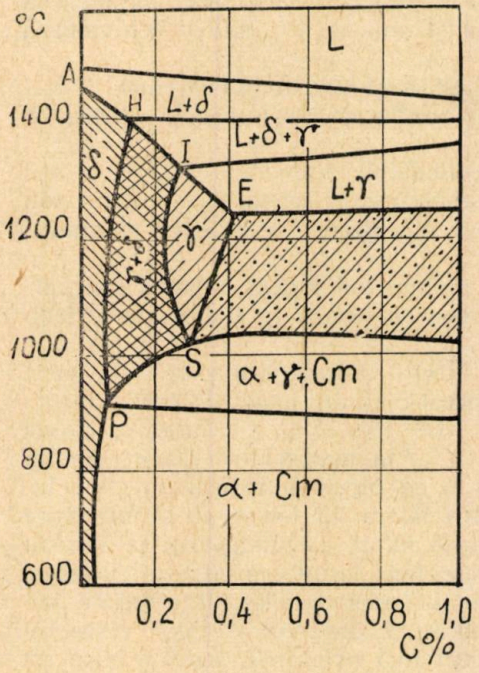


Fig. 1. Secțiune verticală în diagrama Fe—Cr—C, în punctul 12% Cr

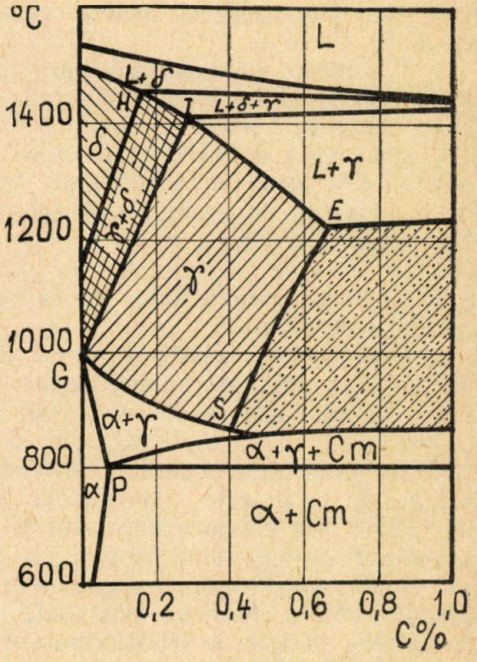


Fig. 2. Secțiune verticală în diagrama Fe—Cr—C, în punctul 18% Cr

transformare în aceste oțeluri, adică la asemenea aliaje nu se mai poate realiza prin tratament termic, o regenerare a structurii.

În ceea ce privește posibilitatea de călire, diagrama arată că domeniul γ a rămas încă destul de dezvoltat, oțelurile păstrînd posibilitatea să devină martensitice prin tratament termic; este de observat însă, că cu cît conținutul de crom este mai mare, cu atît și conținutul de carbon trebuie să fie mai ridicat.

Avînd în vedere cele de mai sus și ținînd seama că în cazul cromului difuziunea în stare solidă este mai lentă și că deci carburile de crom se dizolvă mai încet decît cementita simplă, temperatura de călire a acestor oțeluri, pentru a obține o structură complet martensitică de duritate maximă, trebuie să fie superioară lui 1000°C.

Influența celorlalte elemente de aliere și structura oțelului după tratament

Siliciul mărește rezistența oțelului la acțiunea oxigenului și a gazelor oxidante la cald. Se fac adaose de siliciu mai ales aliajelor zise „refractare" folosite la temperaturi ridicate.

Acțiunea siliciului asupra structurii este analoagă cu aceea a cromului, adică siliciul este un element „alfagen" care restrînge domeniul gamma și tinde a face oțelurile pur feritice. Din acest punct de vedere, acțiunea sa este mult mai energică decît a cromului și anume: 1% siliciu echivalează cu 2,5% Cr.

Molibdenul acționează asupra pasivității și rezistenței chimice a oțelurilor inoxidabile, în special cînd este vorba de mediul acid reducător și în prezența ionilor de Cl^+.

Din punct de vedere structural molibdenul, întocmai ca cromul sau siliciul, este un element „alfagen" care stabilizează ferita. Coeficientul său de echivalență cu cromul este ceva mai mic decît al siliciului și anume 1% Mo=1,5% Cr.

În oțelurile cu crom martensitice, molibdenul fixînd o parte din carbon va micșora capacitatea de călire, ceea ce obligă la o ridicare a temperaturii de călire.

O echivalare calitativă a oțelului MSM_1 ținînd seama de adaosurile de siliciu și molibden, situează aparent acest oțel, din punct de vedere structural, la un conținut de crom cuprins între 15—17%. Ca urmare, starea martensitică va putea fi obținută prin căliri la temperaturi superioare lui 1000°C, conținutul de carbon urmînd a fi cu atît mai ridicat cu cît echivalența în crom este mai ridicată. Căliri făcute la temperaturi inferioare lui 1000°C, vor conduce inevitabil în zonele mixte ale diagramei și aceasta dovedește complexitatea deosebită a comportării termice a oțelului cu crom.

Pentru conținuturi scăzute de carbon, cazul zonelor decarburate ale pieselor, starea călită nu mai poate fi obținută, deoarece metalul respectiv nu posedă puncte de transformare și deci nici grăuntele acestor zone nu mai poate fi regenerat prin vre-un tratament termic.

Călirea corectă a oțelului MSM_1 trebuie să conducă la obținerea unei structuri formate din martensită fină cu resturi fine de carburi globulare; dizolvarea completă a carburilor, dată fiind temperatura ridicată de încălzire, poate duce la formarea rapidă a unei structuri grosolane.

Considerații critice asupra actualei tehnologii de fabricare a supapelor

Arătăm mai jos schema actuală de tratament aplicată oțelului MSM 1.

a) după forjare, la ⌀ 42 mm și debitare la lungime, se aplică:

	încălzire	*menținere*	*mediu răcire*
normalizare la 900—960°C	minute 90	minute 60	în aer
recoacere la 750—780°C	„ 75	„ 240	în cuptor

b) urmează refulare cap și executare tije, după care,

	încălzire	*menținere*	*mediu răcire*
normalizare la 900—960°C	minute 90	minute 60	în aer
recoacere la 750—780°C	„ 75	„ 240	în cuptor

duritatea materialului $H_B = 197—269$

c) urmează călire la 1000—1050°C	„	90	„ 30	în ulei
revenire la 750—770°C	„	75	„ 240	în aer

Duritatea materialului H = 262—341.

Cu privire la rezilienţă, literatura prevede pentru un asemenea oţel cifre cuprinse între 3—5 kgm/cm², la duritatea H =230—320 [3]. Controlul rezilienței la supapele fabricate a arătat valori pînă la 4 kgm/cm², dar și numeroase valori sub limita inferioară, caracterizînd un material

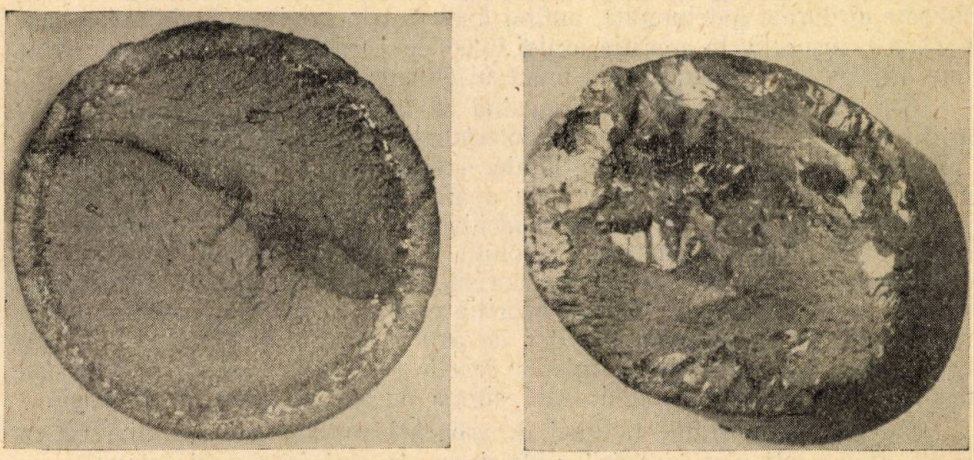


Fig. 3. Aspectul secțiunii de rupere a tijei unor supape fragile. (2 : 1)

fragil rebutat, sau dacă scapă controlului, un material capabil să provoace accidente în expoatare prin rupere.

În fig. 3 sînt date macrografic, două aspecte caracteristice a unor asemenea ruperi.

Analiza micrografică a numeroase secțiuni de rupere precum și experimentări făcute în acest scop pentru a provoca în mod voit asemenea ruperi, a condus la concluzia că ele se produc fie prin recristalizarea grosolană a materialului deformat „critic" în zonele respective, fie prin încălzirea îndelungată a unor zone decarburate, respectivă fără puncte de transformare, sau chiar prin simplă supraîncălzire.

Într-adevăr, prelucrarea plastică creiază o stare ecruisată în supapă atît sub ciupercă (zona cea mai delicată și în care s-au constatat cele mai dese ruperi) cît și în tija supapei. Aceasta se produce mai ales dacă forjarea se termină sub punctul de transformare, materialul rămînînd cu un ecruisaj puternic, care datorită condițiilor de răcire, nu este uniform în toată piesa, posedînd în unele puncte valori critice. Acest fapt este deosebit de important, dat fiind că ulterior se aplică o normalizare urmată de o revenire și apoi tratament complet de îmbunătățire, adică încălziri îndelungate și la temperaturi înalte, condiții favorabile unei recristalizări grosolane. Un prim factor care interesează deci creșterea grăuntelui, constă în respectarea strictă a tempearturii de sfîrșit de forjare.

Încălzirea în vederea călirii nu poate produce o creștere exagerată a grăuntelui, dat fiind că există particule fine de carburi pe care o încălzire

la 1050 sau 1150°C de durată convenabilă, nu trebuie să le dizolve complet. Încălzirile îndelungate însă, fac ca după dizolvarea acestor carburi grăuntele să crească exagerat. Deci un alt factor important pentru obținerea unei structuri corespunzătoare, este temperatura și durata de încălzire care trebuiesc determinate cu preciziune.

După revenire, oțelul trebuie să posede o structură sorbitică cu carburi fin dispersate, o exagerare a procesului de revenire, făcut la temperaturi prea ridicate și durate îndelungate, putînd duce la o precipitare înaintată a carburilor și respectiv la apariția feritei în zonele respective, în afară de o creștere a grăunților metalului prin procesul de recristalizare.

S-a considerat mult timp în uzină că fragilitatea supapei din MSM_1 ar fi datorită apariției, greu de determinat dealtfel, a fazei sigma care imprimă materialul o mare fragilitate. Trebuie să menționăm că literatura de specialitate arată că faza sigma apare ușor numai în aliajele cu conținut bogat, de crom, ca urmare a încălzirilor prelungite la temperaturi de ordinul 550—700°C și că trece în soluție la temperaturi mai ridicate. Cercetări recente însă, au dovedit că faza sigma a fost identificată și în oțelul cu mai puțin de 20% Cr, dar că apariția ei este legată de menținere foarte îndelungate în zona temperaturilor de 500°C (durate de ordinul a 10 000 ore) și că deci nu prezintă interes practic [4]. Prin urmare și în cazul nostru, posibilitatea apariției fazei sigma nu are importanță practică.

Cu privire la influența unei decarbucări superficiale, amintim că ea poate duce, în timpul încălzirilor ulterioare, la obținerea unui grăunte grosolan, neregenerabil, dat fiind lipsa punctelor de transformare în zona considerată.

Așa dar, cauzele defectelor constate la supapele din oțel MSM 1, trebuesc căutate în procesele care provoacă o creștere exagerată a grăuntelui.

Fig. 4. Aparițiuni feritice, după revenire îndelungată (75 : 1)

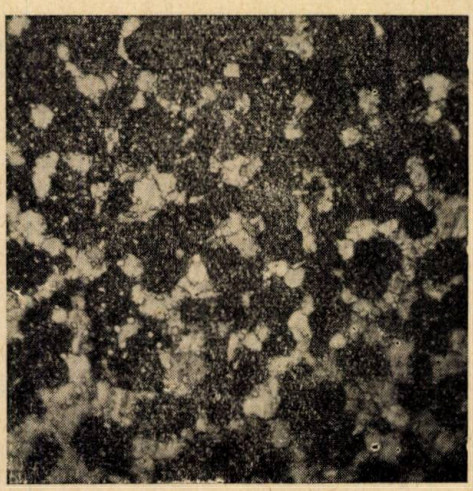


Fig. 5. Precipitațiuni grosolane de carburi în zona feritică (400 : 1

Sub acest aspect, pe baza observațiilor făcute asupra actualului mod de lucru, considerăm că există următoarele deficiențe:

a) Nu se cunoaște pentru fiecare șarje de oțel punctul minim de transformare, pentru a se ști pînă la ce temperatură trebue făcută forjarea. Menționăm că datorită limitelor largi la procentele de carbon, siliciu și crom, temperatura acestui punct poate varia de la șarje la șarje cu 50—60°C.

b) În majoritatea cazurilor, forjarea tijei supapei și mai ales a părții dinspre ciupercă, se termină sub 850°C, pînă la temperaturi la care mate-

Fig. 6. Tije supapă MSM1 deformată critic imediat sub stratul superficial (macrografia din fig. 3 Mărire 100 : 1

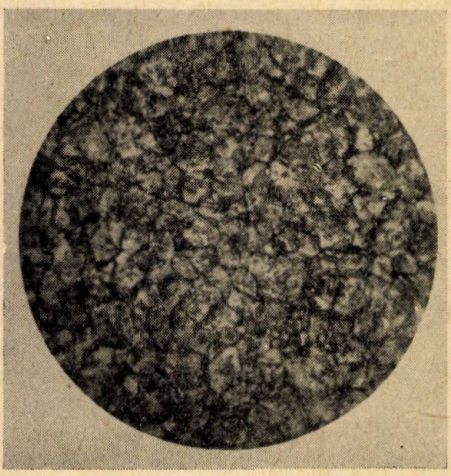


Fig. 7. MSM1. Recopt la 980 și răcit în aer. Carburi în globule și rețea fină. Mărire 400 : 1

rialul mai poate fi încă deformat. Aceasta înseamnă că supapele rămîn într-o oarecare stare de ecruisaj mai ales sub ciupercă, diferit de cel din coada tijei ce servește pentru control și diferit de cel din zona intermediară a tijei, care la cea de a doua matrițare reprezintă deobicei ultima porțiune care se deformează. În zonele cu grade mici de deformare (apropiat de valoarea critică), temperaturile ridicate și de durată (la forjare sau tratament termic), duc la creșterea grăuntelui materialului. Acest fapt este deosebit de imporant deoarece controlul calității supapei se face numai după aspectul spărturii la coada tijei, unde dacă starea de acruisaj a fost diferită de restul supapei în general și mai ales față de regiunea de sub ciupercă, rezultatele vor fi eronate. Verificările făcute pe un număr mare de supape rebutate, au arătat la jumătate din cazuri o structură bună și cu un grăunte foarte fin sub ciupercă, după cum la altă serie de supape admise la control ca îndeplinind condițiile cerute, s-a obținut o rezilienă inacceptabilă în zona ciupercii. Rezultă prinurmare că actualul mod de control folosit în uzină nu poate stabili în mod real calitatea supapelor.

c) Tratamentul termic al supapelor nu se face în condiţii care să evite creşterea de grăunte, ciclurile de tratament, temperaturile şi duratele fiind neraţionale.

Ne referim în primul rînd la faptul că se începe tratamentul printr-o normalizare (încălzire timp de 150 minute la 960—980°C cu răcire în aer, urmată de o revenire timp de 315 minute la 750—780°C cu răcire în cuptor). Cum am mai amintit dealtfel, temperaturile ridicate şi încălzirile îndelungate duc la formarea, în anumite zone, a unei grăunte grosolan greu regenerabil, fie ca urmare unui grad de deformare critic (fig. 3), fie din cauza tendinţei naturale de creştere datorită disolvării complecte a carburilor, sau lipsei punctelor de transformare în părţi decarburate. În plus, oţelurile acestea fiind hipereutectoide, modul de răcire după recoacere poate conduce la obţinerea carburilor sub formă de reţea, care menţinîndu-se în cursul tratamentelor ulterioare, vor introduce un nou factor fragilizant.

Determinarea procesului de tratament termic.

Ca o consecinţă a analizei anterioare şi pentru înlăturarea deficienţelor semnalate, stabilirea unui tratament termic raţional va trebui să ţină seamă de următoarele :

1. Procesul de deformare plastică în vederea fasonării supapei, să fie condus permanent la temperatură superioară punctului de transformare ; în cazul cînd deformarea a continuat şi sub punctul de transformare, piesa încă caldă se reintroduce în cuptor la peste 850°C, pentru eliminarea imediată a ecruisajului. Prin răcirea ulterioară uniformă a pieselor, se poate obţine o duritate acceptabilă în vederea prelucrării mecanice şi deci poate fi suprimat tratamentul de normalizare şi revenire practicat astăzi de uzină.

2. Scurtarea perioadei de încălzire în vederea călirii, la strictul necesar ; pentru aceasta, durata de încălzire pînă la miez pentru acest oţel se va lua astfel : pentru piese de 1 mm grosime, durata 1 minut.

2 — 3 mm	grosime	durata	3 minute
4 — 12 mm	„	„	6 „
13 — 25 mm	„	„	10 „

Durata de austenitizare la temperatura de 1050°C va fi astfel stabilită, încît să rămînă încă un exces de carburi fine nedizolvate ; încercările făcute arată că o durată de 45 minute corespunde perfect acestui scop.

3. Pentru a micşora efectul decarburării şi totodată pentru un tratament mai raţional al pieselor, se recomandă încălzirea în vederea călirii în două trepte ; o preîncălzire de 10—15 minute la 700—800°C şi apoi introducerea la temperatura de călire de 1050°C timp de 45 minute, urmată de răcire în ulei.

4. Reducerea perioadei de revenire la valoarea necesară înscrierii în limitele de duritate prescrisă. S-a stabilit că o durată de 150 minute este suficientă.

5. Durata de încălzire, care pare că influențează defavorabil tenacitatea supapeplor, mai poate fi micșorată printr-o ridicare a temperaturii de călire, urmărind în același timp o călire nepătrunsă a pieselor și care poate fi realizată astfel:

— preîncălzire la 700°C, pentru a intra în intervalul de plasticitate al oțelului;

— introducere la 1150°C timpul necesar încălzirii la această temperatură a unui strat de metal egal cu 1/3—1/2 rază și apoi călire urmată de revenire. La un diametru de 20—25 mm, durata necesară la 1150°C a fost determinată la 3—4 minute.

Pentru stabilirea unor condiții optime de tratament s-au făcut o serie de experimentări pe probe forjate la un coroiaj egal cu cel realizat la supape, în următoarele condiții de forjare:

Grupa 1 Terminat forjarea sub 850°C și răcit în aer.

Grupa 2 Terminat forjarea deasupra lui 850°C urmată de răcire în aer.

Grupa 3 Terminat forjarea sub 850° C, reintrodus la 850°C timp de 30 minute și răcit în aer.

Pentru fiecare grupă s-a aplicat călirea și revenirea la 1050°C și 1150°C în condițiile arătate mai sus, asupra materialului în stare brută de forjare, forjat și supus numai revenirii, sau forjat și supus normalizării și recoacerii cum se practică în uzină. Rezultatele medii obținute sînt redate mai jos pentru fiecare fel de tratament.

Grupa 1. *Terminat forjarea sub 850°C și răcit în aer*

A	1	recopt[1]	960°	+	rev.[2]	800°	călit[3]	1150°	+	rev. 800°	H_B = 309 ;	K = 3,62
B	1	„	960°	+	rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 302 ;	K = 2,62
C	1	„			rev.	800°	„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 317 ;	K = 2,50
D	1	„			rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 302 ;	K = 3,12
E	1	„					„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 267 ;	K = 4,60
F	1	„					„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 272 ;	K = 4,80

Grupa 2. *Terminat forjarea deasupra lui 850°C urmată de răcirea în aer*

A	2	recopt	960°	+	rev.	800°	călit	1150°	+	rev. 800°	H_B = 313 ;	K = 3,38
B	2	recopt	960°	+	rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 298 ;	K = 4,50
C	2	—	—		rev.	800°	„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 306 ;	K = 4,25
D	2	—	—		rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 298 ;	K = 5,00
E	2	—	—		—	—	„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 270 ;	K = 5,20
F	2	—	—		—	—	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 262 ;	K = 6,25

Grupa 3. *Terminat forjarea sub 850°C, reintrodus în cuptor la 850° timp de 30 minute și apoi răcit în aer*

A	3	recopt	960°	+	rev.	800°	călit	1150°	+	rev. 800°	H_B = 313 ;	K = 3,00
B	3	recopt	960°	+	rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 306 ;	K = 3,25
C	3	—	—		rev.	800°	„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 306 ;	K = 4,00
D	3	—	—		rev.	800°	„	1050°	+	rev. 800°	H_B = 285 ;	K = 5,11
E	3	—	—		—	—	„	1150°	+	rev. 800°	H_B = 298 ;	K = 7,50

[1] Recoacere 960°=preîncălzire 15 minute la 700°+80 minute la 960°, răcire în aer.

[2] Revenire 800°=introducere la 800° timp de 150 minute, răcit în ulei.

[3] Călire 1150°=introducere la 700° timp de 30 minute, trecut la 1150° timp de 4 minute și călit în ulei.

[4] Călire 1050°=introducere la 800° timp de 15 minute, trecut la 1050° timp de 45 minute și călit în ulei.

Analiza acestor rezultate arată că pentru durități situate în limitele prescrise și condiții egale de tratament, cele mai slabe rezultate sînt date de grupa 1, adică probe la care forjarea a fost terminată sub temperatura de 850°. Pentru grupele 2 și 3, valorile obținute sînt mult mai ridicate și aproximativ echivalente între ele.

Schema de tratament termic cu rezultatele cele mai bune este aceea fără normalizare sau vre-o revenire prealabilă, rezultînd de aici nu numai inutilitatea acestor tratamente, dar chiar influența lor dăunătoare.

Din cele de mai sus se desprind următoarele concluzii cu privire la fragilitatea supapelor din oțel MSM 1 :

Fragilitatea supapelor se datorește creșterii exagerate a grăuntelui, provocată fie de deformarea critică a metalului, sub punctul de transformare, fie de încălziri îndelungate la temperaturi ridicate (în jurul lui 1000°C) sau mai joase în jurul lui 800°C.

Tratamenul de normalizare și recoacere așa cum este astăzi aplicat în uzină este inutil și dăunător.

Este necesară stabilirea punctelor de transformare pentru fiecare șarjă. Forjarea supapei să se facă cu cît mai puține calduri, evitîndu-se supraîncălzirea materialului, iar temperatura de sfîrșit de forjare să fie cu 30—40° peste Ac_3 al oțelului respectiv la care, după forjare, supapele să fie ținute 30 minute, apoi răcite în nisip.

Tratamentul pentru care se obțin rezultatele cele mai bune constă dintr-o călire la 1050° timp de 45 minute cu preîncălzire de 15 minute, urmată de călire în ulei și revenire la 800°C timp de 150 minute.

Rezultatele obținute sînt cu 50% mai ridicate decît cele mai bune valori indicate de literatură.

În afară de suprimarea completă a tratamentului de normalizare, procesul de tratament indicat asigură și reducerea la jumătate a duratei actualului tratament de călire.

Modul actual de control al calității supapelor nu este corespunzător. Considerăm mai indicat a se sacrifica 5% din supape făcîndu-se rezilienta cu degajarea n zona de sub ciupercă și apoi a se stabili după spărtură și după o valoare stabilită statistic, dacă lotul corespunde sau nu.

Considerăm că prin modificările propuse se poate realiza o reducere a ciclului de fabricație, o reducere a prețului de cost, un control eficient și se va putea asigura într-o bună măsură, evitarea accidentelor din exploatare cauzate de supape.

BIBLIOGRAFIE

[1] C. A. Zapffe: *Stainless Steels*, Publication A.S.M. 1949.

[2] L. Colombier et J. Hochmann: *Aciers inoxidables, acier réfractoires*. Dunod 1955, pag. 13.

[3] J. Cameron: *Metal Tratament*, april. pag. 149—154 și mai, p. 213—218, 1953.

[4]H. S. Link și P. W. Marshall: Trans. A.S.M. 44, 1952, 549.

[5] A. L. Samohoțchi și I. N. Languțov: *Tehnologia tratamentelor termice*.

ХРУПКИЙ ИЗЛОМ ХРОМО-КРЕМНИСТО-МОЛИБДЕНОВОЙ СТАЛИ ДЛЯ КЛАПАНОВ И МЕТОДЫ ЕГО ПРЕДУПРЕЖЕНИЯ

(Краткое содержание)

Настоящая работа исследует устранение изломов, возникающих у выпусткных клапанов дизельных двигателей изготовленных из стали марки МСМ 1.

После определения рабочих услзвий стали марки МСМ 1 с точки зрония структурного равновесия, при анализе дефектов, показано, что изломы возникли из-за необыкновенного увеличения размеров зерна, либо после неправильной термической-обработка либо после случайнлой деформации материала в критической зоне.

На основе опытов установления нолая правильная технология деформации и термо-обработки; при тех же самых значениях твёрдости, было получено удвоение ударной вязкости.

Кроме лучшего качества клапанов, новая технология рекомендуемя ками, обеспечивает значительные окономии.

FRAGILE BREAKING OF A Cr-Si-Mo STEEL FOR VALVES AND METHODES FOR PREVENTING IST.

(Summary)

The study's scope is to avoid the breakings occuring to escaping valves to diesel engines, made of M.S.M_1 Steel.

After placing this Steel in relation to its conditions of structural equilibrium, it has been made an analysis of the defects showing that the breakings are due to abnormal sizes of grains caused either by a deficient heat treatment, or by an accidental plastic deformation of the material in its critical zone.

On the basis of several testings it has been established a corect technology of plastic deformation and heat treatment, obtaining to equal hardness, a double impact strenght.

Besides a superior quality of valves, by the simplifyed methode adopted, the new technology presents also the advantage of an important economy.

RUPTURE FRAGILE D'UN ACIER Cr-Si-Mo POUR SOUPAPES ET MÉTHODES POUR EN PRÉVENIR LA PRODUCTION

(Résumé)

Le travail concerne la recherche des méthodes capables de prévenir les ruptures qui peuvent survenir dans les soupapes d'evacuation en acier MSM_1 dans les moteurs Diesel.

Après avoir déterminé la position d'acier MSM_1 par rapport aux conditions d'équilibre structurel, une analyse des dèfauts constatés, a montré que les ruptures sont dues à la grandeur anormale du grain, provoquée soit par une application defectueuse des traitements termiques, soit par une déformation accidentelle du matériel dans la zone critique.

A l'aide d'essais expérimentaux, on a pu établir une technologie correcte de déformation et de traitement termique des soupapes qui permet d'obtenir, à durité égale, une résilience double.

Cete nouvelle technologie, en dehors de la qualité supérieure qu'elle assure aux soupapes, permet aussi la réalisation d'importentes économies par les simplifications introduites.

DAS BRECHEN EINES Cr-Si-Mo-STAHLS FUR VENTILE UND METHODEN FUR IHRE VORBENGUNG

(Zusammenfassung)

Der Aufsatz beschriebt Mittel und wege fur die Vermeidung des Bruchches der aus MSM_1-Stahl hergestellten Auspuff-ventile de Diesel-motore.

Nachdem die Lage des MSM_1-Sthls gegenüber den Struktur-Gleichgewichts bedingungen festgesetzt wurden, hat man die Hersteblungs mängel untesucht und es hat sich herausgestellt, dass das zerreissen der ungewöhnlich grossen Körnung zu verdanken sei. Diese ist hervorgerufen entweder durch die fehlerhafte Anwendung der Wärmebehandlung, oder durch die zufällige Verunstaltung des Stahls in der kritischen zone.

Auf Grund von Versuchen wurde eine fehlerfreie Verunstaltungs und Wärmebehandlungs-Technologie ausgearbeitet, und man erhielt bei gleichgrosser Brinellhärte eine doppelt so grosse Kerbfestigkeit.

Ausser der besseren Qualität der Ventile, die durch die verschidenen Vereinfachungen hervorgerufen worden sind, führt die neue Technologie zu bedeutenden Ersparnissen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

L'ÉTUDE DE LA DÉSULFURATION DES CONCENTRÉS CUIVREUX DANS LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

ALEXANDRU LUPU, OPREA FLOREA

La production de la plupart des métaux non ferreux Cu, Pb, Zn, Hg et partiellement du Ni, Co et d'autres, est basée sur le traitement des minerais sulfureux, dans lesquels le métal destiné à être extrait se trouve sous la forme des sulfures Cu_2S, CuS, $CuFeS_2$, PbS, ZnS, HgS, NiS, CoS, etc.

Dans le cas des concentrés cuivreux, le but du grillage oxydant est d'éloigner l'excès du soufre en rapport avec le nécessaire à la formation de la matte.

Mais la désulfuration se produit aussi pendant la fusion des minerais ou des concentrés sulfureux dans le four à la sole ou dans le four à cuve.

Chez nous le problème de la manutention rationelle du grillage partiel des concentrés cuivreux se pose d'autant plus que d'une teneur élevée en soufre spécifique à nos concentrés, résulterait une grande quantité de matte ayant une teneur réduite en cuivre.

Ci-bas, nous présenterons dans le tableau nr. 1 la composition chimique de certains concentrés sulfureux de cuivre de notre pays :

Le tableau Nr. 1

	%S	%Cu	%Pb	%Zn	%Fe	$\%SiO_2$	%CaO
1. Concentré A	24—28	16—17	11—12	6	20	15—20	3—5
2. Concentré B	35—37	18—20	0,5	0,8	32	16—20	1—2
3. Concentré C	25—31	23—25	1	0,1	25—30	15—20	5 6
4. Concentré D	33—35	18—20	1,5	2	33	4—6	0,5—1

On a étudié la façon dont se sont comportés ces concentrés au cours de l'opération de grillage, en considérant la teneur différente en soufre et en cuivre des concentrés, ainsi que la teneur en cuivre des mattes qui s'obtiennent dans le four à cuve ou dans le four à sole (30—45 p. 100 Cu).

Un simple calcul métallurgique nous fournit des données suffisantes qui sont à même de nous indiquer la nécessité d'un traitement différent des concentrés.

De cette manière pour les deux concentrés (A et B) mentionnés si l'on veut obtenir une matte ayant 30 p. 100 de Cu et 25 p. 100 de S il sera nécessaire d'avoir des degrés différents de désulfuration.

En considérant que le rendement d'extraction du cuivre est de 95 p. 100 sur les 100 kg. de concentré, il en résultera :

= Pour le concentré B : $20 \frac{95}{100} = 19$ kg de Cu qui sera contenu en

$$\frac{19.100}{30} = 63 \text{ kg de matte,}$$

qui aura $\frac{63.25}{100} = 16$ kg de S.

Le matériel contiendra avant la fusion

$\frac{16.100}{70} = 23$ kg. de S parcequ'une certaine quantité de soufre (environ 30 p. 100) s'eloigne pendant la fusion.

Par conséquent pendant le proces du grillage il se dégagera une quantité de 14 kg, de soufre du concentré qui contrenait, au début de l'opération, 37 kg de soufre.

Le degré de désulfuration sera le suivant :

$$\Delta S = \frac{14}{37} \cdot 100 = 38 \text{ p. } 100$$

Pour le concentré A. il résultera :

$$17 \cdot \frac{95}{100} = 16 \text{ kg Cu qui sera contenu en}$$

$$\frac{16.100}{30} = 53 \text{ kg de matte qui aura}$$

$$\frac{53.25}{100} = 13 \text{ kg de soufre}$$

Pendant la fusion une quantité d'environ 30 p. 100 de soufre s'échappe tant comme au premier concentré.

Après le grillage (avant la fusion) le matériel contiendra :

$$\frac{13.100}{70} = 18{,}5 \text{ kg de soufre}$$

Donc du concentré qui contenait, au d-but, 24 kg de soufre s'en échapperont seulement 5,5 kg S et le degré de désulfuration sera :

$$\Delta S = \frac{5,5}{24} \cdot 100 = 22 \text{ p. } 100$$

Ce calcul nous fait voir qu'il est nécessaire d'obtenir des degrés différents pour le traitement des deux concentrés cuivreux qui dans notre pays, sont d'habitude grillés en conditions identiques.

A la base du grillage il y a les réactions suivantes :

$$Me\,S + 1,5\,O_2 = MeO + SO_2 \quad (1)$$
$$Me\,S + 2\,O_2 = Me\,SO_4 \quad (2)$$
$$SO_2 + 0,5\,O_2 = SO_3 \quad (3)$$
$$Me\,SO_4 = MeO + SO_3 \quad (4)$$

On connaît les deux théories concernant le mécanisme de la réaction d'oxydation des sulfures :

— celle de la formation des sulfates comme un premier stade de la réaction d'oxydation ;

— celle de la formation directe des oxydes.

L'oxydation des sulfures passe par le stade intermédiaire de la formation des sulfates (la 2-e réaction) ensuite les sulfates se décomposent en produisant des oxydes (la 4-a réaction), conformément à la théorie sulfatique.

Mais les oxydes peuvent de nouveau se sulfater ; il est donc possible qu'il y ait non seulement des sulfates primaires, mais aussi des sulfates secondaires.

Suivant la II-e théorie, les sulfures s'oxydant directement en oxydes (I-ère réaction) et c'est seulement ces oxydes qui peuvent engendrer les sulfates.

La stabilité des sulfates de Fe, Cu, Pb, Zn qui pourraient naître dans le proces du grillage des concentrés de cuivre, diffère de l'un à l'autre.

Pour la réaction (4) l'expression de l'énergie libre nous indique ses conditions de développement

$$\Delta F = R\,T\,(\ln K'_p - \ln K_p)$$

$K_p = P_{SO_3}$ — la constante d'équilibre de la réaction (4) ;
$K'_p = P'_{SO_3}$ — la pression partielle de SO_3 à un moment donné dans le four.

Le réaction (4) aura lieu de gauche à droite quand
$P_{SO_3} > P'_{SO_3} : \Delta F = -$

La réaction (4) aura lieu de droite à gauche quand
$P_{SO_3} < P'_{SO_3} : \Delta F = +$

La réaction (4) sera équilibre quand $P_{SO_3} = P'_{SO_3} : \Delta F = 0$.

Des données mentionnées ci-dessus et des diagrammes existantes dans la littérature [3—5] il result que dans l'intervalle de température compris

entre 600—700°C, les sulfates qui se formeraient à l'oxydation dans l'air des concentrés cuivreux se décomposent en MuO et en SO_3 (tab. 2).

Le tableau 2

Les sulfates des métaux	La temp. au début de la décomp., °C	La temp. de décomposition energique., °C	Le produit de la décomposition	Observation
1. $FeSO_4$	167	480	$Fe_2O_3 2SO_3$	jaune-marron
2. $Fe_2O_3 2SO_3$	452	560	Fe_2O_3	rouge
3. $PbSO_3$	637	705	$6\,PbO \cdot 5SO_3$	blanche
4. $CuSO_4$	653	670	$2\,CuO \cdot SO_3$	orange
5 $ZnSO_4$	702	720	$3\,ZnO \cdot 2SO_3$	blanche
6. $2\,CuO \cdot SO_3$	702	786	CuO	noire
7. $3\,ZnO \cdot 2SO_3$	755	767	ZnO	jaune-blanche
8. $6\,PbO \cdot 5SO_3$	952	962	$2\,PbO\ SO_3$	blanc-jaune

Le grillage oxydant est favorisé par la concentration reduite de SO_3 de la phase gazeuse, ce qui est réalisable en introduisant une grande quantité d'air au four de grillage. C'est pour cela que dans les éxpériences effectuées on a passé de l'air en excès par rapport à l'air stochïométrique, nécessaire.

Pendant les opérations exécutées, l'on a pu distinguer deux périodes de l'éloignement du soufre.

La première période de la désulfuration a lieu jusqu'à une température de 500°, lorsque, au-dessus de la surface de l'épreuve qui était encore de couleur foncée des flammes bleues ont apparu, dues à la combustion du soufre dégagé après la dissociation des sulfures complexes.

On pourrait obtenir les réactions suivantes de dissociation des sulfures complexes en tenant compte de la composition minéralogique des concentrés de cuivre étudiés et des caractéristiques thermodynamiques des composés métalliques qui y sont contenus :

1. $FeS_2 = FeS + S - 12.400$ cal. la tension de dissociation ayant les valeurs :

°C	576	610	645	665	672	680	700
Pmm Hg	0,75	13,5	106	251	343	518	760

On voit que l'élimination intense du soufre commense à partir de 600°.

2. $4\,CuFeS_2 = 2\,Cu_2S + 4FeS + S_2$
3. $4\,CuS = 2\,Cu_2S + S_2$ 300—700°

La stabilité ou l'instabilité de ces sulfures est indiquée par leurs valeurs calorifiques de formation, ainsi que par les tensions de dissociation des sulfures respectives, en fonction de l'affinité des métaux pour le soufre.

Cette affinité s'exprime par l'énergie libre comprise dans la rèlation suivante (tab. 3) :

$$\Delta F = -RT \ln P_{S_2} = -4{,}576\ T \log. P_{S_2}$$

Réaction	ΔF°_T cal/mol	$\Delta H298$ cal/mol	$\Delta F298$ cal/mol
$FeS_{(s)} + S_{romb} = FeS_2$	$16\,080+11{,}72T \log T-15{,}94.10^{-3}T^2=35{,}64\,T$	15.980	12.680
$2FeS_{(s)} + S_{2\,(g)} = 2FeS_2$	$63.510+2209T \log T-26{,}08\ 10^{-3}T^2-109{,}90T$	62.970	44.720
$2Cu_2S_{(s)} + S_{2\,(g)} = 4CuS$	$45.020-16{,}47T \log T+4{,}84.10^{-3}T^2-10{,}23T$	46.720	30.250

Par les données présentées on peut remarquer que dans le cas de la stabilité des sulfures des métaux présents dans les concentrés il ne s'agit pas pour toute les températures un même ordre. l'ordre établi peut être beaucoup changé en fonction de la température ; tel est le cas du Cu_2S et FeS à 500° par rapport à 600°C.

Egalement, on peut facilement observer que la tension de dissociation des sulfures supérieures (FeS_2, CuS) atteint des valeurs de 1 atm à la température de 600—700°C. Ainsi pour la réaction :

$$4\ Cu\ S = 2Cu_2S + S_2$$

la tension de dissociation du sulfure cuprique augmente rapidement de 1 jusqu'à 595 mm Hg dans l'intervalle de température de 390—500°.

Dans le deuxième période on a constaté l'inflammation des sulfures :

La surface du concentré soumis à l'opération est devenue rouge, la température a augmenté graduellement grâce au caractère exothermique plus intense des réactions d'oxydation des sulfures méttaliques présentes.

Le processus du grillage est de beaucoup influencé aussi par la température d'inflammation des sulfures (tab. 4).

Minéraux	Temp. d'inflammabilité (en C°)	aux dimensions du grain	
	0,1 mm	0,1—0,2 mm	au-dessus de 0,2
Pyrite	325	405	472
Pyrotine	430	527	590
Blende	647	—	810
Galène	554	—	847
Chalcosine	430	—	679

De sorte que, en tenant compte du fait que les particules fines s'allument à une température plus basse que les grandes particules on a travaillé avec les concentrés industrielles pour se rapprocher le plus possible des conditions industrielles de 0,2—0,5 mm.

Les reactions possibles dans les systèmes les plus importants formés de trois composants (M-S-O) et d'une série de phases, ont lieu pendant la deuxième période : les réactions du système Cu-S-O et Fe-S-O y prédominent.

En ce qui concerne le pourcentage de soufre éliminé il faut tenir compte du fait qu'il sera aussi influencé par la présence des autres sulfures dans le concentré soumis au grillage (5).

L'étude de la façon dont les concentrés cuivreux se sont comportés s'est effectué à diverses températures, comprises entre 600—1100°C.

L'axydation a eu lieu dans un tube céramique chauffé dans un four tubulaire et la température a été masurée au moyen d'un thermo-couple. Au cours des expériences les conditions de travail se sont maintenues constantes, la température et le temps ayant seuls varié.

Les produits obtenus àla suite de la combustion du soufre en SO_2 et en SO_3, en même temps que le surplus d'air ont été passés successivement par deux vases d'absorption dans lesquels il y avait une solution de perhydrol 0,5% H_2O_2.

La relation utilisée pour la détermination du soufre éliminé a été :

$$\%_0 S = \frac{K T_S V \cdot 100}{a}$$

a — le poids du grillage en grammes ;
K — coefficient de la normalité de la base ;
V — le volume de la base en ml, consummé pour le titrage ;
T_S — le titre de la base, sa teneur en soufre.

Pour la solution 0,1 N de la base $T_S = 0{,}0016$ g/cm³.

Les résultats obtenus à la suite des expériences au laboratoire sont les suivante (tab. 5).

Le tableau 5

Température — 600°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concentré	5′	10′	15′	20′	25′	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	6,7	10,2	12,8	15	16,1	16,9	19,53	21,03	21,75	22,45	23,15
B	6,71	12,2	16,8	18,8	19,5	21,75	23,26	24,83	26,17	27,35	28.20
C	8	11,5	13	15,5	16,2	17,65	19,39	20,91	22,14	22,90	23,50
D	8	10	12,5	14	16,2	18,34	20,31	21,50	23,58	24,93	26

Température — 700°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concéntre	5′	10′	15′	20′	25′	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	6	9	10	13	14,5	15,47	16,74	19,26	20,14	20,90	21,66
B	11,5	16,2	19,4	23,6	25	26,61	28,98	30,76	31,96	33,04	34,95
C	10	12,5	16,5	20	23,2	26,1	27,37	28,64	29.40	30,16	30,92
D	9	11,5	13.2	16	18,4	21	22,5	24.2	26,2	27,5	28,8

Température — 800°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concentré	5′	10′	15′	20′	25′	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	9,05	15,30	17,30	19,50	21,00	22,26	23,40	24,74	25,50	26,26	27,02
B	12,20	17,50	21,20	24,70	26,90	29,56	31,38	33,20	34,40	35,15	36,00
C	11,00	13,50	17,50	20,50	24,00	26,60	28,12	29,13	29,89	30,65	31,35
D	10,00	13,00	17,00	20,00	22,60	24,60	26,40	27,90	29,20	30,20	31,00

Température — 900°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concentré	5′	10′	15′	20′	25′	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	13	16,50	19,00	20,50	21,40	22,42	23,20	24,37	25,03	25,69	26,35
B	12	18,00	20,00	25,00	27,00	29,98	31,70	33,42	34,66	35,65	36,40
C	12	15,00	17,50	21,00	24,50	26,77	28,45	29,62	30 40	31 06	31,59
D	10	12,80	16,90	20,60	22,60	24,40	26,00	27,30	28,50	29,50	30,50

Température — 1000°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concentré	5′	10′	15′	20′	25′	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	9,35	14,50	16,00	18,50	19,50	20,50	21,75	22,66	23,42	23,98	24,54
B	11,20	16,90	21,50	26,70	27,00	28,00	29,30	30.60	31,30	32,00	32,50
C	12,00	14,00	18,00	20,00	22,00	44,88	26,20	26,76	27,32	27,86	28,42
D	9,50	12,50	16,50	19,00	21,40	22,80	24.50	26,10	27,30	28,30	29,30

Température 1100°C Soufre éliminé (%)

Durée / Concentré	30′	60′	90′	120′	150′	180′
A	—	—	—	—	—	—
B	27,00	28,10	29,40	30,20	31,20	32,20
C	22,31	23,80	24,98	25,51	26,10	26,66
D	20,90	22,90	24,50	26,70	—	—

$\Delta\eta$ = degré de désulfuration (%)

Concentré	Témperature / Dureé	600°	700°	800°	900°	1000°	1100°
A	30′	64,0	60,0	81,5	82,0	76,0	—
B	30′	62,5	75,0	81,5	83,0	78,5	76,5
C	30′	53,0	77,2	78,5	78,6	74,0	61,5
D	30′	63,0	71,0	81,5	81,0	79,5	71

Concentré							
A	3 h	84,0	79,8	96,8	95,0	88,5	
B	3 h	77,0	95,55	97,5	98,5	89,4	88,5
C	3 h	70,5	89,5	90,5	94,4	83,5	78,3
D	3 h	86,0	93,6	100	97,0	95,5	85,0

A la température de 600°, le concentré (B) se désulfure avec plus d'intensité de sorte qu'à partir de 30 minutes jusqu'à l'intervalle de 3 heu-

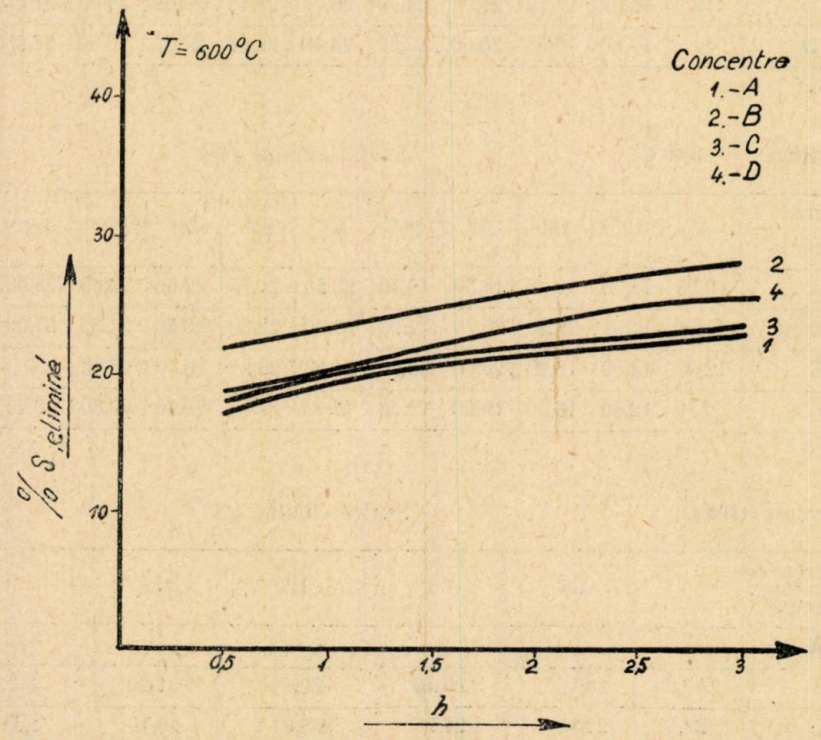


Fig. 1. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps à 600°C, ua cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

res, la quantité de soufre degagée est en permanence d'environ 6 p. 100 de plus, par rapport aux autres concentrés.

Le concentré (D) se désulfure plus difficilement parceque d'un côté la teneur en soufre est plus réduite et de l'autre, parcequ'il contient une quantité plus grande de $CuFeS_2$ qui se dissocie avec plus de difficulté que la pyrite.

Le concentré (C) se comporte tout au contraire quoiqu'il ait une teneur en soufre et en fer plus grande que le concentré (D) et il devrait

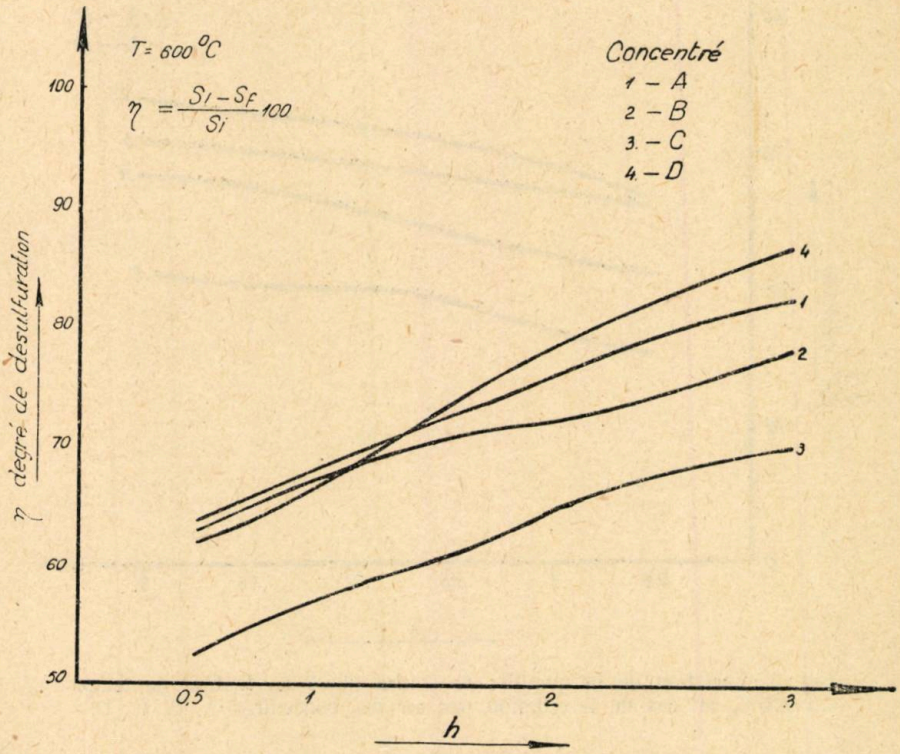


Fig. 2. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 600°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

dégager une quantité plus grande de soufre. Et cela dans le sens qu'il élimine une quantité moindre de soufre à cause de la faible teneur en SiO_2 (4 p. 100) et aussi grâce à une teneur plus grande en blende qui se dissocie plus difficilement.

La présence de la pyrite et de la chalcopyrite détermine une désulfuration assez forte mais différemment et cela en fonction de la présence de la silice qui favorise ce processus en agissant comme accélérateur.

On remarque qu'à une teneur presque égale de chalcopyrite et de pyrite des concentrés B et C, le soufre dégagé est en quantité plus grande au concentrés B (environ 25 p. 100) avec une teneur de SiO_2 (16—20 p. 100)

par rapport au concentré C où l'élimination du soufre est d'environ 20 p. 100 à une teneur d'environ 4 p. 100 SiO_2.

Un élément qui actionne dans le sens de la différenciation du comportement des deux concentrés est aussi la teneur du ZnS, en proportion plus

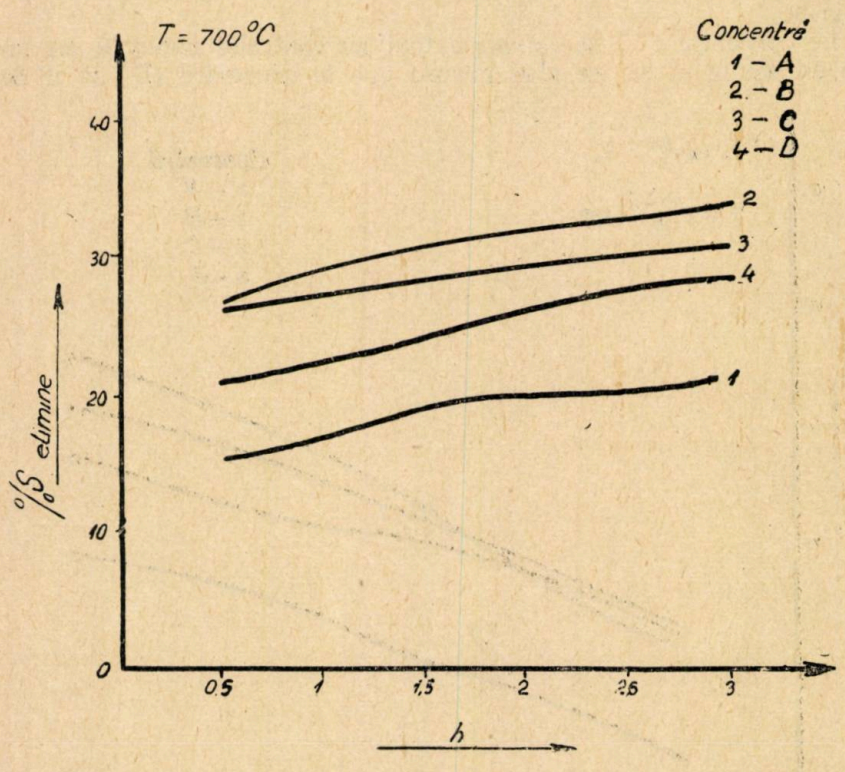


Fig. 3. Variation de la quantité de soufre libéré en fontion de temps a 700°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

grande au concentré C (3% ZnS) par rapport à 1,2% de ZnS au contrentré B, la sulfure de zinc étant une sulfure plus stable se dissociant aux temé pératures plus élevées.

Le concentré A met en liberté la moindre quantité de soufre par le fait que d'un côte il a une teneur réduite en soufre et de l'autre, il contient une quantité considérable de blende (9 p. 100 ZnS) et peu de pyrite ((environ 6 p. 100).

En ce qui concerne le degré de désulfuration jusqu'à 600°, on remarque une désulfuration plus intense pour les concentrés D et A, parcequ'ils ont, au début une quantité plus petite de soufre (31 p. 100 respectivement 28 p. 100) par rapport à d'autres concentrés : B ou C (37 p. 100 respectivement 35 p. 100).

Viennent ensuite les concentrés B et C qui ont au début une teneur plus grande de soufre, quoique le pourcentage de soufre éliminé soit plus élevé.

L'aspect dans diagrammes indiquant la quantité de soufre oxydé, à la température de 700°, en comparaison à la température de 600°, la concentré C (3) met en liberté une quantité plus grande de soufre que le concentré D (4). Et cela parce qu'au premier la quantité de pyrite est plus grande et c'est à partir de cette température que commence l'élimination intense du soufre.

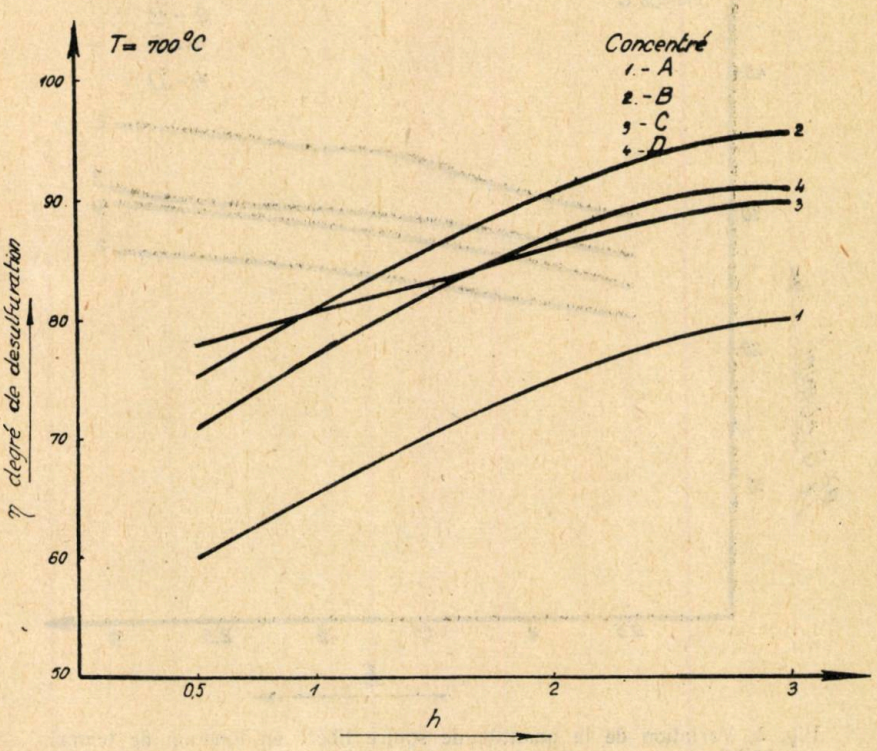


Fig. 4. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 700°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

Le concentré A ayant moins de Fe et de S dégage une petite quantit- de soufre et se maintient dans la partie inférieure du diagramme.

Le concentré B, grâce à sa teneur en pyrite, élimine, par rapport aux autres concentrés, la plus grande quantité de soufre.

En ce qui concerne le degré de désulfuration, à cette température le concentré B, grâce à sa teneur élevée en pyrite, continue à se désulfurer avec plus d'intensité que le concentré D, dont la teneur en pyrite est réduite, occupant, cette fois-ci, la deuxième place. Le concentré B se désulfure davantage que le concentré C par le fait que ce dernier a une quantité plus petite de SiO_2 et une quantité plus grande de ZnS qui se dissocie plus

difficilement à cette température quoique le teneur initiale en soufre soit plus rapprochée.

Tout auterment se manifeste cette fois-ci le concentré A qui, grâce à sa grande teneur en Zns (9%) et de la galène en proportion plus élevée qui s'est oxqdée dès les 600° et grâce à la quantité réduite de pyrite, à cette température (700°) a une désulfuration plus lente.

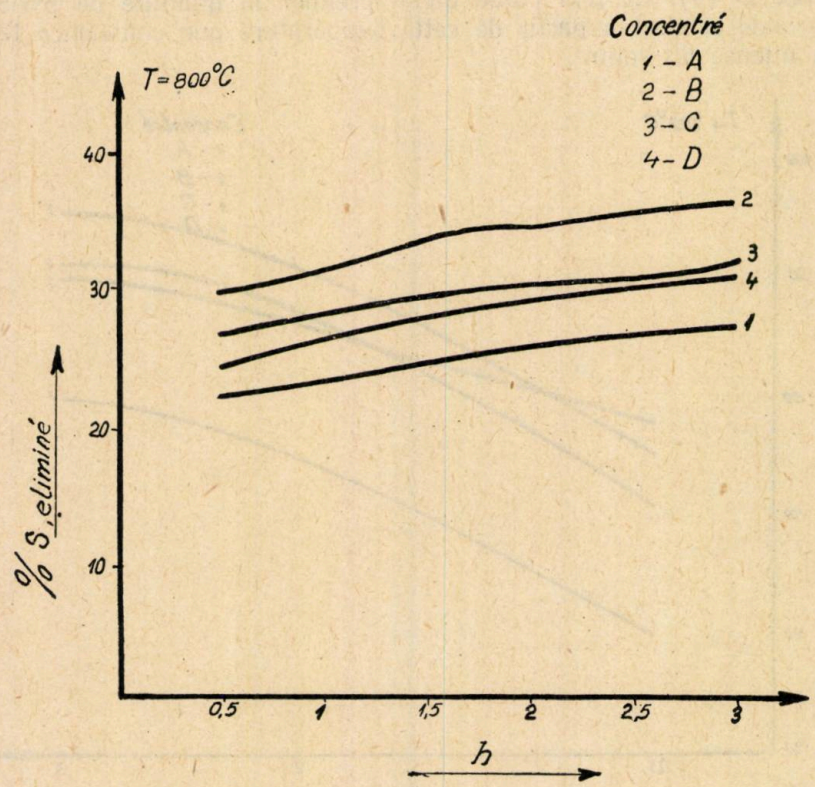


Fig. 5. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps a 800°C, au cas de l'oxydation par air desconcentrés A, B, C, D.

L'ordre dans lequel le soufre est éliminé à la température de 800° est le suivant : B, C, D, A. Cet ordre se maintient comme à la température de 700°.

La moindre quantité éliminé est constatée au concentré A. On constatera aussi un rapprochement de la courbe du concentré D de celle du concentré C qui sera manifesté plus fortement vers les 1000—1100°, lorsque le concentré D dégagera une plus grande quantité de soufre que le concentré C.

En ce qui concerne le degré de désulfuration, le concentré D continue à se désulfurer par l'augmentation de la température et atteint le maximum possible de désulfuration, grâce à sa teneur élevée en chalcopyrite.

Suit le concentré B qui continue à se désulfurer fortement à cause de son pourcentage élevé de pyrite.

A la température de 800°, le concentré A subit une désulfuration plus prononcée qu'à 700°, parceque ici une petite quantité de soufre éliminée agrandie beaucoup le degré de désulfuration, à cause de la teneur initiale réduite en soufre.

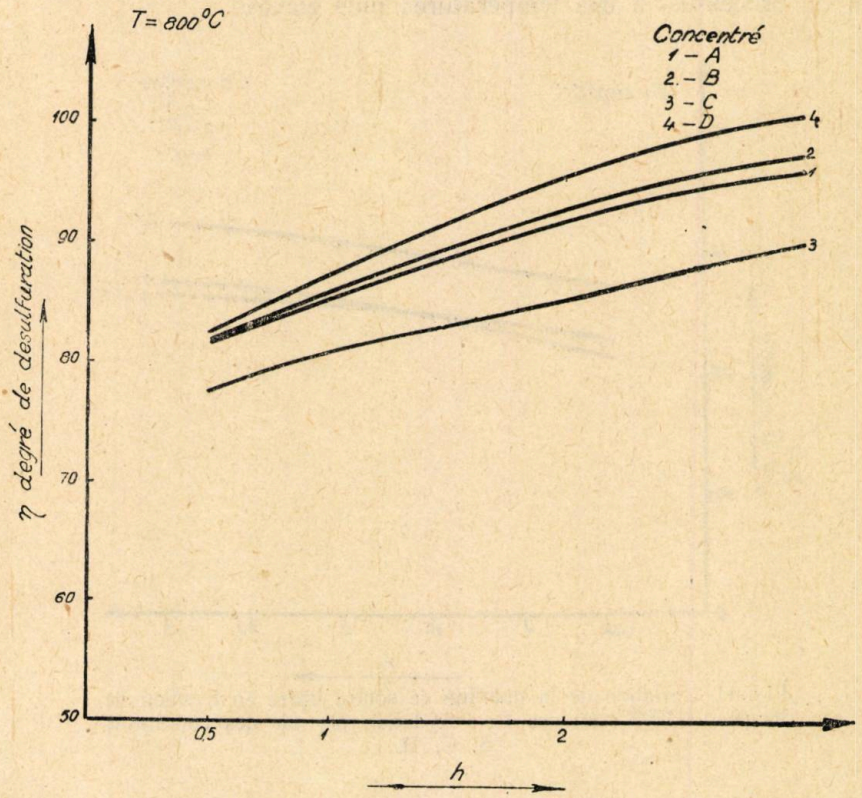


Fig. 6. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 800°C, au cas de l'oxydation par air desconcentrés A, B, C, D.

C'est le concentré C qui a le plus petit degré de désulfuration ; c'est ici que se manifeste encore une fois, l'action de la teneur réduit en SiO_2 par rapport à une quantité initiale plus grande en soufre.

A la température de 900° tant comme pour 800° le même ordre se maintient en ce qui concerne l'élimination du soufre.

Quant au degré de désulfuration, il faut dire pu'à cette température, tous les concentrés continuent à se désulfurer a la même maniere, excepté pour le concentré qui continue plus fortement à se desulfurer grâce à la teneur plus élevée en pyrite.

A la température de 1000°, le même ordre se maintient dans la première phase de l'opération où le soufre est éliminé à la température de 900°. Une seule différence à mentionner : c'est que le concentré D pui au début se désulfure plus difficilement, continue, dans la deuxième phase à se désulfurer plus puissament que le concentré C. Cela est dû à la teneur plus élevée en sulfure de zinc qui se dissocie plus difficilement ; pour le concentré D, la teneur plus grande en silice agit dans le sens de l'accélération du processus, à des températures plus élevées.

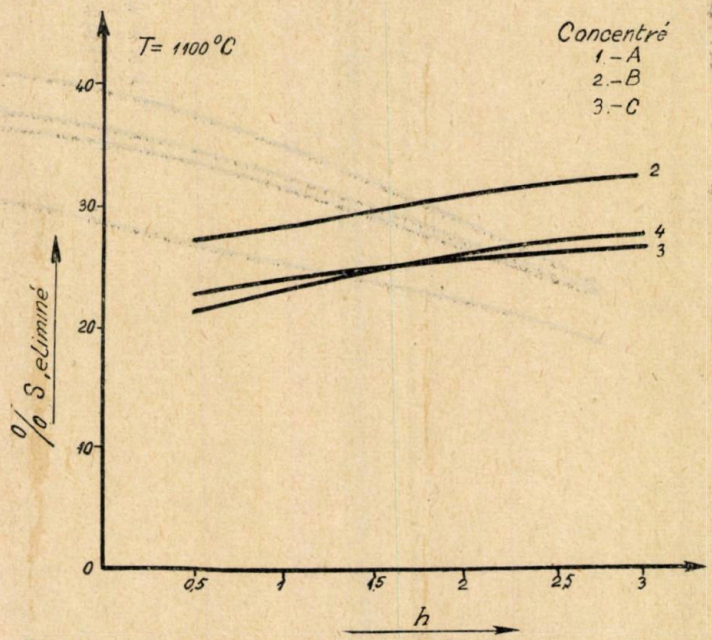


Fig. 11. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps a 1100°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés B, C, D.

Contrairement aux autres concentrés qui se sont désulfurés avec plus d'intensité à l'intervalle de 700—900°, présentant cette fois-ci une désulfuration plus réduite, grâce à la teneur plus élevée en pyrite, le concentré D, ayant une teneur plus réduite en soufre que les autres (C et B), continue à se désulfurer dans le même ordre de grandeur comme pour la température de 900°.

Comme la température de l'opération est élevée, une certaine fusion partielle se produit surtout à la surface ce qui empêchera le processus de l'oxydation. C'est à cause de cela que l'oxydation respectivement la désulfuration, se produit plus lentement qu'à 900°.

A la température de 1100°, le concentré A à cause de sa teneur plus élevée en plomb (11—12 p. 100) se fond ne permettant pas dans cet état le développement du processus en bonnes conditions.

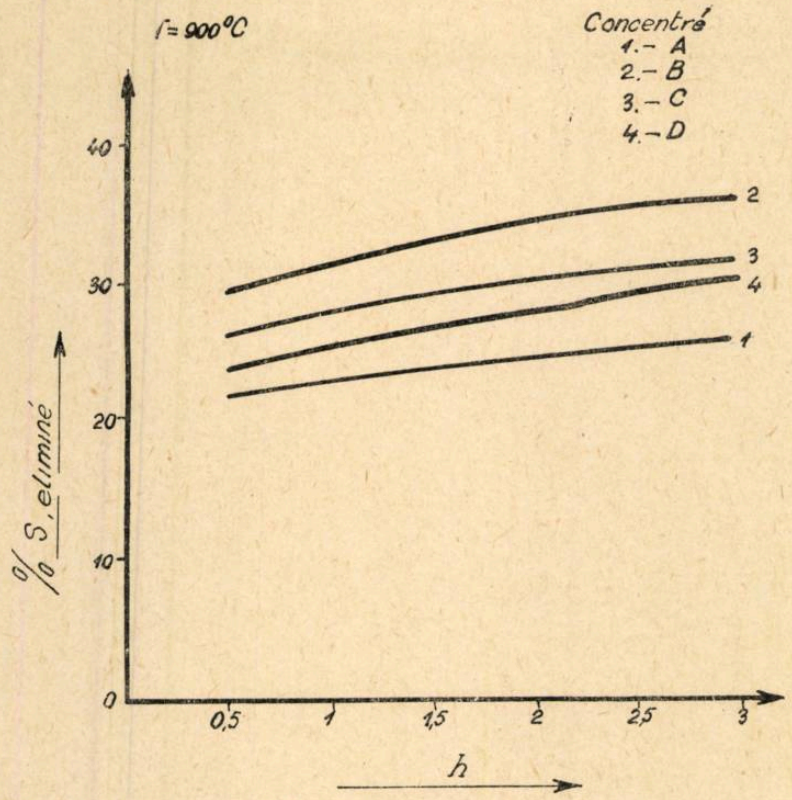


Fig. 7. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps a 900°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

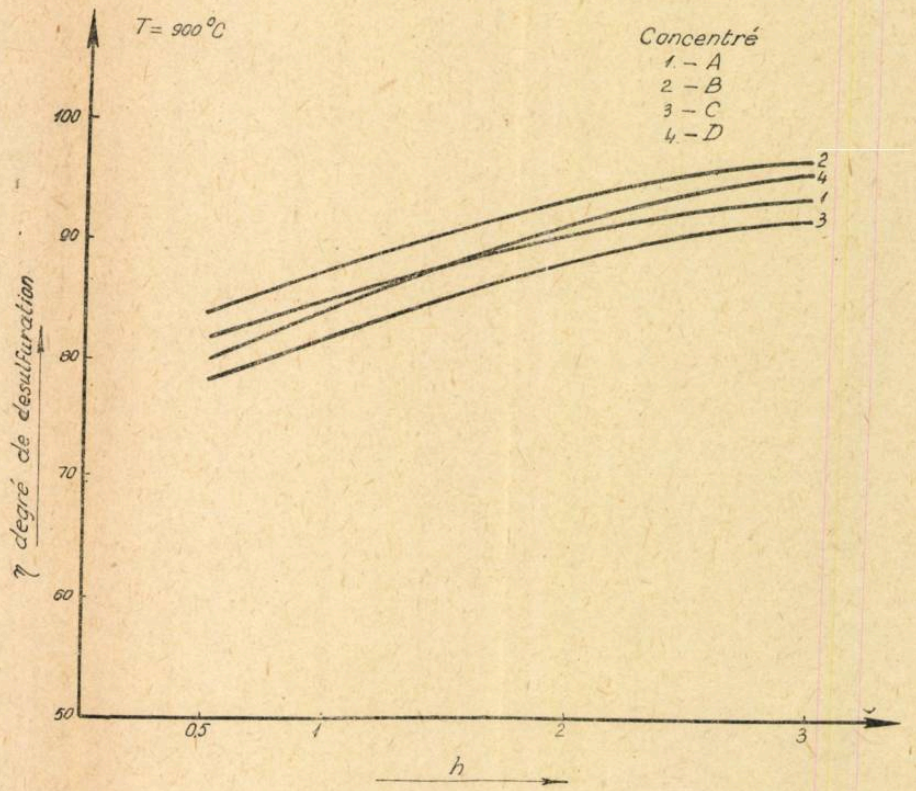
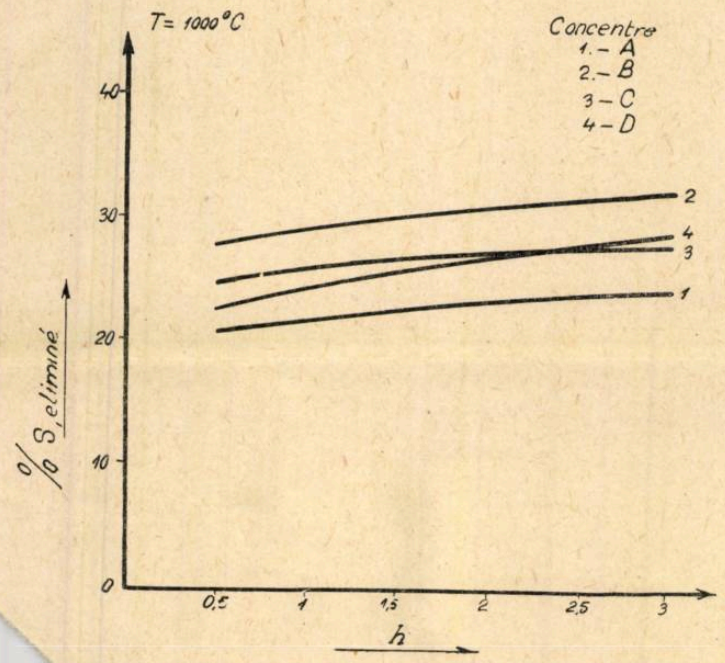


Fig. 8. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 900°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.



9. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de a 1000°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

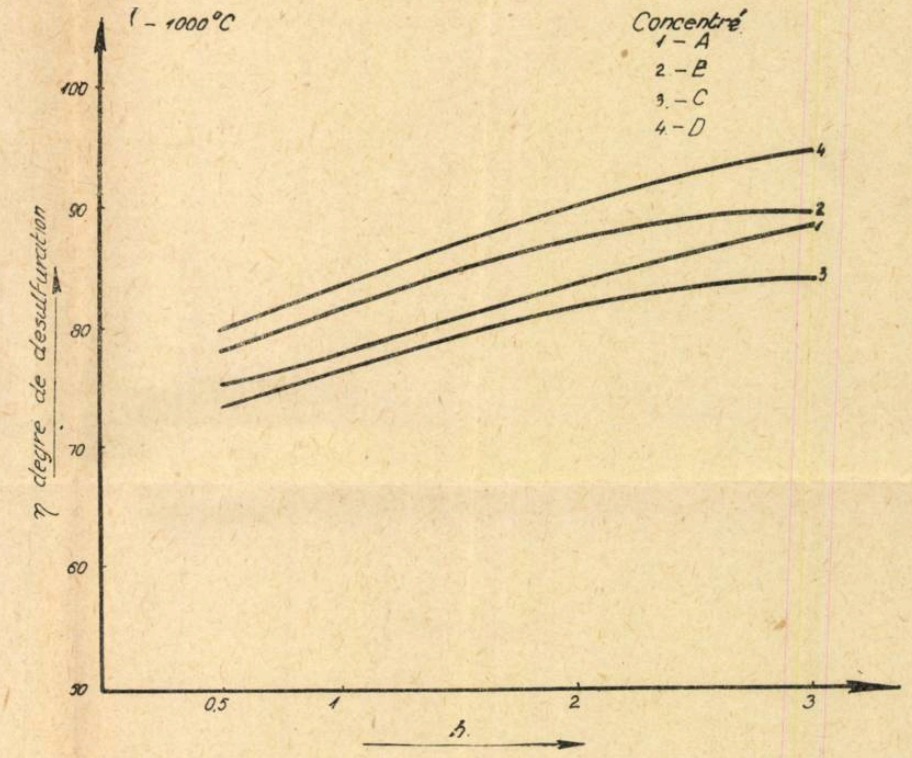


Fig. 10. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 1000°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

C'est à cause de cela qu'on a opéré avec les concentrés B, C, D (2, 3, 4) en maintenant le même mode de désulfuration, tout comme pour la deuxième phase du processus à la température de 1000°, avec la seule différence que cette fois-ci, elle est de beaucoup plus intense.

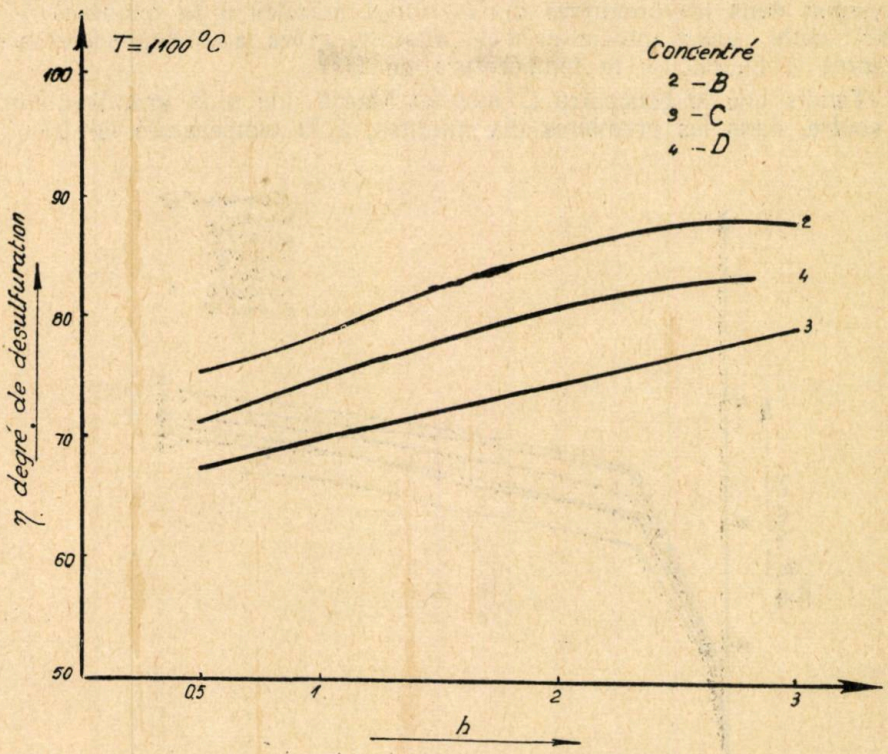


Fig. 12. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de temps a 1100°C, au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

L'ordre de l'élimination du soufre qui vient de s'oxyder, est B, C, D. A cette température, on peut constater cet ordre, selon le degré de désulfuration : B, D, C.

Le concentré B se désulfure le plus, parcequ'il contient des sulfures qui se dissocient plus facilement à ces températures (CuS, FeS_2) que le concentré C qui ayant des sulfures moins dissociables (ZnS), ou moins fusibles, en présence de l'oxyde formé (PhS, PhO), rendent aussi le processus plus difficile.

Pour ce qui concerne la période d'élimination du soufre, on peut faire les observations suivantes :

Tandis qu'à la température de 900°, le concentré A élimine la plus grande quantité de soufre durant les premières 10 minutes, à la température de 800°, il élimine la plus grande quantité de soufre après trois heu-

res, ce qui s'explique par le fait que l'action de la température de 800° équivant à celle de 900° pour la désulfuration, mais après un intervalle plus long sans arriver à une fusion accentuée.

Quant au concentré B, la quantité de soufre éliminée atteint la valeur maximum dans les premières dix ou vingt minutes à la température de 1000°: cette valeur maximum n'est atteinte, grâce au même phénoméne, qu'après 3 heures, à la température de 900°.

Tandis que le concentré D met en liberté une plus grande quantité de soufre, dans les premières dix minutes, à la température de 1000°, à

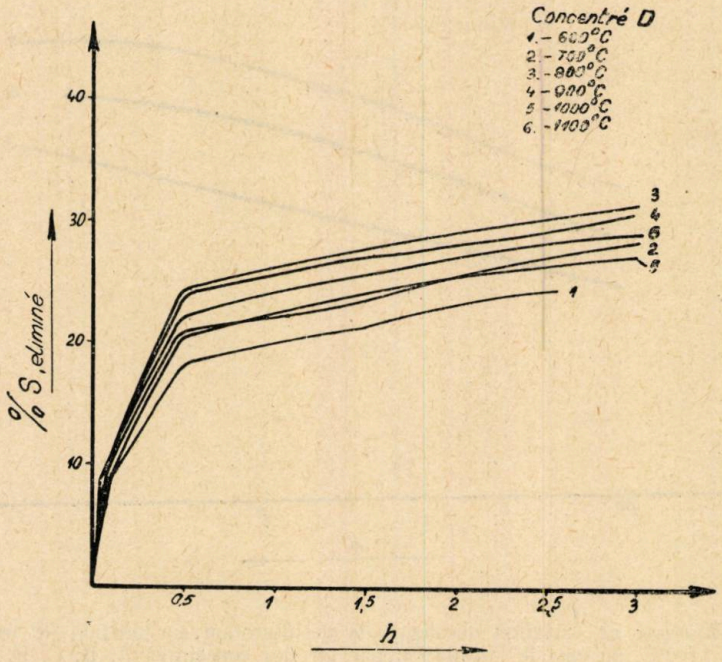


Fig. 17. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps aux différentes valeurs de la température, au cas de l'oxydation par air du concentré D.

800° elle ne l'atteint que 3 heures après, grâce au phénomène plus-haut mentionné.

A son tour, le concentré C éliberé à 1000° une quantité plus grande de soufre après 10 minutes; ce n'est qu'après 3 heures qu'il élibère cette même quantité, à la température de 900°.

Parmi les concentrés étudiés jusqu'à présent, l'ordre dans lequel le soufre est généralement éliminé est le suivant: Pour ce qui est des concentrés B, C, D, l'explication vient justement de leur teneur (différente en soufre et de la présence de différents sulfures (les expériences faites concordent aux données des analyses chimiques). Le concentré B contient

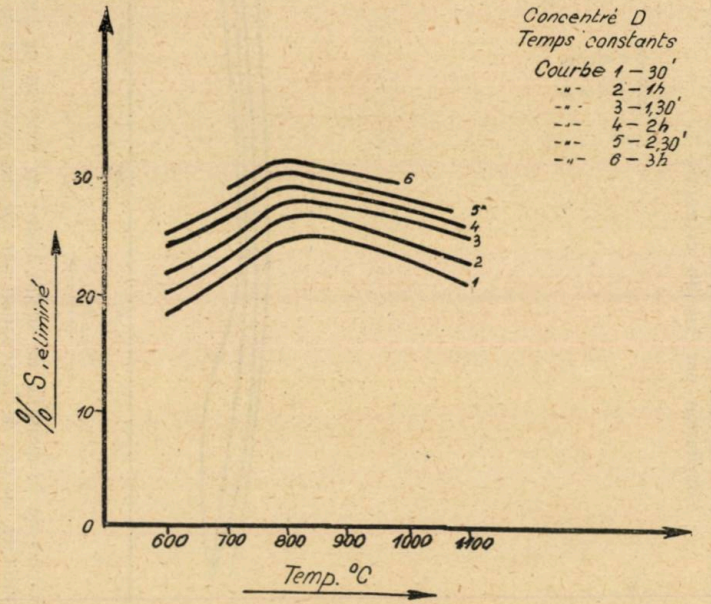


Fig. 18. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de température aux différentes périodes de temps, au cas de l'oxydation par air du concentré D.

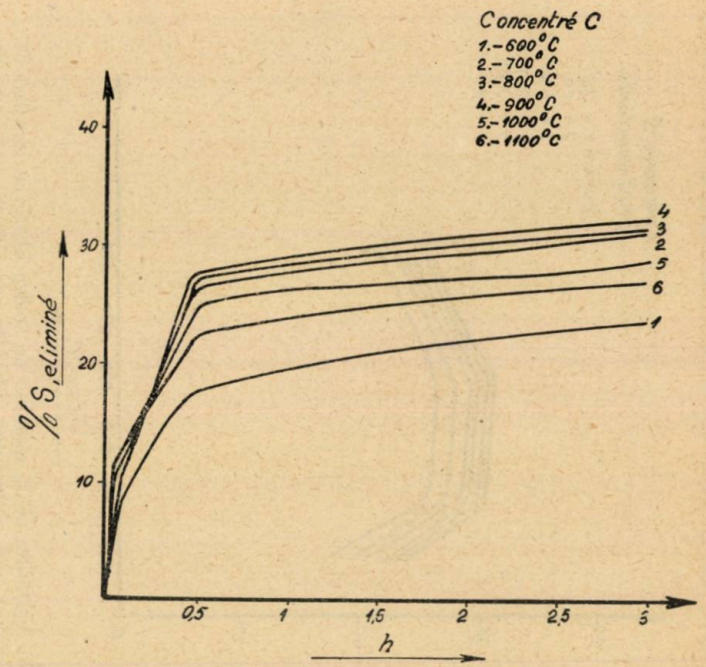


Fig. 19. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de temps aux différentes valeurs de la température, au cas de l'oxydation par air du concentré C.

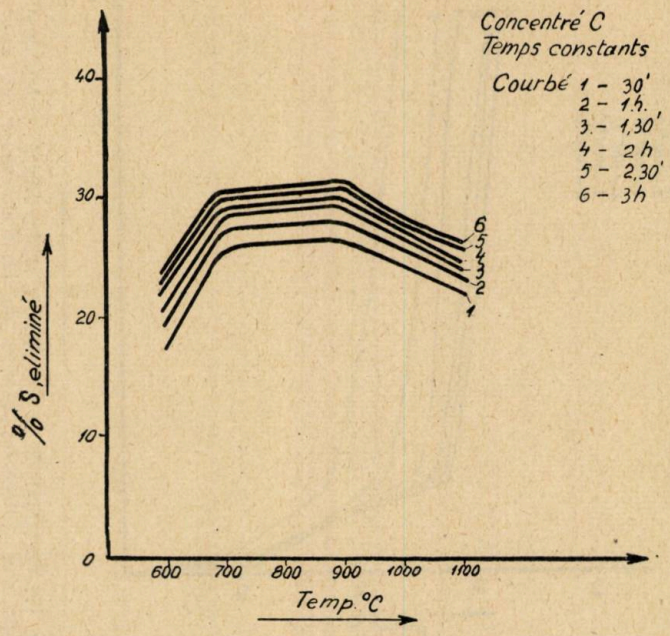


Fig. 20. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de température aux différentes périodes de temps, au cas de l'oxydation par air du concentré C.

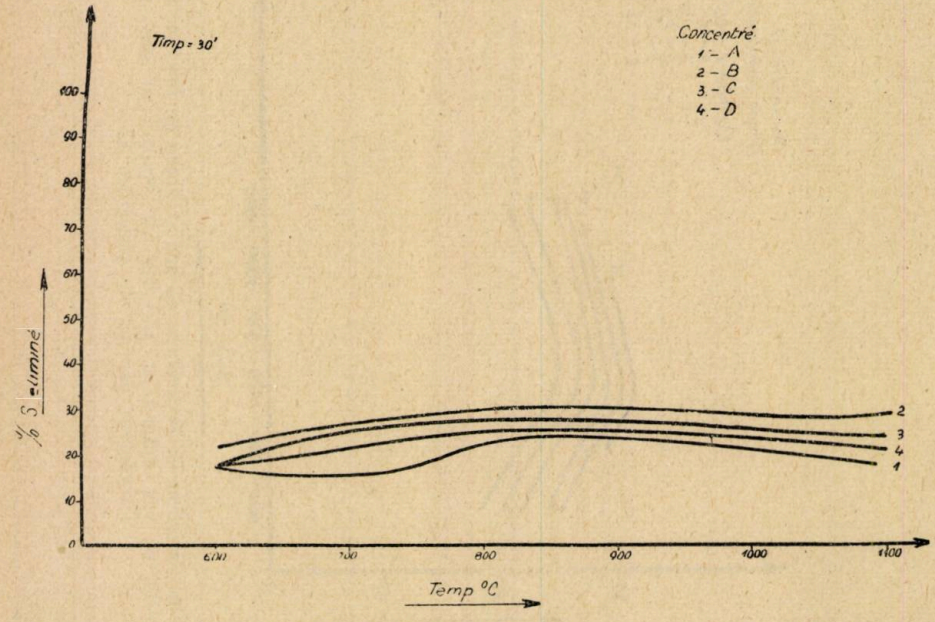


Fig. 21. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de température pendant 30 minutes au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

très peu de zinc et une quantité tout aussi grande de pyrite que la concentré C.

Immédiatement après suit le concentré C, grâce au fait qu'il contient aussi du sulfure de zinc et le concentré D élimine une quantité plus petite de soufre à cause de sa teneur initiale réduite en soufre (31 p. 100) et en pyrite (environ 1 p. 100 par rapport à 14—15 p. 100 des concentrés C et B).

Envisageant la courbe de desulfuration du concentré B vers les 900° elle commence à devenir constante et cela, grâce probablement, à la formation de l'eutectique Cu_2S — FeS.

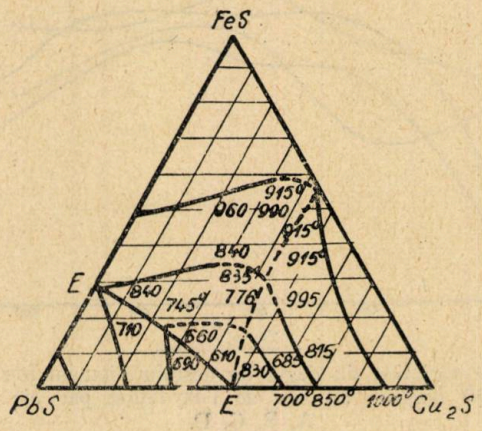


Fig. 22. Diagramme ternaire PbS—Cu_2S—FeS.
PbO—PbO. SiO_2.

Pour le concentré A, grâce au fait qu'il contient une grande quantité de Pb en dehors de Cu et du Fe, entre 800—900°, a lieu la formation d'eutectiques ainsi que toute une série de composés ayant la température de fusion 800—840°C, ce qui détermine l'existence d'un palier horizontal dans le processus d'élimination du soufre (diagramme ternaire PbS-Cu_2S-FeS).

Considérant la manière différente dont se comportent les concentres selon le degré de désulfuration, on peut dire qu'environ 90 p. 100 des concentrés se désulfurent à une température de 800°C, avec une petite variation pour le concentré B.

Le degré de désulfuration est assez élevé après 3 heures à la température de 600°; ce n'est qu'après une demi-heure que de degré de désulfuration dépasse 50 p. 100 (à 600°).

Le degré de désulfuration atteint des valeurs d'environ 80 p. 100 à des températures dépassant les 800°.

La désulfuration des concentrés soumis directement à des températures élevées (1000—1100°) est plus réduite (68—78°), ce qui indique l'influence de la sinterisation du matériel et le formation des pellicules à

la surface empêchant par cela la désulfuration. De plus, à 900—1000° l'eutectique se forme aussi entre le sulfure de cuivre et le sulfure de fer qui contribuent à la fusion du matérial, dissolvant de nouvelles quantités de FeS.

Si l'on tient compte qu'une quantité de 20—25 p. 100 de soufre est nécessaire pour l'obtention des mattes à 30—40 p. 100 Cu, la désulfu-

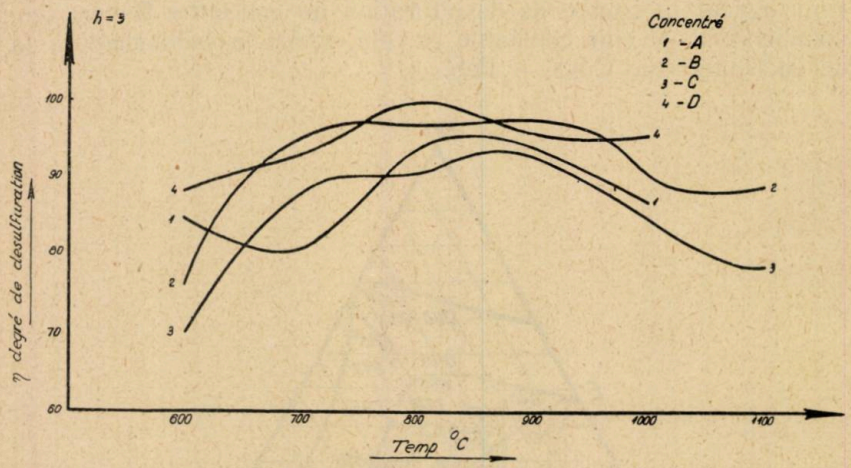


Fig. 23. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de température pendant 30 minutes au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

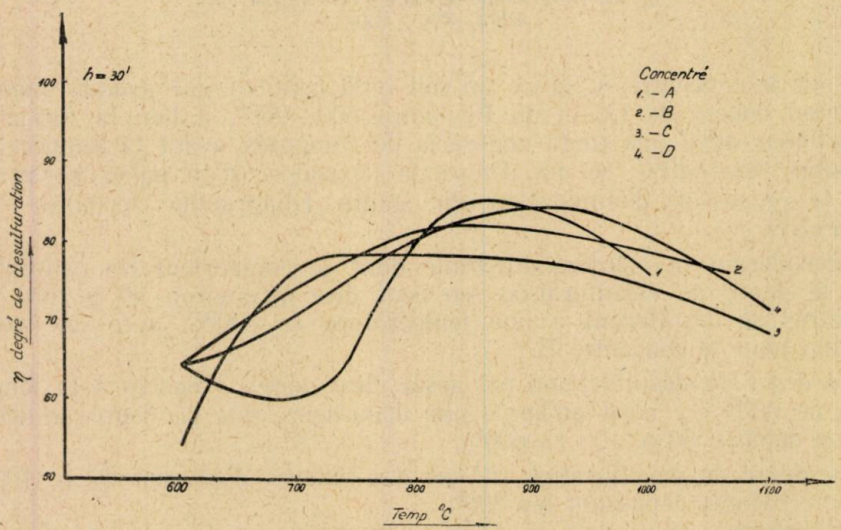


Fig. 24. Mode de variation du degré de désulfuration en fonction de température pendant 3 heures au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

ration minime de 60 p. 100, réalisée dès la température de 700°, est suffisante pour les conditions industrielles.

Dans les fours industriels le traitement de ces concentrés se fait à des températures vers les 900°

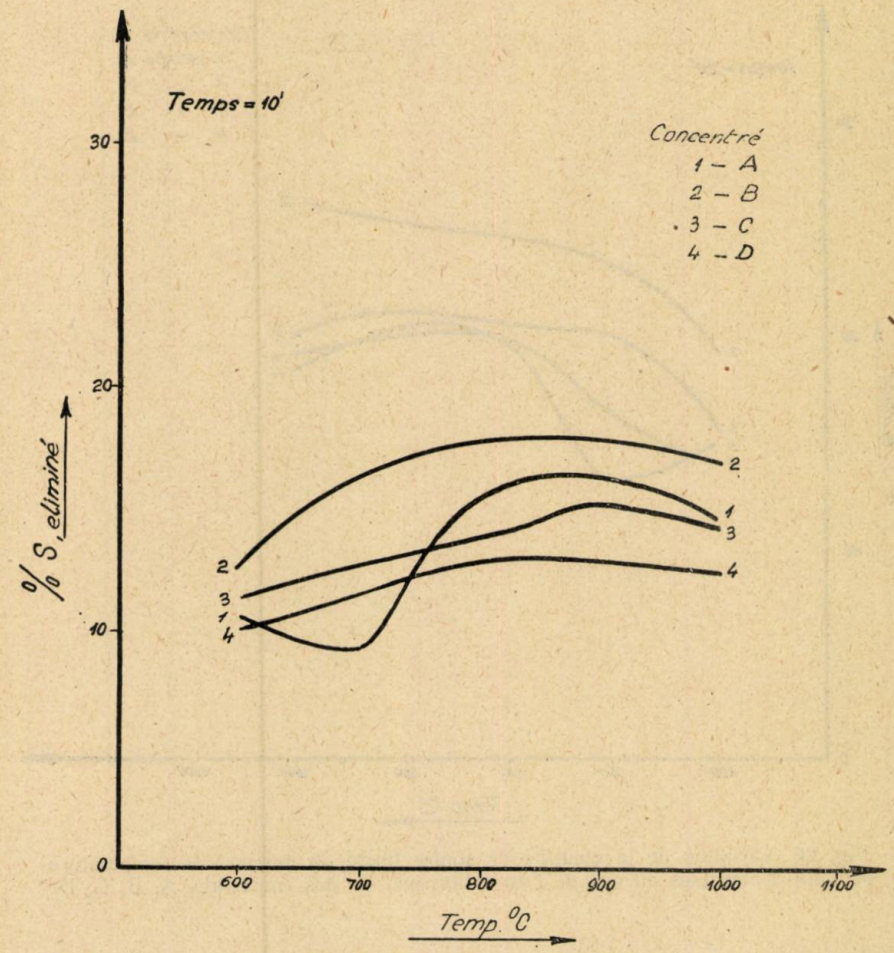


Fig. 25. Variation de la quantité de coufre libéré en fonction de température pendant 10 minutes au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

La température de cette opération permet un degré plus avancé de désulfuration mais pas toujours nécessaire pour l'obtention des mattes.

Il existe la possibilité de travailler à des températures plus réduites ou d'abréger le temps de l'opération de grillage, ce qui mène à une augmentation de la productivité du four.

La manière dont les concentrés se comportent au grillage après 30 minutes et généralement après 3 heures est le même, en maintenant l'ordre

initial (voir les diagrammes indiquant le pourcentage de soufre oxydé en fonction de la température à 30 minutes et à 3 heures).

En ce qui concerne la désulfuration elle varie avec plus d'intensité étant en fonction de la teneur initiale en soufre.

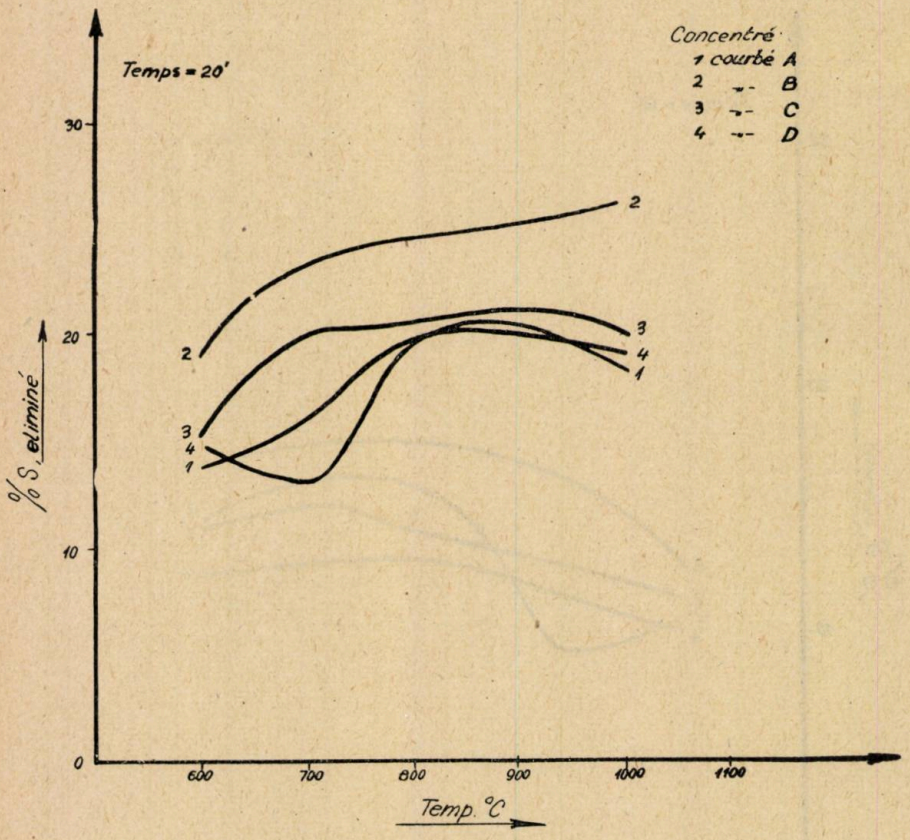


Fig. 26. Variation de la quantité de soufre libéré en fonction de température pendant 20 minutes au cas de l'oxydation par air des concentrés A, B, C, D.

On remarque une variation plus intense concernant l'élimination du soufre dans l'intervalle de 5—15 minutes, élimination dus aux divers sulfures existant dans les concentrés étudiés.

En analysant l'oxidation du soufre dans les premières 10 et 20 minutes, la plupart des concentrés cuivreux se comportent pareillement sauf le concentré de cuivre-plomb (A) qui manifeste à 700° une diminution (baisse) accentuée de la quantité de soufre oxydç.

On ne pourrait expliquer ceci sinon par une phase liquide (à cause de la présence des composés facilement fusibles), ou eutectiques formant des pellicules isolantes à la surface du matériel.

In est fort possible que ces composés apartiennent au domaine $PbO - SiO_2$.

Selon le diagramme de Hilpert et Hoken il pourrait exister l'etectique à composition 3 $PbO - SiO_2$ à une température de 717°; deux autres eutectiques correspondent à la composition de 78°84 p. 100 PbO SiO_2. à 680° et des eutectiques autour du composé PbO 2 SiO_2 à une température de fusion d'environ 700°C.

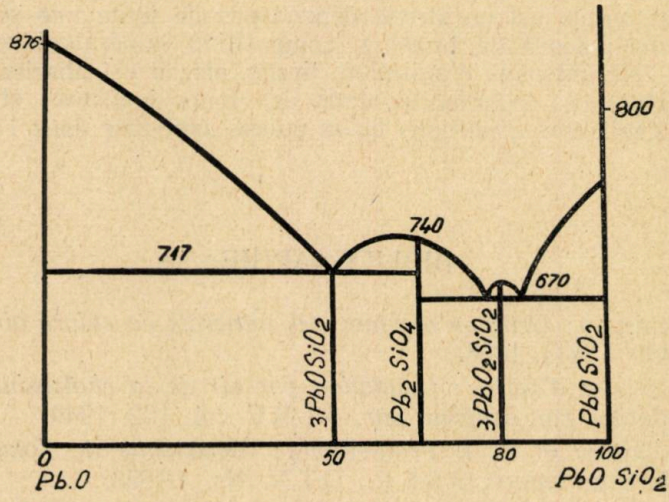


Fig. 27. Diagramme d'équilibre : $PbO—SiO_2$

Conclusion

1. Au cours de travaux de laboratoire ont été effectuées des expériences avec des concentrés cuivreux qui se comportent différmment pendant l'operation du grillage. Cela est dû au fait que les concentrés ont une composition chimique trèsvariée de sorte que les sulfures existants (PbS, FeS_2, Cu_2S, CuS, ZnS etc.) influencent profondément le processus de désulfuration.

2. La durée nécessaire au grillage est très différente à cause du comportement différent de désulfuration ayant pour but d'atteindre une certaine teneur en soufre nésessaire à la formation des mattes.

Malgré leur teneur très rapprochée en soufre, les concentrés, tels que le concentré B, comparé au concentré C, peuvent être grillés dans des conditions différentes de température et de durée.

La mise en liberté de soufre des trois concentrés C.B.A. s'effectue en conditions differents : une quantité de 20 c. 100 de soufre est mise en

liberté, à une température variant entre 700 et 1000° après 20 minutes par le concentré C ; une quantité de 20 p. 100 de soufre à une température de 600° par le concentré B et dans l'intervalle de 900—1000°, le concentré A met en liberté une quantité de soufre déuassant 24 p. 100 ce qui représenterait 20 p. 100 comparé au soufre éliminé par rapport au concentré C.

Les travaux de laboratoire parcequ'ils ont été effectués statiquement ne font que refléter le comportement différent des concentrés.

En tenant compte que le degré de désulfuration et de grillage des matériaux sulfureux est en stricte dépendance de toute une série de facteurs, tels que : degré de brovage, composition minéralogique, température, excès d'air, intensité d'agitation, tirage, etc., il est absolument necessaire d'effectuer ces expériences dans des fours industriel et cela pour trouver les meilleures conditions qu'on puisse appliquer dans l'industrie.

BIBLIOGRAPHIE

[1] V. I. Smirnov : *Grillage oxydant des minerais de cuivre ainsi que des concentrés* ONTI, 1958.

[2] J. R. Levis et d'autres : *Oxydation par air de la chalcosine comparée à l'oxydation par oxygène pur.* AIME vol. 182, 1949.

[3] D. M. Cijicov et B. I. Fratevitkaia : *Mécanisme de l'oxydation par du sulfure de cuivre.* SSSR., O.T.N. Nr. 4/1953.

[4] D. M. Cijicov : *Métaux lourds non-ferreux.* Izd. A.N.S.S.R., 222, 1948.

[5] Pozin N. E., Chirestling A. M., Pecikovski : *Oxydation par air du* ZnS, PbS, CdS, *ainsi que du mélange de sulfures* ZnS + PbS. Jurnal prikladnoi himii nr. 3, 273, 1954, nr. 4, 376, 1954, nr. 5, 543, 1955.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕСУЛФУРАЦИЙ МЕДНЫХ КОНЦЕНТРАТОВ Р. Н. Р.

(Краткое содержание)

В данной работе исследовал сь поведение нескольких сульфитных медных концентратав Р. Н. Р. прн обжиге. Рри проведенных опытах отмечалось разное поведение конценратов главным образом вследствие нимического состава, присуствующие сульфиды (PbS, Fes_2, Cu_2S, ZnS, и.т.д.) сильно влияя на процосе десульфураций.

Полученнюе результаты позволили сделать ряд выводов что касается ход данного комплексного процеса и необходимостью раздельного обжига сульфитных модных концентратов.

STUDY ON THE DESULPHURATION OF COPPER SULPHIDE CONCENTRATES IN THE R.P.R.

(Summary)

The paper treats of the behaviour of some copper sulphide concentrates in the R.P.R. during the roasting process.

It has been remarked that the roasting process is strongly influenced by the chemical-mineralogic composition of the concentrates. The existing sulphides (PbS, FeS, FeS_2, Cu_2S, $CuFeS_2$, ZnS) and the other compounds (SiO_2, CaO) make the desulphuration process differ greatly from one concentrate to the other.

The results obtained so far have made it possible to draw a number of conclusions as concerns the development of this complex process and the necessity of differentiated roasting of copper sulphide concentrates.

L'ÉTUDE DE LA DÉSULFURATION DES CONCENTRÉS CUIVREUX DANS LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

(Résumé)

Dans l'ouvrage présénté ci-dessus, on a étudié la manière dont certains concentrés sulfureux de cuivre de la R.P.R. se comportent durant le grillage.

On y a constaté que le processus du grillage est fortement influencé par la composition chimique et minéralogique des concentrés. Les sulfures existant (PbS, Cu_2S, FeS, $CuFeS_2$, ZnS, FeS_2) ainsi que les autres composés (SiO_2, CaO) contribuient à différencier de beaucoup le processus de désulfuration d'un concentré a l'autre.

Les resultats obtenus ont favorisé toute une série de conclusions concernant non seulement le déroulement de ce processus complexe mai aussi la nécessité du grillage différentiel des concentrés sulfureux de cuivre.

DAS STUDIUM DER ENTSCHWEFELUNGSVERFAHREN DER SCHWEFELHALTIGER KUPFERKONZENTRATE AUS DER R.V.R.

(Zusammenfassung)

Im vorliegenden Aufsatz wird die Art des Betragens einiger schwefelhaltiger Kupferkonzentrate aus der R V R währed des Röstungsverfahrens, behandelt.

Es wurde festgestellt, dass der Röstungsprozess durch die chemischmineralogische Zusammensetzung der Konzentrate stark beeinfluss wird. Die bestehenden Sulfuren (PbS, FeS, FeS_2, Cu_2S, $CuFeS_2$, ZnS) sowie die anderen Komponenten (SiO_2, CaO) lassen das Entschwefelungsverfahren. von einem Konzentrat zum andern, sich sehr verschiedenartig gestalten.

Die bisher erzielten Resultate haben es ermöglicht eine Reihe einheitlicher Schlussfolgerungen zu erlangen, u.zw. hinsichtlich der Entfaltung dieses komplexen Verfahrens, fie auch in Bezug auf die Notwendigkeit einer verschiedenartigen Röstung der schwefelhaltigen Kupferkonzentrate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

ELECTROTEHNICA

538.32 : 621.315.5

FORȚE ȘI MOMENTE ELECTRODINAMICE între CONDUCTOARE PERPENDICULARE CU SECȚIUNI DREPTUNGHIULARE

VALERIU PANAITE

În regimul normal de funcționare, forțele sau momentele electrodinamice care apar în instalațiile sau aparatele electrice sînt neglijabile. În cazul unui scurtcircuit, cînd curentul poate să atingă valori de ordinul zecilor de kiloamperi forțele crescînd cu pătratul curentului ajung la valori considerabile, producînd de multe ori avarii. În asemenea împrejurări s-au văzut bare de distribuție înconvoiate sau smulse, aparate de conectare deteriorate fie datorită unor deformări mecanice, fie datorită unor deschideri nepermise provocate de forțele electrodinamice.

O atenție deosebită trebuie să se acorde în proiectarea acelor elemente care vor avea de suportat eforturi electrodinamice la scurtcircuite. Un calcul analitic exact, care să ia în considerație toți factorii care influențează valorile forțelor electrodinamice, este practic imposibil. În general se fac unele considerații simplificatoare, ajungîndu-se la relații de calcul care satisfac însă destul de bine, în unele cazuri, cerințele proiectării. Astfel în literatura de specialitate [B1], [B2], [B7], pentru conductoare paralele se găsesc soluții de calcul atît pentru cei cu secțiuni circulare sau neglijabile, cît și pentru cei cu secțiuni dreptunghiulare. Cazul conductoarelor perpendiculare este mai puțin studiat și nu se găsesc relații de calcul decît pentru cele cu secțiuni circulare.

În prezenta lucrare ne vom ocupa de conductoare perpendiculare cu secțiuni dreptunghiulare, plasate într-un mediu cu permeabilitate magnetică constantă, neglijindu-se efectul pelicular și considerîndu-se latura b mult mai mare decît c (fig. 1).

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

I. Forțe electrodinamice între conductoare perpendiculare cu secțiuni dreptunghiulare.

Considerăm un circuit electric avînd două ramuri perpendiculare de lungimi foarte mari. În cele ce urmează vom calcula forța electrodinamică care acționează asupra unei porțiuni de conductor de lungime a. Ramurile din circuit care ne interesează au secțiunile dreptunghiulare cu latura mare egală cu b și latura mică egală cu c.

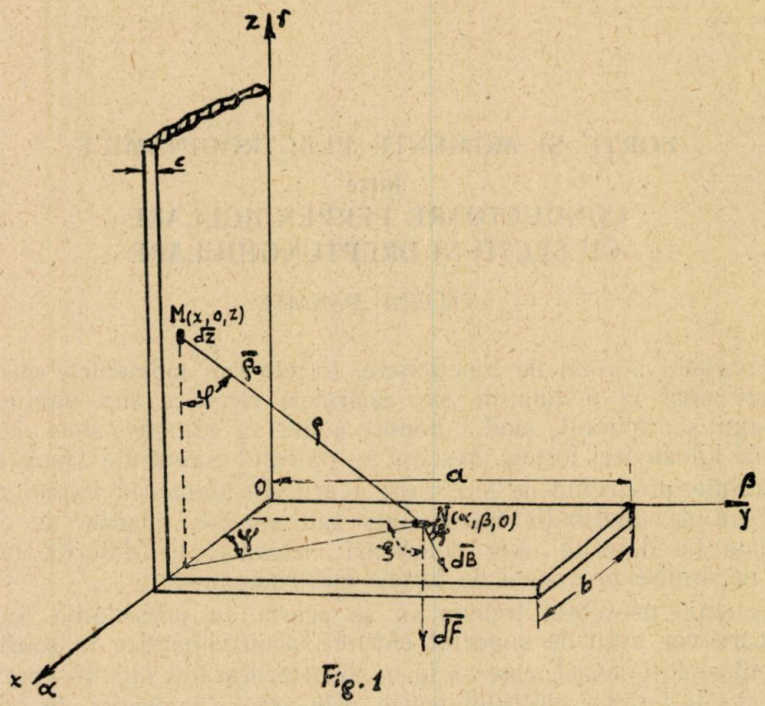


Fig. 1

Conductoriri dispuși ca în figura 1, îi raportăm la un sistem cartesian dublu de axe de coordonate. Considerăm două puncte $M_{(x,\,0,\,z)}$ și $N_{(\alpha,\,\beta,\,0)}$. În punctele M și N luăm cîte un element de conductori de lungime dz și $d\beta$ prin care vor circula respectiv curenții elementari dI_M și dI_N. Asupra elementului de curent $dI_N\ d\beta$ din punctul N, va acționa o forță electrodinamică $\overline{dF}$ produsă de elementul de curent $dI_M\ dz$ din punctul M. Conform legii Biot-Savart-Laplace avem:

$$\overline{dF} = dI_N\ [\overline{d\beta} \times \overline{dB}]. \tag{1}$$

La expresia (1) $\overline{dB}$ este vectorul inducției magnetice în punctul N determinat de elementul de curent $\overline{dI_M}$ din punctul M, prin relația (2):

$$\overline{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, dI_M\, \frac{[\overline{dz} \times \overline{\varrho_0}]}{\varrho_2} \tag{2}$$

unde ϱ este distanța dintre punctele M și N iar $\overline{\varrho_0}$ este versorul direcției MN îndreptat de la M la N (fig. 1). Vectorul $d\overline{B}$ este perpendicular pe planul prin care trece dz și ϱ_0 situîndu-se astfel în planul $\alpha O\beta$. Forța elementară $d\overline{F}$ determinată de relația (1), este perpendiculară pe planul format de vectorii $d\overline{\beta}$ și $d\overline{B}$ avînd direcția axei de coordonate $o\gamma$ (fig. 1).

Asupra brațului de conductor orizontal de lungimea „a" care are latura mare a secțiunii cuprinsă în planul $\alpha o\beta$ va acționa o forță rezultantă, avînd sensul forței elementare $d\overline{F}$ (fig. 1), care va căuta să deplaseze acest braț în direcția coordonatei γ.

Relațiile (1) și (2) mai pot fi scrise sub forma scalară:

$$dF = dI_N \cdot dB \cdot d\beta \cdot \sin\psi ; \tag{3}$$

și:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} dI_M \frac{\sin\varphi}{\varrho^2} dz \tag{4}$$

unde ψ este unghiul format de vectorii $d\overline{\beta}$ și $d\overline{B}$, iar φ, unghiul format de dz și ϱ_0.

Înlocuind (4) în (3) avem:

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot dI_M \cdot dI_N \frac{\sin\varphi \sin\psi}{\varrho^2} d\beta\, dz \tag{5}$$

Considerînd densitatea de curent constantă se pot scri relațiile:

$$\left.\begin{aligned} dI_M &= \frac{I}{b} dx \\ dI_N &= \frac{I}{b} d\alpha \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

De asemeni;

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \sqrt{(x-\alpha)^2 + \beta^2 + z^2)} \\ \sin\varphi &= \frac{\sqrt{(x-\alpha)^2 + \beta^2}}{\sqrt{(x-\alpha)^2 + \beta^2 + z^2}} \\ \sin\psi &= \frac{\beta}{\sqrt{(x-\alpha^2 + \beta^2)}} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Introducînd (6) și (7) în (5) cu simplificările respective se ajunge la:

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I^2}{b^2} \frac{\beta}{[(x-\alpha)^2 + \beta^2 + z^2]^{3/2}} \tag{8}$$

Forța totală care acționează asupra brațului de conductor orizontal va fi:

$$F_d = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}\int_0^b dx \int_0^b d\alpha \int_0^a d\beta \int_0^\infty \frac{\beta}{[(x-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}\,dx. \tag{9}$$

Rezolvînd integrala (9) avem: (a se vedea anexa 1)

$$F_d = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2\left[\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)2+\frac{a}{b}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{1}{2}\frac{a_2}{b^2}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\right] \tag{11}$$

Notînd raportul:

$$\frac{a}{b} = m \tag{11}$$

se ajunge după o transformare simplă la relația generală:

$$F_d = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2\left[\ln m - \frac{m^2-1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{m^2}\right)+2\,m\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{m}\right]. \tag{12}$$

În cazul cînd $m \geqslant 3$ relația (12) se simplifică, făcîndu-se următoarele dezvoltări în serie:

$$\left.\begin{aligned}\ln\left(1+\frac{1}{m^2}\right) &= \frac{1}{m^2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{m^4}+---(-1)^{1-n}\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{m^{2n}}---\\ \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{m} &= \frac{1}{m}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{m^3}+---(-1)^n\cdot\frac{1}{2n+1}\cdot\frac{1}{m^{2n+1}}---\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Neglijîndu-se termenii de ordin superior din relațiile (13), expresia (12) devine:

$$F_d = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(I^2\ln m + 1{,}5) + \frac{1}{2\,m^2}\right) \tag{14}$$

Pentru $m \geqslant 5$ se poate folosi și relația simplificată:

$$F_d = \frac{\mu_0}{4\pi} I_0\,(\ln m + 1{,}5) \tag{15}$$

Eroarea relativă dată de relația (15) față de relația generală (12) este mai mică decît 3 la mie, pentru $m<5$.

La conductoarele perpendiculare cu secțiunea circulară $[B_1]$, $[B_2]$ forța electrodinamică este dată de relația:

$$F_c = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2\left(\ln\frac{a}{r}+0{,}25\right) \tag{16}$$

în care r este raza secțiunii conductorului iar a este lungimea brațului asupra căruia acționează forța. Se observă analogia structurală a formulei (15) și (16), care de altfel era și de așteptat.

Dacă la un conductor cu secțiunea dreptunghiulară $s=bc$ în care $b>c$ se folosește pentru determinarea forțelor electrodinamice relațiile (15) și (16) se poate demonstra foarte ușor că diferențele acestor valori calculate variază numai cu raportul $\frac{b}{c}$. Folosindu-se relația (16) se consideră o secțiune echivalentă cu raza:

$$r = \sqrt{\frac{bc}{\pi}} \tag{17}$$

Variația raportului $\frac{F_d}{F_c}$ calculate astfel, funcție de $\frac{b}{c}$, este reprezentată în diagrama din fig. 2.

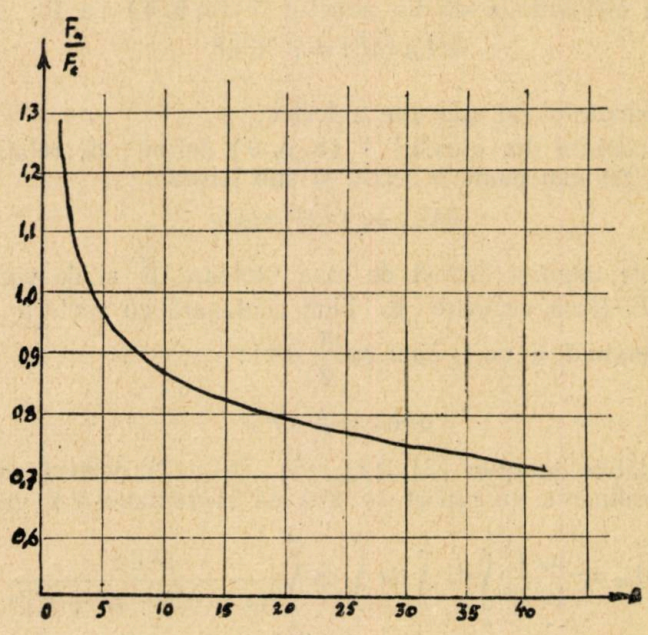


Fig. 2

Din relațiile (15) și (16) se poate observa că atunci cînd:

$$\ln \sqrt{\pi \frac{b}{c}} = 1{,}25 \tag{18}$$

adică: $\frac{b}{c} = 3{,}88$ raportul: $\frac{F_d}{F_c} = 1$.

În cazul cînd porțiunea de conductor de lungime o formează o punte perpendiculară pe doi conductori paraleli, forța electrodinamică totală

care acționează asupra acestei bare, va fi dublul forței date de relațiile (12) sau (15) adică:

$$L_d = \frac{\mu_0}{\pi 2} I^2 (\ln m + 1{,}5) \tag{19}$$

II. Momentul electrodinamic.

Considerăm conductorii dispuși ca în fig. 1. Dacă bara orizontală are o articulație care să-i permită o mișcare de rotație în jurul axei de coordonate o α, atunci prin trecerea unui curent prin acest sistem de bare, se va dezvolta un moment electrodinamic care va căuta să imprime o mișcare de rotație acestei bare. Folosind aceleași notații ca în §. *I*, momentul elementar al forței $\overline{dF}$ în raport cu axa de coordonate o α, care acționează asupra elementului $\overline{d\beta}$ din punctul N (α, β, o) va fi:

$$\overline{dM_{o\alpha}}(\overline{dF}) = \overline{\beta} \times \overline{dF} \tag{20}$$

unde:

β este raza punctului de aplicație a forței;

$\overline{dF}$ forța elementară din punctul N (α, β, o) definită de relația (1).

Relația (20) mai poate fi scrisă și sub forma:

$$dM_{o\alpha} = \beta \cdot dF \sin \xi \tag{21}$$

în care ξ este unghiul format de raza vectoare $\overline{\beta}$ și de vectorul forței elementare $\overline{dF}$. Raza vectoare $\overline{\beta}$, fiind coplanară cu vectorii $\overline{d\beta}$ și $\overline{dB}$, (relația 1), unghiul ξ va fi egal cu $\frac{\pi}{2}$ deci:

$$dM_{o\alpha} = \beta \cdot dF. \tag{22}$$

Fiind valabile relațiile (3), (4), (5), (6), (7) deduse anterior, momentul electrodinamic în raport cu axa de coordonate o α va fi:

$$M_{o\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I^2}{b^2} \int_o^b dx \int_o^b dx \int_o^a d\beta \int_o^\infty \frac{\beta^2 dz}{[(x-\alpha)^2 + \beta^2 + z^2]^{3/2}} \tag{24}$$

Prin rezolvarea acestei integrale multiple (a se vedea anexa 2) se ajunge la:

$$M_{o\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \left[\frac{a}{3} - \frac{b}{3} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{a} + \frac{a^2}{b} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{a} - \frac{1}{3} \frac{a^3}{b^2} \ln\left(1 + \frac{b^2}{a_2}\right)\right] \tag{24}$$

Făcînd aceiași notație $\frac{a}{b} = m$ și cu dezvoltările în serie date de relațiile (13) se ajunge la forma:

$$M_{o\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \left(a - \frac{b}{3} \operatorname{arc\,tg} m\right) \tag{5}$$

Se observă, și în acest caz, asemănarea cu relația (26) cu care se calculează momentul electrodinamic la conductorii perpendiculari cu secțiuni circulare:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 (a - r) \tag{26}$$

în care r este raza secțiunii circulare.

În cazul în care bara orizontală are o articulație la capăt, care-i permite o mișcare de rotație după o dreaptă paralelă cu axa de coordonate o la distanța a, atunci valoarea momentului electrodinamic diferă de cea dată în relația (25).

Analog cu relația (22) vom avea în această situație, momentul elementar al forței dF în raport cu o dreaptă P paralelă cu axa o:

$$dM_{p\alpha} = (a - \beta)\, dF\,. \tag{27}$$

Folosind relațiile)3), (4), (5), (6) și (7) se ajunge la:

$$M_{p\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I^2}{b^2} \int_o^b dx \int_o^b d\alpha \int_o^a d\beta \int_o^\infty \frac{(a - \beta)\, \beta\, dz}{[(x - \alpha)^2 + \beta^2 + z^2]^{3/2}} \tag{28}$$

Prin rezolvarea integralei multiple din expresia (28) se ajunge la:

$$M_{p\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \left[\frac{a^2}{2} \ln m^2 + \frac{a}{2} \ln\left(1 + \frac{1}{m^2}\right) + a\, m \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{m} - \frac{b}{3} \operatorname{arc\,tg}\, m - \right.$$

$$\left. - \frac{m^2}{6} \ln\left(1 + \frac{1}{m^2}\right) - \frac{a}{3} \right]$$

în care:

$$m = \frac{a}{b} \tag{29}$$

Pentru $m \geqslant 5$ făcîndu-se simplificările prin dezvoltarea în serie (13) se ajunge la forma:

$$M_{p\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \left[(0{,}5 + \ln m)\, a + \frac{b}{3} \operatorname{arc\,tg}\, m \right] \tag{30}$$

Concluzii.

Relațiile de calcul deduse, au la bază aceleași considerații ca și celelalte cazuri clasice studiate în literatura de specialitate. Formele finale fiind simple, cu toate că deducerea lor a necesitat un volum mare de calcul, se pot folosi cu ușurință în cazurile respective.

Se observă că dimensiunea c a secțiunii conductorului a fost neglijată. Pentru a ține seamă și de această dimensiune ar trebui să se ia în considerație un coeficient de corecție, care analitic însă este dificil de dedus.

Institutul Politehnic București
Catedra de Măsuri și aparate electrice

BIBLIOGRAFIE

[1] Bobicov: *Aparate electrice* — vol. I — E.E.S. — 1953.
[2] Builov A. I.: *Principiile de construcție ale aparatelor electrice.* E.E.S. — 1954.
[3] Butchevici: *Partea electrică a centralelor și stațiilor electrice.* E.E.S. — 1953.
[4] Holeavschi V. B.: *Metode grafico-analitice de determinare a eforturilor electrodinamice în aparatele de înaltă tensiune* — Electricestvo 6/1950, p. 59.
[5] Lehman W.: *Elektrodynamische Beauspruchung paralleler Leiter* — E.T.Z. — A 14/1955; pag. 481.
[6] Neiman și Kalantarov: *Bazele teoretice ale electrotehnicii* — E.E.S. — 1953.
[7] Steinberg Carol: *Teoria și proiectarea aparatelor electrice* — Ed. I.P.B. — 1957.
[8] Wilson W.: *The calculation and desigu of electrical apparatur* — London, 1955.

Anexa 1

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2}{b^2}\int_o^b dx \int_o^b d\alpha \int_o^a d\beta \int_o^\infty \frac{\beta}{[(n-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}$$

$$I_z = \int_o^\infty \frac{\beta}{[(n-\alpha^2)+\beta^2+z^2]^{3/2}}\,dz = -\frac{1}{A^2}\int_\infty^o \frac{p\,dp}{(1+p^2)^{3/2}} = \frac{1}{A^2}\frac{1}{\sqrt{p^2+1}}\Bigg|_\infty^o = \frac{1}{A^2}$$

în care:

$$z = \frac{A}{p}$$

$$dz = -\frac{A}{p^2}\,dp$$

deci:

$$I_z = \frac{1}{(n-\alpha)^2+\beta^2}$$

$$I_\beta = \int_o^a \frac{\beta\,d\beta}{(n-\alpha)^2+\beta^2} = \frac{1}{2}\ln\frac{(n-\alpha)+a^2}{(n-\alpha)^2}$$

$$I_\alpha = \frac{1}{2}\int_o^b \ln\frac{(n-\alpha)^2+a^2)}{(n-\alpha)^2}\,d\alpha = -\frac{1}{2}\left[(n-b)\ln\frac{(n-b)^2+a^2}{(n-b)^2} + \right.$$

$$\left. + 2\,a\,\text{arc tg}\,\frac{n-b}{n} - n\ln\frac{n^2+a^2}{n^2} - 2\,a\,\text{arc tg}\,\frac{n}{a}\right]$$

$$I_{x1} = \int_o^b \left[\frac{n}{2}\ln\frac{n^2+a^2}{n^2} + a\,\text{arc tg}\,\frac{n}{a} - \frac{n-b}{2}\ln\frac{(n-b)^2+a^2}{(x-b)^2} - \right.$$

$$\left. - a\,\text{arc tg}\,\frac{n-b}{n}\right]dx$$

$$I_{x1} = \int_o^b \frac{n}{2}\ln\frac{n^2-a^2}{n^2}\,dx = \frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{2}\ln\frac{b^2+a^2}{b^2} + \frac{a^2}{2}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}\right)$$

$$I_{x2} = \int_o^b a\,\text{arc tg}\,\frac{n}{a}\,dx = ab\,\text{arc tg}\,\frac{b}{a} - \frac{a^2}{2}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}$$

$$I_{x3} = \int_o^b -\frac{n-b}{2}\ln\frac{(n-b)^2+a^2}{(n-b)^2}\,dx = \frac{b^2}{4}\ln\frac{a^2+b^2}{b^2} + \frac{a^2}{4}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}$$

$$I_{x4} = \int_o^b -a\,\text{arc tg}\,\frac{n-b}{n}\,dx = ab\,\text{arc tg}\,\frac{b}{a} - \frac{a^2}{2}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}(I_{x1}+I_{x2}+I_{x3}+I_{x4}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{l^2}{b^2}\left[\frac{b^2}{2}\ln\frac{a^2+b^2}{b^2} + \right.$$

$$\left. + 2\,ab\,\text{arc tg} - \frac{b}{a}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}\right]$$

sau :

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}I^2\left[\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)2 + \frac{a}{b}\,\text{arc tg}\,\frac{b}{a} - \frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\right|$$

Anexa 2

$$M_{o\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}\int_o^b dx\int_o^b d\alpha\int_o^a d\beta\int_o^\infty \frac{\beta^2}{[(n-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}\,dz$$

$$I_z = \int_o^\infty \frac{\beta^2}{[(n-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}\,dz = \frac{1}{(n-\alpha)^2+\beta^2}$$

$$I_\beta = \int_o^a \frac{\beta^2\, d\beta}{(n-\alpha)^2+\beta^2} = a - (n-\alpha)\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-\alpha}$$

$$I_\alpha = \int_o^b \left[a - (n-\alpha)\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-\alpha} \right] d\alpha = I_{\alpha_1} + I_{\alpha_2}$$

$$I_{\alpha_1} = \int_o^b a\, d\alpha = ab$$

$$I_{\alpha_2} = \int_o^b -(n-\alpha)\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-\alpha}\, d\alpha = \frac{(n-b)^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-b} -$$

$$-\frac{n^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n} - \frac{a^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{n-b}{a} + \frac{a^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{n}{a}$$

$$I_x = \int_o^b (I_{\alpha_1} + I_{\alpha_2})\, dx = \int_o^b \frac{1}{2}\, ab + \frac{(n-b)^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-b} -$$

$$-\frac{n^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{n-b}{a} + \frac{a^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{n}{a} \Big]\, dx$$

$$I_{x2} = \int_o^b \frac{1}{2}\, ab = \frac{1}{2}\, ab^2$$

$$I_{x2} = \frac{1}{2} \int_o^b (n-b)^2\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n-b}\, dx = -\frac{1}{6}\, b^3\ \text{arc tg}\ \frac{a}{b} - \frac{ab^2}{12} -$$

$$-\frac{a^3}{12} \ln a^2 + \frac{a^3}{12} \ln (a^2+b^2)$$

$$I_{x3} = -\int_o^b \frac{n^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{a}{n}\, dx = -\frac{1}{6}\, b^3\ \text{arc tg}\ \frac{a}{b} - \frac{ab}{12} +$$

$$+\frac{a^3}{12} \ln (a^2+b^2) - \frac{a^3}{12} \ln a^2$$

$$I_{x4} = -\int_o^b \frac{a^2}{2}\ \text{arc tg}\ \frac{n-b}{a}\, dx = \frac{a^2}{2}\, b\ \text{arc tg}\ \frac{b}{a} + \frac{a^3}{4} \ln a^2 -$$

$$-\frac{a^3}{4} \ln (b^2+a^2)$$

$$I_{x5}=\int_o^b \frac{a}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{n}{a}\,dx=\frac{a^2 b}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{a^3}{4}\ln(n^2-a^2)\Big|_o^b=$$

$$=\frac{a^2 b}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{a^3}{4}\ln(b^2+a^2)+\frac{a^3}{4}\ln a^2$$

$$M_{o\alpha}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}[(I_{x_1}+I_{x2}+I_{x3}+I_{x4}+I_{x5})]=\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{1}{3}ab^2-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{3}b^3\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{b}+a^2 b\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}+\frac{a^3}{3}\ln a^2-\frac{a^3}{3}\ln(a^2+b^2)\right]$$

sau :

$$M_{o\alpha}=\frac{\mu_0}{4\pi}I^2\left[\frac{a}{3}-\frac{b}{3}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{b}+\frac{a^2}{b}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{1}{3}\frac{a^3}{b^2}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\right]$$

Anexa 3

$$M_{p\alpha}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}\int_o^b dx\int_o^b d\alpha\int_o^a d\beta\int_o^\infty\frac{(\alpha-\beta)\beta}{[(n-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}dz=M'_{p\alpha}-M''_{p\alpha}$$

$$M'_{p\alpha}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2}{b^2}\int_o^b dx\int_o^b d\alpha\int_o^a d\beta\int_o^\infty\frac{a\beta}{[(n-\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}dz=$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}I^2\left[\frac{a}{2}\ln\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)+2\frac{a^2}{b}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{1}{2}\frac{a^3}{b^2}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\right]$$

(a se vedea anexa 1

$$M''_{I\beta}=\frac{\mu_0}{4\pi}I^2\frac{1}{b^2}\int_o^b dx\int_o^b d\alpha\int_o^a d\beta\int_o^\infty\frac{\beta^2\,dz}{[(n\alpha)^2+\beta^2+z^2]^{3/2}}=$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}I^2\left[\frac{a}{3}-\frac{b}{3}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{b}+\frac{a^2}{b}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\frac{1}{3}\frac{a^3}{b^2}\ln\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\right]$$

(a se vedea anexa 2

$$M_{p\alpha}=\frac{\mu_0}{4\pi}I^2\left[\frac{a}{2}\ln\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)+\frac{a^2}{b^2}\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}+\frac{b}{3}\operatorname{arc\,tg}\frac{a}{b}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{3}a-\frac{a^3}{6b^3}\ln\frac{a^2+b^2}{a^2}\right]$$

notînd : $\frac{a}{b}=m$

$$M_{p\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \left[\frac{a}{2} \ln m^2 + \frac{a}{2} \ln\left(1 + \frac{1}{m^2}\right) + a\, m \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{m} + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{3} \operatorname{arc\,tg} m - \frac{a}{3} - \frac{a}{6} m^2 \ln\left(1 + \frac{1}{m^2}\right) \right]$$

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРОВОДНИКАХ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ СЕЧЕНЯМИ

(Краткое содержание)

Работа содержит анализ электродинамических сил и моменты, которые возникают между перпендикулярными проводниками с прямоуголиными сечениями.

Расчёты основаны на законе Био-Савар-Паплас, несмотрия на то, что требуют слотных раслётов, позволяют, однака, добитися простых отношений лелко примениимых в практике.

ELECTRODYNAMIC FORCES AND MOMENTS BETWEEN PERPENDICULAR CONDUCTORS OF RECTANGULAR CROSS SECTION

(Summary)

The work contents an analytical treatment of the problem of electrodynamic forces and moments which appear in the case of perpendicular conductors with rectangular cross section — based an the Biot-Savart-Laplace law. The demonstrations imply numerous calculations, but the results are relatively and useful for practical purposes.

FORCES ET COUPLES ELECTRODYNAMIQUE ENTRE LES CONDUCTEURS PERPENDICULAIRE AUX SECTIONS RECTANGULAIRE

(Résumé)

L'ouvrage contien une étude analytique des forces et des couples electrodynamique qui s'exercis entre les conducteurs perpendiculaire au sections rectangulaire.

Les calculs ont à base la loi Biot-Savart-Laplace et quoique les demonstrations implique une grand volume de calcul ont est arrivé à des semples relations qui peut étre faciliment appliquer en practique.

ELEKTRODYNAMISCHEKRÄFTE UND DREHMOMENTE ZWISCHEN SENKRECHTEN LEITER MIT RECHTECKIGEN QUERSCHNITT

(Zusammenfassung)

Die Arbeit enthällt Analytische Studien der Elektrodynamischen Kräfte und Drehmomente entwickelt zwischen senkrechten Leiter mit rechteckingen Querschnitt.

Din Ausdrücke sind auf grund der Biot-Savart-Laplace Gesetzte entwickelt und trotz umfangreicher Berechnungen erhält man einfache Ausdrücke welche leicht ind der Praxis verwendet können.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

15.05.61

EXPRIMAREA REZISTENȚEI ÎN CURENT ALTERNATIV A BARELOR PRIN DENSITATEA DE CURENT LA SUPRAFAȚA LOR

AUREL MILLEA

Cunoașterea impedanței interioare a conductoarelor parcurse de curent alternativ prezintă importanță atît în instalațiile de curenți tari, unde se pune problema calculului pierderilor în conductoare, a încălzirii lor etc., cît și în instalațiile de curenți slabi, unde problema pierderilor e legată mai ales de realizarea elementelor de circuit cu raport mare între reactanța și rezistența proprie. De obicei reactanța interioară a conductoarelor e mică în raport cu reactanțele exterioare ale circuitului, astfel că interesează în primul rînd cunoașterea rezistenței conductoarelor.

Calculul exact al rezistenței în alternativ a conductoarelor se poate face în mod relativ simplu numai în cazul conductoarelor de secțiune circulară, pentru care s-au publicat numeroase formule și diagrame de calcul. Pentru conductoare de alte secțiuni în literatură sînt date formule utilizabile practic numai în cazul particular al efectului pelicular slab, în care se poate aplica metoda iterației [1, 2] sau alte metode de aproximație [3], și în cazul efectului pelicular pronunțat, în care se poate aplica o metodă bazată pe transformarea conformă a domeniului exterior conductorului, rezultînd o repartiție a curentului la suprafața conductorului analogă repartiției sarcinii electrice în problema corespunzătoare de electrostatică [4, 5, 6]). În cazul general deducerea unor formule de calcul pentru rezistența în alternativ comportă dificultăți matematice; în orice caz, rezultatul se poate obține numai sub formă de serii, tabele sau curbe, a căror întocmire cere un volum mare de calcule și a căror folosire e uneori incomodă.

Din aceste motive prezintă interes metodele de determinare experimentală a rezistenței în alternativ, cu atît mai mult cu cît în practică survin numeroase cazuri de efect pelicular mediu, unde nu se pot aplica metodele amintite mai sus. Astfel în cazul curenților de 50 Hz de intensitate mai mare de 1000 A se folosesc bare de cupru dreptunghiulare sau de altă secțiune (sub formă de patrat gol, inel, stea, formă de L, U etc.)

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București. (31 octombrie 1959).

ale căror dimensiuni transversale sînt de ordinul centimetrilor, adică comparabile cu adîncimea de pătrundere (pentru cupru, la frecvența de 50 Hz, adîncimea de pătrundere este de 0,935 cm.). De asemenea, la frecvențe de 50÷20.000 Hz, majoritatea conductoarelor folosite nu pot fi încadrate nici la conductoarele afectate de efect pelicular slab, nici la cele afectate de efect pelicular pronunțat. Cauza acestui lucru e simplă: folosirea cea mai rațională a materialului conductorului are loc chiar atunci cînd dimensiunile secțiunii sînt de ordinul de mărime al adîncimii de pătrundere; dacă e necesară mărirea secțiunii, se preferă asocierea mai multor conductoare în paralel.

Măsurarea rezistenței în alternativ a conductoarelor rectilinii prezintă însă dificultăți, deoarece metodele obișnuite nu se pot aplica în general. Astfel metoda ampermetrului și voltmetrului sau metodele de punte sînt inutilizabile deoarece tensiunea fiind funcție de traseul conductoarelor de legătură la voltmetru, rezistența nu se poate defini în general ca un raport între tensiune și un curent înainte de precizarea curbei tensiunii, care e dificilă (ea se definește ca raportul dintre puterea activă consumată în conductor și pătratul valorii eficace a curentului). Determinarea rezistenței prin măsurarea puterii active cu ajutorul unui wattmetru prezintă dificultăți asemănătoare. Aceste metode s-ar putea aplica numai dacă bara ar fi curbată, în așa fel încît bornele de alimentare să fie apropiate între ele (păstrînd raza de curbură suficient de mare față de dimensiunile secțiunii conductorului), sau dacă s-ar considera și conductorul de întoarcere (în acest caz însă intervine și efectul de proximitate).

Rezultă deci că, în cazul unui conductor rectiliniu, măsurarea rezistenței în alternativ se poate face numai prin măsurarea puterii active consumate, pornind de la una din definițiile generale ale acesteia: suma pierderilor prin efect Joule în fiecare element de volum al conductorului sau partea reală a fluxului vectorului lui Poynting prin suprafața laterală a conductorului. Desigur că, din punctul de vedere al măsurărilor, a doua definiție e mai convenabilă, deoarece necesită măsurarea mărimilor cîmpului electromagnetic numai la suprafața conductorului.

Obiectul lucrării de față îl constituie deducerea unei formule pentru rezistența în alternativ a unui conductor cilindric de secțiune oarecare, pe unitatea de lungime a acestuia, în funcție de densitatea de curent la suprafața conductorului și curentul total din conductor, pornind de la expresia generală a fluxului vectorului Poynting. Densitatea de curent la suprafața conductorului și curentul total sînt mărimi ușor măsurabile; deci formula dedusă permite determinarea relativ simplă, pe cale experimentală, a rezistenței în alternativ.

Observăm că o formulă analogă cu cea dedusă de noi e dată în lucrarea [8], însă pentru un caz mai puțin general și demonstrată pe altă cale. De asemenea, în lucrarea de față dăm o extensiune a acestei formule și pentru cazul conductoarelor îngropate parțial în material feromagnetic, care prezintă importanță la calculul rezistenței conductoarelor mașinilor de curent alternativ.

Rezistența în alternativ a conductoarelor plasate într-un dielectric de întindere infinită

Puterea complexă consumată în interiorul conductorului (considerat neferomagnetic), pe unitatea de lungime a acestuia, e egală cu fluxul vectorului Poynting prin suprafața laterală a porțiunii de conductor de lungime egală cu 1, calculat din spre exterior în spre interior:

$$S = -\oint_{\Gamma} (\bar{E} \times \bar{H}^{*}) \, \bar{n} \, ds \tag{1}$$

(notațiile sînt cele din fig. 1).

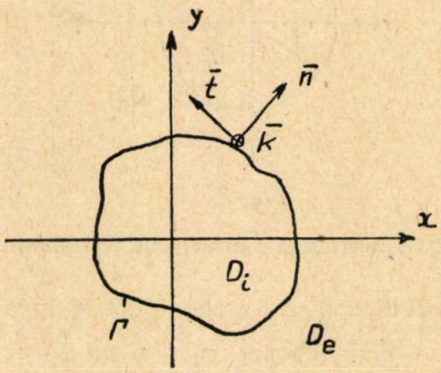


Fig. 1. Secțiunea conductorului

În lucrarea [9] am arătat că intensitatea cîmpului magnetic poate fi exprimată în funcție de intensitatea cîmpului electric (care are numai componentă longitudinală) prin relația

$$\bar{H} = \frac{1}{j \omega \mu_o} \bar{k} \times \operatorname{grad} E \, , \tag{2}$$

iar în domeniul exterior conductorului cîmpul electric satisface ecuația

$$\Delta E = 0 \, . \tag{3}$$

Ținînd seama de (2) relația (1) devine

$$S = \frac{1}{j \omega \mu_o} \oint_{\Gamma} [\bar{k} E \times (\bar{k} \times \operatorname{grad} E)] \, \bar{n} \, ds = \tag{4}$$

$$= -\frac{1}{j \omega \mu_o} \oint_{\Gamma} E \frac{\partial E^{*}}{\partial n} \, ds \, ,$$

unde am avut în vedere că mărimile cîmpului electromagnetic depind numai de x și de y [9].

Pentru a transforma relația (4), efectuăm transformarea conformă a domeniului D_e în exteriorul cercului de rază unitară Γ' (fig. 2), cu ajutorul unei funcții analitice

$$\zeta = \xi + i\eta = f(z), \tag{5}$$

unde

$$z = x + iy \cdot \tag{6}$$

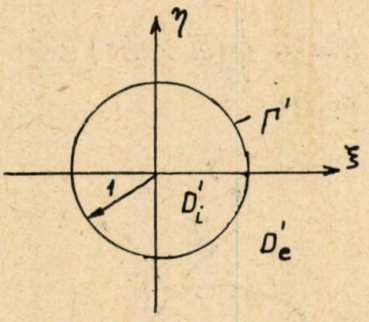


Fig. 2.

Fig. 2. Secțiunda conductorului în planul ζ

Introducem în planul complex ζ coordonatele polare ϱ, φ:

$$\xi = \varrho \cos \varphi \,;\; \eta = \varrho \sin \varphi \cdot \tag{7}$$

Soluția generală a ecuației (3), valabilă în domeniul D_e, cu condiția

$$\oint_{\Gamma} \frac{\partial E}{\partial n} \, ds = -j\omega\mu_o I \quad \text{sau} \quad \int_0^{2\pi} \left.\frac{\partial E}{\partial \varrho}\right|_{\varrho=1} d\varphi = -j\omega\mu_o I, \tag{8}$$

core rezultă din aplicarea legii circuitului magnetic pe curba Γ, se poate scrie sub forma

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} \varrho^{-n} (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi) - \frac{j\omega\mu_o I}{2\pi} \ln \varrho \,, \tag{9}$$

unde I e curentul total din conductor. De aici rezultă

$$\frac{\partial E}{\partial \varrho} = -\sum_{n=0}^{\infty} n\varrho^{-(n-1)} (a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi) - \frac{j\omega\mu_o I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \tag{10}$$

Avînd în vedere că

$$\frac{\partial E}{\partial n} = \left| f'(z) \right| \frac{\partial E}{\partial \varrho} \tag{11}$$

și că, pe curba Γ, e valabilă relația

$$d\varphi = |f'(z)| \cdot ds \,, \tag{12}$$

expresia (4) se mai poate scrie

$$S = -\frac{1}{j\omega\mu_o}\int_0^{2\pi} E\left.\frac{\partial E^*}{\partial \varrho}\right|_{\rho=1} \mathrm{d}\varphi \cdot \tag{13}$$

Înlocuind expresiile (9) și (10) în (13) și luînd curentul I ca origine de fază se obține

$$S = \frac{I}{2\pi}\int_0^{2\pi} E\,|_{\rho=1}\,\mathrm{d}\varphi - j\frac{1}{\omega\mu_o}\sum_{n=0}^{\infty} n\,(|a_n|^2 + |b_n|^2) \cdot \tag{14}$$

Puterea activă este deci

$$P = \frac{I}{2\pi}\,\mathcal{R}e\int_0^{2\pi} E\,|_{\rho=1}\,\mathrm{d}\varphi \tag{15}$$

și rezistența în curent alternativ a conductorului este

$$R_{ca} = \frac{1}{2\pi\sigma I}\,\mathcal{R}e\int_0^{2\pi} J\,|_{\rho=1}\,\mathrm{d}\varphi \cdot \tag{16}$$

Aceasta este o primă formă a expresiei rezistenței în alternativ în funcție de densitatea de curent la suprafața conductorului și curentul total din conductor, valabilă pentru orice formă a secțiunii.

O a doua formă a acestei expresii se poate obține revenind la coordonatele din planul z. Pentru aceasta folosim relația dintre arcul s pe curba Γ și unghiul φ pe cercul Γ', care e de forma

$$\varphi = \frac{2\pi}{l}\,s + g\,(s)\,, \tag{17}$$

unde $g(s)$ e o funcție periodică, iar l e lungimea curbei Γ (se poate verifica ușor că aceasta e cea mai generală expresie a relației dintre s și φ). Din (17) rezultă

$$|f'(z)|_\Gamma = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}s} = \frac{2\pi}{l} + \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}s} \cdot \tag{18}$$

Folosind (11) și (18), relația (16) devine

$$R_{ca} = \frac{1}{2\pi\sigma I}\,\mathcal{R}e\oint_\Gamma \left(\frac{2\pi}{l} + \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}s}\right) J \cdot \mathrm{d}s \cdot \tag{19}$$

Considerăm dezvoltările în serie Fourier ale funcțiilor periodice $J(s)$ și $g(s)$:

$$J(s) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n \cos\frac{2\pi n}{l}\,s + B_n \sin\frac{2\pi n}{l}\,s\right); \tag{20}$$

$$g(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\alpha_n \cos \frac{2\pi n}{l} s + \beta_n \sin \frac{2\pi n}{l} s \right). \tag{21}$$

Înlocuind în (19) se obține

$$R_{ca} = \frac{1}{\sigma I} \mathcal{R}e \frac{1}{l} \int_{\Gamma} J \, ds + \frac{1}{\sigma I} \mathcal{R}e \frac{1}{l} \sum n (A_n \beta_n - B_n \alpha_n) \tag{22}$$

Al doilea termen din această expresie e nul dacă secțiunea conductorului admite o axă de simetrie. În adevăr, în acest caz, luînd originea arcului s la una din intersecțiile axei de simetrie cu curba Γ, seriile (20) și (21) vor avea numai termeni în cosinus, deci $B_n = \beta_n = 0$.

În consecință, pentru conductoarele de secțiune *simetrică* față de o axă, expresia rezistenței în alternativ este

$$R_{ca} = \frac{1}{\sigma I} \mathcal{R}e \frac{1}{l} \oint J \, ds. \tag{23}$$

Factorul în alternativ al conductorului, egal cu raportul dintre rezistența în curent continuu și rezistența în curent alternativ, poate fi pus sub forma

$$\frac{R_{ca}}{R_{cc}} = \frac{R_e J_{meds}}{|J_{medv}|}, \tag{24}$$

adică factorul în alternativ, în cazul conductoarelor de secțiune simetrică față de o axă, e egal cu raportul dintre componenta activă a densității de curent medii la suprafața conductorului și valoarea efectivă a densității de curent medii pe toată secțiunea.

Trebuie observat că relațiile de mai sus nu sînt valabile dacă în apropierea conductorului considerat există și alte conductoare parcurse de curent variabil.

Amintim că în literatură există o formulă asemănătoare cu (23), dată în lucrarea [10], în care apare însă, în locul densității medii de curent la suprafața conductorului, densitatea maximă de curent. Unul din autorii lucrării citate recomandă această formulă, într-un îndreptar de laborator, și pentru măsurarea rezistenței în alternativ [11]; desigur, ea poate duce la erori mari, mai ales în cazul secțiunilor care diferă mult de cea circulară. Asupra acestei erori se atrage atenția și în lucrările [12] și [8]; în a doua din aceste lucrări se deduce formula (23) dată de noi, însă pe altă cale și numai pentru cazul secțiunilor ce prezintă simetrie față de un punct, adică pentru un caz mai particular decît cel din lucrarea de față.

Rezistența în alternativ a conductoarelor îngropate parțial în material feromagnetic

Considerăm un conductor mărginit parțial de un dielectric de întindere infinită (domeniul D_e din fig. 3) și parțial de un mediu feromagnetic limitat (domeniul D_{i2}). Cu aproximația obișnuită: $\mu = \infty$ în interiorul

mediului feromagnetic, cîmpul magnetic e pretutindeni normal pe suprafața domeniului D_{i_2}, ceea ce duce la condiția la limită

$$\frac{\partial E}{\partial n} = 0 \tag{25}$$

în punctele limită ale domeniului D_{i_2}.

Efectuînd transformarea conformă a domeniului D_e în exteriorul unui cerc de rază unitate (fig. 4), se ajunge la problema din paragraful pre-

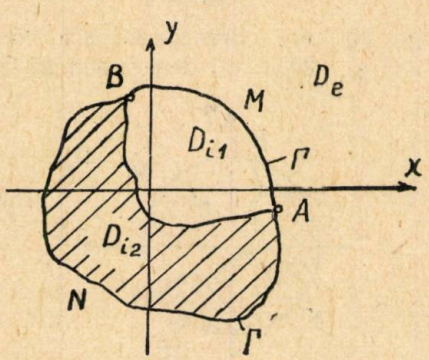


Fig. 3. Secțiunea conductorului îngropat parțial în material feromagnetic

cedent, cu deosebirea că pe porțiunea ANB a curbei Γ $\partial E/\partial n = 0$ și de asemenea pe porțiunea $A'N'B'$ a curbei Γ' $\partial E/\partial \varrho = 0$. Fluxul vectorului Poynting prin aceste porțiuni de suprafață e nul, deci interesează repartiția cîmpului numai pentru $\varphi_A \leqslant \varphi \leqslant \varphi_B$, unde $\varphi = \varphi_A$ și $\varphi = \varphi_B$ sînt drepte care trec prin punctul A', respectiv punctul B'. Considerăm cazul secțiunilor simetrice față de dreapta $\varphi = 1/2\,(\varphi_A + \varphi_B)$ și alegem axele de coordonate astfel ca $\varphi_A = -\varphi_o$; $\varphi_B = \varphi_o$. Expresia (9) se poate pune sub forma

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} \varrho^{-n} \left(a_n \cos \frac{2\pi n}{2\varphi_o} \varphi \right) - \frac{j\omega\mu_o I}{2\varphi_o} \ln \varrho, \tag{26}$$

valabilă pentru φ cuprins între $-\varphi_o$ și φ_o. Ca și înainte se ajunge la expresia

$$R_{ca} = \frac{1}{2\varphi_o \sigma I} \mathcal{R}e \int_{-\varphi_o}^{\varphi_o} J \,|_{\varrho=1}\, d\varphi \,. \tag{27}$$

Punînd relația (17) sub forma

$$\varphi = \frac{2\varphi_o}{l_{AB}} s + g(s), \tag{28}$$

unde l_{AB} e lungimea porțiunii AMB a curbei Γ, și dezvoltînd $J(s)$ și $g(s)$ în serie Fourier pe porțiunea AMB a acestei curbe se obține

$$R_{ca} = \frac{1}{\sigma I} \Re e \frac{1}{l_{AB}} \int_{AMB} J \, \mathrm{d}s \tag{29}$$

și

$$R_{ca} = \frac{\Re e \, J_{med\ AMB}}{| J_{med\ v} |} \tag{30}$$

adică formule analoge cu cele corespunzătoare conductorului plasat în dielectric (relațiile (23) și (24)), cu deosebirea că aici intervine nu den-

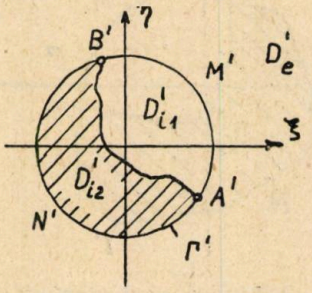


Fig. 4
Secțiunea conductorului din fig. 3 în planul ζ

sitatea medie de curent pe toată suprafața conductorului, ci densitatea medie de curent numai pe acea parte a suprafeței conductorului care e comună cu dielectricul. Formulele (29) și (30), ca și (23) și (24), sînt valabile pentru secțiuni care admit o axă de simetrie.

În cazurile practice ale conductoarelor din crestăturile mașinilor electrice formulele (29) și (30) sînt valabile în ipoteze mai generale, și anume chiar dacă în dielectricul exterior există alte conductoare sau corpuri feromagnetice. În adevăr, la crestăturile mașinilor electrice porțiunea AMB a curbei Γ e de obicei mică față de porțiunea ANB și, fără a introduce erori prea mari, se poate considera că porțiunea AMB coincide cu o linie de cîmp magnetic. În acest caz din (2) rezultă $J = \text{const.}$ pe această porțiune și din relația generală (4) se obține imediat $S = J|_{AMB} \, l/\sigma$ și mai departe formula (23).

Concluzii

Din rezultatele obținute reiese că, pentru o clasă largă de forme ale secțiunii conductoarelor, rezistența în alternativ se poate exprima simplu în funcție de densitatea de curent la suprafața conductorului și de curentul total din conductor. Formulele (23) și (29) arată că la fluxul de

putere activă din exteriorul în spre interiorul conductorului contribuie numai intensitatea medie a cîmpului electric la suprafața conductorului; celelalte componente ale cîmpului electric contribuie numai la fluxul de putere reactivă (aceasta în cazul secțiunilor simetrice față de o axă). De asemenea, din aceste formule rezultă că, pentru a putea defini rezistența unui conductor cilindric în curent alternativ ca un raport $\Re e\, U/|I|$, tensiunea U trebuie măsurată pe acea generatoare a cilindrului, pe care ea are o valoare medie (valoarea medie a tensiunilor măsurate pe toate generatoarele cilindrului).

Formulele (24) și (30), pe lîngă importanța lor pentru măsurarea rezistenței în alternativ a conductoarelor cilindrice de secțiune diferită de cea circulară, arată într-un mod intuitiv legătura dintre creșterea rezistenței în alternativ față de cea în continuu — și fenomenul de refulare a curentului în spre periferia conductorului.

Institutul Politehnic București
Catedra de Electrotehnică I

BIBLIOGRAFIE

[1] R. Rădulet: *Bazele Teoretice ale Electrotehnicii,* Vol. *IV.* Litografia Învățămîntului București 1956.

[2] O. Heymann: *Über die Anwendung der Iteration-Methode zur Angenäherten Berechnung der Wirbelströme und des Wirkwiderstandes.* Archiv für Electrotechnik, vol. *28,* 1934, pag. 329.

[3] F. Lettowsky: *Skin-Effekt in zylindrischen Leitern mit ellyptischem Querschnitt.* Archiv für Electrotechnik, vol. 29, 1935, pag. 556.

[4] H. Kaden: *Über die Verlustwiderstand von Hochfrequenzleitern.* Archiv für Elektrotechnik, vol. 28, 1934, pag. 818.

[5] Г. В. Дер-Шварц: *К расчету активного сопротивления токопроводов высокого частоты.* Электрисество, 1948 н. 12.

[6] Г. В. Дер-Шварц: *Выраженный скин-эффект прямоугольных шин.* Журнал Технической Физики, 1948 н. 11.

[7] H. A. Wheeler: *Skin resistance of a transmission-line conductor of polygon cross-section.* Proceedings of the Institution of Radio Engineers, vol. 43, 1955 Nr. 7, pag. 805.

[8] В. М. Алехин: *Еще одна точка зрения по вопросу об активном сопротивлении проводника при поверхностном эффекте.* Известия Вузов, Электромеханика, 1958, н. 1.

[9] A. Millea: *Formularea problemelor plan-paralele de efect pelicular.* Buletinul Institutului Politehnic București, 1959 Nr. 2.

[10] Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров: *Теоретические основы электротехники,* т. III, § 110. Госэнергоиздат 1948.

[11] Л. П. Нейман: *Руководство к лаборатории электромагнитного поля,* стр. 147—156. Госэнергоиздат 1950.

[12] М. А. Перекалин: *К вопросу об активном сопротивлении проводника при поверхностном эффекте.* Известия Вузов, Электромеханика, 1958 н. 1.

ВЫРАЖЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ В ВИДЕ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ ТОКА НА ПОВЕРХНОСТИ ПРОВОДНИКА

(Краткое содержание)

Работа содержит расчёт общего выражения для сопротивления проводников произвольного сечения при переменном токе (для всех частот), в виде функции плотности тока на поверхности проводника и от полного тока в проводнике. Это выражение особенно просто в случае проводников, сечение которых симметрично относительно некоторой оси находящейся в его плоскости; для этого случае выводятся выражение активного сопротивления токопроводов, лежащих в бесконечном диэлектрике (формулы 23 и 24) — и токопроводов из каналов ферромагнитного материала. (формулы 29 и 30).

Полученные результаты представляют интерес для измерения сопротивления токопроводов при переменном токе.

EXPRESSION OF ALTERNATING CURRENT RESISTANCE OF CONDUCTORS IN TERMS OF SURFACE CURRENT DENSITY

(Summary)

A general expression of alternating current resistance for conductors of arbitrary cross section (valid at all frequencies) is developed, in terms of current density on the surface of conductors and the total current in the conductor. This expression is particularly simple in the case of conductors with symmetrical — in respect to an axis — cross section; for this case, the expressions of skin resistance of conductors laying in a infinite dielectric — and for conductors laying in channels of a ferromagnetic material, are given.

L'EXPRESSION DE LA RÉSISTANCE EN COURANT ALTERNATIF DES CONDUCTEURS EN FONCTION DE LA DENSITÉ DU COURANT À LEUR SURFACE

(Résumé)

On déduit une expression générale de la résistance en courant alternatif des conducteurs à section quelconque (fréquence arbitraire), en fonction des valeurs de la densité du courant à la surface du conducteur et du

courant total qui parcourt le conducteur. Cette expression a une forme particulièrement simple dans le cas des conducteurs dont la section présente une symétrie par rapport à une axe ; en cette hypothèse, on déduit les expressions relatives aux conducteurs placés dans un milieu diélectrique infini (formules 23 et 24) et aux conducteurs limités en partie par un milieu ferromagnétique (formules 29 et 30).

Les résultats obtenus sont utils surtout pour la détermination experimentale de la résistance en courant alternatif des conducteurs.

EIN ALLGEMEINE AUSDRUCK FÜR DEN WECHSELSTROM-WIRKWIDERSTAND ALS FUNKTION VON DIE STROMDICHTE AUF DER LEITEROBERFLÄCHE

(Zusammenfassung)

Die Abhandlung enthält die Berechnung eines allgemeinen Ausdruckes für den Wechselstrom-Wirkwiderstand von Leitern irgendwelchen Querschnittes (gültig für jede Frequenz) als Funktion von zwei Grössen: die Stromdichte auf der Leiteroberfläche und der Gesamtstrom. Dieser Ausdruck hat eine besonders einfache Form für Leiter deren Querschnitt symmetrisch zu einer Axe ist ; in diesem Fall werden die entsprechenden Ausdrücke für abgeleitet für Leiter die von einem unendlichen Dielektrikum begrenzt werden (Formeln 23 u. 24), bzw. für teilweise in ferromagnetischen Stoff eingegrabene Leiter (Formeln 29 u. 30).

Die Ergebnisse sind insbesondere für Messungen interessant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

CONTRIBUȚIUNI LA PERFECȚIONAREA MĂSURĂTORILOR PSICHROMETRICE

IOAN SONEA, PETRE SONEA

1. MĂSURĂTORI INDIRECTE

1. Generalități

În tehnica modernă se cere imperios măsurarea tuturor factorilor externi, pentru reglarea proceselor tehnologice de fabricație. Unul din acești factori foarte importanți este *umiditatea.*

La unele procese tehnologice măsurarea umidității este obligatorie, ex. în industria textilă, industria hîrtiei, industria lemnului, industria materialelor electroizolante ș.a.m.

Din această cauză, măsurarea umidității, a făcut obiectul unor preocupări continue a tehnicienilor.

Materialele higroscopice pot conține o cantitate variabilă de apă care se prezintă în forme diferite:

a) apa legată chimic ex. apă cristalizată;
b) apă higroscopică ex. apă de absorbțiune, de îmbibare;
c) apă liberă ex. apă de rețea.

În ceea ce privește măsurarea umidității interesează îndeosebi ultimele două puncte b și c.

În cazul apei higroscopice, se pot distinge cele două forme, anume apă normală de absorbție, care se găsește depozitată în materii cu porii fini pe suprafețele interioare și exterioare și apă de îmbibare care se produce în celulele substanțelor organice.

Conținutul umidității în materiale se menționează de obiceiu în procente, însă în diferitele ramuri ale industriei se utilizează îndeosebi greutatea umidității sau greutatea uscării ca bază de comparație.

Dacă notăm cu:

G_1 = greutatea totală a materialului umed;
G_2 = greutatea substanței uscate;

$$W = \frac{G_1 - G_2}{G_1} 100\ \%;$$

S = suprafața traductorului în m^2;
$h''vs$ = este presiunea parțială a vaporilor, de apă saturați, la temperatura aerului umed, în mm. col. mercur la 0°C;
$h'v$ = presiunea parțială a vaporilor de apă conținuți în aer la temperatura uscată în mm. col. de mercur la 0°C;
H_0 = presiunea barometrică în mm. col. de mercur la 0°C.

Cantitatea de căldură Q_1, consumată pentru evaporarea acestei umidități, poate fi obținută din ecuația:

$$Q_1 = G\nu = \Sigma\nu S \frac{h''_{\nu s} - h'_\nu}{H_o} \text{ (în kcal)}$$

în care ν este căldura latentă de vaporizare în kcal/kg.

În același timp din cauza diferenței de temperatură dintre aerul înconjurător și cea a termorezistenței umede din aerul înconjurător, se cedează termorezistenței umede o cantitate de căldură egală cu:

$$Q_2 = \alpha (t' - t'') \text{ (în kcal)}$$

în care α este un coeficient de transmitere a căldurii în kcal/m². h-grd.

t' — temperatura uscată, °C;

t'' — temperatura umedă, °C.

La atingerea echilibrului între căldura pierdută și cea obținută, se va verifica egalitatea

$$Q_1 = Q_2 \varepsilon \nu S \frac{h''_{\nu s} - h'_\nu}{H_o} = \alpha (t' - t'')$$

de unde rezultă

$$h'_\nu = h''_{\nu s} - \frac{\alpha}{\varepsilon \nu S} H_o (t' - t'')$$

măsurile α, ε, ν și S sînt constante, deci

$$h'_\nu = h''_{\nu s} - C H_o (t' - t'') \qquad (a')$$

în care

$$C = \frac{\alpha}{\varepsilon \nu S}$$

deci

$$\varphi = \frac{h'_\nu}{h'_{\nu s}} = \frac{h''_{\nu s} - C H_o (t' - t'')}{h'_{\nu s}} \qquad (a)$$

1.2. DESCRIEREA PSICROMETRULUI CU INDEXE SUPRAPUSE

Aparatajul construit pentru măsurarea umidității, constă din:

1. Un traductor, format din două termorezistențe cu fir de nikel, cu limita superioară a temperaturii 200°C.
2. Aparatul de măsurat.
3. Circuitele de transmitere a curentului.
4. Celulele redresoare.
5. Sursa de curent.

1.3. TERMOREZISTENȚELE

Termometrele cu rezistență sînt de două tipuri și anume:

Termorezistență uscată și umedă. Din punct de vedere constructiv calculul și construcția lor propriu zisă este aceeași, diferă doar la montaj; se compune dintr-un fir de nikel pur de ø 0,07 m/m ,caracteristicile acestui traductor sînt, omogenitatea chimică, variația sensibilă a rezistenței cu temperatura, invariabilitatea proprietăților și rezistența mare anticorosivă la acțiunea agenților chimici.

Rezistența specifică pentru 1 cm^3 la 0°C de nikel este

$$\varrho = 12{,}13 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot$$

Coeficientul termic al rezistenței electrice, raportat la 0°C este egal cu $\alpha = 6{,}66.10^{-3}$.

Limita superioară a temperaturii este 200°C.

S-a luat un tub de sticlă de ø = 4 mm pe care s-a bobinat sîrma de nikel ø 0,07 mm izolată în mătase. Lungimea părții active cca. 60 mm.

Capetele superioare, unul trece prin orificiul tubului, iar celălalt la exterior, au fost sudate cu sîrmă mai groasă de cupru și trecută la doza de conexiuni. Tubul de sticlă bobinat, apoi a fost izolat cu un lac electroizolant.

Traductorul astfel construit, a fost introdus apoi într-un tub de cupru nikelat de ⌀ 8 m/m și apoi înșurubat la doza de conexiuni.

Aparatul de măsură. Clasa de precizie a aparatului este de 1,5. Logometrele pot fi construite ca aparate indicatoare sau înregistratoare grafice.

Partea mobilă a logometrului, constă din două cadre fixate între ele (două bobinaje) care se rotesc între vîrfuri, în jurul axei verticale a miezului, în cîmpul neuniform dat de un magnet permanent.

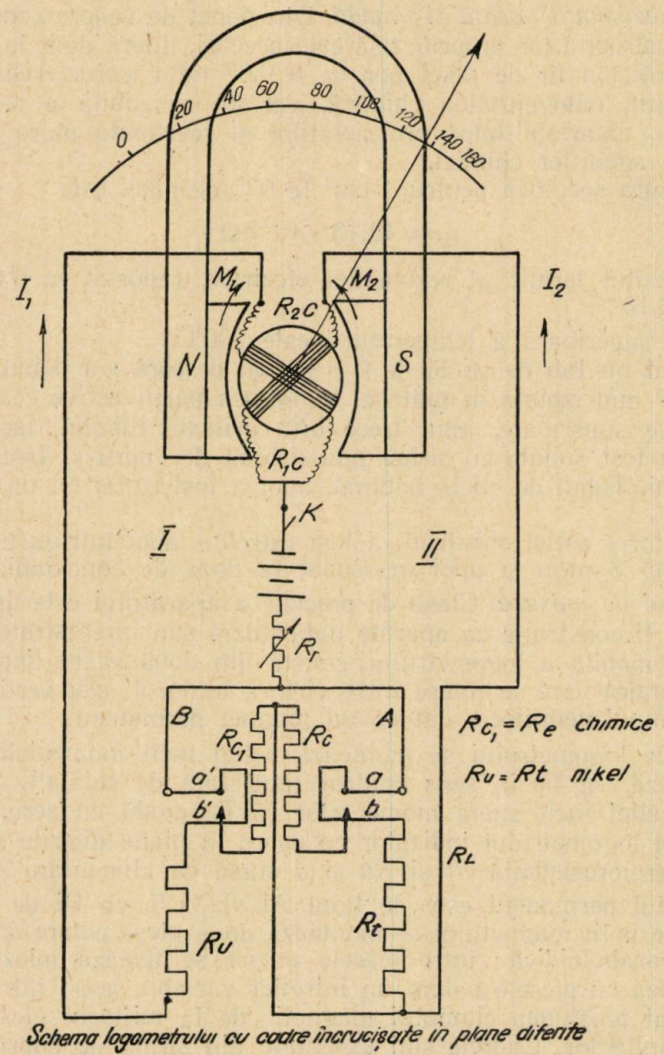
Bobinele logometrului se montează astfel încît momentele de rotație ce se creează, să fie în sens contrar unul față de celălalt. Sistemul se stabilește astfel încît suma momentelor să fie egală cu zero.

Schema logometrului indicator cu cadre în plane diferite și avînd conectate o termorezistență *Rt* și *Ru* și o sursă de alimentare *A*.

Magnetul permanent este de tipul ALNICO 5, cu Bi de cca. 30,000 Gauss. Între polii magnetului se montează două piese polare cu deschidere de formă paraboloidică; între piesele polare se fixează miezul cilindric, care formează cu piesele polare un întrefier variabil, acest întrefier micșorează treptat tensiunea cîmpului magnetic de la mijlocul pieselor polare, către marginile lor. Cadrele sînt executate din sîrmă de cupru de ø 0,07 m/m, cu izolație din email, sînt așezate în unghiu de cca. 60°, chernerele sînt executate din oțel călit cu vîrful conic avînd raza de rotunjire de 50 μ Drept contacte electrice s-au prevăzut patru contacte care nu creează moment. Aceste cadre identice sînt fixate rigid între ele și apoi cu axul indicator al aparatului.

Dispozitivul de măsurat, constă din două circuite paralele: *I* și *II*. In circuitul *I*, alimentat de la sursa de curent *A* sînt cuprinse cadrul R_1c, rezistența constantă *Ru*, iar în circuitul *II*, cadrul R_2c, termorezistența *Rt*

și conductorii de legătură *Rc*. Curenții I_1 și I_2 trec prin circuitele *I* și *II* apoi prin cadrele R_1c și R_2c; acești curenți au valori invers proporționale cu rezistențele circuitelor *I* și *II* care formează cîmpurile lor magnetice.



Schema logometrului cu cadre încrucișate în plane diferite

Fig. 1

Prin interacțiunea dintre cîmpurile magnetice ale cadrelor și cîmpul magnetului principal, creează două cupluri M_1 și M_2 care acționează asupra cadrului în sansuri opuse.

În cazul cînd rezistențele circuitelor *I* și *II* sînt identice:

$$R_1c + R = R_2c + Rt + Rc \cdot$$

atunci $I_1 = I_2$.

În cazul unor așezări simetrice a cadrelor R_1c și R_2c în raport cu piesele polare, cuplurile M_1 și M_2 vor fi egale.

În această poziție, partea mobilă a logometrului se află în stare de echilibru. În cazul că temperatura crește, se produce o creștere a rezistenței (termorezistenței) și în consecință I_2 din circuitul II se micșorează, iar cuplul M_1 va deveni mai mare decît M_2. Din cauza diferențelor dintre cupluri, echipajul mobil începe să se rotească în sensul de rotație al momentului mai mare, deci în sensul acelor de la ceasornic.

Această rotație se oprește cînd va apărea o nouă stare de echilibru, care va lua naștere datorită faptului că R_1c (cadrul) cu I_1 mai mare va intra în partea divergentă a întrefierului în care intensitatea cîmpului magnetic se micșorează, provocînd prin aceasta slăbirea treptată a cuplului M_1.

În același timp, cadrul R_2c cu o intensitate I_2 mai redusă, intră în partea convergentă a întrefierului, adică într-un cîmp cu o intensitate mai mare, ceea ce duce la întărirea cuplului M_2.

Noua stare de echilibru a părții mobile are loc cînd cuplurile se echilibrează, deci

$$M_1 = M_2$$

sau conform ecuației cuplului de rotație care acționează asupra unui cadru prin care trece un curent electric

$$Mi = \frac{2\,r \ln HI}{9810} \text{ (g.cm)}$$

în care:

r — raza cadrului, în cm;
l — lungimea activă a cadrului, în cm;
n — numărul de spire ale cadrului;
H — intensitatea cîmpului magnetic, în gauși;
I — intensitatea curentului, în A.

deci

$$\frac{2 r_1 l_1 n_1 H_1 I_1}{9810} = \frac{2 r_2 l_2 n_2 M_2 I_2}{9810} \qquad (1)$$

în care: H_1 și H_2 este intensitatea cîmpului magnetic în zona cadrelor

$$R_1c \text{ și } R_2c \cdot$$

Dimensiounea cadrelor: $r_1\ l_1\ n_1$ și $r_2\ l_2\ n_2$ sînt constante deci dacă notăm

$$C_1 = r_1 l_1 n_1$$
$$C_2 = r_2 l_2 n_2$$

atunci

$$C_1 H_1 I_1 = C_2 H_2 I_2$$

Din această ecuație rezultă:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{C_2 H_2}{C_1 H_1} = C \frac{H_2}{H_1} \cdot \qquad (2)$$

Valorile lui I_1 și I_2 pentru o tensiune de alimentare E este:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 c + R} \; ; \; I_2 = \frac{E}{R_2 c + R t + R c} \tag{3}$$

Dacă înlocuim valorile lui I_1 și I_2 în (2)

$$\frac{R_2 c + R t + R c}{R_1 c + R} = C \frac{H_2}{H_1} \cdot \tag{4}$$

Dar raportul $\frac{H_2}{H_1}$ este funcție de unghiul φ, a părții mobile, care depinde de forma pieselor polare și a miezului.

Ecuația (4) se poate scrie:

$$\frac{R_2 c + R t + R c}{R_1 c + R} = f(\varphi) \cdot \tag{5}$$

Se observă că valorile R_2c, Rt, Rc, R_1c și R sînt practic constante, rezultă că

$$\varphi = f(R t) \cdot \tag{6}$$

Deci unghiul de deviere a acului indicator al logometrului depinde numai de termorezistență deci de temperatură. Scala aparatului se etalonează direct în grade C.

1.4. CARACTERISTICILE SCHEMEI

În schema propusă de autori în fig. 1 se dă posibilitatea ca logometrul să măsoare direct următoarele mărimi.

— umiditatea relativă a aerului
— temperatura uscată
— temperatura umedă.

Pentru umiditate și temperaturi se găsesc, pe cadranul aparatului, două scale trasate independent eventual colorate diferit.

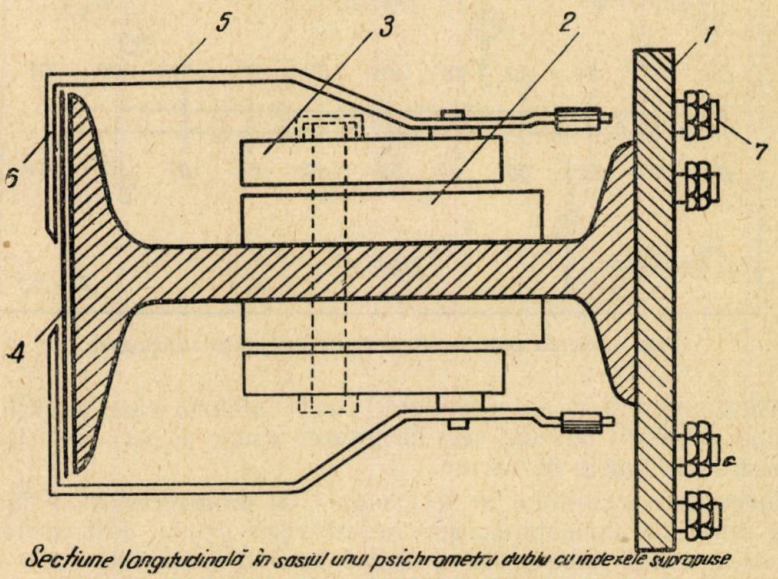
De asemenea pe panou se introduc două butoane cu cîte un contact normal închis și altul normal deschis. Rezistențele de comparație Rc și Rc' sînt egale între ele și se introduc în cutia aparatului. La rece rezistențele sînt toate egale între ele de cca. 100 Ω fiecare. Particularitatea schemei consistă în posibilitatea controlului umidității printr-o tabelă sau diagramă însoțitoare, odată cu măsurarea pe același aparat a temperaturii uscate și umede. Pentru aceasta, la apăsarea butonului A, se măsoară temperatura uscată, menținînd rezistența Rc la temperatura ambiantă, iar temperatura umedă se măsoară analog la apăsarea butonului B care introduce rezistența la temperatura ambiantă Rc_1.

Ca să nu se iveaască confuzii, butoanele A și B se colorează diferit. Avantajul acestei scheme este că permite controlul modificării caracteristicilor termorezistențelor din atmosfera camerei de măsurat, fapt care pînă în prezent nu a fost adaptat la acest tip de aparat.

Pe lîngă cele menționate, mai apare un mare avantaj constructiv, că se folosește un singur logometru cu un singur indice. Evident că adaptîndu-se un comutator, cele două butoane *A* și *B* pot fi înglobate pe același buton cu două poziții, ca principiu însă situația rămîne neschimbată.

Date constructive, a aparatului A55 cu două echipaje suprapuse, realizat de autori, sînt:

— raza de curbură a vîrfului 75 μ;
— raza de curbură a lagărului axial din agat 225 μ;
— momentul unui resort spiral pentru 90° este 3 mg cm.



Secțiune longitudinală în sașiul unui psichrometru dublu cu indexele suprapuse

1 — placă de susținere; *2* — placă de sustinerea magnetului; *3* — magnetul permanent; *4* — scala; *5* — indexul; *6* — indicator *7* — borne

Fig. 2

Rezistențele s-au executat din manganin, cu diametre între 0,15—0,25 m/m. S-a construit un șasiu din aluminiu pentru montarea a două echipaje mobile: la partea superioară a șasiului s-a montat echipajul mobil, care determină temperatura uscată, iar la partea inferioară a șasiului, s-a montat echipajul mobil care determină temperatura umedă. Ambele indexe oscilează în plan orizontal iar indicatoarele respective oscilează în plan vertical.

Cele două indicatoare oscilează simultan pe același cadran, dispus pe șasiu în partea frontală. Gradarea aparatului constă în înscrierea diviziunilor scării pe o hîrtie milimetrică pînă la 100°C și apoi executarea cadranului cu o singură scală. Diviziunile înscrise pe scală sînt în funcție de variația termorezistențelor cu temperatura pînă la 100°C. Alimentarea se face de la rețea prin transformator și redresor cu seleniu de 6v—200 mA.

Consumaţia iniţială este de 0,2 mA, iar prin punte 5mA. Rezistenţa de izolaţie a circuitelor de măsurare ale logometrului faţă de carcasă trebuie să fie cel puţin de 2M Ω. Precizia aparatului este de I,5%. Carcasa a fost executată din aluminiu turnat; fixarea carcasei în tablou se face prin strîngerea unui colier în spatele tabloului. Scala s-a desenat pe o hîrtie fotografică.

Pe tabloul central de comandă sînt prevăzute două comutatoare: un comutator bipolar de conectarea la reţea prin intermediul celulei redresoare

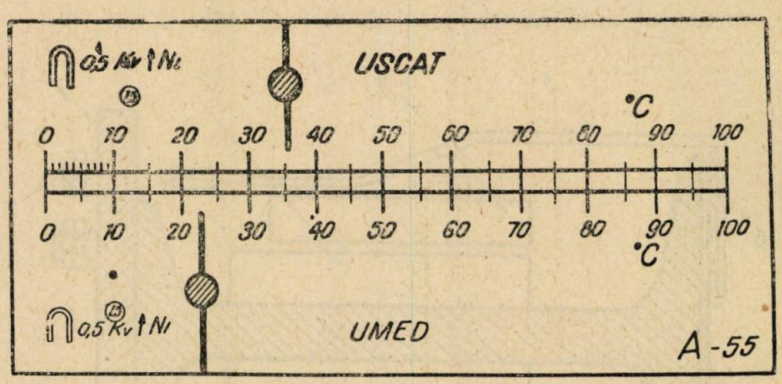


Fig. 3. Scala psicrometrului cu indexele suprapuse

şi transformatorului şi un comutator cu 11 ploturi, care au rolul de a transpune în circuit una din cele unsprezece grupe de termorezistenţe, din cele unsprezece tunele de uscare.

Alimentarea aparatului se face numai cu termorezistenţele în circuit. Intîi se întrerupe alimentarea, apoi se introduce grupul de termorezistenţe în circuit şi numai după aceea se aplică tensiunea de alimentare. Alimentarea directă fără termorezistenţe în circuit solicită aparatul şi periclitează funcţionarea logometrului.

Pentru simplificarea comutaţiei s-a construit un comutator care execută automat, în prima poziţie intrarea în circuit a termorezistenţelor şi a doua fază se execută conectarea la reţea. Aparatul a fost verificat de Dir. gen. Metrologiei Bucureşti şi admis ca bun în clasa de precizie.

Am făcut încercări de măsurarea umidităţii relative a aerului la fabrica de uscat lemnul pentru fabricarea vagoanelor C.F.R. la Uzina „FLAMURA ROŞIE“ Arad.

Măsurările executate cu psicrometrul cu indexe încrucişate denumit A—55, au fost comparate cu alte sisteme de măsură: piscrometre cu termometre cu mercur, dînd rezultate exacte. Acest aparat are o largă aplicaţie, în special în industria lemnului în toate uscătoriile, în industria textilă etc.

Am trecut apoi la perfecţionarea măsurărilor psicrometrice prin metode directe. Pentru aceasta am elaborat o schemă electronică pentru construirea unui aparat cu măsurarea directă a umidităţii corpului.

2. MĂSURĂTORI DIRECTE

2.1. PSICROMETRU ELECTRONIC

În principiu metoda utilizată în acest aparat constă în măsurarea pierderilor în dielectric, în cazul traductorului capacitiv, sau a variațiilor rezistenței de la traductorul rezistiv. Prima soluție ne conduce la micșorarea considerabilă a inerției sistemului, de aceea ne vom ocupa mai întîi de această metodă.

Condensatorul, a cărui dielectric este supus influenței mediului umed de măsurat (C_2) este conectat pe unul din brațele unei punți de curent alternativ asemănătoare cu putea Schering compusă din rezistența și capacitățile C și C_2. Se presupune că dielectricul condensatorului C_1 este fără pierderi, iar impedanțele condensatorilor C_0 și C_2 presupuși cu pierderit sînt

$$Z_0 \frac{-\dfrac{j}{\gamma_0 \omega C_0}}{\gamma_0 - \dfrac{j}{\omega C_0}} \quad \frac{\gamma_0}{1 + j\omega C_0 \gamma_0}$$

analog obținem pentru Z_2

$$Z_2 = \frac{\gamma_2}{1 + j\omega C_2 \gamma_2}$$

dacă puntea s-ar găsi în echilibru impedanțele trebuie să satisfacă egalitatea

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

unde s-a notat cu

$$Z_1 = \gamma_1, \; Z_4 = -\frac{\gamma}{\omega C_1} \; ; \; Z_2 = \frac{\gamma_2}{1 + j\omega C_2 \gamma_2} \; ; \; Z_3 = Z_0 \frac{\gamma_0}{1 \gamma j \omega C_0 \gamma_0}$$

scriind condiția de echilibru avem

$$-\frac{j\gamma_1}{\omega C_2} = \frac{\gamma_0 \gamma_2}{(1 + j\omega C_0 \gamma_0)(1 + j\omega C_0 \gamma_2)}$$

sau

$$\gamma_0 \gamma_2 \omega l_1 = -j\gamma_1 [1 - \omega_2 l_2^2 \gamma_2 l_0 \gamma_a + l(\omega l_2 \gamma_2 + \omega l_0 \gamma_0)$$

separînd partea reală de cea imaginară această ultimă relație se transformă în două expresii

$$\gamma_0 \gamma_2 \omega l_1 = (\omega l_2 \gamma_2 + \omega l_0 \gamma_0) \gamma_1$$

$$\omega^2 l_2 \gamma_2 l_0 \gamma_0 = 1$$

de unde deducem valoarea corespunzătoare pentru γ_o și l_o

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_1 (1 + \omega^2 C_0^2 \gamma_0^2)}{\omega^2 C_o C_1 \gamma_2} \approx \frac{\gamma_1}{\omega^2 l_o l_1 \gamma_2^2}$$

$$C_2 = \frac{C_1 \gamma_o}{\gamma_1 (1 + \omega^2 l_2^0 \gamma_0^2)} \approx C_1 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

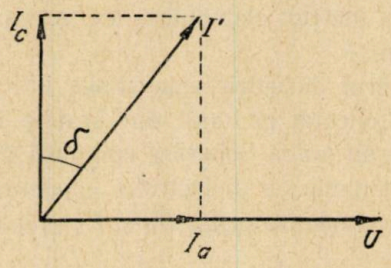


Fig. 4

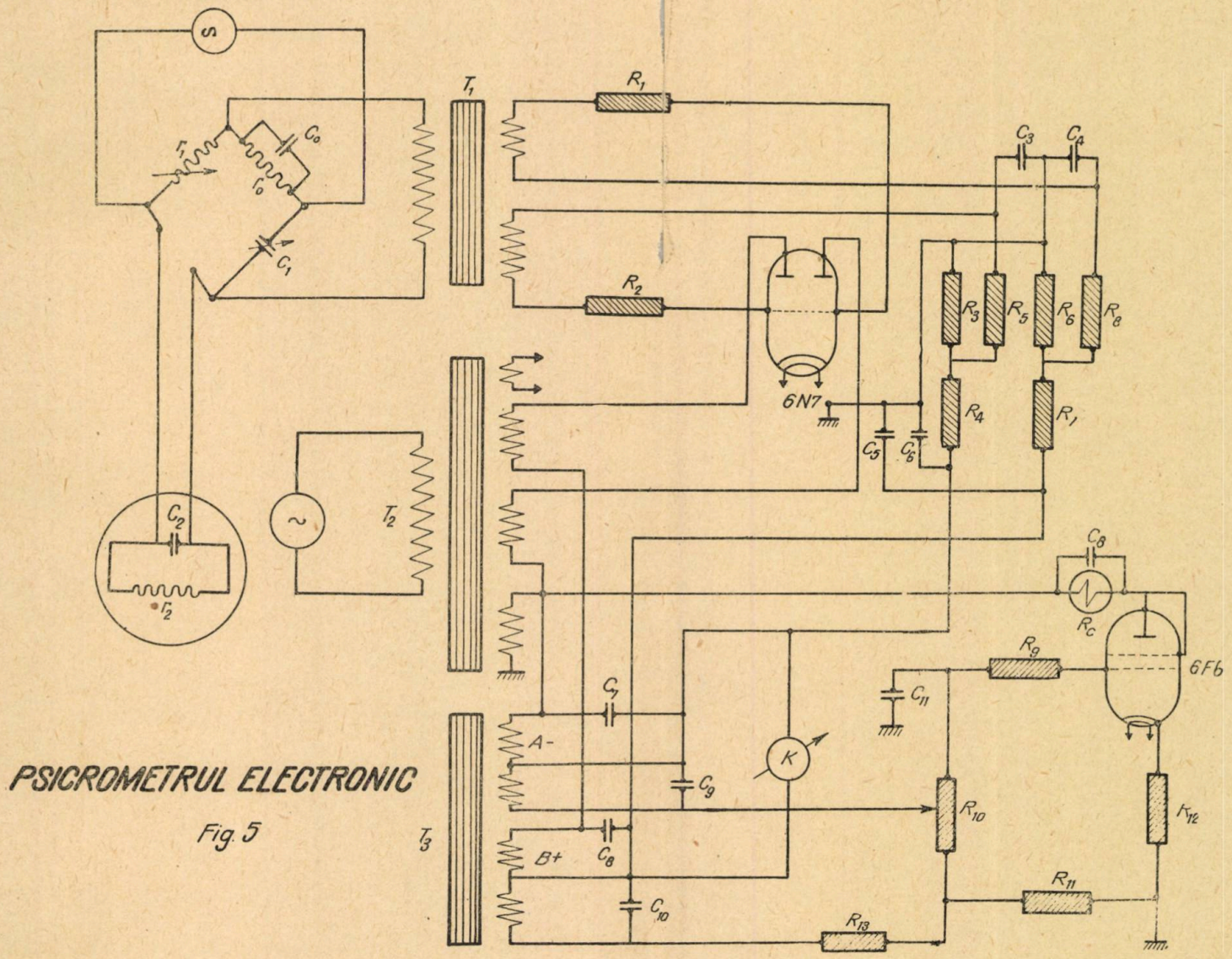
Unghiul pierderilor provocat de rezistența γ_o a dielectricului se calculează ușor la echilibrul din diagrama vectorială :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\gamma_2}{\frac{U}{U \omega C_2}} = \frac{1}{\omega \gamma_2 C_2} = \omega l_o \gamma_o .$$

Aceste relații rămîn valabile numai în cazul echilibrului punții, care constituie baza etalonării punții desechilibrate. În acest caz pe diagonala instrumentului de măsură se conectează primarul transformatorului T_1, a cărui înfășurări secundare atacă grilele dublei triode 6N7. Rezistențele R_1 și R_2 se adaugă pentru respectarea caracteristicilor tubului.

Transformatorul de rețea T_2 alimentează echipamentul electronic al aparatului și eventual puntea (dacă din cauza capacității prea mici nu este necesară utilizarea frecvențelor mai ridicate). Circuitul anodic al dublei triode este alimentat de la două înfășurări distincte ale transformatorului, astfel tubul își redresează singur curentul de care are nevoie. Pentoda 6F6 montată ca triodă, constituie sistemul de semnalizare sau comandă automată cu ajutorul releului electromagnetic *Re*.

Valoarea condensatorului de comparație este astfel aleasă, ca în oricare situație s-ar prezenta traductorul, prin înfășurarea primară a transformatorului să treacă un curent de un anumit sens. Acest fapt se realizează în mediul uscat care corespunde diviziunei zero a aparatului, deci puntea se găsește în echilibru numai într-un mediu uscat. Dar cum aparatul se găsește în aerul atmosferic, de umiditate ce variază între anumite limite și care influențează condensatorul de comparație C_0, aducerea aparatului la zero se realizează fie prin variația rezistenței r_1, fie prin variația capacității C_1.



PSICROMETRUL ELECTRONIC

Fig. 5

Așadar indicațiile aparatului vor trebui să fie nule dacă traductorul se găsește în același mediu cu aparatul. Bineînțeles că odată cu introducerea acestui reglaj se comite o anumită eroare, adică umiditatea mediului cercetat se compară cu aceea a aerului atmosferic presupus tot timpul ca mediu uscat.

Dacă se tinde la o precizie mare de măsură, este necesar să se izoleze condensatorul C_0, de aer, printr-un blindaj ermetic. De asemenea cablul

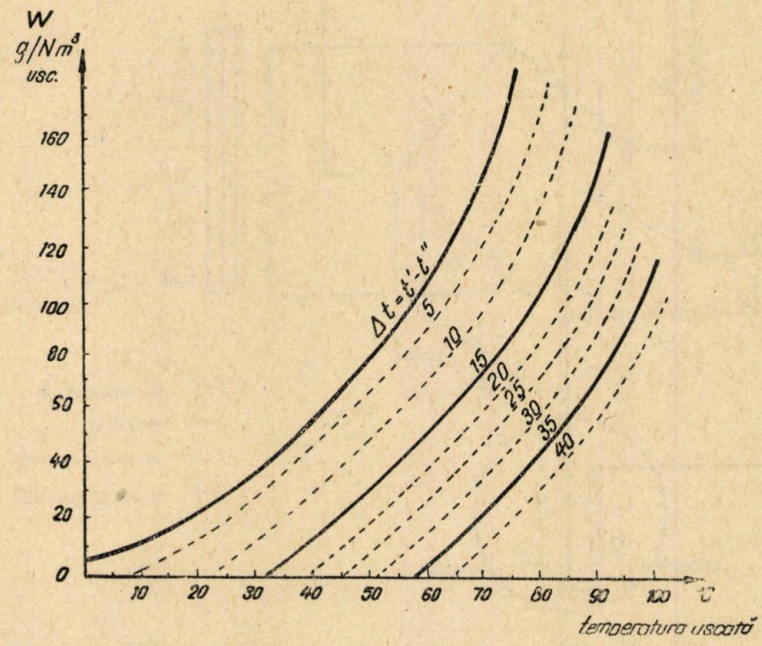


Fig. 6. Nomograma pentru determinarea umidității gazelor

care duce la condensatorul C_2 trebuie să fie bine izolat și protejat împotriva fluctuațiilor de umiditate.

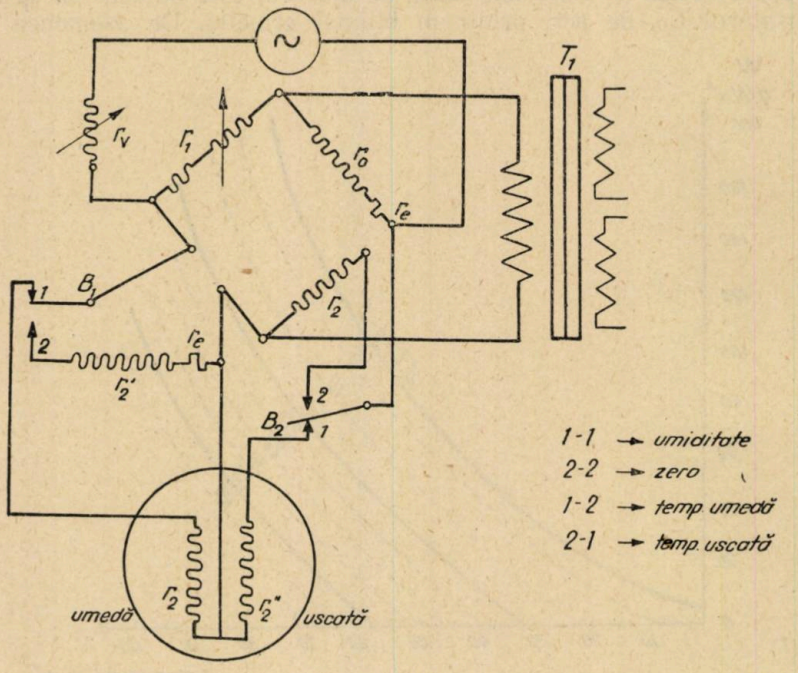
Pentru ca tensiunea de curent continuu obținută la bornele A și B să fie cît mai puțin influențată de variațiile de tensiune a rețelei, pe de o parte și pe de alta, pentru a se obține o simetrie perfectă în repartizarea tensiunilor în tubul *6N7*, se aplică o legătură încrucișată între anod și grilă, compusă din rezistențele R_5 R_8 și condensatorii C_3 C_4. Reglajul se execută la echilibrul punții astfel ca instrumentul de măsură să se găsească la diviziunea zero.

Priza de curent continuu, luată din circuitul anodic al tubului *6N7*, este filtrată cu ajutorul șocului cu miez de fier T_3 și a condensatorilor C_7 C_8 C_9 și C_{10}.

Punctele A și B vor avea o tensiune cu atît mai diferită, cu cît curentul care trece prin înfășurarea primară a transformatorului T_1 este mai mare. Această tensiune măsurată de voltmetru V gradat în procente de umiditate, se aplică grilei de comandă a tubului *6F6* prin potențiometrul

R_{10} și rezistența R_{13}, care modifică negativarea tubului și ca urmare curentul anodic ce trece prin releul electromagnetic *Rc*.

În cazul că se urmărește numai construirea unui aparat indicator, tubul *6F6*, șocul T_3, precum și rezistențele, condensatorii și releul acestei părți de circuit, pot să lipsească, aparatul reducîndu-se la un singur tub.



Schema de montaj a traducătorului în aparatul electronic

Fig. 7

Șocul T_3 se poate înlocui cu un joc de rezistențe, conectate în locul înfășurărilor divizate, ieftenindu-se în felul acesta construcția aparatului.

Potențiometrul R_{10} este prevăzut pe carcasa aparatului cu un cadran gradat, de asemenea în procente de umiditate și care servește ca regulator pentru comanda dispozitivelor de menținere a unui anumit regim impus de umiditate.

În cazul cînd cursorul potențiometrului ocupă poziția de zero, pentru evitarea scurtcircuitului bornelor *A* și *B* se introduce rezistența R_{13}.

Rezistența R_{11} nu este obligatorie în montaj, dacă celelalte rezistențe sînt suficient de mari, iar rezistența de negativare R_{12} se potrivește convenabil ca împreună cu negativarea primită de la potențiometrul grilei, să se stabilească în circuitul anodic, curentul minim necesar declanșării releului.

Aparatul permite adaptarea unei punți, compusă din rezistențe chimice, în care sînt două rezistențe egale numai în regimul uscat. Rezistența R_2 se confecționează din fir de nikel cu diametrul de 0,05—0,08 m/m și de valoare egală ca 100 Ω în celelalte brațe ale punții se găsesc de asemenea două rezistențe de cîte 100 Ω fiecare, dintre care una este variabilă pentru stabilirea poziției de echilibru a punții. Din punct de vedere al reglajului poziției de zero, este util ca rezistența r, să fie secționată astfel ca partea fixă să posede cca. 90 Ω, iar partea mobilă cca. 20 Ω asigurîndu-se prin acest procedeu un reglaj fin.

Rezistența traductorului r_2 găsindu-se în camera unde se măsoară umiditatea, reglajul poziției de zero nu este întotdeauna comod. De aceea, cu ajutorul unui taster B_1 se introduce rezistența fixă r de valoare egală cu r_2 și căreia i se adaugă în serie rezistența de compensare a cablului r_2 compensarea erorii dată de cablu se face cu rezistența r conectată în serie cu r pe brațul opus al punții unde se găsește traductorul.

Sistemul acesta are o inerție mult mai mare decît cel cu condensator, iar din punct de vedere constructiv este mai ușor de realizat. În afară de aceasta, sursa de alimentare a punții se limitează la frecvența industrială și de aceea transformatorul de rețea se prevede cu o înfășurare secundară suplimentară, care este adusă la punte printr-o rezistență variabilă r

Echilibrul punții este independent de tensiunea de alimentare, sensibilitatea în regimul desechilibrat crește cu cît tensiunea este mai mare. Evident că indicațiunile aparatului fiind influențate de tensiunea de alimentare a punții, trebuie găsită valoarea optimă a tensiunii pentru care umiditatea maximă să fie cuprinsă în scala instrumentului de măsură, după care rămîne neschimbată.

În locul rezistenței traductoare r_2 se poate introduce o substanță chimică higroscopică, cum ar fi bicromatul de potasiu sau azotatul de sodiu, producînd asupra punții efecte asemănătoare ca rezistența chimică. Stabilitatea substanței față de diferiți compuși ai mediului cu care intră în contact, influențează foarte mult precizia măsurătorii, de aceea o metodă care dă rezultate bune este folosirea primei variante, adică cea cu traductor capacitiv, în care dielectricul este o substanță higroscopică reversibilă. Inerția traductorului se mărește față de dielectricul aer, dar prezintă avantajul că se extinde domeniul de măsură al aparatului.

În varianta cu traductor rezistiv, scala aparatului de măsură poate fi divizată atît în procente de umiditate cît și în unități de temperatură, în limitele în care este admisă încălzirea rezistenței. În acest caz rezistența r_2 se comutează de la rezistența umedă, prin comutatorul de poziție B_2 la o rezistență uscată r , de aceeași valoare cu r_2 și construită identic cu ea.

Compensarea de temperatură a rezistenței r_0 se face întocmai ca la instrumentele de măsură cu un joc de rezistențe confecționate din fir de cupru și mangarin. Rezultate mulțumitoare se obțin și cu rezistență confecționată din manganin sau numai din constantan. Ținînd seama de aceste precauțiuni și de faptul că circuitul electronic este utilizat diferențial, aparatul se poate construi de înaltă precizie, iar indicațiunile sînt practic invariabile cu gradul de uzură al tubului.

Din punct de vedere al aplicațiilor industriale, inerția sistemului nu prezintă un neajuns esențial, dacă se menține sub un anumit interval de timp, de aceea puntea cu rezistențe are largi domenii de aplicare în uscătoriile de lemn, fructe, textile.

Puntea cu capacități are o inerție foarte mică, dar prezintă greutăți la etalonare. Domeniul de aplicare se extinde asupra materialelor higroscopice cu însușiri dielectrice cum ar fi nisipurile de turnătorie, materiale ceramice, cimenturi, cereale, făina de cereale etc.

Posibilitatea întrunirii tuturor tipurilor de măsurători ale umidității într-un singur aparat este îngreunată de etalonare. Dar se pot construi traductoare care să îndeplinească servicii pentru mai multe măsurători.

НАШ ВКЛАД В УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПСИХРОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

(Краткое содержание)

Для измерения относительной влажности в различных средах, существует в промышленном масштабе целый ряд типов элечтрических аппаратов с интерпретаМи (переводчиками) на сопротивлениях непосредственного или посредственного чтения на сонованнии сопровождающих диаграмм. Ошибки этих аппаратов — иногда весьма велики.

Авторы предлагают улучшение этих ситтем, как непосредственного так и посредственного чтения. Для этого, они портроили аппарат (псилрометр), дающий большую толность показаний и лёгкое манипулирование в эксплоатации.

Кроме этого, авторы предлагают электронный аппарат утилизирующий интерпреты (переводчики) ёмкостные или на сопротивлениях, позволяюшие определить немосредственно влажность в уа личпых средах (твёрдых или газообразных), имеющие большую точность измерения.

CONTRIBUTIONS TO IMPROVING PSICHROMETRIC MEASUREMENTS

(Summary)

For measuring the relative humidity of different media there exists on an industrial scale whole series of types of electrical reading on the basis of an adjoining diagram. The errors given by devices are in some cases very great.

The authors want to improve both the systems with direct or with indirect reading. To this end, they have built a device (psychrometer) which provides a greater accuracy in reading and is more easily manipulated.

The authors propose at the same time an electronic device which may use the rezistive or capacitive traductors with the possibility of determining directly the moisture in different (solid or gaseous) media having a great measuring accuracy.

CONTRIBUTIONS AU PERFECTIONNEMENT DES MESURAGES PSYCHROMÉTRIQUES

(Résumé)

Pour mesurer l'humidité relative des divers milieux il y a à l'échelle industrielle une série de types d'appareils électriques aux traducteurs resistifs permettant la lecture directe ou indirecte basée sur des diagrammes accompagnateurs. Les erreurs données par ces appareils sont dans quelques cas très grandes.

Les auteurs proposent des améliorations tant pour les systèmes à lectures directes que pour ceux à lectures indirectes. Pour cela, ils ont construit un appareil (psychromètre), qui donne une plus grande précision de lecture et une manipulation facile pour l'exploitation.

De même, les auteurs proposent un appareil électronique qui peut utiliser des traducteurs résistifs ou capacitifs, en donnant la possibilité de la détermination directe de l'humidité dans divers milieux (solides ou gazeux), ayant une grande précision de mesurage.

BEITRÄGE ZUR VERVOLLKOMMUNG DER PSHYCHROMETRISCHEN MESSUNGEN

(Zusammenfassung)

Zum Messen der relativen Fenchtigkeit verschiedener Medien existieren in der Industrie eine Reihe Typen von elektrischen Apparaten mii widerstandsfähigen Übertragern mit direkter oder indirekter Ablesung, auf Grund beigelegter Diagramme. Die Fehler, die diese Apparate geben, sind aber sehr gross.

Die Verfasser schlagen die Verbesserung der Systeme mit direkter, als auch mit indirekter Ablesung, vor. Zu diesem Zweck haben sie einen Apparat (Psychrometer) konstruiert, der eine viel genauere Ablesung und eine leichtere Handhabung im Gebrauch gibt.

Die Verfasser schlagen gleichfalls einen elektronischen Apparat vor, der widerstandsfähige und umfangreiche Übertragen verwendet und so die Möglichkeit direkter Bestimmungen der Feuchtigkeit verschiedener Medien (feste und Gasförmige) mit grosser Messgenauigkeit gibt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

TRANSPORTURI

STABILIREA CONDIȚIILOR DE LIMITĂ A RENTABILITĂȚII REMORCĂRII TRENURILOR CU MULTIPLĂ TRACȚIUNE, PE SECȚIILE CE CONȚIN PROFILE PARȚIAL LIMITATIVE DE TONAJ

GEORGE LELESCU

Pe anumite secții de remorcare, tonajul brut al trenurilor de marfă din planul de formare, corespunzător remorcării cu simplă tracțiune este limitat în unele cazuri de o mică porțiune din lungimea secției de remorcare care are rezistența caracteristică mai mare decît restul secției.

Dacă diferența de rezistență caracteristică, între porțiunea limitativă și restul secției este mare, în mod frecvent se utilizează dublă sau multiplă tracțiune, astfel ca tonajul din planul de formare să fie cel corespunzător restului secției cu rezistența caracteristică mai mică.

Astfel de cazuri se prezintă destul de des pe rețeaua c.f.r. și ele sînt îndeobște cunoscute.

În cazul cînd diferența de rezistența caracteristică între porțiunea limitativă și restul secției nu este substanțială, de exemplu, 2—5 kg/t, atunci de obicei se utilizează simpla tracțiune pe întreaga secție la tonajul brut corespunzător porțiunii celei mai grele.

Acest mod de remorcare este impus în general de condițiile de rațională utilizare a locomotivei ce eventual ar trebui utilizată ca dublă tracțiune pe porțiunea limitativă, în scopul obținerii tonajului corespunzător restului din secția de remorcare.

Dacă problema este studiată numai din punct de vedere al utilizării dublei tracțiuni, numai pe porțiunea limitativă, în foarte dese cazuri dubla tracțiune apare ca nerentabilă.

Dacă se conjugă însă remorcarea cu dublă tracțiune pe porțiunea limitativă, cu rentabilitatea pe întreaga secție de remorcare, atunci concluziile nu mai sînt unilaterale și lipsa de rentabilitatea din circumscrierea analizei numai la secțiunea limitativă poate fi numai aparentă.

Astfel, se presupune o secție de remorcare $A\ B$ de lungime L, din care o porțiune $C\ D$, de lungime L_0, are rezistența caracteristică cea mai mare în raport cu restul secției (fig. 1).

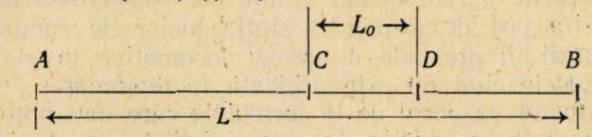


Fig. 1

Dacă remorcarea se face cu simplă tracțiune pe întreaga secție de remorcare, atunci tonajul brut al trenului de marfă din planul de formare va fi determinat evident de porțiunea L_0, și fie Q acel tonaj.

Tonajul ce ar putea fi remorcat pe restul secției de remorcare, pe porțiunile $A\ C$ și $D\ B$ este însă $Q_t > Q$.

Se notează:

$$Q_t - Q = Q_p.$$

Dacă este de remorcat pe întreaga secție $A\ B$ tonajul Q_t, atunci este necesar să se utilizeze pe porțiunea L_0 dubla tracțiune.

Bine înțeles că excluzînd cazurile unde rezistența caracteristică a porțiunii L_0, fiind mult mai mare ca a restului secției, se impune poate multiplă tracțiune, în majoritatea celorlalte cazuri locomotiva de dublă tracțiune poate remorca un tonaj mai mare decît diferența Q_p pentru care este utilizată, dar această diferență este limitată de nivelul tonajului Q_t care poate fi remorcat pe restul secției $(L—L_0)$.

Este evident că, cu cît rezistența caracteristică a porțiunii L_0 este la o diferență mai mare față de restul secției, cu atît Q este mai mic, Q_p este mai mare, și deci utilizarea locomotivei de dublă tracțiune pe porțiunea L_0 este mai bună.

Problema ce apare este următoarea: care este limita diferenței Q_p între tonajul ce poate fi remorcat pe întreaga secție prin utilizarea dublei tracțiuni pe porțiunea L_0 și tonajul ce poate fi remorcat cu simplă tracțiune pe întreaga secție L, pentru ca remorcarea cu dublă tracțiune pe porțiunea L_0 să ducă la o reducere a prețului de cost pe întreaga secție L, sau în orice caz să nu ducă la o majorare a lui.

Se notează:

$$Q_{p\ minim} = Q_0.$$

In acest caz, tonajul Q_r ce poate fi remorcat pe întreaga secție, pentru a nu influența nefavorabil rentabilitatea trebuie să îndeplinească condiția:

$$Q + Q_0 \leqslant Q_r \leqslant Q_t$$

unde Q_t este tonajul maxim din instrucția de remorcare, corespunzător locomotivei și porțiunii din secție unde remorcarea se face cu simplă tracțiune.

Pentru a putea răspunde la problema pusă mai sus, va trebui să se compare prețul de cost pe tona netă km în ipoteza simplei tracțiuni pe întreaga secție, dar cu o incompletă utilizare pe porțiunile $A\ C$ și $D\ B$, datorită limitării impuse de porțiunea mai grea $C\ D$ și prețul de cost pe tona netă km în ipoteza utilizării dublei tracțiuni pe porțiunea limitativă.

In ipoteza a doua, se va ține seamă de faptul că prețul de cost este afectat și de costurile parcursurilor izolate ale locomotivei de dublă tracțiune, de la stația vîrf de rampă la stația picior de rampă, precum și costurile staționării în presiune a acestei locomotive în stația picior de rampă, în intervalele cînd nu este utilizată la remorcare.

In acest scop, se va porni de la formulele care dau prețul de cost pe o secție de remorcare în funcție de caracteristicile locomotivei, de rezis-

tența caracteristică a liniei și de utilizarea materialului rulant, pentru simpla tracțiune și multipla tracțiune. (A se vedea studiul asupra calculului prețului de cost pe o secție de remorcare în funcție de rezistența caracteristică a liniei, de caracteristicile locomotivei și de gradul de utilizare a vagoanelor. Sesiunea științifică a Institutului de Căi Ferate 1956/1957).

Se va utiliza formula mai simplă care nu pune în evidență în mod special, parametrul" consum specific de combustibil convențional" deoarece în ceea ce se urmărește nu este necesar.

Formula este de forma:

— *pentru simplă tracțiune:*

$$S_1 = \frac{2{,}2\,p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega\,Q} + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega}, \qquad (1)$$

— *pentru dubla tracțiune* (pe porțiunea L_0):

$$S_0 = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega}\left(\frac{1{,}5}{Q_t} + \frac{1{,}2}{Q}\right) + \frac{2{,}2\,q\,(1+z)}{\omega} \qquad (2)$$

unde:

ω — este încărcătura pe osie în drum (tone nete/osie);

ω_0 — tara medie pe osie (tone tară/osie);

z — coeficientul de parcurs gol $\left(\frac{\text{osii km goale}}{\text{osii km încărcate}}\right)$;

p — norma complexă de cheltuială pe tren km (lei/tren km);

q — norma complexă de cheltuială pe osie km (lei/osie km);

Q — tonajul brut al trenului în cazul cînd remorcarea se face cu simplă tracțiune pe întreaga secție;

Q_t — tonajul ce poate fi remorcat pe întreaga secție dacă se utilizează dubla tracțiune pe porțiunea L_0 și simpla tracțiune pe restul secției $(L - L_0)$.

Întrucît S_1 și S_0 diferă numai prin primul termen, se vor reține pentru comparație numai părțile:

$$S_1 = \frac{2{,}2\,p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega Q} \qquad (3)$$

$$S_0 = \frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega}\left(\frac{1{,}5}{Q_t} + \frac{1{,}2}{Q}\right) \qquad (4)$$

Se notează:

$$\frac{p\,[\omega + 1 + z)\,\omega_0]}{\omega} = K$$

$$S_1 = \frac{2{,}2\,K}{Q}; \quad S_0 = K\left(\frac{1{,}5}{Q_t} + \frac{1{,}2}{Q}\right) \qquad (5)$$

(utilizarea vagoanelor nu se modifică, deci ω, z, ω_0 rămîn aceiași).

Ținînd seamă că S_0 este prețul de cost numai pe porțiunea limitativă unde se utilizează dubla tracțiune, prețul de cost pe întreaga secție va fi media ponderată între prețul de cost S_0 pe porțiunea L_0 și prețul de cost S_2 pe restul secției $(L - L_0)$.

Dacă se utilizează dubla tracțiune se remorcă maximum Q_t. Aplicînd formula (1) pentru simpla tracțiune rezultă:

$$S_2 = \frac{2{,}2\,K}{Q_t}. \tag{6}$$

Ponderarea se face cu volumurile respective de tone nete km. Pe distanța $AC + DB$ există la un tren: $(L - L_0)\,Q_{nt}$ tone nete km; pe distanța CD există la un tren: $L_0\,Q_{nt}$ tone nete km., unde Q_{nt} este tonajul net pe tren corespunzător tonajului brut Q_t.

Notînd cu S_p prețul de cost mediu ponderat:

$$S_p = \frac{S_2(L - L_0)\,Q_{nt} + S_0\,L_0\,Q_{nt}}{(L - L_0)\,Q_{nt} + L_0\,Q_{nt}} = \frac{S_2(L - L_0) + S_0\,L_0}{L}. \tag{7}$$

S-a arătat însă mai sus că trebuie să se țină seama și de parcursurile izolate la înapoierea locomotivei duble de la stația vîrf de rampă la stația picior de rampă, precum și de staționarea locomotivei de dublă tracțiune în stația picior de rampă.

În acest caz, la prețul de cost S_0 trebuie să se adaoge și partea corespunzătoare parcursurilor izolate și staționării.

Calculul se va face de asemenea pentru un tren.

Fie:

j — costul unei locomotive km izolate;

r — costul unei locomotive ore de staționare în presiune;

t_0 — numărul de ore de staționare ce revine pentru un tren.

Dacă raportul între tonajul net corespunzător Q_{nt} și tonajul brut Q_t este:

$$\frac{Q_{nt}}{Q_t} = a, \text{ rezultă: } Q_{nt} = a\,Q_t.$$

Partea de preț de cost care trebuie adăugat la S_p, pentru a avea prețul de cost complet pe tona netă km, va fi:

$$\Delta S_p = \frac{j\,L_0 + r\,t_0}{a\,Q_t\,L} \tag{8}$$

Deci prețul de cost complet, în cazul remorcării cu dublă tracțiune pe porțiunea L_0 și simplă tracțiune pe restul secției $(L - L_0)$ este:

$$S_m = S_p + \Delta S_p$$

sau

$$S_m = \frac{S_2(L - L_0) + S_0\,L_0}{L} + \frac{j\,L_0 + r\,t_0}{a\,Q_t\,L}. \tag{9}$$

NOMOGRAFIEREA ECUATIEI

$$Q_o = 0{,}7\,Q\,\frac{L_o + 2t_o}{2L - L_o}$$

Q_o - este supratonajul minim ce poate fi dat pentru ca remorcarea cu dublă tracțiune să fie rentabilă

Q - tonajul maxim al secției la simplă remorcare

L_o - lungimea porțiunei care limitează tonajul la Q (t/km)

L - lungimea totală a secției de remorcare (t/km)

t_o - timpul de staționare a locomotivei de dublă tracțiune la stația picior de rampă (în ore)

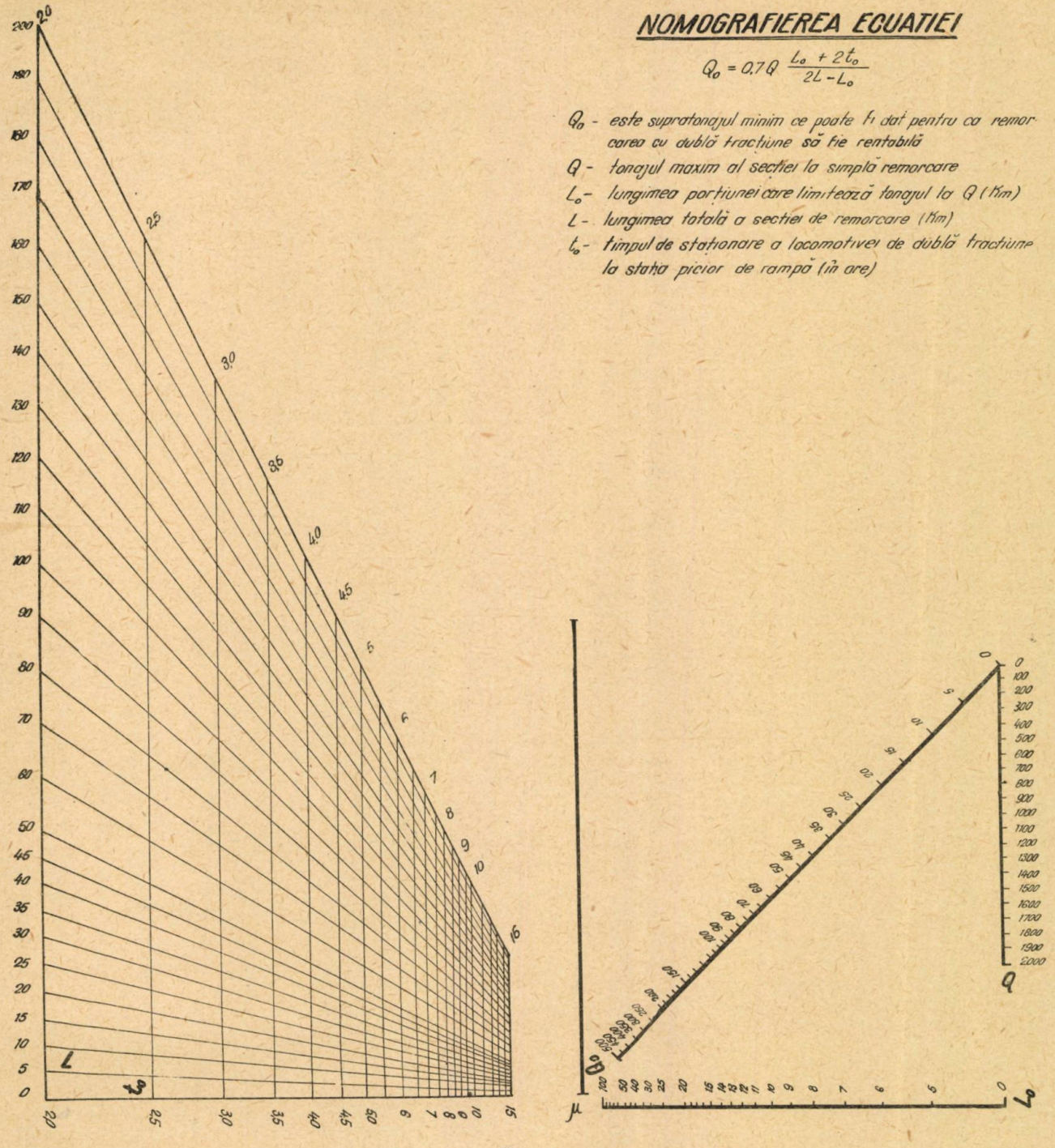


Fig. 2

Ținînd seamă de relația cunoscută:

$$Q_{nt} = \frac{\omega\, Q_t}{\omega + (1+z)\,\omega_0}$$

și de notația:

$$\frac{p\,[\omega + (1+z)\,\omega_0]}{\omega} = K$$

rezultă:

$$a = \frac{Q_{nt}}{Q_t} = \frac{\omega}{\omega + (1+z)\,\omega_0} = \frac{p}{K}$$

și se poate scrie:

$$S_m = \frac{S_2 (L - L_0) + S_0 L_0}{L} + \frac{K (j L_0 + r t_0)}{p Q_t L} \qquad (10)$$

Înlocuind pe S_0 și S_2 cu expresiile lor din (5), respectiv (6), rezultă:

$$S_m = K \left[\frac{1}{Q_t L} \left(2{,}2 L - 0{,}7 L_0 + \frac{j L_0 + r t_0}{p} \right) + \frac{1{,}2 L_0}{Q L} \right]. \qquad (11)$$

Acest preț de cost trebuie comparat cu prețul de cost corespunzător remorcării cu simplă tracțiune pe întreaga secție, S_1.

Pentru ca remorcarea cu dublă tracțiune pe porțiunea L_0 să fie rentabilă din punctul de vedere al prețului de cost, trebuie ca:

$$\frac{S_m}{S_1} \leqslant 1 \qquad (12)$$

Înlocuind pe S_m și S_1 cu expresiile lor din (5) respectiv (11), rezultă:

$$\frac{S_m}{S_1} = \frac{Q}{Qt} \left(1 - \frac{0{,}7}{2{,}2} \frac{L_0}{L} + \frac{j L_0 + r t_0}{2.2\, p L} \right) + \frac{1{,}2 L_0}{2{,}2 L} \leqslant 1.$$

Ținînd seama că: $\frac{0{,}7 L_0}{2{,}2 L} < 1$ deoarece $L_0 < L$, și că $\frac{j L_0 + r t_0}{2{,}2 p L}$ este o cantitate esențialmente pozitivă, rezultă că paranteza este totdeauna pozitivă și se poate scrie:

$$\frac{Q_t}{Q} \geqslant \frac{L - \frac{0{,}7}{2{,}2} L_0 + \frac{j L_0 + r t_0}{2{,}2 p}}{L - \frac{1{,}2}{2{,}2} L_0}$$

Scăzînd pe 1 din ambii membri și aducînd la același numitor, după reduceri, rezultă:

$$\frac{Q_t - Q}{Q} \geqslant \frac{\left(\frac{0{,}5}{2{,}2} + \frac{j}{2{,}2 p} \right) L_0 + \frac{r}{2{,}2 p} t_0}{L - \frac{1{,}2}{2{,}2} L_0}. \qquad (13)$$

Pentru a simplifica calculul, în inegalitatea (13) se vor lua pentru p, j și r, valori medii pe rețea care în general au oscilații neînsemnate și prin aceasta nu se deformează în nici un caz rezultatele.

Astfel, din calculul prețurilor de cost elementare, rezultă:

$p \cong$ 20 lei/tren km;
$j \cong$ 5 lei/locomotivă km. izolată;
$r \cong$ 30 lei/locomotivă oră staționare (în presiune).

Înlocuind în (13), rezultă:

$$\frac{0,5}{2,2}+\frac{j}{2,2\,p}=\frac{0,5}{2,2}+\frac{5}{2,2\times 20}=\frac{15}{44}\cong 0,35\,;$$

$$\frac{r}{2,2\,p}=\frac{30}{2,2\times 20}\cong 0,7\,;$$

$$\frac{1.2}{2,2}\cong 0,5\,.$$

Ținînd seamă că s-a notat $Q_t - Q = Q_p$, inegalitatea (13) devine:

$$Q_p \geqslant \frac{0,35\,L_0 + 0,7\,t_0}{L - 0,5\,L_0}\,Q$$

și înmulțind în membrul al doilea, la numărător și la numitor cu 2:

$$Q_p \geqslant 0,7\frac{L_0 + 2\,t_0}{2\,L - L_0}\,Q\,. \tag{14}$$

Aceasta este relația de condiție pe care trebuie să o îndeplinească diferența tonajului ce poate fi remorcat pe întreaga secție prin utilizarea dublei tracțiuni pe o porțiune L_0 (care limitează tonajul nucleu) și tonajul ce poate fi remorcat cu simplă tracțiune pe întreaga secție L, pentru ca remorcarea cu dublă tracțiune pe porțiunea limitativă să nu ducă la o majorare a prețului de cost pe întreaga secție.

Ținînd seamă că s-a notat $Q_{p\,minim} = Q_0$ din (14) rezultă:

$$Q_0 = 0,7\,\frac{L_0 + 2\,t_0}{2\,L - L_0}\,. \tag{15}$$

În fig. 2. s-a construit o nomogramă a ecuației (15).

$$Q_0 = 0,7\,Q\,\frac{L_0 + 2\,t_0}{2\,L - L_0}$$

care arată tonajul minim ce poate fi dat, pentru ca remorcarea cu dublă tracțiune să fie rentabilă.

Această nomogramă este o nomogramă compusă cu puncte aliniate, cu un cîmp binar, o scară rectilinie uniformă, două scări rectilinii neuniforme și o scară mută.

Construcția nomogramei s-a făcut astfel:

Ecuația are 5 variabile: Q_0, Q, L_0, L și t_0. Ea se poate scrie sub forma:

$$0{,}7\,\frac{Q}{Q_0}=\frac{-L_0+2L}{L_0+2t_0}. \tag{16}$$

Dacă se notează: $u=0{,}7\,\frac{Q}{Q_0}$, atunci nomografia se reduce la construcția a două nomograme a căror funcțiune este compusă și anume:

$$u=\frac{-L_0+2L}{L_0+2t_0} \tag{17}$$

și

$$u=0{,}7\,\frac{Q}{Q^0}. \tag{18}$$

Trecerea de la nomograma ecuației (17) la nomograma ecuației (18) se face prin scară comună corespunzătoare variabilei auxiliare u.

Ecuația (17), avînd 5 funcții diferite, se încadrează în forma canonică a ecuațiilor de ordinul V de nomografiere (vezi M. V. Pentcovschi, Nomografia) care este:

$$f_1(u)=\frac{f_2(v)+f_3(w)}{\varphi_2(v)+\varphi_3(w)}. \tag{19}$$

În cazul de față se va considera că funcțiile f_3 și φ_3 conțin două variabile sau o variabilă și un parametru, astfel că ecuația ce trebuie nomografiată ar fi de forma:

$$f_1(u)=\frac{f_2(v)+f_3(w,\lambda)}{\varphi_2(v)+\varphi_3(w,\lambda)} \tag{20}$$

În cazul de față rezultă:

$u=u$; $v=L_0$; $w=L$; $\lambda=t_0$, respectiv;

$f_1(u)=u$; $f_2(v)=-L_0$; $f_3(w,\lambda)=2L$;

$\varphi_2(v)=L_0$; $\varphi_3(w,\lambda)=2t_0$.

Se zice în acest caz că variabilele (w, λ), respectiv (L, t_0), formează un cîmp binar.

Pentru a construi nomograma, se va scrie ecuația (20) sub forma Soreau:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & l\,u \\ 1 & \dfrac{H}{\varphi_2(v)} & \dfrac{l\,f_2(v)}{\varphi_2(v)} \\ 1 & -\dfrac{H}{\varphi_3(w,\lambda)} & \dfrac{l\,f_3(w,\lambda)}{\varphi_3(w,\lambda)} \end{vmatrix}=0$$

unde H și l sînt factori de scară aleși așa fel încît figura să fie cît mai restrînsă și să convină limitelor practice de variație ale variabilelor considerate.

În cazul de față s-au luat:

$$H = 500; \quad l = 2{,}5$$

Ecuația Soreau în acest caz este:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2{,}5\,u \\ 1 & \dfrac{500}{L_0} & -2{,}5 \\ 1 & -\dfrac{250}{t_0} & 2{,}5\,\dfrac{L}{t_0} \end{vmatrix} = 0 \qquad (21)$$

Această ecuație reprezintă după cum se știe condiția ca punctele de coordonate:

$$x_1 = 0; \quad y_1 = 2{,}5\,u;$$

$$x_2 = \frac{500}{L_0}; \quad y_2 = -2{,}5;$$

$$x_3 = -\frac{250}{t_0}; \quad y_2 = 2{,}5\,\frac{L}{t_0}$$

să fie în linie dreaptă.

Ecuațiile scărilor variabilelor se obțin prin eliminarea parametrilor respectivi între x și y.

În acest caz:

Ecuația scării variabilei u este $x = o$

Ecuația scării variabilei L_0 este $y = -2{,}5$.

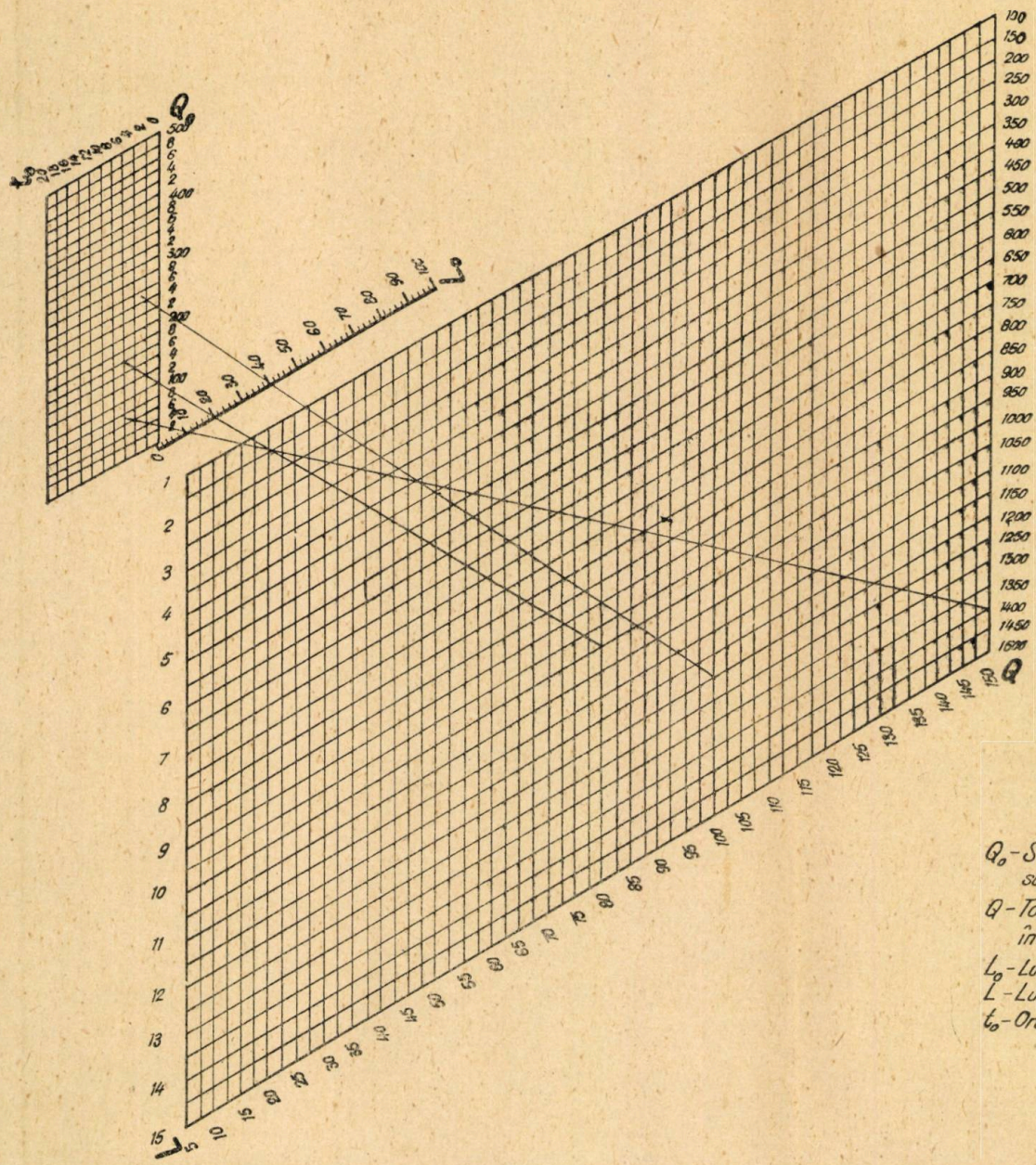
Scara variabilei u este uniformă; scara variabilei L_0 nu este uniformă, căci se gradează după legea $x = \dfrac{500}{L_0}$.

În ceea ce privește variabilele L și t_0: dacă se elimină între x și y pe t_0, se obține:

$$\frac{1}{t_0} = -\frac{x}{250}$$

$$y = -2{,}5\,L\,\frac{x}{250} = -\frac{L}{100}\,x$$

Ecuația $y = -\dfrac{L}{100}\,x$, reprezentînd o familie de drepte ce trec prin origine, constituie rețeaua de linii cotate cu valorile variabilei L.



NOMOGRAMA ECUATIEI

$$Q_o = \frac{0{,}7\,Q(L_o + 2t_o)}{2L - L_o}$$

Q_o - Supratonajul minim pentru ca dubla tracțiune să fie rentabilă

Q - Tonajul corespunzător simplei tracțiuni pe întreaga secție

L_o - Lungimea porțiunii limitative

L - Lungimea secției de remorcare

t_o - Ore staționare la stație picior de rampă a loc. dub.

Fig. 3

Dacă se elimină pe L între x și y, rezultă:

$x = -\frac{250}{t_0}$, reprezentînd o familie de drepte paralele cu axa $o\,y$ și constituie rețeaua de linii cotate cu t_0.

Familiile de drepte L și t_0 formează un cîmp binar. Pentru a găsi variabila u, cînd se dau L_0, L și t_0, se ia punctul de intersecție al dreptelor cotate cu valorile respective ale lui L și t_0 și se unește cu cota respectivă a lui L_0 de pe scara lui L_0.

La intersecția acestei drepte cu scara lui u se află valoarea lui u.

În cazul de față scara u este „mută" adică nu interesează valoarea propriu-zisă a lui u, ci numai poziția geometrică a punctului de cotă u corespunzător valorilor date pentru L, L_0 și t_0.

Ecuația (18) se poate scrie:

$$0{,}7\,Q = u\,Q_0 \text{ sau } u\,Q_0 - 0{,}7\,Q = 0$$

și este de forma:

$$f_3(w) = f_1(u) \cdot f_2(v)$$

fiind de forma canonică a ecuațiilor de ordinul III de nomografiere.

Pentru ca nomograma ei să poată fi compusă mai ușor cu nomograma ecuației (17), ea se poate încadra într-un caz particular al *formei* canonice Cauchy a ecuației de ordinul IV de nomografiere.

$$f_1(u) \cdot f_3(w) + f_2(v) \cdot g_3(w) + h_3(w) = 0$$

În cazul citat:

$$u = u; \quad Q_0 = w; \quad Q = v \text{ respectiv:}$$

$$f_1(u) = u; \; f_3(w) = Q_0; \; f_2(v) = -0{,}7\,Q; \; g_3(w) = 1; \; h_3(w) = 0$$

Ca și în cazul precedent, se va scrie ecuația Soreau corespunzătoare ecuației Cauchy care este de forma:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & l f_1 \\ 1 & 2H & \frac{l}{k} f_2 \\ 1 & \frac{2kHg_3}{kg_3+f_3} & \frac{l h_3}{kg_3+f_3} \end{vmatrix} = 0$$

Semnificația ecuației este aceiași ca în cazul precedent.

H = este un parametru care determină distanța între scările paralele $x = 0$ (scara u) și $x = 2H$ (scara v); l este un factor de scară, același de la prima nomogramă pentru că se referă la scara comună u, iar k este un factor care determină lungimea scărilor v și w, cu păstrarea caracteristicilor lor.

În cazul citat s-au luat:

$$H = 50 \text{ mm}; \quad k = 50; \quad l = 2{,}5.$$

Ținînd seamă de valorile lui f_1, f_2, f_3, g_3 și h_3 ecuația Soreau este:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2{,}5\,u \\ 1 & 100 & -\frac{2{,}5}{50}0{,}7\,Q \\ 1 & \frac{5\,000}{50+Q_0} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

sau dacă se adună coloana a 2-a la coloana a 3-a.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2{,}5\,u \\ 1 & 100 & 100-0{,}035\,Q \\ 1 & \frac{5\,000}{50+Q_0} & \frac{5\,000}{50+Q_0} \end{vmatrix} = 0$$

Ecuațiile scărilor sînt:
Scara u: $x = 0$, uniformă după legea $y = 2{,}5\,u$.
Scara Q: $x = 100$, uniformă după legea $y = 100 - 0{,}035\,Q$.
Scara Q_0 rezultă din eliminarea lui Q_0 între:

$$x = \frac{5\,000}{50+Q_0} \text{ și } y = \frac{5\,000}{50+Q_0}$$

și este deci $y = x$, gradată neuniform după legea:

$$x = \frac{5\,000}{50+Q_0}.$$

Compunerea nomogramei I cu a II-a se face astfel:
Punctul de pe scara u, obținut după cum s-a arătat mai sus, cînd se dădeau L_0, L și t_0 se unește cu punctul cotă corespunzător valorii lui Q.
La intersecția cu scara lui Q_0, se găsește valoarea luat Q_0.

Al doilea fel de nomografiere.

Se poate evita nomograma compusă, construind o nomogramă cu două cîmpuri binare, a cîte două variabile și o scară rectilinie a unei variabile (fig. 3).

Pentru aceasta ecuația

$Q_0 = 0{,}7\,Q\,\frac{L_0+2\,t_0}{2\,L-L_0}$ rezolvată în raport cu L_0 o vom scrie sub forma:

$$L_0 = \frac{2\,L\,Q_0 - 1{,}4\,Q\,t_0}{Q_0+0{,}7\,Q}. \qquad (22)$$

Împărțind la numărător și numitor cu produsul Q_0Q, ecuația (21) devine:

$$L_0 = \frac{\frac{2L}{Q} - 1{,}4\frac{t_0}{Q_0}}{\frac{1}{Q} + \frac{0{,}7}{Q_0}}. \tag{23}$$

Ecuația (23) este de forma:

$$f_1(u) = \frac{f_2(v,\lambda) + f_3(w,\mu)}{\varphi_2(v,\lambda) + \varphi_3(w,\mu)} \tag{24}$$

unde putem scrie

$$u = L_0;\quad v = L;\quad \lambda = Q;\quad w = t_0;\quad \mu = Q_0$$

$$f_1(L_0) = L_0;\quad f_2(L,Q) = \frac{2L}{Q};\quad f_3(t_0,Q_0) = -1{,}4\frac{t_0}{Q_0}$$

$$\varphi_2(L,Q) = \frac{1}{Q};\quad \varphi_3(t_0,Q_0) = \frac{0{,}7}{Q}$$

Luînd factorii de scară este:

$$l = \frac{1}{2};\quad H = \frac{7}{50\sqrt{3}}$$

ecuația Soreau corespunzătoare ecuației (23) este:

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2}L_0 & 0 \\ 1 & L & \frac{7}{50\sqrt{3}}Q \\ 1 & -t_0 & -\frac{Q_0}{5\sqrt{3}} \end{vmatrix} = 0 \text{ sau } \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2}L_0 & 0 \\ 1 & L & -\frac{7}{50\sqrt{3}} \\ 1 & -t_0 & \frac{Q_0}{5\sqrt{3}} \end{vmatrix} = 0 \tag{25}$$

Pentru a aduce ecuația (25) la o formă mai convenabilă pentru nomografiere în determinant adunăm la coloana 3-a coloana 2-a multiplicată cu $\frac{1}{\sqrt{3}}$, și obținem:

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2}L_0 & \frac{1}{2\sqrt{3}}L_0 \\ 1 & L & \frac{L}{\sqrt{3}} - \frac{7}{50\sqrt{3}}Q \\ 1 & -t_0 & \frac{Q_0}{5\sqrt{3}} - \frac{t_0}{\sqrt{3}} \end{vmatrix} = 0 \tag{26}$$

Nomograma o construim pentru ecuația Soreau scrisă sub forma (26) Ecuațiile scărilor și ale cîmpurilor binare sînt:

Scara L_0:

Suportul scării din eliminarea lui L_0 între

$$x = \frac{L_0}{2} \text{ și } y = \frac{L_0}{2\sqrt{3}}$$

$y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ deci suportul este o dreaptă care trece prin origină și face un unghiu de 30° cu Ox.

Scara L_0 este uniformă după legea $x = \frac{L_0}{2}$, punctele de abscisă $\frac{L_0}{2}$ ridicîndu-se pe dreapta $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$

Cîmpul binar (L, Q).

Familia de linii corespunzătoare variabilei L sînt dreptele

$x = L$ paralele cu $o\ y$.

Familia de linii corespunzătoare variabilei Q se obține din eliminarea lui L între

$$x = L \text{ și } y = \frac{L}{\sqrt{3}} - \frac{7}{50\sqrt{3}} Q.$$

Ecuația familiei (Q) este:

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(x - \frac{7}{50} Q \right)$$

formînd drepte paralele între ele și înclinate la 30° față de ox.

Cîmpul binar (L_o, t_o)

În același mod, familia de linii (t_0) sînt dreptele:

$$x = -t_o$$

iar familia de linii (Q_0), dreptele:

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(x + \frac{Q_o}{5} \right)$$

paralele între ele și făcînd 30° cu $o\ x$.

Pentru variabile se iau limitele și valorile :

$$0 \leqslant L_o \leqslant 100 \text{ km din } 2 \text{ în } 2$$
$$0 \leqslant L \leqslant 150 \text{ km din } 5 \text{ în } 5$$
$$100 \leqslant Q \leqslant 1\,500 \text{ tone din } 50 \text{ în } 50$$
$$0 < Q_o \leqslant 500 \text{ tone din } 20 \text{ în } 20$$
$$0 < t_o \leqslant 20 \text{ ore din } 2 \text{ în } 2$$

Funcțiunea nomogramei.

Dîndu-se L_0, L, t_0 și Q se cere Q_0. Se ia punctul de intersecție al liniei cotată cu L cu linia cotată cu Q din cîmpul binar respectiv. Acest punct se unește cu punctul corespunzător lui L_0 de pe scara lui L_0 și se caută intersecția acestei drepte cu dreapta cotată cu t_0.

Linia Q_0 care trece prin acest punct este răspunsul căutat. Dacă intersecția cu linia t_0 se găsește între două linii Q_0, atunci Q_0 se aproximează grafic.

УСТАНОВЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ УСЛОВИЙ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ВЕДЕНИЯ ПОЕЗДОВ СО СЛОЖЕНОЙ ТЯГОЙ, НА УЧАСТКАХ С ЧАСТИЧНО ОГРАНИЧЕННЫМИ ПРОФИЛЯМИ ТОНАЖА

(Краткое содержание)

Румынская железнодорожная сеть имеет многие части на участках ведения, которые благодаря большим характерным сопротивлениям, ограничивают тонажы грузовых поездов при ведении простой тягой.

Во многих случаях, казалось бы, что использование двойной тяги не оправдывается на лимитирующей части, предпочитая ограничение тонажа на всём участке ведения поездов на соответствующем уровне лимитирующей части. Но эта солюция может способствовать как уменьшению себестоимости транзита участка, так и увеличению себестоимости.

Этой работой пытались установить более научную критерию для применения самой подходящей солюции получения рентабельности в случае использования двойной тяги.

Для быстрого расчёта рентабельности были построены номограммы, которые устанавливают геометрическую связь между индикатором использования подвижного состава и себестоимостью.

ESTABLISHING THE LIMITING OF THE RENTABILITY OF TRAIN-TRAILING MULIPLE SECTION ON THE SECTIONS CONTAINING PARTIAL LIMITATIVE TONNAGE PROFILES

(Summary)

The Rumanian Railway net has many parts of the trailing sections, which due to the great characteristic strengths, limit the tonnage of the good trains in the simple traction.

In many cases it does not seem justifiable the use of double traction on the limitative portion, but it is preferable to limit tonnage on the whole trailing section to the level of the tonnage suitable on the limitative portion. But this solution may bring about reduced transit capacity of the section as well as a soaring up of the cost price.

The present study tried to establich a more scientific criterion for adopting the best solution for obtaining the rentability, in the case of a double traction.

Two monograms have been set upt for a rapid calculus of the rentability, establishing a geometrical link between the utilization numbers of the rolling stock and those of the cost price.

STABILISATION DES CONDITIONS LIMITE DE LA RENTABILITÉ DU REMORQUAGE DES TRAINS À MULTIPLE TRACTION, SUR LES SECTIONS QUI CONTIENNENT DES PROFILS PARTIELS LIMITATIFS DE TONNAGE

(Résumé)

Le réseau des C.F.R. contient de nombreuses portions sur les sections de remorquage, qui dû aux grandes résistances caractéristiques limitent les tonnages des trains à marchandises au remorquage à simple traction. Dans beaucoup de cas, il paraitrait que l'utilisation de la double traction ne serait pas justifiée sur la portion limitative, la limitation du tonnage étant préférable sur toute la section de remorquage du niveau de celui qui correspond à la portion limitative. Mais cette solution peut contribuer tant à la réduction de la capacité de transit (brutto) qu'à la majoration du prix de revient.

Par la présente étude on a cherché à établir un critérium, aussi scientifique que possible pour obtenir la solution de la plus convenable rentabilité, dans le cas de l'utilisation de la double traction.

Pour un calcul rapide de la rentabilité on a aussi construit deux nomogrammes, qui établissent le rapport géométrique entre les indicateurs d'utilisation du matérial roulant et ceux du prix de revient.

DIE FESTSTELLUNG DER EINSCHRÄNKUNGSBEDINGUNGEN FÜR DIE WIRTSHAFTLICHKEIT BEIM ZIEHEN DER ZÜGE MIT MEHRFACHER ZUGFÖRDERUNG AUF ALSCHNITTE MIT LÄNGSPROFILE, DIE DEN TONNENGEHALT TEILWEISE BEGRENZEN.

(Zusammenfassung)

Das rumänische Eisenbahnnetz enthält zahlreiche Teile auf den Betriebsabschnitten, welche wegen der grossen charakteristichen Widerstände das Zuggewicht der Güterzüge, bei einfacher Zugförderung, begrenzen. In vielen Fällen hat man den Eindruck, dass die Verwendung des Vorspannes auf solchen einschränkenden Teilstrecken, nicht gerechtfertigt ist und zieht man es vor, den Tonnengehalt auf der ganzen Betriebsstrecke, demjenigen der einscränkenden Teilstrecke, gleichzustellen. Diese Lösung kann aber sowohl zur Herabsetzung der Durchgangsleistungsfähigkeit (Brutto —) des Abschnittes, wie auch zur Erhöhung der Selbstkosten, führen.

Mit vorliegendem Studium versucht man ein wissenschaftliches Kriterium zu schaffen, um die geeigneteste Lösung zur Erlangung der Wirtschaftlichkeit im Falle der Verwendung des Vorspannes, zu adoptieren.

Zum Zwecke einer schiellen Berechnung der Wirtschaftlichkeit, wurden neun Nomogramme aufgestellt, welche die geometrische Verbindung dem Verwendungsanzeiger des rollenden Materials und den Selbstkosten, feststellen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 1

RECENZII

C. I. PENESCU:

„AUTOMATICA ȘI TELEMECANICA SISTEMELOR ENERGETICE"

de S. CĂLIN

Monografia „Automatica și telemecanica sistemelor energetice" de Prof. ing. C. I. Penescu reprezintă prima lucrare originală în limba romînă în care sînt tratate bazele teoretice ale sistemelor automate liniare și continue, cu circuit închis, fiind în același timp cea mai amplă lucrare din literatura mondială destinată automaticii și telemecanicii sistemelor energetice. De asemenea, după cunoștința noastră, monografia recenzată reprezintă pînă în prezent unica lucrare în care sînt reunite și problemele de automatizare și cele de telemecanizare a sistemelor energetice, strîns legate între ele datorită particularităților și condițiilor specifice de funcționare a instalațiilor care alcătuiesc sistemele energetice.

În acest mod lucrarea prezintă un studiu complet al problemelor legate de teoria și de aspectele practice ale introducerii automatizării în sistemele energetice, cu considerarea instalațiilor telemecanice care asigură coordonarea funcționării centralelor și stațiilor electrice aflate la mari distanțe.

Primul volum apărut cuprinde trei părți, fiecare fiind împărțită în cîte trei capitole.

Prima parte cuprinde considerații introductive și aparatajul folosit în automatică și telemecanică, partea a doua este destinată teoriei generale a sistemelor automate, iar în partea a treia sînt studiate automatizările în circuit închis folosite în sistemele energetice.

În cap. I este expusă definiția riguroasă a dispozitivelor automate, subliniindu-se deosebirea dintre falsele automate și dispozitivele automate care corespund realmente definiției prezentate. De asemenea sînt analizate în acest capitol avantajele rezultate în urma introducerii automatizării și a dispozitivelor telemecanice în sistemele energetice.

Capitolul II cuprinde simbolurile și schemele folosite în automatică și telemecanică, expunîndu-se modul de alcătuire a acestor scheme și alegîndu-se — în mod argumentat — starea normală pentru reprezentarea diferitelor instalații în schemele respective.

În cap. III este prezentat un amplu și deosebit de prețios material asupra aparatajului folosit în automatică și telemecanică (conactoare manuale și automate, relee electrice și neelectrice, aparataj auxiliar), care oferă pentru fiecare aparat caracteristicile de funcționare, parametrii contactelor, secțiuni și vederi, scheme de principiu și desfășurate, uneori și fotografii. Analiza funcționării releelor este efectuată pe baza unor considerații teoretice dezvoltate.

Inginerul electroenergetician și specialiștii cu pregătire superioară găsesc în acest capitol o prezentare excelentă a aparatelor utilizate în sistemele energetice în scopul automatizării și telemecanizării lor, avînd la dispoziție toate datele necesare în legătură cu aparatele respective.

Capitolele IV, V și VI cuprind elementele de bază ale teoriei sistemelor automate liniare și continue, expuse în peste două sute de pagini. Deși aceste capitole sînt destinate să ofere materialul necesar pentru înțelegerea analizei sistemelor automate din electroenergetică, expuse ulterior, ele sînt extrem de utile și pentru specialiștii care se ocupă de automatizări în orice alt domeniu, întrucît prezintă concis și metodic toate elementele teoretice necesare analizei și evaluării performanțelor sistemelor automate liniare în circuit închis cu comandă continuă.

Astfel sînt comparate metodele de calcul prin transformarea Laplace și operatorul Heaviside, într-o tabelă amplă sînt expuse 23 de perechi de funcții tipice (originale și imagini) întîlnite uzual în teoria sistemelor automate, cu configurațiile poli-zerouri și cu aspectele proceselor tranzitorii respective, trecîndu-se apoi la analiza diferitelor tipuri de sisteme automate: cu acționare proporțională (cu amortizări de diverse categorii) și cu acționare neproporțională, funcție de derivata și integrala erorii (organul de execuție avînd inerție și amortizări de diverse categorii).

Pentru fiecare tip de sistem automat analizat studiul este condus pînă la determinarea variației în timp a erorii și a mărimii de ieșire în cazul diferitelor mărimi aplicate la intrare, oferindu-se astfel o caracterizare completă a comportării sistemului.

În cadrul metodelor de analiză prin frecvență sînt prezentate caracteristicile amplitudine-fază și nomogramele pentru trecerea la caracteristicile sistemului în stare închisă, necesare determinării procesului tranzitoriu prin metoda trapezelor (expusă în același capitol). De asemenea sînt prezentate diagramele lui Neumark pentru determinarea domeniilor de stabilitate.

Stabilitatea sistemelor automate este amplu tratată, expunîndu-se criterii matematice ale coeficienților, criteriile de frecvență amplitudine-fază și în coordonate logaritmice, subliniindu-se modul de trasare al caracteristicilor pentru interpretarea stabilității.

Partea a doua a lucrării se încheie cu o succintă prezentare a metodelor de corecție a sistemelor automate și cu o tabelă comparativă a termenilor din automatică în diverse limbi.

În partea a treia sînt definite sistemele de reglare și statica și dinamica acestora, urmînd apoi un vast studiu asupra sistemelor automate cu circuit închis din electroenergetică: sistemul de reglare automată a tensiunii și puterii reactive și sistemul de reglare automată a frecvenței și puterii active. În ambele cazuri sînt analizate întîi caracteristicile principale ale instalațiilor reglate (agregatele generatoare, transformatoarele), iar apoi sînt prezentate diferitele tipuri de regulatoare utilizate, epuizîndu-se de fapt toate tipurile folosite în practică.

La regulatoarele de tensiune sînt studiate cele electromecanice (cu sul de cărbune, cu contacte alunecătoare, cu impulsuri), electronice și

electromagnetice (cu bobine saturate, cu amplificatoare electrice şi magnetice), regulatoarele cu compundare şi cele cu variaţie a raportului de transformare.

Pentru fiecare caz sînt determinate ecuaţiile de funcţionare şi funcţiile de transfer, precum şi diferitele circuite de stabilizare sau compensare.

La regulatoarele automate de frecvenţă se insistă în mod deosebit asupra organelor de măsură şi comparaţie — elemente principale ale acestor regulatoare — analizîndu-se comparativ avantajele şi dezavantajele diferitelor tipuri, determinîndu-se domeniile respective de utilizare, iar apoi sînt studiate regulatoarele electromecanice cu comandă continuă şi cu impulsuri şi regulatoarele electrice şi electromagnetice (cu relee, cu tuburi electronice şi cu amplificatoare magnetice). Pentru fiecare tip sînt deduse ecuaţiile de funcţionare şi funcţiile de transfer, delimitîndu-se de asemeni avantajele şi domeniile de folosire în practică.

În ultima parte a volumului este tratată reglarea frecvenţei cu mai multe agregate generatoare şi este analizată asigurarea repartiţiei dorite şi stabile a puterilor active între aceste agregate.

La sfîrşitul volumului I se găseşte o bibliografie cuprinzînd 301 titluri.

Tratatul „Automatica şi telemecanica sistemelor energetice" reprezintă o contribuţie fundamentală la patrimoniul ştiinţific din acest domeniu. Prin bogăţia materialului prezentat, prin înaltul nivel şi rigurozitatea ştiinţifică, prin numeroasele şi dezvoltatele părţi teoretice împletite armonios cu criterii practice de realizare, această lucrare prezintă o deosebită valoare pentru inginerii, specialiştii şi cercetătorii ştiinţifici care lucrează în domeniul energeticii. De asemenea ea prezintă un deosebit interes şi pentru specialiştii în automatizare din alte domenii industriale, prin expunerea teoriei generale a sistemelor automate cu circuit închis, liniare şi continue, atît de frecvent întîlnite în orice alt domeniu.

Prezentarea ireproşabilă, numeroasele tabele, abace şi nomograme, fac ca utilizarea vastului material expus să poată fi făcută cu uşurinţă şi rapiditate. Precizarea noţiunilor şi terminologiei în automatică introduce nenumărate clasificări binevenite în acest domeniu al ştiinţei, care în întreaga lume este încă în curs de constituire.

Apariţia lucrării recenzate reprezintă un pas însemnat pe calea dezvoltării domeniului ştiinţific legat de automatizarea sistemelor energetice şi în acelaşi timp reprezintă un îmbucurător succes al ştiinţei romîneşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXII — 1960, Fascicola 4

BOOK REVIEW

C. I. PENESCU :

AUTOMATION AND REMOTE CONTROL OF THE POWER SYSTEMES

de S. CĂLIN

The automation and remote Control of the Power Systems written by Professor C. I. Penescu is the first Rumanian book of its kind dealing with the theoretical bases of the linear and non linear systems with a closed loop and it is, at the same time, the most complete world book on automation and remote Control of the power systems. The book reviewed is, as far as we know, the only work studying both the automatics and the remote-control power systems problems, so closely linked to each other by the particularities and specific conditions in operation of the power systems installations.

Thus, the work fully considers both the theoretical problems and the practical aspects of introducing installations too, which enables to coordinate the operations of the power plants and the power stations located in the remotest areas.

The first volume consists of three parts, each part having three chapters. The first part comprises the introductory considerations and the equipment used in automation and remote-control ; the second part deals with the general theory of the automatic systems while the third studies the closed loop automations used in the power systems.

Chapter 1 gives the strict definition of the automatic devices ; It analyzes the advantages resulting from the introduction of automation and of the remote-control devices components in the power systems.

Chapter 2 presents the symbols and the schemes used in automatics and remote-control ; it shows the way the schemes have been worked out and it debates on the chonice made of the normal state for representing different installations in the respective schemes.

Chapter 3 supplies a considerable ample and valuable documentary information on the devices used both in automatics and in remote-control (hand and automatic connectors, electric and non electric relays, auxiliary equipment) providing for each device the operations features, the contact parameters, the cross sections and figures, the principle or operation schemes and sometimes even photographs. The analysis of relays operation is carried out on the basis of developed advanced theoretical considerations.

The electrical engineer and the highly qualified specialists will find excellent information on the devices used in the power systems with a

view to their automation and their remote-control and all the required data as to these devices is available for their ready utilization.

Chapters 4, 5 and 6 describe the main elements of the linear and non linear automatic systems theory in more than two hundred pages.

Although these chapters are designed to provide the required information for undertsanding the analysis of the automatic systems in electrical engineering (already discussed in a previous chapter) they are of considerable use to specialists who apply automation in any other field, as these chapters concisely and methodically present all the theoretical elements necessary to the analysis and the estimation of the performances of the closed loop linear automatic systems with a continuous control.

In this way, the computation methods by Laplace transform and the Heaveside operator are compared ; an ample table presents 23 pairs of typical functions (original and images) usually met with in the automatic systems theory, with the poles and zeroes configurations and with the aspects of the respective transient process, from which the study deals with the analysis of various types of automatic systems : with a proportional controller (with various categories of damping, with a non proportional — controller, in function of the derivative and of the integral of the error -- the controller having inertia and damping of various categories).

For each type automatic control systems analyzed, the research is carried on up to the determination of the time Variation of the error and of the increased output in the case of different input functions, thus providing a complete characterization of the behaviour of the systems.

As far as the methods of frequency analysis are concerned, the characteristics phase-amplitudine as well as the nomographs for passing to the closed loop systems features are presented, which are necessary to determine the transient process methods (dealt with in the same chapter. The Neumark diagrams for determining the stability fields are also shown.

The stability of the automatic control systems is widely dealt with, the mathematical criteria of the coefficients, the criteria of phase-amplitude frequency being pointed out in logarithmical coordinates too, while the way for obtaining the characterictics for the stability interpretation is emphasized.

The second part of the work concludes with a short survey of the methods of correcting the automatic systems as wel as a comparative table of automatic terms in different languages.

The third part sets forth the automatic control systems and their statics and dynamics which are followed by an ample investigation (study) on the closed loop automatic systems of the electrical engineering the automatic control systems of the voltage and the reactive power and the automatic control systems of the frequency and of the active power. In both cases there are at first analysed the main features of the controlled installations (the generating aggregates the transformers) and then the different types of utilized controllers are presented, and in fact, all the types of utilized controllers are presented, and in fact, all the types used in practice are surveyed.

When dealing with voltage controllers the electromechanical ones are studied (those with carbon — pile, with rolling sectors, with impulses), the electronic an electromagnetic ones (with transductors, with electric and magnetic amplifiers), the compound-regulators and those with varying transformation rates.

The equations and the transfer functions as wel las the various stabilizing or compensating circuits are determined for each particular case.

The author considerably insists, when dealing with the frequency automatic controllers, on the elements of neasurement and comparison — the main elements of these controllers. The advantages and the disadvantages of vorious types are comparatively analyzed, the respective fields of use are determined and then the electromechanical controllers with a continuous control and with impulses as well as the electric and electromagnetic controllers (with relays, with vacuum tubes and with magnetic amplifiers) are also studied.

The operation equations and the transfer functions are deduced for each type, the advantages and the fields for practical use being also stated.

The last part of the volume deals with the frequency control with several generating aggregates and it is analyzed the ensurance of the desired and stable repartition of the active power among these aggregates.

At the end of volume I, there is a bibliography comprising 301 titles.

The work „Automation and Remote Control of the Power Systems" represents a fundamental contribution to the scientific research work in this field. The work is of great value to engineers, to specialists and scientific researchers in this field on the basis of itsample information, high scientific level and scientific accuracy, for its countless and largely dealt with theoretical parts which are harmoniously interwoven with practical criteria for use. In will also be of great assistance and interest to specialists in automation in other industrial fields for its description of the general theory of the linear and continuous automatic systems with closed loop, frequently encountered in any other field.

The thorough exposition, the countless tables, abaci and nomographs render the vast material readily and rapidly for use.

The fixing of notions and terms used in automatics introduces a great number of classifications of great value in this field of science which hove not yet been given a definite form in the world speciality literature.

The book reviewed marks a step forward in the development of science as to the automation of the power systems and it stands for a remarkable achievement of the Rumanian science.

S. CĂLIN
lecturer ot the Polytehnical Institut Bucharest

LITOGRAFIA
şi
TIPOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI
Str. Mihai Vodă nr. 44-46
Bucureşti — cda 992

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele și inițialele de pronume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.